DER STAHLBAU

DER STAHLBAU

DER STAHLBAU 1939

DER STAHLBAU

Beilage zur Zeitschrift

DIE BAUTECHNIK

Fachschrift für das gesamte Bauingenieurwesen

Schriftleitung:

Professor Dr.-Ing. **K. Klöppel,** Darmstadt, Technische Hochschule

Professor **W. Rein,** Breslau, Technische Hochschule

12. Jahrgang

1939

Mit 489 Textabbildungen

Berlin 1939
Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn

Printed in Germany.

Inhalts-Verzeichnis des 12. Jahrganges, 1939.

(Gekürzt.)

Sachverzeichnis.

Namenverzeichnis.

Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.

DER STAHLBAU

Schriftleitung:
Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt, Technische Hochschule
Fernsprecher: Darmstadt 7711, Apparat 599
Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61
Veröffentlichungsbeiträge an voranstehende Anschriften erbeten

Beilage zur Zeitschrift **DIE BAUTECHNIK** Fachschrift für das gesamte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

12. Jahrgang | BERLIN, 6. Januar 1939 | Heft 1

An unsere Leser!

In der Schriftleitung der Zeitschrift „Der Stahlbau" tritt zu Beginn des neuen Jahres ein Wechsel ein. An die Stelle des ausscheidenden Herrn Geheimrat Professor Dr.-Ing. A. Hertwig tritt Herr Professor Dr.-Ing. K. Klöppel von der Technischen Hochschule in Darmstadt.

Herr Geheimrat Hertwig leitet die Zeitschrift seit ihrer Gründung im Jahre 1928. Wenn er sich jetzt entschlossen hat, die Schriftleitung abzugeben, so kann er für sich das große Verdienst in Anspruch nehmen, die Entwicklung der Zeitschrift so gefördert zu haben, daß sie heute für jeden Stahlbau-Ingenieur unentbehrlich ist. Dafür gebührt ihm unser größter Dank.

Die Zeitschrift auf dieser Entwicklungshöhe zu erhalten, wird auch das stete Bestreben der beiden Schriftleiter Professor Klöppel und Professor Rein bleiben.

Der Verlag.

Über die Probleme und Lösungen der Stabilitätstheorie des Stahlbaues.[1]

Von Prof. Dr.-Ing. Ernst Chwalla, Brünn.

Auf der Wissenschaftlichen Tagung des Deutschen Stahlbau-Verbandes vom Jahre 1934 hat Herr Prof. Dr.-Ing. Schleicher über den Stand der Forschung auf einem wichtigen Sondergebiet der Stabilitätstheorie — der Theorie des Ausbeulens von Stegblechen — eingehend berichtet, und im vergangenen Jahre hat uns Herr Geheimrat Prof. Dr.-Ing. Hertwig in überaus anschaulicher Weise mit dem Wesen der Knickerscheinung vertraut gemacht. An der diesjährigen Tagung wurde nun mir die hohe Auszeichnung zuteil, über ein stabilitätstheoretisches Thema sprechen zu dürfen. Im Rahmen meiner Ausführungen sollen die für den Stahlbau typischen Probleme der Stabilitätstheorie und ihre Lösungen kurz skizziert und all das beleuchtet werden, was bei der Beurteilung des Tragverhaltens von Bedeutung ist; ich wende mich dabei vornehmlich an jene Herren Kollegen, die der Theorie etwas ferner stehen, und lasse daher alle mathematischen Entwicklungen, Lösungsdetails und Literaturhinweise weg.

Wenn wir ein Stahltragwerk im Sinne der geltenden Vorschriften zu „bemessen" haben, dann müssen wir im allgemeinen drei Forderungen erfüllen: Wir müssen dafür Sorge tragen, daß 1. die größten örtlichen Anstrengungen des Werkstoffs und 2. die größten örtlichen Verschiebungen der Tragwerkpunkte bestimmte Werte nicht überschreiten, und haben 3. dafür zu sorgen, daß das Gleichgewicht, das im untersuchten Ruhezustand zwischen den inneren und den äußeren Kräften besteht, stabil bleibt. Bei unseren Bemühungen, die beiden ersten dieser drei Forderungen zu befriedigen, gelangen wir zu einem sogenannten „Spannungsproblem", bei der Erfüllung der dritten jedoch zu einem „Stabilitätsproblem"; bei den Spannungsproblemen besteht das Ziel der Untersuchung in der Festlegung örtlicher Spannungs- und Verschiebungskomponenten, bei den Stabilitätsproblemen hingegen in der Klarstellung der Eigenschaften des untersuchten Gleichgewichtszustandes. Außer den Spannungs- und den Stabilitätsproblemen gibt es, wie ich vermute, noch eine dritte Gruppe von elastostatischen Problemen, die dadurch gekennzeichnet zu sein scheint, daß die Probleme unter bestimmten Laststufen in mehrere voneinander unabhängige Teilprobleme zerfallen. Ich denke da beispielsweise an den in Bild 1 dargestellten Kragträger, der aus einer dünnen Blattfeder gebildet ist und am freien Ende eine lotrechte Last P zu tragen hat. Solange P sehr klein ist, liegt ein gewöhnliches Spannungsproblem vor, und die sich einstellende Gleichgewichtsfigur ist die einzig vorhandene. Erreicht jedoch P einen bestimmten kritischen Wert P^*, dann gibt es plötzlich noch eine zweite Gleichgewichtsfigur, und auch unter allen Laststufen $P > P^*$ existieren zwei ganz verschiedene Gleichgewichtsfiguren.

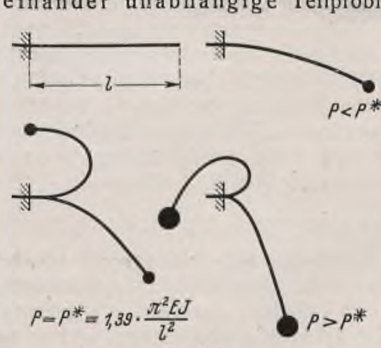


Bild 1.

Die zweite dieser Figuren bildet sich unter der anwachsenden Last allerdings nicht „aus eigenem" aus, sondern bedarf zu ihrer Verwirklichung eines äußeren Eingriffes; dem Verlaufe nach ist sie schon bekannt, da sie durch ein Stück einer klassischen Kurve — der sogenannten „Eulerschen Elastika" — gebildet wird. Wir können somit feststellen, daß unser elastostatisches Problem für alle Laststufen $P < P^*$ eindeutig ist, sich jedoch unter der Laststufe $P = P^*$ in zwei voneinander unabhängige, für sich lösbare Teilprobleme verzweigt. Diese Feststellung gilt offenbar auch dann noch, wenn wir den Kragträger nicht waagerecht,

[1]) Vortrag, gehalten auf der Wissenschaftlichen Tagung 1938 des Deutschen Stahlbau-Verbandes in Berlin.

sondern nach oben oder unten geneigt annehmen, jedoch nur so lange, als der Neigungswinkel nicht den vollen Wert eines rechten Winkels erreicht; die kritische Last P^* ist hierbei je nach der Größe des Neigungswinkels zwischen dem einfachen und dem unendlichfachen Betrag der „Eulerschen Knicklast" des Stabes gelegen.

Um nun die Lösung der Spannungsprobleme nach Möglichkeit zu vereinfachen, pflegen wir vom Werkstoff die Erfüllung des Hookeschen Formänderungsgesetzes zu verlangen und das gegebene Tragwerk (unter Aufwendung eines mehr oder minder großen Maßes an persönlicher Phantasie) durch ein System geometrisch idealisierter Gebilde — nämlich ein System von „Stäben, Platten, Scheiben und Schalen" — zu ersetzen; wir gewinnen dadurch den großen Vorteil, mit ganzen „Spannungsresultanten", also mit Normalkräften, Querkräften, Biege- und Drillungsmomenten arbeiten zu können. Aber auch diese Spannungsresultanten sollen rasch und mühelos erhalten werden. Wir setzen daher in der Mehrzahl der praktisch vorkommenden Fälle voraus, daß die elastischen Verformungen, die das Tragwerk unter der gegebenen Belastung erfährt, verschwindend klein sind im Vergleich zu den Abmessungen des Tragwerks, so daß wir das verformte Tragwerk bei der Bestimmung der erwähnten Spannungsresultanten durch das unverformte ersetzen dürfen. Wir gelangen so zu der baustatischen „Theorie erster Ordnung", die zu einem linearen Zusammenhang zwischen Last und baustatischer Wirkungsgröße und damit zu dem bekannten Überlagerungsgesetz führt: Eine doppelt so große Last erzeugt eine genau doppelt so große Spannungsresultante und eine genau doppelt so große Verschiebung. Wir wissen, daß wir diesem Überlagerungsgesetz die mathematische Einfachheit unserer gewöhnlichen Baustatik mit ihren „Einflußlinien" und „Elastizitätsgleichungen" zu verdanken haben.

Nun gibt es aber auch Fälle, in denen wir den Einfluß der Deformation in Rücksicht ziehen und unter Verzicht auf das Überlagerungsgesetz zu der strengeren Theorie, der baustatischen „Theorie zweiter Ordnung" oder „Verformungstheorie", greifen müssen. Wir können dazu durch Forderungen wirtschaftlicher Natur veranlaßt werden (wie etwa bei den Hängebrücken), oder wir können dazu durch ein Gebot der Sicherheit gezwungen werden, wie etwa bei der Bemessung weitgespannter Bogenträger oder der Spannungsuntersuchung schlanker, stark deformierbarer Tragwerkteile. Ein einfacher, leicht übersehbarer Fall dieser Art liegt bei der Spannungsuntersuchung eines exzentrisch gedrückten Stabes aus einem Hookeschen Idealwerkstoff vor (Bild 2). Je nach der Schlankheit des Stabes werden wir hier mit der gewöhnlichen „Theorie erster Ordnung" das Auslangen finden oder aber zur strengeren „Theorie zweiter Ordnung" greifen müssen. Die letztere führt bekanntlich zu einer nichtlinearen Differentialgleichung, deren Lösung einige Schwierigkeiten bereitet. Um hier an Einfachheit des Lösungsverfahrens noch zu retten, was zu retten ist, pflegt man im Rahmen dieser „Theorie zweiter Ordnung" anzunehmen, daß die entstehenden Verschiebungen zwar endlich groß, im Vergleich zu den Tragwerkabmessungen aber immer noch derartig klein sind, daß wir die erwähnte Differentialgleichung linearisieren dürfen. Von dieser recht fühlbaren Vereinfachung machen wir bei allen baupraktischen Anwendungen der baustatischen „Theorie zweiter Ordnung" mit vollem Recht Gebrauch. Wie sich diese Linearisierung grundsätzlich auswirkt, ist bekannt: Im untersuchten Fall würde sich unter der Laststufe $P = \frac{\pi^2 E J}{4\, l^2}$ falscherweise eine unendlich große Durchbiegung ergeben; bei reiner Biegung einer dünnen Blattfeder würden wir für die Biegelinie an Stelle des Kreises eine vom Kreis merkbar abweichende Parabel gewinnen, und bei einem sehr schlanken „Balken", der auf zwei festen (die Entfernung l aufweisenden) Schneiden lose aufliegt und unter einer in Trägermitte angreifenden, anwachsenden Last der Reihe nach die Durchbiegungen $\max y = 0{,}0703\, l$, $0{,}1495\, l$ und $0{,}3272\, l$ erfährt, würden wir aus der linearisierten Differentialgleichung die fehlerhaften Durchbiegungen $0{,}0668\, l$, $0{,}1197\, l$ und $0{,}1254\, l$ erhalten.

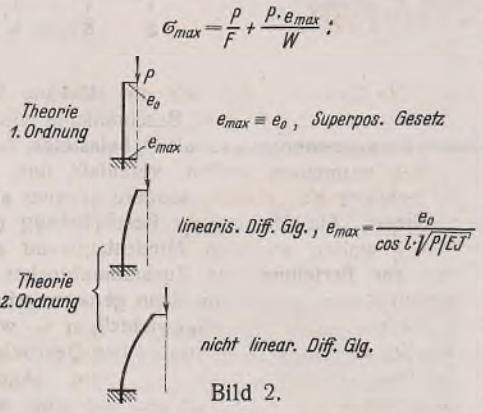


Bild 2.

Wir haben bei der Anwendung der strengeren, den Einfluß der entstehenden Deformation in Rücksicht ziehenden „Theorie zweiter Ordnung" von einem Gebot der Wirtschaftlichkeit und einem Gebot der Sicherheit gesprochen. Nun gibt es aber drittens auch noch Fälle, in denen diese Theorie grundsätzlich angewendet werden muß, weil nur mit ihrer Hilfe eine Lösung möglich wird. Dies gilt vor allem für sämtliche Stabilitätsprobleme, also für den ganzen Problemenkomplex, mit dem wir uns im weiteren zu beschäftigen haben, und dann auch noch für die sogenannten „unendlich wenig verschieblichen Systeme", denen zwar keinerlei baupraktische Bedeutung zukommt, die aber recht deutlich erkennen lassen, wie sich die „Theorie zweiter Ordnung" im Lösungsergebnis auswirkt. Wir wollen daher ein Musterbeispiel dieser Art in Bild 3 vorführen: Es handelt sich hier um ein Tragwerk, das aus zwei gelenkig verbundenen Stäben besteht, die aus einem Hookeschen Idealmaterial gebildet sind und deren Achsen in derselben Geraden liegen. Die angeschriebenen Beziehungen für die Stabkraft S und für die Senkung des Kraftangriffspunktes y_0 zeigen deutlich, daß das Überlagerungsgesetz nicht mehr in Geltung steht; eine doppelt so große Last erzeugt hier nicht mehr eine doppelt so große Stabkraft oder Durchsenkung, und die aufgespeicherte Formänderungsenergie A_i ist nicht mehr wertgleich dem halben, sondern nur mehr dem vierten Teil des Produktes aus Last und Durchsenkung. Wenn wir in einem der beiden Stäbe ein „Spannschloß" einbauen und anspannen würden, dann würden in beiden Stäben gleichmäßig verteilte Eigenspannungen auftreten; die Größe dieser Eigenspannungen ließe sich hier unmittelbar mit Hilfe von Belastungsversuchen bestimmen, da die Lastspannungen von den Eigenspannungen abhängig sind.

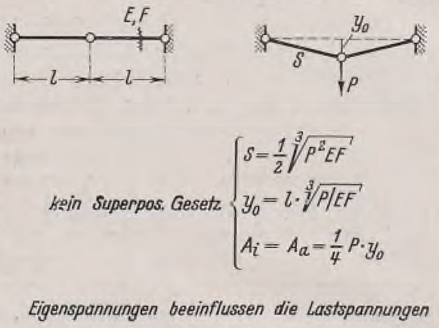


Bild 3.

Nach diesen einleitenden, auf eine übersichtliche Einordnung abzielenden Bemerkungen über die Spannungsprobleme wollen wir uns nun den Stabilitätsproblemen zuwenden. Das Ziel der Untersuchung besteht hier, wie wir schon erwähnt haben, in der Sicherstellung der Stabilität des Gleichgewichts, das im untersuchten Fall zwischen den inneren und äußeren Kräften vorhanden ist. Diese Sicherstellung ist im Stahlbau grundsätzlich erforderlich, da ein Gleichgewichtszustand, der durch eine übergroße Belastung seine Stabilität eingebüßt hat, sich auf die Suche nach einem neuen, stabilen Gleichgewichtszustand begibt, wobei die örtlichen Anstrengungen des Werkstoffes oder die örtlichen Verschiebungen der Tragwerkspunkte unzulässig große Werte annehmen. Aber auch in jenen seltenen Fällen, in denen diese Werte noch zulässig erscheinen und der neue Gleichgewichtszustand noch innerhalb des elastischen Deformationsbereiches erreicht wird, kann der Wechsel der Gleichgewichtslage nicht gestattet werden, da in der Nähe der Stabilitätsgrenze schon ganz geringe, baupraktisch unvermeidbar kleine Schwankungen im Belastungssystem zu unerträglich großen Änderungen des Formänderungszustandes führen würden.

Das älteste und auch einfachste Stabilitätsproblem tritt bei der Untersuchung gerader, mittig gedrückter Stäbe auf. Wir wollen eine derartige Untersuchung hier durchführen und dabei vorerst voraussetzen, daß der Stab aus einem Hookeschen Idealwerkstoff besteht, der eine unbegrenzte Bruchfestigkeit besitzt und unbeschränkt dem Hookeschen Formänderungsgesetz gehorcht. Diese Voraussetzung läßt sich praktisch in der Weise erfüllen, daß wir als Versuchsstab einen extrem schlanken Federstahlstab verwenden, dem bekanntlich sehr große örtliche Achsenkrümmungen zugemutet werden können, ohne daß die auftretenden Randspannungen die sehr hoch gelegene Proportionalitätsgrenze überschreiten. Der Versuchsstab steht lotrecht, ist am unteren Ende starr eingespannt und am oberen Ende durch einen Satz übereinander schiebbarer Gewichte belastet, die so gestaltet sind, daß ihr Schwerpunkt mit dem oberen Endpunkt der Stabachse zusammenfällt. Wir belasten den Stab mit der sehr kleinen Last P_1 und stellen durch Probieren fest, daß unter dieser Last einzig die geradlinig verlaufende Gleichgewichtsfigur existiert und daß bei jeder Störung dieser Figur, d. h. bei jeder Verbiegung der geraden Stabachse, ein erhebliches Maß an Störungsarbeit aufgewendet werden muß; lassen wir den Stab nach einer störenden Ausbiegung plötzlich los, dann strebt er zur geraden Gleichgewichtslage zurück und erreicht diese nach dem Abklingen der Schwingungen. Unter der etwas größeren Last P_2 sind die Verhältnisse ähnliche, nur ist der Arbeitsaufwand für eine störende Verbiegung vergleichsweise viel kleiner als früher, so daß auch die Schwingungen, die der belastete Stab nach einer störenden Ausbiegung ausführt, eine merkbar größere Schwingungsdauer besitzen. Belasten wir den Stab mit der relativ großen Last P_3, dann stellt sich eine ausgebogene Gleichgewichtsfigur ein; kleinere Störungen dieser Figur sind auch hier an einen positiven Arbeitsaufwand geknüpft.

Die Ergebnisse dieser drei Versuche wollen wir nun in der folgenden Weise graphisch festlegen (Bild 4): Wir zeichnen ein Koordinatenkreuz und tragen auf der Abszissenachse die Endausbiegung y_0 der Gleichgewichtsfigur und auf der Ordinatenachse die dieser Figur zugeordnete Last, die sogenannte „Gleichgewichtslast P_{Gl}" auf. Dem ersten Versuchsergebnis entspricht der Diagrammpunkt 1 mit den Koordinaten $y_0 = 0$ und $P_{Gl} = P_1$. Neben diesem Koordinatenkreuz wollen wir, um auch

die weiteren Ergebnisse des ersten Versuches klar vor Augen zu führen, eine kleine Kugel darstellen, die sich auf einer vorgegebenen Bahnkurve so bewegt, daß das Verhalten der Kugel bei einer seitlichen Verschiebung y_0 und das Verhalten des belasteten Stabes bei einer seitlichen Verbiegung y_0 gewisse Ähnlichkeiten besitzen. Auch die Kugel kennt nur eine einzige Ruhelage — nämlich die bei $y_0 = 0$ —, auch hier ist zu jeder störenden Verschiebung ein positiver Arbeitsaufwand erforderlich, und auch hier strebt die Kugel nach erfolgter Störung zur ursprünglichen Ruhelage zurück und erreicht diese Lage nach dem Abklingen der Schwingungen. Diesem „Kugelgleichnis" sind allerdings sehr enge Geltungsgrenzen gesetzt, da es der Tatsache nicht Rechnung zu tragen vermag, daß beim Stab zu jedem Endverschiebungswert y_0 unendlich viele, ganz verschiedene Deformationsfiguren gehören, von denen jede einzelne als „störende Verbiegung" der geradlinigen Gleichgewichtsfigur in Frage kommt. Um dem Kugelgleichnis einen Sinn zu geben, müssen wir daher von all diesen Deformationsfiguren jeweils eine einzige (durch den Ausbiegungswert y_0 schon eindeutig gekennzeichnete) Figur herausgreifen, so daß dem seitlichen Verschieben der Kugel eine ganz bestimmte Verbiegungsweise der geradlinigen Gleichgewichtsfigur entspricht, bei der eine ganz bestimmte Schar aufeinanderfolgender Deformationsfiguren durchlaufen wird; und zwar wollen wir uns jeweils jene Schar herausgegriffen denken, für die sich die Störungsarbeit als Kleinstwert ergibt. Die dargestellte Kugelbahn ist also sozusagen die „flachste" von allen bei $P = P_1$ in Frage kommenden Kugelbahnen.

Führen wir nun die gleichen Untersuchungen an mittig gedrückten Stäben aus Baustahl (oder, allgemeiner ausgedrückt, an Stäben aus zähplastischen Werkstoffen mit nur beschränktem Hookeschen Formänderungsbereich) durch, dann gelangt zwar bei kleinen Laststufen $P = P_1$ nach wie vor eine geradlinig verlaufende Gleichgewichtsfigur zur Ausbildung und werden nach wie vor positive Arbeitsbeträge zur störenden Verbiegung dieser Figur erforderlich, doch unterliegt diese Feststellung nunmehr einer wesentlichen Einschränkung: Wenn wir den belasteten Stab sehr stark ausbiegen, also einen großen Betrag an Störungsarbeit aufwenden, dann wird zum Unterschied von früher der „Zusammenbruch" des Stabes herbeigeführt. Wir können dies mit unserer Versuchseinrichtung leicht zeigen, wenn wir den Federstahlstab durch einen Stab aus weichem Messing od. dgl. ersetzen, diesen Stab mit P_1 zentrisch belasten und das freie Stabende hierauf gewaltsam seitlich verschieben; erreicht die störende Ausbiegung einen bestimmten Wert, dann biegt sich der belastete Stab „aus eigenem" immer mehr aus, bis er eine äußere Stützung erfährt. Dieses Versuchsergebnis läßt den Schluß zu, daß unter der Last P_1 — ganz unabhängig von der geschilderten Störung — außer der geradlinigen Gleichgewichtsfigur noch eine zweite, stark ausgebogene Gleichgewichtsfigur existiert, die labil ist und daher versuchstechnisch nicht realisiert werden kann. Wir wollen die Endausbiegung dieser zweiten unter der Last P_1 theoretisch möglichen Gleichgewichtsfigur mit $\bar{y}_0$ bezeichnen und gelangen damit zu den beiden Punkten 1 und 1' im Diagramm Bild 6.

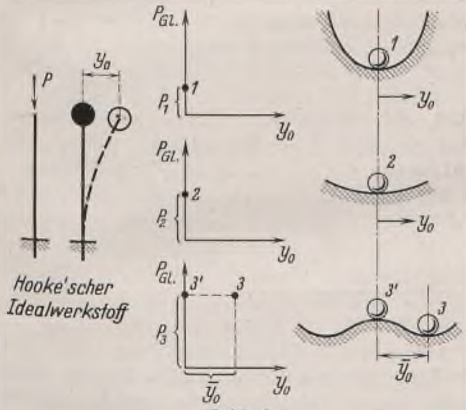


Bild 4.

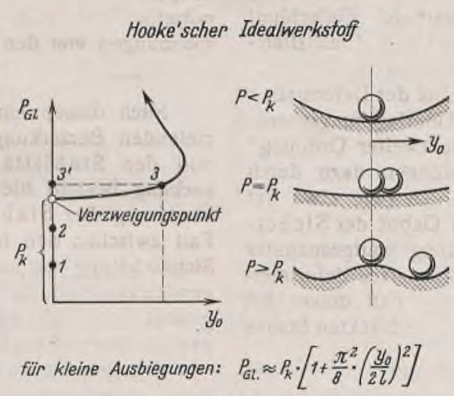


Bild 5.

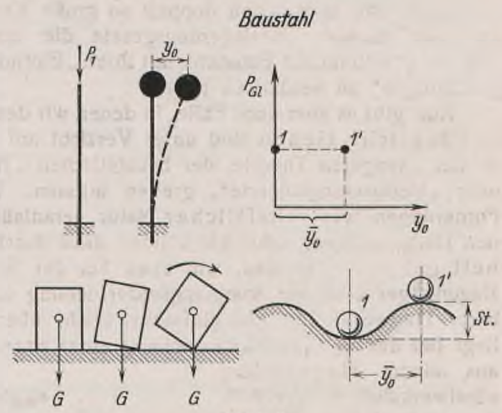


Bild 6.

Beim zweiten Versuch war $y_0 = 0$ und $P_{Gl} = P_2$, so daß wir hier zum Diagrammpunkt 2 gelangen. Die Kugelbahn ist hier weniger steil als früher, da sich die Störungsarbeit kleiner und die Rückschwingungsdauer größer als beim ersten Versuch ergab. Beim dritten Versuch stellte sich eine ausgebogene Gleichgewichtsfigur mit dem Endausbiegungswert $\bar{y}_0$ ein, so daß wir in Bild 4 den Diagrammpunkt 3 erhalten. Der „Hausverstand" sagt uns, daß außer dieser ausgebogenen Figur auch noch die geradlinige Gleichgewichtsfigur theoretisch möglich ist, da diese geradlinig verlaufende Figur nach wie vor alle Gleichgewichts- und Lagerungsbedingungen erfüllt; nur sind wir hier offenbar nicht mehr in der Lage, diese Gleichgewichtsfigur beim Versuch vorzuführen und für längere Zeit zu realisieren. Unser Diagramm soll alle theoretisch möglichen Gleichgewichtslagen aufzeigen, und daher müssen wir noch neben dem Punkt 3 den zweiten Punkt 3' mit den Koordinaten $y_0 = 0$, $P_{Gl} = P_3$ eintragen. Das neben dem Koordinatenkreuz dargestellte Kugelgleichnis läßt deutlich erkennen, welche Eigenschaften diesen beiden Gleichgewichtslagen zukommen.

Würden wir den Versuch noch mit verschiedenen anderen Laststufen durchführen, dann würden wir in unserem Diagramm zu einer dichten Reihe von Punkten gelangen, die alle auf der in Bild 5 gezeichneten Lösungskurve gelegen sind. Diese Lösungskurve besteht aus zwei Ästen, von denen der eine mit der Ordinatenachse zusammenfällt und der andere an einer bestimmten Stelle, der sogenannten „Verzweigungsstelle" rechtwinklig abzweigt; es liegt hier also ein sogenanntes „Verzweigungsproblem" vor. Die Ordinate der Verzweigungsstelle wurde mit P_k bezeichnet und sei „Verzweigungslast" genannt; sie ist identisch mit dem, was in der Literatur als „Eulersche Knicklast" bezeichnet wird. Das neben dem Diagramm dargestellte Kugelgleichnis zeigt, wie sich das Tragverhalten des Stabes ändert, wenn die Druckkraft P den Wert P_k der Verzweigungslast erreicht und überschreitet. Die Laststufe $P = P_k$ ist dadurch gekennzeichnet, daß zwei unmittelbar benachbart liegende Gleichgewichtsfiguren gleich gut möglich werden oder — anders ausgedrückt — daß die Bahnkurve des zugeordneten Kugelgleichnisses (die laut Abmachung die „flachste" aller in Frage kommenden Bahnkurven ist) von der waagerechten Tangente von höherer Ordnung berührt wird, also an der Stelle $y_0 = 0$ sozusagen ein Stückchen waagerecht verläuft. An diese beiden Kennzeichen knüpfen die Verfahren (die Differentialgleichungsmethode und die Energiemethode) zur theoretischen Bestimmung des Lastwertes P_k an.

Die Tatsache, daß wir die störende Verbiegung der geradlinigen Gleichgewichtsfigur einer Beschränkung unterwerfen müssen, wenn wir den Zusammenbruch des mit P_1 belasteten, frei verbiegbar vorausgesetzten Stabes vermeiden wollen, veranlaßt uns, die geradlinige Figur nicht schlechtweg als „stabil", sondern genauer als „beschränkt stabil" zu bezeichnen. Als Maß dieser Beschränkung (als sogenanntes „Stabilitätsmaß") wollen wir den Mindestaufwand an Störungsarbeit einführen, der zur Erzielung des Zusammenbruches erforderlich wird; ist das Stabilitätsmaß sehr klein, dann genügen schon ganz geringfügige störende Verbiegungen der Gleichgewichtsfigur — wie sie baupraktisch als Folge von Schwingungen oder zusätzlichen Querbelastungen auftreten können —, um den Zusammenbruch einzuleiten. [Auch das Prisma, das in Bild 6 links unten gezeichnet ist und auf einer waagerechten Unterlage steht, befindet sich in einer stabilen Ruhelage, aber auch hier ist die Stabilität eine nur „beschränkte", da wir den Prismenschwerpunkt unter Aufwendung eines bestimmten Mindestbetrages an Störungsarbeit bis über die Kippkante zu heben vermögen und damit jene zweite, labile Gleichgewichtslage erreichen, die passiert werden muß, wenn wir das Prisma zum Umfallen bringen wollen.]

Das Tragverhalten des untersuchten, mit P_1 belasteten Baustahlstabes wird durch das in Bild 6 (rechts unten) dargestellte Kugelgleichnis beleuchtet: Die zur Ausbildung gelangende Ruhelage der Kugel an der Stelle $y_0 = 0$ ist eine nur „beschränkt stabile", weil es uns gelingt, die Kugel unter Aufwendung eines bestimmten Arbeitsbetrages von der Mulde bis über den Scheitel der Bahn zu schieben und damit zum endgültigen Abrollen zu bringen; das Stabilitätsmaß der Ruhelage $y_0 = 0$ ist hier offenbar durch die Arbeit zum Heben der Kugel bestimmt und daher dem Höhenunterschied „St" der Bahnpunkte 1 und 1' unmittelbar proportional. Da der Baustahl außerhalb des elastischen Formänderungsbereiches bei Entlastungen einem anderen Formänderungsgesetz gehorcht als bei einer Weiterbelastung, müssen wir das Kugelgleichnis bei Baustahlstäben allerdings einer weiteren Beschränkung unterwerfen: Die dargestellte Bahn gilt nur für monoton zunehmende Verschiebungen (nicht aber auch für rückläufige Bewegungen) der Kugel, und auch die früheren Bemerkungen über das Ausschwingen der Kugel nach erfolgter Störung und das Erreichen der ursprünglichen Ruhelage verlieren ihre unbeschränkte Gültigkeit.

Wenn wir nun das Tragverhalten des Stabes in gleicher Weise auch für verschiedene andere Laststufen untersuchen und die Ergebnisse in unserem Diagramm zur Darstellung bringen, gelangen wir zu der in

Bild 7 gezeichneten Lösungskurve. Diese Lösungskurve wird auch hier aus zwei Ästen gebildet, von denen der eine mit der Ordinatenachse zusammenfällt und der andere in der Höhe $P = P_k$ rechtwinklig abzweigt; der einzige Unterschied gegenüber der Lösungskurve in Bild 5 besteht darin, daß P_k nicht mehr unbeschränkt nach der Eulerschen Theorie bestimmt werden kann und daß der abzweigende Ast nicht ansteigt, sondern mehr oder minder steil abfällt. Dieser Abfall, für den ausschließlich die Vertauschung des Hookeschen Idealwerkstoffes mit dem zähplastischen Baustahl verantwortlich zu machen ist, setzt erst bei jenem Ausbiegungswert y_0 ein, bei dem die größte Stabspannung die Proportionalitätsgrenze des Baustahls überschritten hat; er ist dadurch bedingt, daß das Spannungsmoment M_i (das einer vorgegebenen örtlichen Achsenkrümmung des Stabes zugeordnet ist und dem äußeren Angriffsmoment M_a entgegengestellt wird) nach dem Beginn der Plastizierung vergleichsweise viel kleiner als bei unbeschränkter Gültigkeit des Hookeschen Gesetzes ist. Dem Abfall der Lösungskurve entspricht die Tatsache, daß unter den Laststufen $P < P_k$ zwei verschiedene Gleichgewichtsfiguren, eine beschränkt stabile und eine labile, existieren; das Kugelgleichnis in Bild 7 läßt deutlich erkennen, wie diese beiden möglichen Gleichgewichtslagen immer mehr zusammenrücken und wie das Stabilitätsmaß „St" immer kleiner wird, je mehr sich die Druckkraft P dem Wert der Verzweigungslast P_k nähert.

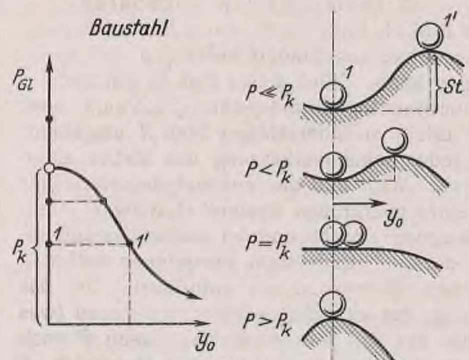


Bild 7.

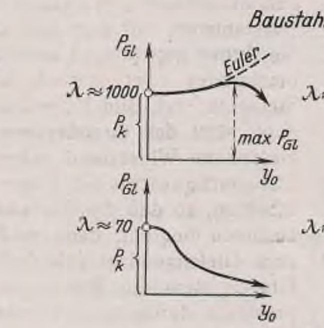


Bild 8.

labil erweist und deren Erreichung gleichbedeutend ist mit der Einleitung des Zusammenbruches; im Diagramm (Bild 9, links unten) entsprechen diesen beiden theoretisch möglichen Gleichgewichtslagen die beiden Punkte 1 und 1' und im Kugelgleichnis (Bild 9, rechts oben) die beiden Ruhelagen 1 und 1'. Wächst die Druckkraft P langsam an, dann rücken die beiden möglichen Gleichgewichtsfiguren immer näher zusammen, und das Stabilitätsmaß „St" der ersten, weniger ausgebogenen Figur wird immer kleiner, bis es schließlich Null ist und die beiden Gleichgewichtsfiguren unmittelbar benachbart liegen. Die Lösungskurve besteht hier nur mehr aus einem einzigen Ast, es gibt hier keine Verzweigungsstelle, dafür aber eine Extremstelle; es liegt hier kein „Verzweigungsproblem", sondern ein „Stabilitätsproblem ohne Gleichgewichtsverzweigung" vor. Die Ordinate der Extremstelle gibt die Größe der Traglast max P_{Gl} an, die wir hier kurz mit P_{kr} (kritische Last) bezeichnen wollen. Das in Bild 9 dargestellte Kugelgleichnis vermag das Tragverhalten des Stabes unter den verschiedenen Laststufen $P \gtreqless P_{kr}$ anschaulich zu beleuchten; die Kugelbahnen sind wieder die „flachsten" der jeweils in Frage kommenden und gelten, wie wir schon erwähnt haben, nur für monoton zunehmende Verschiebungen der Kugel, also nur für monoton anwachsende Ausbiegungen des freien Stabendes.

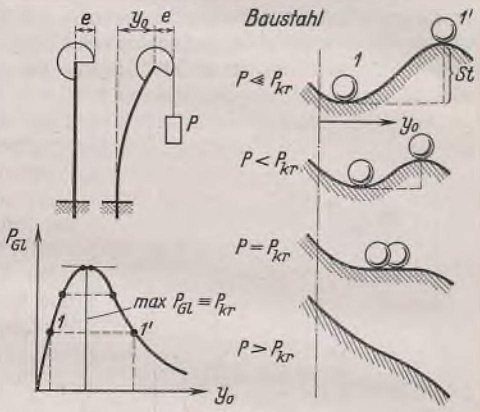


Bild 9.

Der genaue Verlauf des abfallenden Kurvenastes hängt ebenso wie die Größe der Verzweigungslast von der Schlankheit und der Querschnittsform des Stabes und von dem Werkstoffverhalten außerhalb des Hookeschen Bereiches ab. Das Typische des Kurvenverlaufes ist in Bild 8 für verschiedene Schlankheitsgrade zur Darstellung gebracht worden. Aus dem ersten und letzten dieser vier (in ganz verschiedenen Maßstäben gezeichneten) Diagramme können wir entnehmen, daß dem Begriff der „Verzweigungslast" im allgemeinen ein zweiter Begriff, der der „Traglast" gegenübergestellt werden muß. Die Verzweigungslast gehört der Verzweigungsstelle der Lösungskurve zu, unter ihr setzt die Ausbiegung des untersuchten, mittig gedrückten Stabes ein; die Traglast legt hingegen den oberen Grenzwert des Tragvermögens fest, ist also identisch mit dem Größtwert der Gleichgewichtslast max P_{Gl}. Das zweite und dritte Diagramm zeigt, daß die Traglast des Baustahlstabes bei den baupraktisch vorkommenden Schlankheitsgraden mit der Verzweigungslast zusammenfällt, so daß das Erreichen der Verzweigungsstelle gleichbedeutend mit der Einleitung des Zusammenbruches ist. Dieser Zusammenbruch des frei verbiegbar vorausgesetzten Baustahlstabes erfolgt je nach der Steilheit des Kurvenabfalles (also je nach dem Schlankheitsgrad, der Querschnittsform und dem Werkstoffverhalten) in mehr oder minder ausgeprägter Weise und rechtfertigt daher mehr oder minder die dem üblichen Sprachgebrauch entlehnte Bezeichnung „Knicken". Wir wollen hier das Wort „Knicken" (und sinngemäß auch das Wort „Knickproblem") mit Absicht nur zur Kennzeichnung der äußeren Erscheinung der Widerstandsüberwindung verwenden und nicht von einer „Knicklast", sondern einer „Verzweigungs- bzw. Traglast" sprechen. Denn im Schrifttum ist es mit Bezug auf diese Grundbegriffe leider noch immer nicht zu einer Normung gekommen; die eine Hälfte der Autoren versteht unter der „Knicklast" die Verzweigungslast und die andere die Traglast.

Wir wollen nun in gleicher Weise den in Bild 9 (links oben) dargestellten außermittig gedrückten Baustahlstab in Untersuchung ziehen. Die Druckkraft P greift hier mit einem Hebelarm e an, dessen Größe von der Stabausbiegung nicht beeinflußt werden möge; um dies versuchstechnisch zu erreichen, wollen wir auf den Stab eine Kreisscheibe vom Radius e stecken, darüber eine Schnur legen und an diese Schnur ein Gewicht der Größe P hängen. Wählen wir für P den verhältnismäßig kleinen Wert P_1, dann bildet der Stab eine geringfügig ausgebogene Gleichgewichtsfigur aus, die wir in Analogie zu früher als „beschränkt stabil" bezeichnen können. Denn außer dieser geringfügig ausgebogenen Gleichgewichtsfigur existiert unter derselben Laststufe noch eine zweite, stark ausgebogene Gleichgewichtsfigur, die sich als

Der genaue Verlauf der Lösungskurve und die Größe von P_{kr} hängt von der Schlankheit und der Querschnittsform des Stabes, von der Exzentrizität des Kraftangriffes und von den Voraussetzungen über das Werkstoffverhalten außerhalb des Hookeschen Formänderungsbereiches ab. Ist der Schlankheitsgrad etwa zwischen 30 und 100 gelegen und ist das Exzentrizitätsmaß sehr klein, dann gelangen wir zu einer verhältnismäßig steil abfallenden Lösungskurve (Bild 10, links oben), ist der Schlankheitsgrad und der Angriffshebel jedoch groß, dann verläuft die Lösungskurve ziemlich flach, und die Extremstelle ist nur wenig ausgeprägt (Bild 10, rechts oben). Im ersten Fall ist das Absinken des Stabwiderstandes nach Erreichen der Traggrenze ein recht auffälliges; der Unterschied zwischen der Gleichgewichtslast und der aufgebrachten Traglast wird hierbei immer größer und die Ausbiegung des Stabes erfolgt demgemäß mit wachsender Beschleunigung, so daß wir die äußere Erscheinung der Widerstandsüberwindung — dem Sprachgebrauch gemäß — auch hier durch das Wort „Knicken" kennzeichnen dürfen. Im zweiten Fall sinkt der Stabwiderstand nach dem Erreichen der Traggrenze nur wenig ab, so daß die äußere Erscheinung der Widerstandsüberwindung schon einigermaßen der des querbelasteten Baustahlstabes (und damit dem Lösungsergebnis des gewöhnlichen „Traglastverfahrens") ähnelt. In beiden Fällen ist die Lösungskurve jedoch grundsätzlich unterschieden von der Lösungskurve, die wir bei der Untersuchung eines außermittig gedrückten Stabes aus Hookeschem Idealmaterial erhalten (Bild 10, unten). Hier gibt es unter der anwachsenden Last jeweils nur eine einzige Gleichgewichtsfigur, die Lösungskurve hat weder eine Verzweigungs- noch eine Extremstelle; es liegt hier kein Stabilitätsproblem, sondern ein Spannungsproblem vor, wie wir es einleitend (vgl. Bild 2) schon geschildert haben.

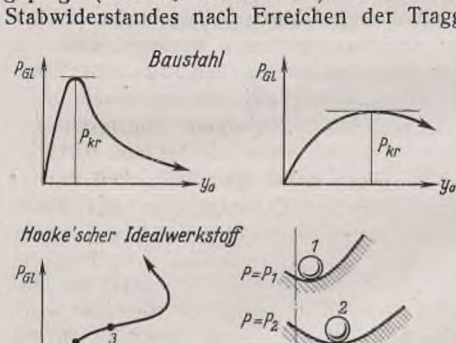


Bild 10.

Wir kennen nun beide Typen der im Stahlbau vorkommenden Stabilitätsprobleme, die „Verzweigungsprobleme" und die „Stabilitätsprobleme ohne Gleichgewichtsverzweigung", und wollen nun die Er-

gebnisse vom baupraktischen Standpunkt ein wenig beleuchten. Bei der Lösung der Verzweigungsprobleme interessiert uns vor allem der Wert der Verzweigungslast P_k, bei der Lösung der anderen Probleme hingegen der Wert der Traglast P_{kr}. Nun ist die theoretische Bestimmung einer Verzweigungslast im allgemeinen viel einfacher und weniger mühevoll als die theoretische Festlegung einer Traglast, so daß es nicht wundernimmt, wenn der entwerfende Ingenieur bei der Stabilitätssicherung von Tragwerken in jedem Einzelfall bestrebt ist, den Anschluß an ein schon gelöstes Verzweigungsproblem zu gewinnen. Wir müssen uns dabei allerdings bewußt sein, daß dieser Anschluß mit einer großen Zahl weitgehender Idealisierungen, und zwar Idealisierungen hinsichtlich der geometrischen Form, der Belastungsweise, der Lagerung und des Werkstoffverhaltens erkauft werden muß, so daß erst nach einer gewissenhaften Abwägung aller Teileinflüsse entschieden werden kann, ob und in welchem Maß eine theoretische Verzweigungslast als Bemessungsgrundlage Verwendung finden darf. Überschätzt darf die Bedeutung des theoretischen Lösungsergebnisses auch dann nicht werden, wenn das Verfahren zur Gewinnung dieses Ergebnisses ein mathematisch sehr verwickeltes ist. Gerade bei der Behandlung von Dimensionierungsfragen bereitet die Formulierung der Grundbeziehungen und Ansätze oft derartige Schwierigkeiten, daß wir uns schon restlos zufrieden zeigen müssen, wenn uns die Theorie vor gröberen Fehlern zu bewahren vermag. Der Wert der theoretischen Untersuchung wird dadurch keineswegs geschmälert; vergessen wir nicht, daß sich der entwerfende Ingenieur bei seinen Bemühungen um die Beantwortung so mancher Bemessungsfrage einigermaßen vereinsamt fühlt und weder von der Bauerfahrung noch von der Versuchserfahrung eine unmittelbare Hilfe zu erwarten hat.

Wir pflegen bei der Formulierung der theoretischen Voraussetzungen sehr tolerant zu sein. Denken wir da beispielsweise an das übliche Rechenverfahren bei der Stabilitätssicherung von Druckgurten offener Brücken: Die größte Druckkraft wird hier unter der Vollbelastung erreicht. Bei dieser Vollbelastung werden die beiden Endquerträger (denen nur die halbe Feldweite zugeordnet ist) fraglos weniger belastet und daher auch weniger durchgebogen als die übrigen Querträger. Es werden sich daher die Endvertikalen weniger nach innen neigen als die übrigen Vertikalen, so daß der Druckgurt unter der anwachsenden Vollbelastung nicht nur gedrückt, sondern gleichzeitig auch ein wenig nach innen gebogen wird. Trotzdem führen wir die Stabilitätsuntersuchung des Druckgurtes unter der Voraussetzung eines genau geraden Stabes — also unter Zugrundelegung eines „Verzweigungsproblems" — durch und lassen im übrigen noch eine ganze Reihe weiterer Voraussetzungen hinsichtlich der Veränderlichkeit der Gurtkräfte und Gurtquerschnitte und hinsichtlich der Wirkungsweise der elastischen Querstützung zu, um die Lösung dieses Verzweigungsproblems nach Möglichkeit zu vereinfachen.

Auch bei dem früher besprochenen Fall des mittig gedrückten Baustahlstabes mußten wir verschiedene idealisierende Voraussetzungen treffen, um zu dem geschilderten Verzweigungsproblem zu gelangen. Lassen wir nur eine einzige dieser Voraussetzungen (etwa die einer „genau geraden" Stabachse oder die eines „genau mittigen" Kraftangriffes) fallen, dann muß schon das Verzweigungsproblem einem Stabilitätsproblem ohne Gleichgewichtsverzweigung weichen, und wir gelangen nicht mehr zu einer Verzweigungslast P_k, sondern zu einer Traglast P_{kr} (Bild 11, links oben). Dabei wissen wir, daß bei einem Stab mittlerer Schlankheit schon ein Angriffshebel von einem Fünfzigstel der Querschnittshöhe ausreichen kann, um diese Traglast auf das bloß 0,8fache des Wertes P_k hinunterzudrücken! Diese starke Empfindlichkeit mittelschlanker Baustahlstäbe gegenüber kleinen Exzentrizitäten des Kraftangriffes wirkt sich, wie wir hier erwähnen wollen, auch auf einem anderen Gebiet, dem der ebenen Knickung vollwandiger Bogenträger, in beachtenswerter Weise aus: Man pflegt hier meist die Stabilität des vollbelasteten Bogens in Untersuchung zu ziehen, ist also auch hier von dem erwähnten Streben geleitet, den Anschluß an ein schon gelöstes „Verzweigungsproblem" zu gewinnen. Diese Vollbelastung muß aber bei der Stabilitätsuntersuchung von Bogenträgern mit kleinem Pfeilverhältnis durchaus nicht immer die maßgebende sein, denn bei einer angenähert halbseitigen Belastung werden zwar kleinere Druckkräfte entstehen, dafür aber werden diese Druckkräfte (wegen des Abweichens der Mittelkraftlinie von der Bogenachse) ein wenig exzentrisch wirken. Da wir soeben gesehen haben, wie empfindlich mittelschlanke Baustahlstäbe gegenüber derartigen Exzentrizitäten sein können, brauchen wir uns nicht zu wundern, wenn wir bei der Untersuchung des zugeordneten „Stabilitätsproblems ohne Gleichgewichtsverzweigung" eine Traglastintensität p_{kr} erhalten, die kleiner ist als die für den vollbelasteten Bogen geltende Intensität p_k der Verzweigungslast.

Wir haben bisher von Verzweigungsproblemen gesprochen, bei denen die praktisch unvermeidbare Diskrepanz zwischen den Voraussetzungen der Theorie und den im Tragwerk wirklich vorliegenden Verhältnissen zur Folge hat, daß die Traglast unter den Wert der Verzweigungslast sinkt. Nun gibt es aber auch Fälle, die wesentlich günstiger liegen, da die abzweigende Lösungskurve nicht monoton abfällt, sondern gleich nach der Abzweigung merkbar ansteigt, wie dies in Bild 11, rechts oben, angedeutet worden ist; zwar muß das Verzweigungsproblem, wenn die theoretischen Voraussetzungen nur mangelhaft erfüllt werden, auch hier einem Stabilitätsproblem ohne Gleichgewichtsverzweigung Platz machen, doch wird die hierbei erhaltene Traglast nicht (oder nur unbedeutend) kleiner als die der Bemessung zugrunde gelegte Verzweigungslast sein. Wir sind einer merkbar ansteigenden Lösungskurve schon in Bild 8 — bei der Besprechung des Tragverhaltens mittig gedrückter Baustahlstäbe extrem kleiner (mit dem „Stab"-Begriff schon kaum mehr zu vereinbarender) Schlankheit — begegnet; dort war die Werkstoffverfestigung die Ursache des Kurvenanstieges. Dann kann es zu einem Ansteigen der Lösungskurve auch kommen, wenn der untersuchte Stab nicht frei verbiegbar ist, sondern mit einem stabilen Nachbarsystem zusammenhängt. Wir sehen in Bild 11, links unten, einen frei knickenden Baustahlstab, bei dem sich die Sehne ungehindert verkürzen und daher die Achse ungehindert ausbiegen kann. Wird dieser Stab in ein statisch bestimmtes oder statisch unbestimmtes Grundsystem (Fachwerk oder Stabwerk, vgl. Bild 11, rechts unten) als überzähliger Stab X eingebaut, dann setzt das Grundsystem jeder Sehnenverkürzung des Stabes einen elastischen Widerstand entgegen. Wird nun die Verzweigungsstelle des Stabgleichgewichts als Folge einer übergroßen Systembelastung P überschritten, so daß die Stabausbiegung einsetzt und der Stabwiderstand abzusinken beginnt, dann muß dieses Grundsystem einspringen und den zum Gleichgewicht erforderlichen Widerstandsrest aufbringen. Ist das Grundsystem der Mehrbelastung, die es dabei erfährt, gewachsen (was praktisch durchaus nicht immer der Fall sein muß), dann kann P noch weiter gesteigert werden, trotzdem sich der untersuchte Druckstab X schon im ausgebogenen Gleichgewichtszustand befindet.

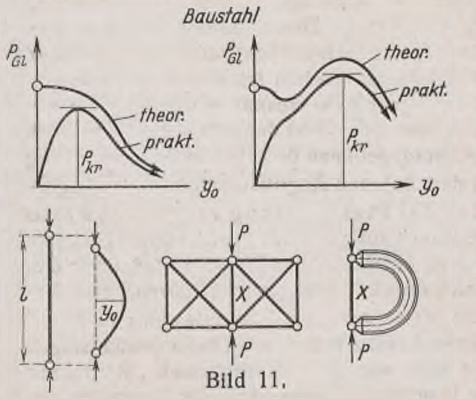


Bild 11.

Der zusätzliche Widerstand, der nach einer Überschreitung der Verzweigungsstelle des Gleichgewichts zur Geltung kommt und das Ansteigen der Gleichgewichtslast P_{Gl} zur Folge hat, kann auch unmittelbar dem untersuchten Tragwerksteil entspringen, also beispielsweise als zusätzlicher Dehnungswiderstand in Erscheinung treten, der dem Biege- und Drillungswiderstand zu Hilfe eilt. Das baupraktisch wichtigste Beispiel dieser Art liegt beim Ausbeulen umfangsgelagerter dünner Platten vor. Bevor wir auf den Verlauf der zugeordneten Lösungskurve eingehen, wollen wir den Einfluß, den der Dehnungswiderstand bei der Auswölbung derartiger Platten zu nehmen vermag, an Hand der Lösung eines Spannungsproblems klarlegen (Bild 12). Es handelt sich hier um die strengere Untersuchung einer dünnen Kreisplatte, die am Rand fest eingespannt ist und unter der Einwirkung einer gleichmäßig verteilten Querlast eine erhebliche Auswölbung erfährt. Die übliche, „linearisierte" Plattenstatik setzt voraus, daß der Auswölbungspfeil f im Verhältnis zur Plattendicke t verschwindend klein ist, und führt zur Formel $f = 0{,}176\, p_0\, r^4/E\, t^3$ oder $p_0 = 5{,}69\, E\, f\, t^3/r^4$; eine doppelt so große Last p_0 erzeugt hier eine genau doppelt so große Ausbiegung f, so daß das Überlagerungsgesetz in Geltung steht. Lassen wir jedoch endlich große Auswölbungen zu, dann müssen wir den Einfluß der Mittelflächendehnung in Rücksicht ziehen und zu der mathematisch wesentlich verwickelteren „nichtlinearen" Plattenstatik greifen. Solange wir uns auf Auswölbungspfeile bis etwa zur Größe der 2,5fachen Plattendicke t beschränken, gelangen wir mit Hilfe dieser nichtlinearen Theorie zu dem in Bild 12 angeschriebenen und graphisch dargestellten Zusammenhang zwischen der Belastungsintensität p und der Durchbiegung f; die Hilfsgröße p_0 stellt hierbei die schon erwähnte, dem Wölbpfeil f bei Zugrundelegung der „linearisierten" Plattentheorie zugeordnete Belastungsintensität vor. Wir sehen, daß wir diesen Intensitätswert, um zum richtigen Wert p zu gelangen, mit einem Faktor $[1 + C\,(f/t)^2]$ multiplizieren müssen, in welchem der Beiwert C von der Plattenform, der Lagerung und der

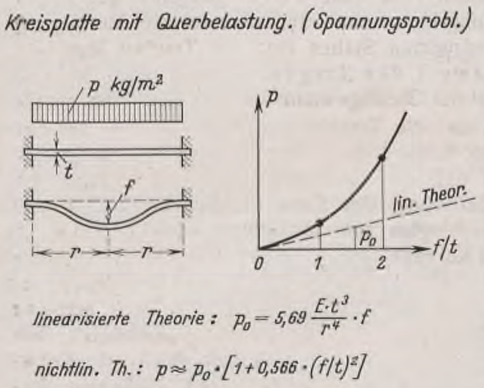


Bild 12.

Belastungsweise abhängt und im untersuchten Fall $C = 0{,}566$ beträgt. Die zur Erzielung eines vorgegebenen Auswölbungspfeils f erforderliche Querlast p wächst mit f sehr stark an; im Fall $f = t$ beträgt p schon das 1,566fache und im Fall $f = 2\,t$ gar schon das 3,264fache des von der gewöhnlichen Plattenstatik gelieferten Lastwertes p_0.

Es liegt nun nahe, diesees Lösungsergebnis bei der Beantwortung der Frage zu verwerten, wie sich eine umfangsgelagerte dünne Baustahlplatte verhält, wenn sie in ihrer Mittelebene belastet wird und nach Überschreitung der zugeordneten Verzweigungslast (der sogenannten „Beullast") eine endlich große Auswölbung erfährt. Wir denken da etwa an die in Bild 13 gezeichnete Kreis- oder Rechteckplatte, die längs des ganzen Umfanges gelagert ist und unter der Einwirkung einer gleichmäßigen Druckbelastung noch innerhalb des elastischen Formänderungsbereiches ausbeulen möge. Setzen wir voraus, daß die beim Beulen entstehende Auswölbung f im Vergleich zur Plattendicke t verschwindend klein ist, dann gelangen wir zu der gewöhnlichen, „linearisierten" Beultheorie und damit zum Intensitätswert p_k der Verzweigungslast. Bei dem früher geschilderten Spannungsproblem mußten wir das Ergebnis der „linearisierten" Theorie, um die strengere Lösung zu erhalten, mit einem Faktor der Form $[1 + C(f/t)^2]$ multiplizieren. Das gleiche wollen wir, ohne dies näher zu begründen, auch hier machen; wir gelangen so zu der in Bild 13 angeschriebenen und graphisch dargestellten Beziehung für den Intensitätswert p_{Gl} der Gleichgewichtslast, in der der Beiwert C wie früher von der Plattenform, der Lagerung und der Belastungsweise abhängt. Diese Näherungsbeziehung kann natürlich nur so lange einen Sinn haben, als der Ort der größten Auswölbung f derselbe bleibt, solange also die Form der Wölbfläche im Wesen die gleiche ist wie beim Beginn der Auswölbung; schon aus diesem Grund ist ihre Anwendung auf bloß geringfügige Überschreitungen der Verzweigungslast p_k beschränkt. Im übrigen wird der Geltungsbereich des Hookeschen Formänderungsgesetzes im Zuge der Auswölbung früher oder später verlassen und der Baustahl in immer größerem Ausmaß plastiziert, was ein mehr oder minder starkes Abbiegen der Lösungskurve zur Folge hat (Bild 13).

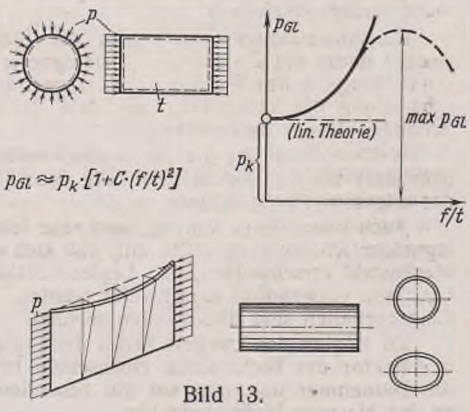


Bild 13.

Die in Bild 13 angegebene Beziehung entspricht einer ersten Näherungslösung des „nichtlinearen" Beulproblems von dünnen Platten, deren Werkstoff dem Hookeschen Gesetze gehorcht, und die so gelagert sind, daß die endlich große Verwölbung mit einer merkbaren Dehnung der Mittelfläche verbunden ist. Diese Mittelflächenverzerrung ist eine wesentliche Voraussetzung für die Verwendbarkeit unserer Näherungsbeziehung, denn erst durch sie wird der große Dehnungswiderstand ausgelöst, der dem Biege- und Drillungswiderstand im Zuge der Auswölbung zu Hilfe kommt und das Ansteigen der Lösungskurve bewirkt. Es gibt aber auch Fälle, in denen beim Ausbeulen keine (oder eine nur bedeutungslose) Mittelflächenverzerrung in Erscheinung tritt, in denen also der Dehnungswiderstand, der das Ansteigen der Gleichgewichtslast bewirkt, nicht oder in nur geringfügigem Maße zur Geltung kommt; es sind dies offenbar jene Fälle, in denen das Ausbeulen nach einer (im geometrischen Sinn) „abwickelbaren" oder „nahezu abwickelbaren" Fläche erfolgt. Hierher gehört z. B. mit einiger Annäherung der gedrückte Plattenstreifen mit einem freien Längsrand und drei drehbar gelagerten Rändern (Bild 13, links unten) oder — um auch ein Beispiel der Schalenbeulung zu nennen — das dünnwandige Rohr mit freien Randkreisen und radialer Außendruckbelastung (Bild 13, rechts unten); es sind aber auch „in sich geschlossene" Schalen bekannt, die einer dehnungslosen Deformation ihrer Mittelfläche fähig sind.

Mit diesen Hinweisen wollen wir unseren Streifzug durch die Stabilitätstheorie des Stahlbaues abschließen. Der einschlägige Problemenkomplex ist ein überaus umfangreicher und unsere Darlegungen waren dementsprechend lückenhaft und oberflächlich. Schon bei der Besprechung des Stabilitätsproblems der mittig gedrückten Stäbe aus Hookeschem Idealwerkstoff wurden die verschiedenartigen Fälle eines veränderlichen Querschnitts, einer axial veränderlichen Druckkraft und einer zusätzlichen elastischen Querstützung unberücksichtigt gelassen und nichts über das Knicken mehrteiliger Druckstäbe (Rahmen- oder Gitterstäbe), nichts über das räumliche Ausknicken von Druckstäben mit nichtparalleler oder nicht hauptachsentreuer Schneidenlagerung und nichts über das sog. „Drillknicken" von Druckstäben mit dünnwandigen, offenen Profilen gesagt. Die ungezählten ebenen und räumlichen Stabilitätsprobleme der Fachwerke, Stabzüge, Rahmen und Bogenträger, die Probleme der Kippung von Trägern und Rahmen und die Probleme der Beulung von Platten und Schalen blieben ebenso unbehandelt wie die (schon außerhalb des Interessengebietes der Stahlbauer gelegenen) Stabilitätsprobleme, die beim Verdrillen von Plattenstreifen oder Wellen, beim sog. „Durchschlagen" schwachgekrümmter Stäbe oder Platten, beim „Verwerfen" lückenlos geschweißter Eisenbahngleise oder beim „Umstülpen" von Ringen auftreten. Wir sind auch nicht auf die Verfahren zur Lösung all dieser Stabilitätsprobleme eingegangen und hatten daher auch keine Gelegenheit, auf die verschiedenen Schwierigkeiten hinzuweisen, die sich bei der Aufstellung der Grundbeziehungen (man denke da etwa an die Fragen, die bei der mathematischen Durchdringung der Fließerscheinung des Baustahls auftauchen), bei der Lösung der Differentialgleichungen und der numerischen Auswertung der oft sehr umfangreichen und verwickelten Knickbedingungen ergeben. Der Aufwand an Rechenarbeit hat bei so manchem Stabilitätsproblem wahrlich schon die Grenze des Erträglichen erreicht. Derartig umfangreiche Rechenarbeiten müssen jedoch geleistet werden, wenn wir die verwickelten funktionalen Zusammenhänge der zahlreichen Kenngrößen aufdecken wollen, um der Bauerfahrung zu einer wissenschaftlichen Grundlage zu verhelfen und im Versuchswesen zu einem rationellen Versuchsprogramm zu gelangen!

Verschiedenes.

Sondertagung für Schweißtechnik am 11. November 1938 in der Technischen Hochschule Hannover. Seit drei Jahren findet in Verbindung mit der Jahresversammlung der Hannoverschen Hochschulgemeinschaft eine Sondertagung für Schweißtechnik unter Leitung von Prof. Dr.-Ing. habil. A. Matting, Hannover, statt, in der Wissenschaftler und Praktiker aus dem ganzen Reich ihre Erfahrungen über die Fortschritte auf schweißtechnischem Gebiete austauschen.

Als Träger der diesjährigen Veranstaltung beteiligten sich neben der Hochschulgemeinschaft und den führenden schweißtechnischen Verbänden das Amt für Technik der NSDAP, der Verein deutscher Ingenieure im NS-Bund deutscher Technik und der Lehrstuhl für Werkstoffkunde und Schweißtechnik der Technischen Hochschule Hannover.

Gauamtsleiter Pg. Rosenbohm eröffnete die Tagung und hieß die zahlreichen Teilnehmer in Hannover willkommen. Er wies auf den außerordentlichen Aufschwung der deutschen Wirtschaft hin, den die im Ausland so oft verlästerte autoritäre Staatsführung herbeigeführt hat. Als der Führer auf dem Parteitag der Ehre die Zusammenarbeit der Wirtschaft mit den technischen Wissenschaften gefordert hatte, da wurde in Hannover sogleich begonnen, die Grundlage zu einer solchen Zusammenarbeit zu schaffen, die sich auf das Beste bewährt hat.

Prof. Dr. Matting übernahm sodann die weitere Leitung der Tagung. In seinen Begrüßungsworten führte er aus, daß der diesjährigen Tagung das aktuelle Thema „Schweißen im Stahlbau" zugrunde gelegt worden sei, das wegen einiger Schadensfälle an geschweißten Brücken das besondere Interesse aller Fachgenossen errege. Wir wollen den Mut haben, gerade diese schwierigen Fragen zu behandeln. Der Tagung im nächsten Jahre soll das Thema „Die Metallurgie des Schweißens" zugrunde gelegt werden.

Die Reihe der Vorträge wurde eröffnet durch Prof. Dr.-Ing. E. vom Ende, München, der über „Schweißtechnische Probleme im Kranbau" sprach. Von den beiden großen Teilgebieten: maschinelle Einrichtung und Tragwerk hat die Schweißtechnik in das erste Gebiet weitgehend Eingang gefunden. Grauguß und Stahlguß sind fast ganz verschwunden. Die Ausleger, Tragbrücken usw. wurden bisher größtenteils als genietete Fachwerkträger gebaut. Sie stehen dem Brückenbau nahe, eilen ihm aber in mancher Beziehung voraus. Gewichtsersparnis bedeutet hier gleichzeitig Kraftersparnis. Es werden dadurch nicht nur die Anlagekosten, sondern auch die Betriebskosten gesenkt.

Den Übergang zwischen beiden Gruppen bilden die Laufkatzen. Bei größeren Ausführungen reichen die normalen Profile teilweise nicht mehr aus. Hier wird durch die Schweißtechnik der Bau erheblich erleichtert.

Die neuere Entwicklung im Kranbau wird gekennzeichnet durch die Einbeziehung von Räderkästen und Lagern als tragende Teile in die Konstruktion. Das wird sich immer mehr durchsetzen, wenn sämtliche Zahnräder in einem Schutzkasten liegen.

Für Kranträger haben sich die Ausführungen aus abgekanteten Blechen nur wenig durchzusetzen vermocht. Drei Querschnittsformen sind grundsätzlich möglich: 1. aufgeschnittener I-Träger, 2. Kastenprofil aus Blechen, 3. Kastenprofil aus abgekanteten Blechen.

Für die Träger von Laufkranen lassen sich die Erfahrungen aus dem Brücken- und ebenfalls aus dem Fahrzeugbau verwenden, weil die Konstruktionen fahrbar sind. Es sind sowohl Vollwand- als auch Fachwerkträger üblich. Bei kleinen Nutzlasten sind Fachwerkträger zu bevorzugen, bei größeren Vollwandträger. Die schweißtechnischen Schwierigkeiten sind geringer als im Brückenbau, weil die verwendeten Profile kleiner sind. Von Bedeutung ist beim Laufkranträger der Anschluß an den Kopfträger.

Im Brückenbau werden geschweißte Fachwerkträger in Deutschland abgelehnt. Es ist wirtschaftlicher, sie zu nieten. Die Knotenpunkte

müssen Gelenke darstellen, was nur beim Nieten gewährleistet ist. Dagegen sind beim Fachwerkkranträger Ersparnisse von 15 bis 20 % durch das Schweißen möglich. Für die Ausführung geschweißter Knotenpunkte bestehen viele Lösungen. Man kann die Knotenbleche aufsetzen und einsetzen. Zweckmäßig ist es, die Schweißnähte aus den Ecken herauszuziehen, d. h. die Knotenpunkte als besondere Konstruktion auszuführen. Am besten hat sich die Stumpfnaht bewährt.

Die Berechnung von Rahmenträgern, die statisch unbestimmt sind, ist schwierig. Der statisch bestimmte geschweißte Vollwandträger ist leichter und steifer als in genieteter Ausführung. Derartige Krane sind schon bis zu neun Jahren ohne Schäden im Betrieb. Fachwerkträger von großen Verladebrücken werden zweckmäßig genietet.

Als Mangel wird im Kranbau empfunden, daß für die Berechnung von geschweißten Ausführungen, insbesondere von Knotenpunkten, noch keine Unterlagen für die Dauerfestigkeit vorliegen.

In der Aussprache wurde die Frage der Instandsetzung von beschädigten Kranen in geschweißter und genieteter Ausführung erörtert. Direcktor Dr.-Ing. Jurczyk erläuterte an Hand von Lichtbildern einige konstruktive Einzelheiten.

In seinem Schlußwort betonte Prof. vom Ende, daß unsere Krane durchgehend sehr fest gebaut sind. Ein Übergang zum geschweißten Fachwerkträger ist darum durchaus möglich.

Direktor bei der Reichsbahn Dr.-Ing. O. Blunck, Berlin, sprach über „Den Einfluß der Schweißtechnik auf die Formgebung im Stahlbau", wobei der Einfluß in schönheitlicher Hinsicht im Brückenbau besonders herausgestellt wurde. In Lichtbildern wurden genietete und geschweißte Ausführungen einander gegenübergestellt. Die Vorteile der Schweißtechnik — ruhige Linienführung und glatte Flächen — fallen um so mehr ins Auge, je näher der Beschauer an dem Bauwerk steht. Daher werden Straßenbrücken und Hochbauten mit Vorliebe geschweißt, da die geschweißte Ausführung wesentlich eleganter wirkt. Bei großen Brücken über Flüsse steht die Gewichtsersparnis im Vordergrund.

Das Brückenbauwerk ist ein Kulturdenkmal und muß sich in die Landschaft organisch einfügen. Vor 100 Jahren waren Architekt und Ingenieur noch in einer Person vereinigt; die Maschinentechnik führte später zur Aufspaltung. Aber auch heute noch muß der Ingenieur gleichzeitig Sinn für die architektonische Wirkung haben. Architekt und Ingenieur müssen zusammenwirken. Es soll heute wieder eine anständige Baugesinnung gepflegt werden.

Diese Erkenntnisse setzten sich bei der Reichsbahn schon in der Zeit nach der Inflation durch und wurden in die Praxis umgesetzt. Die Vorbildung der Brückeningenieure in Skizzieren und Modellieren muß stärker als bisher gepflegt werden. Der Brückenbau ist Gemeinschaftsarbeit, wie es auch von Geheimrat Schaper verschiedentlich zum Ausdruck gebracht worden ist.

Vertieft wurden diese grundlegenden Ausführungen durch zahlreiche Lichtbilder von Brückenbauten der Reichsbahn und der Reichsautobahn.

Das Schweißen im Brückenbau erfordert ein hohes Maß von Verantwortung, weil die ganze Konstruktion von der Sicherheit einiger Hauptschweißnähte abhängt. Nieten und Schweißen können auch nebeneinander angewendet werden, wenn auf die Eigenarten beider Verfahren Rücksicht genommen wird. Wo es wirtschaftlich oder aus anderen Gründen zweckmäßig ist, soll nach wie vor genietet werden. Das Schweißen von Fachwerkbrücken wird in Deutschland bis jetzt abgelehnt.

Die Einführung der Schweißtechnik in den Brückenbau hatte zur Folge, daß kleine Brücken in der Werkstatt fast ganz fertig geschweißt und so zur Baustelle gebracht werden. Hierbei waren oft schwierige Transportfragen zu lösen.

Die Entwicklung, die der Brückenbau durch das Schweißen genommen hat, wurde an zahlreichen Lichtbildern gezeigt.

In der Aussprache betonte Prof. C. Volk, daß es nicht nur auf die äußere Schönheit ankomme. Im Maschinenbau gibt es auch eine innere Schönheit der Konstruktionen, die durch zweckmäßigste Gestaltung und Ausnutzung des Werkstoffes, ohne ihn zu quälen, bedingt ist.

Prof. Dr.-Ing. habil. A. Matting, Hannover, betonte in seinem Vortrage „Vergleich zwischen Röntgenaufnahmen und mechanisch ermittelten Versuchsergebnissen" die Notwendigkeit ausreichender Übereinstimmung, wenn die zerstörenden Prüfverfahren weitgehend durch die zerstörungsfreien ersetzt werden sollen. Die Klärung dieser wechselseitigen Beziehungen ist schon in einer früheren Arbeit gemeinsam mit C. Stieler versucht worden; das Ergebnis war damals jedoch noch unbefriedigend. Eine zahlenmäßige Übereinstimmung konnte nicht nachgewiesen werden. Inzwischen haben sich verschiedene Forscher mit diesen Fragen beschäftigt, z. B. Lefring, Wallmann, Tofaute, Hempel und Müller. Es ist durch diese Arbeiten gelungen, einen tieferen Einblick in die wechselseitigen Beziehungen zu erhalten.

Durch Gegenüberstellung des Röntgenbefundes von Schweißnähten einerseits und der statischen Festigkeit, Dehnung, Schwellfestigkeit und Kerbschlagzähigkeit andererseits konnte der Nachweis erbracht werden, daß in bezug auf grobe Fehler befriedigende Übereinstimmung besteht. Kleinere Fehler im Röntgenbild werden leicht überschätzt. Sie werden bei der zerstörenden Prüfung vielfach überlagert durch unbeachtete Faktoren, wie scharfe Nahtansätze und andere Kerbeinflüsse. Hierdurch wird in die Auswertung der Röntgenbilder oft eine gewisse Unsicherheit hineingebracht, die sich nur durch Erfahrung einschränken läßt.

Diese Schlußfolgerung wurde in der Aussprache über den Vortrag bestätigt. Dr.-Ing. Bischof, Dortmund, teilte das Ergebnis von Untersuchungen mit, die eine Beziehung zwischen der Biegewechselfestigkeit geschweißter Proben und ihrem Röntgenbefund nachweisen sollten. Die Übereinstimmung zeigte erhebliche Lücken.

Oberingenieur F. Rosenberg, Berlin, sprach über das Thema „Die elektrische Widerstandschweißung im Bauwesen". Die Ausführungen ließen erkennen, daß auch dieses Schweißverfahren im Bauwesen festen Fuß zu fassen beginnt, was durch zahlreiche Anwendungsbeispiele belegt wurde.

Die Rollennahtschweißung mit Stromstoßsteuerung ermöglicht wirtschaftliche Fertigung von Leichtbauträgern großer Festigkeit mit geringsten Schrumpfspannungen und Verziehungen. Die Wärmezufuhr hat einen Kleinstwert, der Werkstoff wird geschont. Die Stumfschweißung wird angewendet für Zuganker, Betoneinlegeeisen, Spurstangen, Stangenköpfe, Rohre, Kurbelwellen usw. Beliebt ist das Aufschweißen von Stahlschneiden, Bohrern usw. auf die Stahlschäfte.

Im Stahlbau ist das Schweißen von Stahlfenstern in Gebrauch. Die Profile werden auf Gehrung geschnitten und durch Abbrennschweißung verbunden. Die Gehrungsschweißung erreicht jedoch nicht die Festigkeit der Schweißung im vollen Stück. Vor dem Bruch tritt eine starke Verformung ein. Viel angewandt wird die Schweißung von Radreifen, Formeisenringen und Bandagen. Durch den Reifen tritt ein unerwünschter Nebenschluß ein, sowohl in elektrischer als auch mechanischer Beziehung.

Ein Anwendungsvorschlag für die Stumpfschweißung im Stahlbau besteht darin, ein Zwischenstück geeigneter Formgebung durch Abbrennschweißung an das Profil stumpf anzuschweißen und durch Lichtbogenschweißung die Verbindung mit dem dazu senkrecht oder schräg verlaufenden Träger herzustellen.

Weitverbreitet ist die Abbrennschweißung zur Schienenverbindung, besonders bei der Reichsbahn. Die Wertigkeit beträgt 91 % gegenüber der ungeschweißten Schiene.

Auch über diesen Vortrag fand eine lebhafte Aussprache statt. Oberingenieur Rosenberg teilte mit, daß sich auch Temperguß mit Siemens-Martinstahl verschweißen läßt. Legierte Stähle können nach dem Abbrennverfahren einwandfrei verschweißt werden. Schwierigkeiten bei höheren Chromgehalten sind überwunden worden.

Zu Beginn des zweiten Teiles der Tagung begrüßte Se. Magnifizenz, der Rektor der Technischen Hochschule Hannover, Professor Simons, die Teilnehmer und wies auf die besondere Pflege dieses Fachgebietes an der hiesigen Hochschule hin.

Richtungweisend war der Vortrag von Prof. Dr.-Ing. G. Bierett, Berlin-Dahlem, über „Festigkeitsfragen beim Schweißen im Stahlbau", der besonders auf die Festigkeit und Entwicklung des Schweißens fester Baustähle einging. Beim Schweißen besteht im Gegensatz zum Nieten eine besonders enge Verflechtung zwischen den Einflüssen des Werkstoffes, der Konstruktion und der Ausführung. Durch einige Schadensfälle ist im Brückenbau eine Vertrauenskrise der Schweißtechnik ausgebrochen. Diese Rückschläge und Schäden sind die Resultierenden von Komponenten verschiedener Art. Eine Ursache ist dabei jedoch ausschlaggebend. Über diese Ursache ist man sich noch nicht einig. In den westlichen Ländern stellt man die stofflichen Fragen mehr in den Vordergrund als bei uns. Für den Spezialisten ist es schwer, die Rolle der einzelnen Faktoren auseinander zu halten.

Zahlreiche Versuche mit großen Konstruktionsgliedern lassen nicht erkennen, daß die bisher ausgeführten Konstruktionen grundsätzliche Fehler aufgewiesen hätten. Ein Versagen der Breitflanschstähle oder eine Unterlegenheit etwa der Automatenschweißung ließ sich nicht nachweisen. Durch Versuche mit den üblichen Konstruktionen kann die Fehlerquelle nicht aufgedeckt werden. Dazu wäre eine Großzahl von Versuchen nötig. Noch so viele günstige Versuchsergebnisse dürfen nicht darüber hinwegtäuschen, daß unbekannte Faktoren eine entscheidende Rolle spielen können. Entscheidend ist das ungünstige Einzelergebnis gegenüber den vielen günstigen Erfahrungen, die man gerade im Brückenbau mit der Schweißtechnik hat sammeln können.

Es besteht kein Zweifel darüber, daß es sich bei diesen Dingen in erster Linie um eine Stofffrage handelt. Unter Stoff ist hierbei nicht allein der Stahl und der Schweißdraht zu verstehen, sondern vor allem die Schweißnaht und ihre Nachbarschaft. Eine wesentliche Rolle spielt dabei die Frage der Schweißspannungen. „Stoff" ist somit in diesem erweiterten Sinne zu verstehen.

Versuche haben gezeigt, daß auch schon bei mäßigen Blechdicken stofflich ungünstige Zonen eintreten können. In erster Linie treten jedoch bei dickeren Blechen Härtungserscheinungen auf. Bei festeren Stählen tritt kein Abbau der Spannungen ein. Besonders ungünstige Verhältnisse liegen in den Halsnahtzonen geschweißter Träger vor, die sich jedoch nicht auf die Halsnähte beschränken.

Die Schweißempfindlichkeit eines Stahles kann erst auf Grund zahlreicher Versuche festgestellt werden. Die Definition des Begriffes „Schweißempfindlichkeit" liegt nicht genau fest. Man versteht darunter eine mehr oder weniger große Versprödung des Überganges unter Verlust der Formänderungsfähigkeit.

Entscheidend für die Praxis ist die Frage, wie sich ein Baustahl verhält, wenn er beim Schweißen schlecht behandelt wird. Hierfür ist eine besondere Probeform entwickelt worden. Auf ein breites dickes Blech wird in einer Nut eine Raupe aufgeschweißt, deren Querschnitt etwa einer Kehlnaht von der Kehlnahthöhe $a = 5$ mm entspricht. Durch Faltversuch wird der Biegewinkel beim Anriß und beim Bruch und die örtliche Dehnung der Zugzone bestimmt. Diese „Studienprobe" zur Prüfung der Schweißempfindlichkeit hat sich gut bewährt. Die örtliche Bruchdehnung zeigt keine größeren Streuungen im Gegensatz zum Biegewinkel.

Bei Stahl gleicher Zusammensetzung treten erhebliche Unterschiede auf, die durch verschiedene Schmelzung bedingt sein können.

Von der endgültigen Klärung der Werkstofffragen müssen jedoch aus den bisherigen Versuchen die Folgerungen gezogen werden. Unbedingte Gewähr zur Vermeidung der Schweißempfindlichkeit gibt geeignete Stahlauswahl, die jedoch durch den Mangel bestimmter Legierungselemente in Deutschland gehemmt wird. Abhilfe kann ferner durch eine zweckentsprechende Wärmebehandlung der Schweißverbindungen geschaffen werden. Diese Aufgabe liegt im wesentlichen bei der Stahlbauindustrie. Das Problem besteht darin, die Glühbehandlung möglichst rationell durchzuführen.

Im Behälter- und Dampfkesselbau wird von der Glühung in großem Umfange Gebrauch gemacht. Auch im Stahlbau muß die Glühung mehr als bisher angewandt werden. Es ist dabei nicht nötig, ganze geschweißte Konstruktionen auszuglühen. Die Frage nach der Art des Glühens — Spannungsfreiglühen oder Normalglühen — ist zunächst von untergeordneter Bedeutung. Die Einführung der Glühung ist eine Frage der Organisation. Es ist bisher noch kein einziger Schadensfall an Teilen bekanntgeworden, die einem Spannungsfreiglühen nach der Schweißung unterworfen worden waren. Es wird heute erwogen, gewalzte Profile nach dem Walzen zu glühen. In gleicher Weise können auch geschweißte Träger ausgeglüht werden. Ein Vorschlag des Vortragenden geht dahin, Gurtprofile mit schweißunempfindlichen Halsnahtzonen einzuführen. Durch den weichen Werkstoff ist ein Abbau der Spannungen gesichert.

Baustellenstöße sind häufig unvermeidbar. Die Gefahrenquellen hierbei müssen durch zweckmäßige Nahtanordnung, Schweißfolge und Schweißausführung bekämpft werden. Auch hier kann eine Wärmebehandlung der besonders gefährdet erscheinenden Schweißnähte durch zweckmäßig angebrachte Schweißbrenner erfolgen.

An den Vortrag schloß sich eine lebhafte Aussprache an. Erörtert wurden in erster Linie die praktischen Folgerungen aus den bisherigen Erkenntnissen. Direktor Dr.-Ing. Kommerell teilte mit, daß die Vorschriften für geschweißte Brücken der Reichsbahn und Reichsautobahnen entsprechend den gewonnenen Erkenntnissen abgeändert worden sind. Der Schrägstoß wird in Zukunft nicht mehr verlangt. Auch das Vorschweißen mit dünnen Elektroden, um guten Wurzeleinbrand zu erzielen, ist nicht mehr vorgeschrieben. — Über die Zweckmäßigkeit des Ausglühens, besonders auf der Baustelle, bestanden erhebliche Meinungsverschiedenheiten. — Gegen die vorgeschlagene Schweißempfindlichkeitsprobe wurden Bedenken geäußert. — In seinem Schlußwort gelang es Professor Bierett, die Wichtigkeit der Entscheidungen, vor denen wir heute stehen, nachdrücklich vor Augen zu führen.

Der letzte Vortrag von Dipl.-Ing. R. Schneider, Frankfurt/Main-Griesheim, über „Die Dauerfestigkeit von Brennschnittkanten und ihre Bewährung im Betriebe“ zeigte, daß die Oberflächenbeschaffenheit der Kanten maßgebend ist, demgegenüber die Gefügeumwandlung zurücktritt. Die Güte wird durch drei Faktoren maßgeblich beeinflußt: Brenngas, Brenner und Schneidmaschine. Leuchtgas ergibt sehr saubere Schnitte. Wichtig ist richtige Anordnung und Wahl der Schneiddüsen, sowie richtige Flammeneinstellung. Ausschlaggebend ist jedoch die Güte der Schneidmaschine. Ihr ist daher in bezug auf Pflege im Betrieb besonderes Augenmerk zuzuwenden, um sauberste Schnittkanten zu erzielen. — Die Ausführungen wurden erläutert durch eine Reihe von Schliffbildern unter verschiedensten Bedingungen ausgeführter Brennschnittkanten.

Ausführliche Auszüge aus den gehaltenen Vorträgen sollen demnächst in einem Fachheft des „Bauing.“ veröffentlicht werden.

Dr.-Ing. H. Koch, Hannover.

Stahlbehälter in Sphäroidform mit großem Fassungsvermögen. In den letzten Jahren hat man in den Vereinigten Staaten zur Aufbewahrung von flüchtigen Flüssigkeiten Stahlbehälter mit großem Fassungsvermögen in Sphäroidform gebaut. Versuche haben gezeigt, daß die Behälter mit dieser neuen Form durch bessere Ausnutzung des Werkstoffes eine nennenswerte Ersparnis zu erzielen ermöglichten. Bei den gewöhnlichen zylindrischen Behältern wird der Druck der Flüssigkeiten lediglich durch die Seitenwände ausgeglichen. Bei diesem System bilden dagegen die gewölbte Decke, die Seitenwände und der Boden ein Ganzes, von dem sämtliche Teile zum Widerstand beitragen. Ist ein derartiger Behälter voll, erleiden alle Wandungen dazu die gleichen Spannungen.

Nachstehende Ausführungen bringen einige Einzelheiten über die Behälter.

Anwendungsbereich der Behälter und zulässige Höchstdrücke. Die Behälter eignen sich sehr gut zur Lagerung von Benzin und anderen leichten Stoffen, die bei normalen Temperaturen leicht verdunsten. Die gewählte Form ist besonders geeignet, den erzeugten Druck auszuhalten, wobei praktisch Verdunstungsverluste ausgeschaltet werden. Der Druck wurde durch Versuche gemessen, die ergaben, daß ein Druck, der fähig ist, Verdunstungsverluste für Natur-Gasolin (das eine Dampfspannung nach Reid von 12 bis 22 lbs hat) auszuschalten, zwischen 0,7 und 1,05 kg/cm² schwankt. Diese Verhältnisse waren für den Entwurf der Behälter maßgebend.

Statische Versuche. Vor einigen Jahren hat man in Chicago Versuche mit einem kugelähnlichen Tank von 1200 cbm Inhalt vorgenommen. Dieser Behälter hatte einen horizontalen Durchmesser von 17,6 m und eine Höhe von 9,5 m; er ist allen möglichen Belastungen unterworfen worden.

Beim ersten Versuch wurde der Behälter mittels Preßluft unter Druck gesetzt. Bei diesem Versuch konnte man am unteren Teil des Mantels an der Stelle, wo die Berechnungen die Höchstbeanspruchungen angaben, eine Formänderung beobachten. — Beim zweiten Versuch hat man den Behälter mit Wasser gefüllt. Nachdem in geringer Höhe über dem Baugrund in der Längsrichtung eine Ausbeulung festgestellt wurde, brachte man rund um den Behälter an der Stelle der Ausbeulung einen Versteifungsbalken an. — Beim dritten Versuch wurde schließlich der mit Wasser gefüllte Behälter noch einem zusätzlichen Druck ausgesetzt, der von 0 beginnend 400 mal auf 0,35 kg/cm² gesteigert wurde, was der normalen Beanspruchung eines solchen Behälters im Laufe eines Jahres entsprechen soll.

Verdunstungsversuche. Für diesen Versuch goß man auf die Wasseroberfläche 3200 Liter Benzin, die eine Schicht von 5 cm Dicke bildeten. Daraufhin wurde der Behälter dicht verschlossen, und man beobachtete 42 Tage lang den Druck im Innern des Behälters. Diese Versuche haben ergeben, daß der Druck niemals 0,35 kg/cm² überschritten hat, wodurch bewiesen wird, daß die Verdunstungsverluste praktisch gleich Null waren.

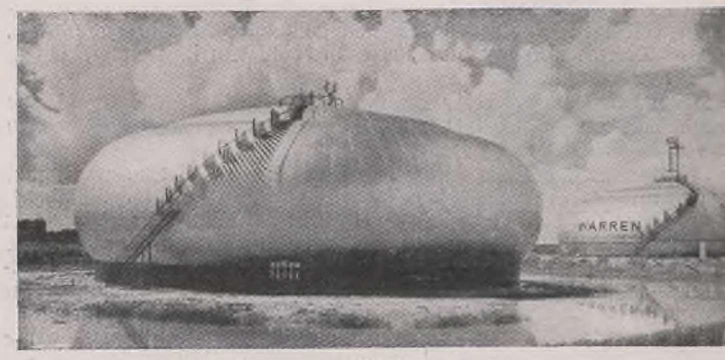


Bild 1.

Anwendungen. Die vorstehend geschilderten Versuche sind von der Chicago Bridge and Iron Company vorgenommen worden, die seitdem zahlreiche Behälter dieser Art gebaut hat. Wir geben die Abbildungen von zwei Behältern (Bild 1 und 2) wieder, die kürzlich von dieser Firma gebaut wurden.

Bild 1 zeigt zwei für die Warren Petroleum Company in Port Arthur, Texas, errichtete Behälter. Diese Behälter sind 12,15 m hoch und haben einen Durchmesser von 43 m.

Der in Bild 2 dargestellte Behälter wurde für die Col-Tex Refining Company in Colorado, Texas, gebaut. Er hat einen Durchmesser von 16,15 m und 12 m Höhe. Sein Fassungsvermögen erreicht 1 500 000 Liter. Dieser Behälter ist für die Aufnahme von Benzin vorgesehen und für einen Druck von 1,4 kg/cm² berechnet worden.

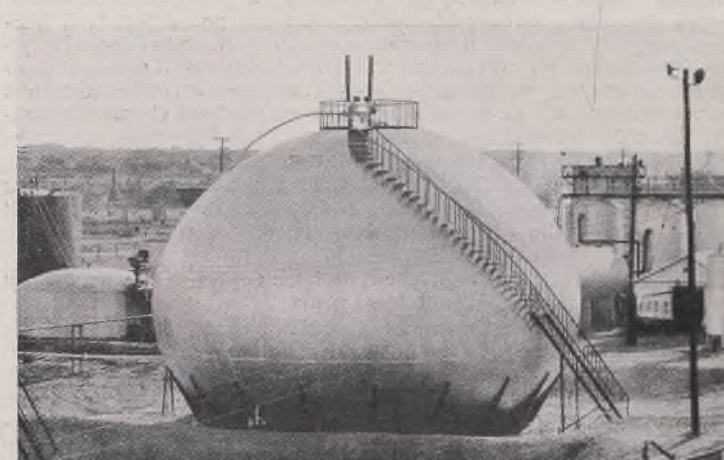


Bild 2.

Der auf Bild 1 dargestellte Behälter wurde für einen Druck von 1,05 kg/cm² entworfen. Das Fassungsvermögen eines jeden dieser Behälter beträgt etwa 15 Millionen Liter.

Die Behälter der Chicago Bridge and Iron Company, in den Vereinigten Staaten unter dem Namen „Hortonspheroid“ bekannt, werden in zwei Ausführungen gebaut: die erste für ein Fassungsvermögen von 360 000 bis 5 500 000 Liter nach Bild 2, die zweite für einen Inhalt von 1,5 bis 15 Millionen Liter nach Bild 1.

Die Behälter werden im allgemeinen geschweißt. Jede Anlage wird mit einem vollständigen Satz Druck- und Ablaßventile ausgestattet.

(Nach L'Ossature Métallique vom 2. 7. 1938.)

Ing. G. Dom, Berlin.

Verantwortlich für den Inhalt: Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt.
Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin W 9.
Druck der Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.

DER STAHLBAU

Schriftleitung:
Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt, Technische Hochschule
Fernsprecher: Darmstadt 7711, Apparat 599
Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61
Veröffentlichungsbeiträge an voranstehende Anschriften erbeten

Beilage zur Zeitschrift **DIE BAUTECHNIK** Fachschrift für das gesamte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

12. Jahrgang BERLIN, 20. Januar 1939 Heft 2

Versuche zur Klärung des Spannungsverlaufes in Rahmenecken.

Von Prof. Dr.-Ing ehr. **Kayser** unter Mitarbeit von Dr.-Ing. **A. Herzog.**
(Bericht aus dem Ingenieurlaboratorium der Technischen Hochschule Darmstadt).

A. Einleitung.

I. Allgemeines.

Infolge der Entwicklung der Schweißtechnik und damit der vollwandigen Konstruktionen und Rahmentragwerke im Stahlbau machte sich der Mangel an versuchstechnischen Grundlagen über Spannungsverlauf und -größe in der Rahmenecke immer mehr bemerkbar. Zwar lagen schon Untersuchungen unter Benutzung der Spannungsoptik über solche Ecken mit Rechteckquerschnitt vor, doch fehlten diese gänzlich für zusammengesetzte Querschnitte, mit Ausnahme einiger vortastender Messungen [1]. Eine Reihe theoretischer Berechnungen für die hauptsächlich interessierende Verteilung und Größe der Tangentialspannung sowie bei gegliederten Querschnitten für die Spannungen in den Flanschen im Symmetrieschnitt durch die Ecke sind aus dem Schrifttum bekanntgeworden [2]. Diese theoretischen Untersuchungen gründen sich auf ein und konnte zeigen, daß sie insbesondere bei kleinen Krümmungshalbmessern bedeutende Werte annehmen. H. Golovin [6] versuchte demgegenüber die strenge Lösung für das ebene Problem unter Benutzung der Airyschen Spannungsfunktion und für den Angriff eines Momentes oder für die Biegung infolge einer Einzelkraft.

Aus allen Berechnungen ergibt sich eine etwa hyperbolische Verteilung der Tangentialspannungen über den Querschnitt, die insbesondere bei enger Ausrundung zu sehr hohen Spitzenwerten am inneren Rande ansteigt, also erheblich über der Biegebeanspruchung liegt, die sich aus der Berechnung nach der einfachen Biegungslehre ergibt. Aus einigen der oben angeführten Berechnungsweisen erhält man auch das Verteilungsgesetz der Radialspannungen, die ihr Maximum in der Nähe des inneren Randes erreichen. Die im Querschnitt wirkende Schubspannung wurde bisher noch nicht verfolgt.

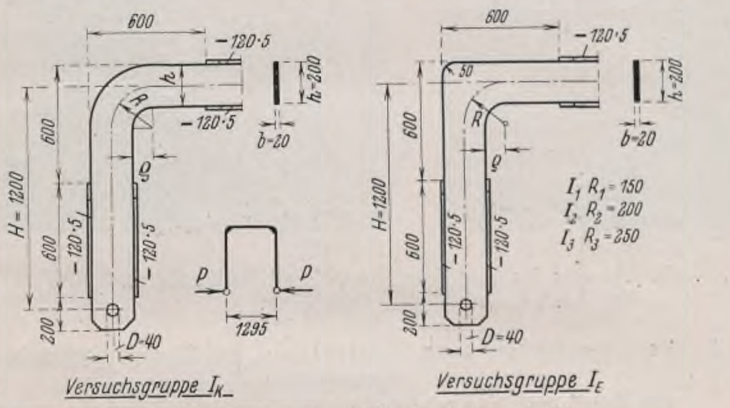


Bild 1. Probekörper mit Rechteckquerschnitt.

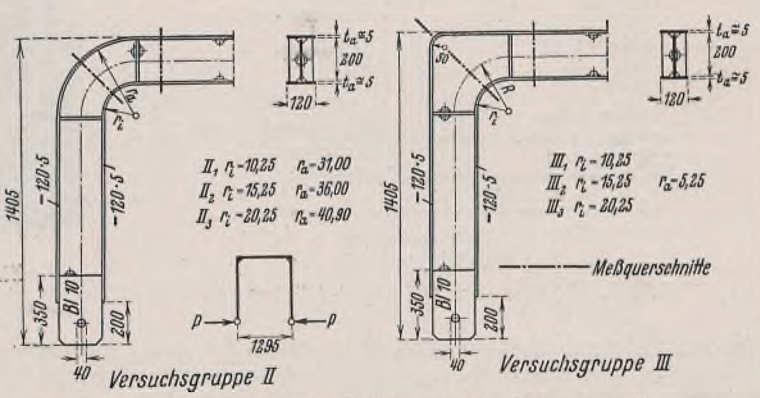


Bild 2. Probekörper mit I-Querschnitt. Ecke versteift.

verschiedene Annahmen, welche dem Rechnungsgang keine allzu großen Schwierigkeiten entgegenstellen. Daher ist eine versuchs- und meßtechnische Erfassung des Spannungsverlaufes in solchen Ecken zur Gegenüberstellung und zur Vereinfachung und Verbesserung der teilweise noch komplizierten Rechnungsgrundlagen unerläßlich.

Im Ingenieurlaboratorium der Technischen Hochschule Darmstadt wurde eine Reihe solcher Ecken verschiedener Ausführungsformen systematisch untersucht. Im folgenden soll über diese Untersuchungen berichtet werden, die im Auftrage und mit Unterstützung des Deutschen Stahlbau-Verbandes durchgeführt wurden.

Seither lagen für die Berechnung des Symmetriequerschnitts von Rahmenecken mit Rechteckquerschnitt eine Reihe von Verfahren vor, die alle von der Berechnung der Spannungen mit einem Querschnitt des stetig gekrümmten Kreisringes mit konzentrischer Berandung ausgingen und welche die Änderung der Faserlänge entsprechend ihrem radialen Abstand berücksichtigen. Sie beziehen sich zur Vereinfachung auf den Fall reiner Biegung. Angenommen wurde weiterhin, daß die Querschnitte eben und senkrecht zur gebogenen Mittellinie bleiben. Mit diesen Annahmen rechneten die Autoren E. Winkler, H. Resal, F. Grashof, R. Bredt und C. Bach [3]. Eine Reihe anderer, wie Müller-Breslau und Andrews [4] erweiterten die Annahmen, indem sie die Querdehnung mitberücksichtigten, die Radialspannungen zwischen den Längsfasern aber vernachlässigten, somit also auch die Gleichgewichtsbedingungen noch nicht ganz erfüllten. Erst Pfleiderer [5] fügte diese seiner Berechnung

Für Rahmenecken mit zusammengesetztem oder gegliedertem Querschnitt gestaltet sich die Berechnung der Spannungen noch schwieriger, da z. B. bei I-Querschnitten die Verformung der Flansche berücksichtigt werden muß. Für die Ecke mit konzentrisch gekrümmten Flanschen hat H. Bleich [2] eine Berechnungsweise angegeben. Er konnte zeigen, daß bei Biegebelastung die Flansche einer Rahmenecke durch radial wirkende Abtriebkräfte verformt werden und daß sie als Folge hiervon einen Spannungsabfall nach den Rändern zu aufweisen, der von der Flanschdicke, der Flanschbreite und dem Krümmungsradius abhängig ist. Liegt die Verteilung der Spannungen über den Querschnitt der Flansche fest, so läßt sich, aufbauend auf einer mittleren Spannungsfläche, die „mittragende Breite" der Flansche und die Verteilung und Größe der Tangentialspannungen im Steg bestimmen.

An Rahmen mit ausspringender Ecke, also mit nicht konzentrisch gekrümmten Flanschen, konnten die Spannungen und ihre Verteilung bisher nur angenähert berechnet werden, indem man annahm, daß die am weitesten außen liegenden Teile des Steges im Symmetriequerschnitt durch die Ecke nur wenig mittragen und deshalb als nicht vorhanden angesehen werden dürfen. Dadurch war die Rechnung auf diejenige mit konzentrischer Krümmung des Randes zurückgeführt.

Das Ziel der in diesem Bericht beschriebenen Versuche war die möglichst weitgehende Klärung des Spannungsverlaufes in der Ecke an Versuchskörpern aus Stahl, die gegenüber praktischen Ausführungen nur mäßig verkleinert waren.

Soweit es solche mit I-Querschnitt waren, wurden sie in normalem Schweißverfahren hergestellt. Es sollte die praktisch auftretende Spannungsverteilung soweit als angängig erfaßt und der aus der Rechnung erhaltenen gegenübergestellt werden. Auf Grund der Untersuchung war die Zusammenstellung von Richtlinien für die Berechnung und Konstruktion von Rahmenecken geplant.

II. Die Versuchskörper.

Die zu den Untersuchungen verwendeten Probekörper hatten die in Bild 1 u. 2 dargestellte Form, waren also als einhüftige Rahmen hergestellt, an welche eine zweite auswechselbare Hälfte symmetrisch durch eine Anzahl konischer Schraubenbolzen angefügt werden konnte. Angeliefert wurden zwei Gruppen von Versuchskörpern, solche mit Rechteckquerschnitt von 20 mm Dicke, 200 mm Querschnittshöhe und mit Krümmungsradien des Innenrandes von $\varrho = 50$, 100 und 150 mm und solche mit I-Querschnitt mit Innenradien von 100, 150 und 200 mm, bei einer Flanschbreite von 120 mm, einer Flanschdicke von 5 mm und einer Stegblechdicke von 3 mm.

Als Material für die Probekörper mit Rechteckquerschnitt wurde St 52 verwendet, die anderen Körper waren aus St 37 hergestellt. Beide Werkstoffe unterscheiden sich in ihrem elastischen Verhalten und insbesondere in ihrem Elastizitätsmaß nur unwesentlich. Deshalb wurde für beide in der Rechnung und in der Auswertung der Messungsergebnisse das Elastizitätsmaß $E = 2\,150\,000$ kg/cm² angenommen. Besondere Schwierigkeiten aus der verschiedenen Art der Baustoffe waren bei Versuchen innerhalb des elastischen Bereiches nicht zu erwarten.

III. Versuchsdurchführung.

Die Belastung — Horizontalkräfte auf die Auflagerpunkte der Rahmenstiele, wie sie im Belastungsschema der Bilder 1 u. 2 dargestellt sind — wurde mit Hilfe einer im Ingenieurlaboratorium für diesen Zweck hergestellten Belastungsvorrichtung aufgebracht. Diese ist in Bild 3 schematisch wiedergegeben. Auf einem IP 22 wurde an dessen Enden je ein Widerlager fest verschweißt und durch zwei Zugstangen gegen Ausbiegen unter der Belastung gesichert. Zwischen den Widerlagern läuft auf doppelten Führungsrollen ein Wagen, so, daß der Versuchsrahmen mit Hilfe eines Anschlußbleches und Bolzen von 40 mm Durchmesser einerseits im linken Widerlager und andererseits am Wagen gelenkig und horizontal verschieblich eingesetzt werden konnte. Zwischen dem Wagen und dem zweiten Widerlager war ein Preßtopf für 2 t mit Manometer eingeschaltet, auf dessen Kolben eine mit einem Handrad verbundene Spindel drückte. Um ein Festklemmen des Kolbens zu vermeiden, war zwischen diesem und der Spindel ein Kugelgelenk eingefügt. Vor Beginn und auch mehrfach während der Durchführung der Versuche wurde der Preßtopf mit dem Manometer geeicht. Besondere Vorkehrungen zur Führung der Rahmen während der Belastung in ihrer Ebene waren nicht getroffen. Dieser und andere Umstände machten sich durch zusätzliche Biegemomente senkrecht zur Rahmenebene bemerkbar, sie werden sich aber auch praktisch nie ganz vermeiden lassen. Wie die nachfolgenden Ergebnisse zeigen, wurde durch Mittelbildung der Werte von Vorder- und Rückseite trotzdem gute Übereinstimmung mit der Rechnung erzielt.

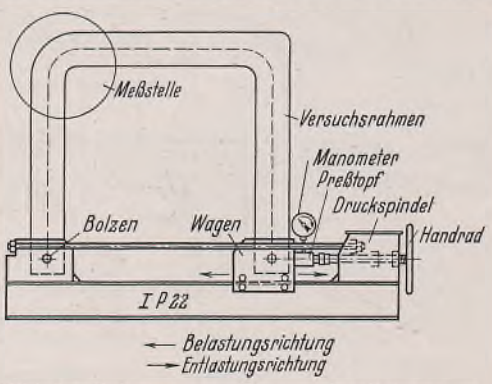
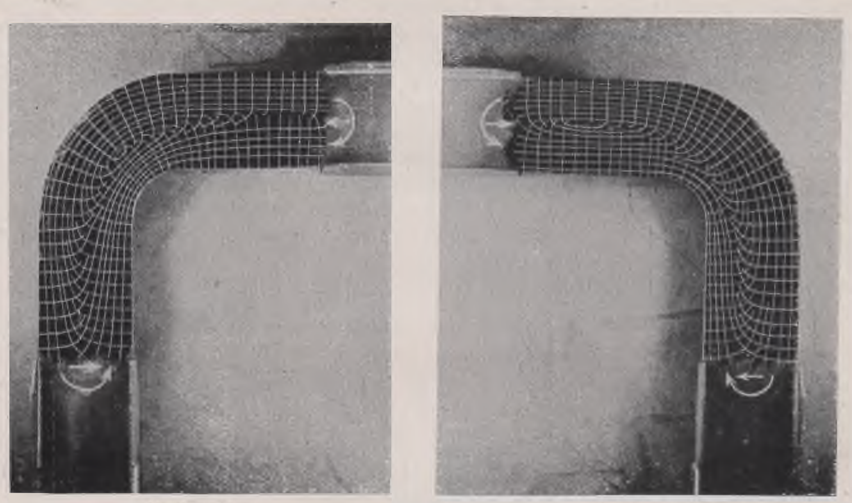


Bild 3. Belastungsvorrichtung des Rahmens.

Zur Beurteilung des Spannungsverlaufes und der verschiedenen Einflüsse aus Zusatzmomenten senkrecht zur Rahmenebene wurden für beide Ausführungsformen die Spannungsfelder der Rahmenecke mit Hilfe des Dehnungslinienverfahrens (Reißlackverfahrens) [7] entwickelt. Sie gaben schon weitgehenden Aufschluß über Verlauf und mutmaßliche Größe der Spannungen.

Anschließend an die Feststellung des Spannungsfeldes wurden die Meßquerschnitte festgelegt. Ein solcher Schnitt war in der Symmetrielinie durch die Ecke geführt, ein anderer etwa 10 cm von der Aussteifung entfernt im Riegel. Beide waren für die Ecken mit konzentrischer Krümmung des Randes der Berechnung am besten zugänglich. Für die Ecken mit Rechteckquerschnitt wurden dazwischen weitere Meßquerschnitte zur Erfassung des Spannungsüberganges zwischen Stiel und Riegel vorgesehen. In jedem dieser Schnitte wurde eine Reihe von Meßpunkten ausgewählt, in denen sowohl auf der Vorder- als auch auf der Rückseite unter Berücksichtigung des Verlaufes der Hauptspannungen in zwei zueinander senkrechten Richtungen gemessen wurde. Zur Messung wurden Tensometer verwendet, die bei sachgemäßem Anbringen und bei der Größe der Körper gute Ergebnisse lieferten. Die Meßlänge betrug für die Messungen auf dem Stegblech 20 mm und konnte selbst für die Punkte in Nähe des Innenrandes beibehalten werden. Nur für die Messungen an den Flanschen senkrecht zur Rahmenebene mußte eine besondere Meßmethode unter Zuhilfenahme der Tensometer mit Differenzenmeßeinrichtung angewendet werden, da in dieser Richtung die Dehnungen außerordentlich schnell zunahmen und mit der sonst verwendeten Meßmethode erhebliche Fehler ergeben hätten. Besondere Schwierigkeiten bereitete die Anklemmung der Apparate in dieser Richtung am gekrümmten Flansch. Für die gleiche Messung auf der Stegblechseite der inneren Flansche wurde eine Sondervorrichtung zur Anwendung der Differenzenmeßmethode entwickelt, mit deren Hilfe die wichtigsten Punkte in der Nähe der Schweißnaht gut erfaßt wurden.

Die Auswertung der Dehnungsmessungen auf dem Stegblech erfolgte in der für den zweiachsigen Spannungszustand üblichen Weise und ergab die Größe der Tangential-, der Radial- und der Schubspannungen. Die so erhaltenen Spannungswerte für Vorder- und Rückseite wichen infolge von Biegemomenten senkrecht zur Rahmenebene oft erheblich voneinander ab, worauf auch schon die vorher erhaltenen Rißlinienbilder schließen ließen. Die gemittelten Werte aber unterschieden sich nur wenig von den gefundenen. Für die Messungen an den Flanschen wurde zunächst zur Tilgung der Meßfehler ein Ausgleich der aufgenommenen Dehnungskurven vorgenommen, da sonst die Auswertung zu erheblich verzerrten Spannungsflächen geführt hätte (bes. bei der Differenzenmeßmethode). Aus den Dehnungskurven wurden die Spannungen in Abständen von 0,5 cm berechnet und die Verteilungskurve gezeichnet.



Vorderseite Rückseite

Bild 4. Trajektorien für eine Ecke $R/h = 1$ bei Rechteckquerschnitt mit konzentrischer Berandung.

B. Versuchsergebnisse an Rahmenecken mit Rechteckquerschnitt. (Gruppe I.)

Die Ecken mit konzentrisch gekrümmten Rändern und mit dem Krümmungsverhältnis $R/h = 1{,}0$ und 1,25 wurden mit einer Horizontalkraft von $P = 1{,}71$ t belastet, diejenigen mit $R/h = 0{,}75$ mit $P = 1{,}28$ t, um die Maximalspannung am Innenrand nicht über die Fließgrenze hinaus anwachsen zu lassen. Der Hebelarm des Momentes für den Diagonalschnitt berechnet sich aus den Abmessungen der Ecken zu $H' = (120 - R) + R \cdot \sin 45°$. Das Widerstandsmoment betrug $W = 133{,}3$ cm³.

Die Entwicklung des Kraftfeldes ergab für alle Ecken ähnliche Bilder, weshalb hier nur das Feld für die Ecke mit $R/h = 1{,}0$ besprochen sei. (Bild 4). Im Stiel läßt sich deutlich der Einfluß der Querkraft erkennen. Sie bewirkt eine allmähliche Umlenkung der Trajektorien von einem zum anderen Rand und einen Schnittwinkel zwischen diesen und der Stabachse von 45°. Dagegen verlaufen die Hauptspannungslinien im Riegel, der außer den Biegungsmomenten nur Normalkräfte überträgt, im wesentlichen parallel bzw. senkrecht zu den Rändern des Versuchskörpers und biegen nur in der Nähe der Riegelachse scharf um. In dem Gebiet um den Diagonalschnitt durch die Ecke streben die Linien zum Innenrand hin; dies bedeutet eine Verlagerung der Nullinie nach innen und damit einen Anstieg der Spannung am Innenrand. Hier sei auch auf die Verschiedenartigkeit der Bilder für das Kraftfeld auf Vorder- und Rückseite hingewiesen, welche das zusätzliche Moment senkrecht zur Rahmenebene anzeigt.

In Bild 5 sind die aus den Dehnungsmessungen erhaltenen Spannungswerte für die Tangential- und die Radialspannungen im Diagonalschnitt durch die Ecke aufgetragen. Gleichzeitig wurden diese Spannungen nach Winkler bzw. nach der strengen Lösung mit Hilfe der Airyschen Spannungsfunktion berechnet und eingetragen. Nach Winkler berechnet sich die Tangentialspannung zu

$$\sigma = \frac{M y}{F e (r_0 - y)},$$

wenn nur ein reines Moment wirkt, und r_0 aus der Gleichung

$$\int \frac{y\,dF}{r_0 - y} = 0$$

bestimmt wird. In diesen Gleichungen bedeuten:

σ die Spannung in tangentialer Richtung,
M das Moment,
y die Entfernung irgendeiner Faser von der Nullinie,
F die Querschnittsfläche,
$e = R - r_0$ den Abstand der Nullinie vom Schwerpunkt des Querschnittes,
R den Krümmungshalbmesser bis zur Mittellinie.

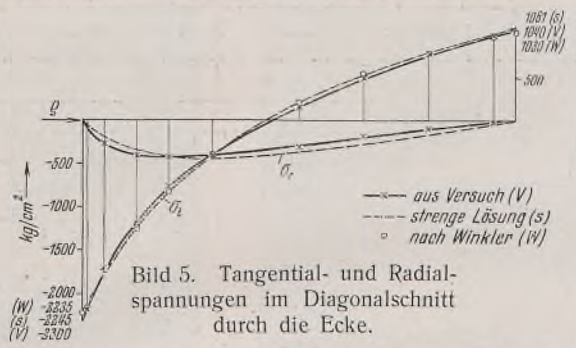


Bild 5. Tangential- und Radialspannungen im Diagonalschnitt durch die Ecke.

Die Berechnung der Tangential- und der Radialspannungen mit Hilfe der Airyschen Spannungsfunktion führt zu den Endgleichungen:

$$\sigma_r = \frac{4\,M}{b\,C}\left(-\varrho^2 \cdot \ln\frac{r}{\varrho} - r_a^2 \cdot \ln\frac{r_a}{r} + \frac{r_a^2\,\varrho^2}{r^2} \cdot \ln\frac{r_a}{\varrho}\right)$$

$$\sigma_t = \frac{4\,M}{b\,C}\left(r_a^2 - \varrho^2 - \varrho^2 \cdot \ln\frac{r}{\varrho} - r_a^2 \cdot \ln\frac{r_a}{r} - \frac{r_a^2\,\varrho^2}{r^2} \cdot \ln\frac{r_a}{\varrho}\right)$$

wobei $C = (r_a^2 - \varrho^2)^2 - 4\,r_a^2\,\varrho^2\left(\ln\frac{r_a}{\varrho}\right)^2$.

Weitere Bezeichnungen enthält Bild 6, nämlich:

b = Stabdicke,
r = Abstand einer Faser vom Krümmungsmittelpunkt,
r_a = Krümmungshalbmesser des Außenrandes,
ϱ = Krümmungshalbmesser des Innenrandes.

Ein besonderes und bemerkenswertes Verhalten lassen die Schubspannungen erkennen, die in Bild 9 aufgezeichnet sind. Schon im Diagonalschnitt I—I weichen sie erheblich von der rechnungsmäßigen Verteilung ab und zeigen eine charakteristische Einbuchtung im Kurvenverlauf in der Nähe des Innenrandes. Im Schnitt II—II wird ein Umschlagen der Kurve ins entgegengesetzte Vorzeichen festgestellt und im Schnitt III—III — also am Beginn des Riegels — erreichen die Ordinaten der Einzelflächen maximale Werte. Dieses Verhalten ist um so bemerkenswerter, als dort die Querkraft den Wert Null angenommen hat. Wertet man die Gesamtfläche aus, so gleichen sich die Anteile der negativen und der positiven Fläche aus, entsprechen also dem Nullwert der Querkraft.

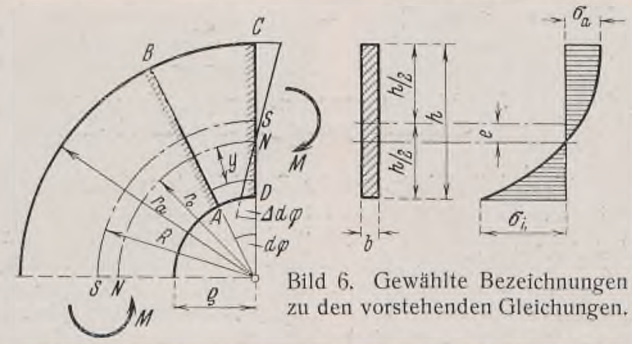


Bild 6. Gewählte Bezeichnungen zu den vorstehenden Gleichungen.

Eine anschauliche Erklärung dieser Erscheinung gibt Bild 10. Hier entsprechen die Kräfte Z und D Hauptspannungen des Kraftfeldes im Zug- bzw. Druckbereich. Infolge ihrer Neigung zum Schnitt erzeugen sie gegensinnig gerichtete Schubspannungen. Eine rechnerische Erfassung der Schubspannungen konnte bisher noch nicht gefunden werden. Sie müßte zum Ziel einer besonderen Versuchsreihe gemacht werden, zumal unter Umständen der Fall eintreten könnte, daß bei besonders kurzstieligen Rahmen, die Schubspannungen für die Dimensionierung bestimmend werden können.

Für die Körper mit **ausspringender Ecke** waren die gleichen Verhältnisse wie bei denjenigen mit konzentrischer Krümmung der Ränder gewählt, dementsprechend wurden auch die gleichen Horizontalkräfte zur Untersuchung angesetzt. Die Ausrundung der äußeren Ecke war einheitlich mit 50 mm Radius ausgeführt. Das „Widerstandsmoment" im Diagonal-

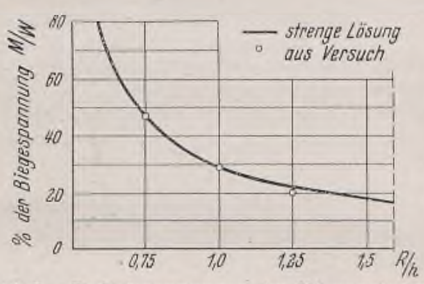


Bild 7. Radialspannungen im Diagonalschnitt in Abhängigkeit vom Krümmungsverhältnis.

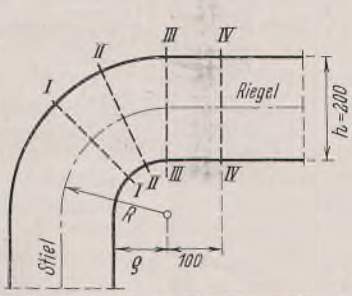


Bild 8. Lage der Meßquerschnitte.

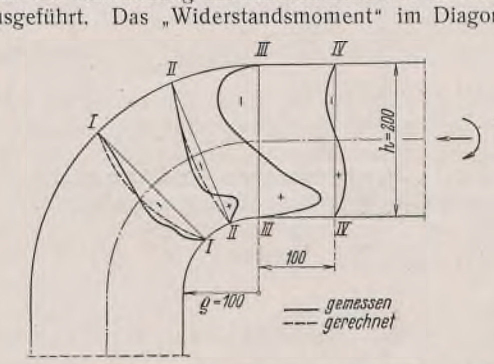


Bild 9. Gemessene und gerechnete Schubspannungen in verschiedenen Schnitten.

Zunächst muß festgestellt werden, daß zwischen den beiden theoretischen und den versuchsmäßig ermittelten Kurven (Bild 5) keine großen Unterschiede bestehen. Die Abweichungen wurden durch Prüfung des Gleichgewichtes für innere und äußere Kräfte ermittelt, indem die Spannungsflächen planimetriert wurden. Es ergaben sich Unterschiede zwischen 0 und 3,4 %, also Fehler, die auf kleine Meßungenauigkeiten und auf unvollkommene Krafteintragung, verursacht durch Reibung an den Bolzengelenken, zurückgeführt werden müssen. Die Radialspannungen erreichen ihr Maximum in der Nähe des Innenrandes und entsprechen in ihrem Vorzeichen über die gesamte Stabhöhe dem Vorzeichen der Tangentialspannungen am gleichen Rande. Mit geringer werdender Ausrundung steigt die Tangentialspannung am Innenrand erheblich an und die Radialspannung verlagert ihr Maximum mehr zu diesem hin.

Bild 7 zeigt den Anstieg der Radialspannungen im Diagonalschnitt in Prozent der Biegespannungen in Abhängigkeit von dem Krümmungsverhältnis. Es sind sowohl die gemessenen, als auch die aus der strengen Lösung errechneten Werte eingetragen. Die Differenz zwischen beiden beträgt nur 0,5 bis 1,6 %. Die Messungsergebnisse für die Tangential- und Radialspannungen in den einzelnen Schnitten gemäß Bild 8 ergaben die höchste Spannung am Innenrand, nicht im Diagonalschnitt I—I, sondern im Schnitt II—II, also in einem dem Riegel näheren Gebiet der Ecke (vgl. Bild 15). Im Schnitt III—III macht sich der Einfluß des Riegels bemerkbar, der hyperbolische Charakter der Kurve nimmt ab und nähert sich mehr dem geradlinigen Verlauf, wie er im Riegelschnitt IV—IV dann wirklich vorhanden ist. Ebenso nehmen die Radialspannungen immer mehr ab und sind im Riegel ganz verschwunden.

schnitt war also entsprechend höher. Der Besprechung der Ergebnisse wird wieder die Ecke mit einem Krümmungsverhältnis $R/h = 1,0$ zugrunde gelegt. Das Trajektorienbild (Bild 11) zeigt grundsätzlich einen der Ecke mit konzentrisch gekrümmten Rändern ähnlichen Verlauf der Hauptspannungslinien. Sie biegen im Bereich der Ecke jedoch weiter aus; dies hat eine Verschiebung des Nullpunktes im Spannungsdiagramm und somit auch eine Abnahme der inneren Rand-

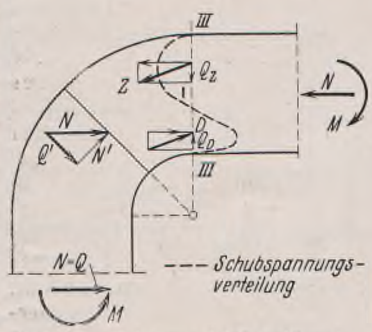


Bild 10. Schräggerichtete Hauptspannungen D und Z im Schnitt III - III.

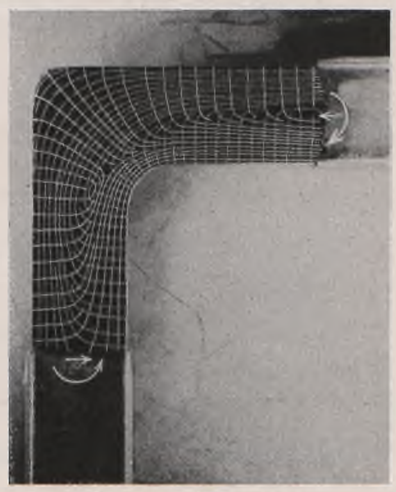


Bild 11. Trajektorien an einer ausspringenden Ecke $R/h = 1$.

spannungen zur Folge. Auch bei diesen Körpern war wieder der Einfluß der Momente senkrecht zur Rahmenebene bemerkbar, wie die unterschiedliche Verteilung der singulären Punkte auf Vorder- und Rückseite andeutete.

Bild 12 stellt die gemessene Spannungsverteilung im Schnitt I—I dar. Bemerkenswert ist der flache Verlauf der Kurven im äußeren Teil der Ecke. Der höchste Wert für die Spannung am Innenrand wurde auch bei dieser Eckausbildung wieder auf dem riegelseitigen Teil (Schnitt II—II) gemessen.

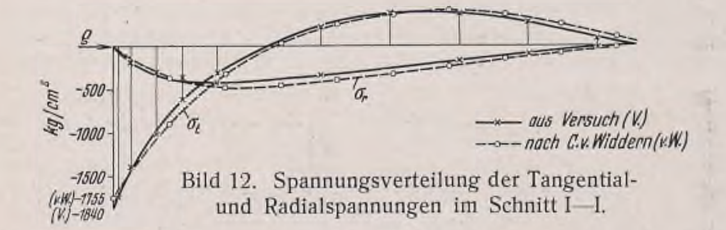


Bild 12. Spannungsverteilung der Tangential- und Radialspannungen im Schnitt I—I.

Zum Vergleich sind die Werte, welche C. v. Widdern [8] auf spannungsoptischem Wege für solche Ecken für den Diagonalschnitt ermittelt hat, auf die vorliegenden Abmessungen und Ausrundungsverhältnisse umgerechnet und eingetragen. Sie lassen eine gute Übereinstimmung mit den gemessenen Werten erkennen. Die Radialspannungen sind in gleicher Weise wie für die Ecke mit konzentrischer Krümmung der Ränder aufgetragen (Bild 13). Sie entsprechen nahezu denen, die sich aus der strengen Lösung für die Ecken mit konzentrischer Krümmung errechnen, weichen jedoch von den Werten nach C. v. Widdern ziemlich ab.

Die Schubspannungen sind in den Schnitten I—IV in Bild 14 aufgetragen und ergeben im wesentlichen den gleichen Verlauf wie diejenigen für die früher besprochenen Ecken. Die Abweichungen gegenüber den angreifenden Kräften und Momenten betrugen bis höchstens 2,8 %. Weiterhin wurde die Verteilung der Randspannungen am Innenrand untersucht. In den folgenden Bildern sind die Ergebnisse dieser Untersuchung in Kurven dargestellt, und die ermittelten Spannungswerte als Spannungsziffern $\alpha = \frac{\sigma_t}{\sigma_0}$ aufgetragen, d. h. als Quotient der gemessenen Randspannung σ_t und der in dem von der Krümmung beeinflußten Teil des Riegels auftretenden Randspannung σ_0. Der Wert α_{iK} bezeichnet die Spannungsziffer am Innenrand bei konzentrischer Krümmung, während der Wert α_{iE} für die ausspringende Ecke gilt.

Bild 15 u. 16 zeigen die Verteilung der Spannungen am Innenrand, an welchem das Maximum der Spannung immer im riegelseitigen Teil der Krümmung auftrat und mit steigendem Krümmungsverhältnis R/h näher an den Beginn des Riegels heranrückte. Nach dem Stiel des Rahmens hin fallen die Kurven infolge des abnehmenden Momentes unter den

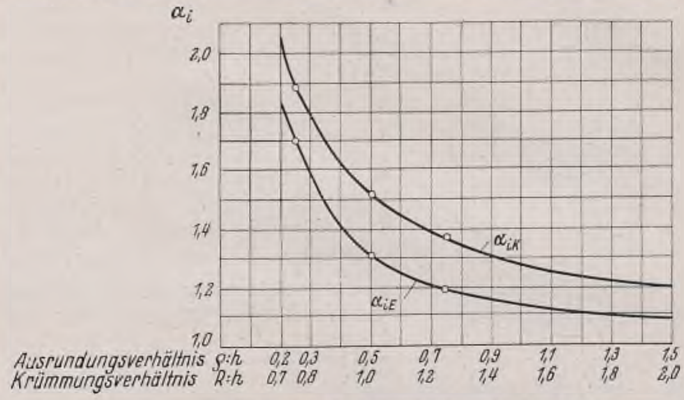


Bild 19. Vergleich der absoluten Randspannungen der beiden Ausführungsformen.

α_i-Wert von 1,0 ab. Der Einfluß der Rahmenecke erstreckt sich etwa $h/4 - h/5$ in die geraden Stabteile.

Eine Gesamtübersicht über die größte auftretende Randspannung in Ecken mit Rechteckquerschnitt ermöglichen die Kurven, welche die Abhängigkeit der α_i- bzw. α_a-Werte vom Krümmungsverhältnis angeben (Bild 17 u. 18). In diese Kurvendarstellungen sind zum Vergleich die Versuchswerte und die Rechnungswerte nach Pfleiderer und Winkler bzw. die Versuchswerte nach C. v. Widdern und von Kurzhals eingetragen. Vergleicht man die Werte für die Ecke mit konzentrischer Krümmung der Ränder mit denjenigen mit ausspringender Ecke (vgl. Bild 19), so läßt sich feststellen, daß bei der konzentrischen Krümmung durch die Schwächung des Querschnittes, infolge der äußeren Abrundung, die Spannungen am inneren Rand für die untersuchten Krümmungsverhältnisse etwa 20 % größer sind als bei der ausspringenden Ecke [9].

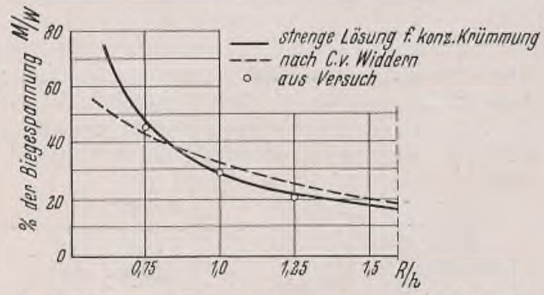


Bild 13. Radialspannungen im Diagonalschnitt in Abhängigkeit vom Krümmungsverhältnis.

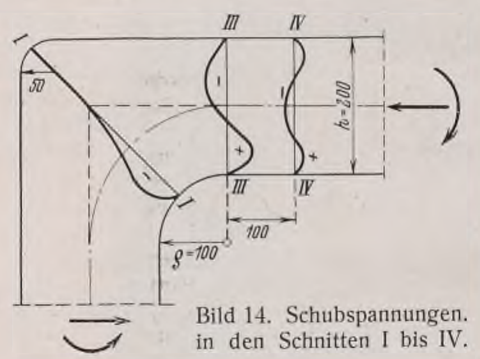


Bild 14. Schubspannungen in den Schnitten I bis IV.

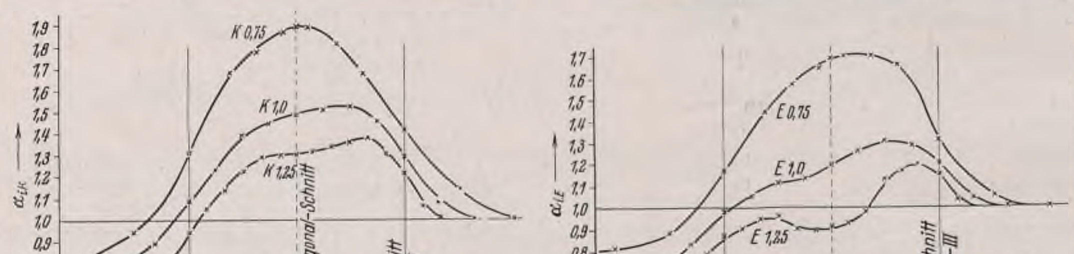
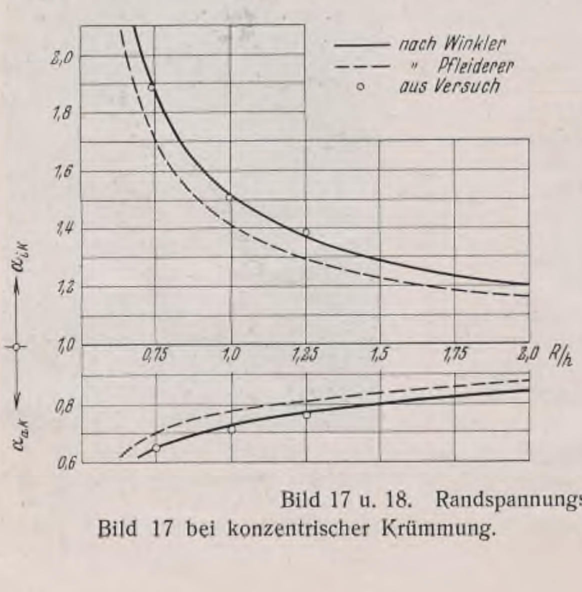


Bild 15 u. 16. Spannungskurven am Innenrand (abgewickelt) für drei Krümmungsverhältnisse; Bild 15 bei konzentrischer Krümmung. Bild 16 bei ausspringender Ecke.

C. Versuchsergebnisse an Rahmenecken mit zusammengesetztem (gegliedertem) Querschnitt (Gruppe II u. III).

Die Ecken mit konzentrisch gekrümmten Flanschen waren mit einer Horizontalkraft $P = 0{,}924$ t und diejenigen mit ausspringendem äußeren Flansch mit $P = 0{,}924$ t belastet. Auch diese Versuchskörper wurden zur Entwicklung des Spannungsfeldes mittels des Reißlackverfahrens behandelt. Da die Trajektorienbilder für alle Körper dieser Gruppen im wesentlichen ähnlich sind, sind nur die Bilder für die Ecken mit einem Krümmungsverhältnis $R/h = 1{,}0$ näher besprochen.

Trotz sorgfältiger Behandlung der Versuchsstücke beim Einbau und trotz des verhältnismäßig großen Widerstandsmomentes für die im Steg liegende Achse des Querschnittes machten sich auch bei dieser Untersuchung wieder senkrecht zur Rahmenebene wirkende Momente bemerkbar. Noch stärker aber wirkten sich für die Stege durch die Herstellung (Schweißen der Kehlnähte) bedingte Verwölbungen der Mittelebenen aus. Infolge der bedeutenden Normalkräfte im Bereich der Ecke wurden die Stege, deren Dicke nur 5 mm beträgt, noch weiter verformt und hierdurch recht erhebliche Biegespannungen



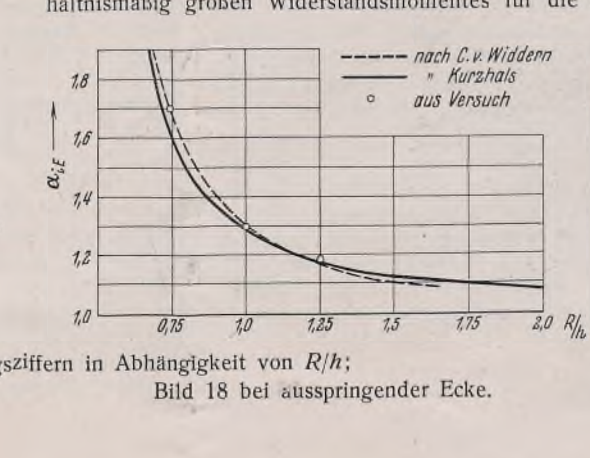


Bild 17 u. 18. Randspannungsziffern in Abhängigkeit von R/h; Bild 17 bei konzentrischer Krümmung. Bild 18 bei ausspringender Ecke.

erzeugt. Dies zeigen auch die verschiedenartigen Rißlinienbilder für Vorder- und Rückseite des Steges (Bild 20 u. 21).

Besondere Aufmerksamkeit verdient der Trajektorienverlauf auf dem Innenflansch und seine Beeinflussung durch die Aussteifungen. Die Hauptspannungslinien zeigen im Stiel und Riegel keine Abweichung gegenüber ihrem normalen Verhalten. Sie sind parallel bzw. senkrecht zum Rand gerichtet. Erst in der Nähe der Aussteifung krümmen sie sich nach der Flanschmitte ab und lassen deutlich das Ausweichen der Flanschränder im Bereich der Krümmung erkennen. Der Übergang erfolgt infolge der Anordnung von Aussteifungen verhältnismäßig schroff.

In der Krümmung des Außenflansches für die Körper mit ausspringender Ecke fallen die Spannungen auf sehr kleine Werte ab. Sie wurden schon vor der Ecke an den Steg abgegeben, der sich dementsprechend weitgehend an der Übertragung beteiligt (Bild 26). Sehr aufschlußreich ist bei der Versuchsgruppe III der Vergleich der eingetragenen theoretischen Kurven für die Tangentialspannungen σ_t mit den wirklich vorhandenen, gemessenen Werten. Die Versuchsergebnisse zeigen klar, daß die Ansicht mancher Fachleute [11] — nämlich die Mitwirkung der ausspringenden Ecke sei vernachlässigbar gering und darum für die Berechnung der äußere Flansch konzentrisch zum inneren geführt anzunehmen



Bild 20.



Bild 21.

Bild 20 u. 21. Trajektorien auf der Vorder- und Rückseite des Steges bei konzentrisch geführten Flanschen.

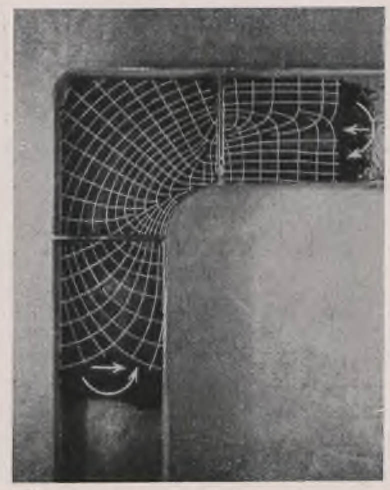


Bild 22.



Bild 23.

Bild 22 u. 23. Trajektorien auf der Vorder- und Rückseite des Steges bei ausspringendem äußeren Flansch.

Vergleicht man mit diesen Trajektorienbildern diejenigen, welche sich für die Versuchkörper mit ausspringenden Ecken ergaben (Bild 22 u. 23), so läßt sich feststellen, daß die neutrale Faser nicht mehr so scharf am Innenrand vorbeigeht und daß auch in den äußeren Teilen der ausspringenden Ecke noch eine Kraftübertragung erfolgt. Das Spannungsfeld auf dem Innenflansch zeigt keine wesentliche Änderung gegenüber dem Feld der vorhergehenden Gruppe. Dagegen waren die Trajektorien auf dem Außenflansch im Bereich der scharfen Krümmung wieder deutlich nach der Mitte und damit nach dem Stegblech abgelenkt (Bild 24).

Die Messungsergebnisse sind in den Bildern 25 u. 26 zusammengestellt. Über dem I-Querschnitt mit den Abmessungen des Diagonalschnittes durch die Ecke sind die einzelnen Spannungswerte aufgetragen. Für die Ecken mit konzentrischer Krümmung der Flansche konnten die Tangentialspannungskurven für den Steg und für die Flansche zum Vergleich auch rechnerisch ermittelt und eingetragen werden. Es wurde dafür zunächst die „mittragende Breite" der Flansche ermittelt, d. i. die Breite, welche bei gleichmäßiger Spannungsverteilung und bei Einhaltung der größten Spannungsordinate in Flanschmitte eine der tatsächlichen entsprechende gleichgroße Spannungsfläche ergibt, und mit welcher die Verteilung der Tangentialspannungen im Steg nach der einfachen Theorie für gekrümmte Stäbe errechnet werden kann. In einer vor kurzem erschienenen Arbeit hat O. Steinhardt [10] einfache Faktoren zur Berechnung der Tangentialspannungen in gekrümmten, gegliederten Stäben sowie zur Berechnung der zusätzlichen Biegespannungen der Flansche an der Einspannstelle am Steg angegeben, die eine gute Näherung an die genauen Werte ermöglichen. Diese Methode vermeidet die Auswertung der trigonometrischen und hyperbolischen Funktionen, die ohne Tabellenwerke nicht möglich ist.



Bild 24. Trajektorienverlauf auf dem Innenflansch.

Es ergab sich dabei eine gute Übereinstimmung zwischen Rechnung und Versuch. Insbesondere die Spitzenspannungen im Steg und in den Flanschen schlossen gut aneinander an. An einigen Stellen in den Flanschen sind kleine Abweichungen der gemessenen von den gerechneten Werten festzustellen, doch liegen die Meßwerte an einer Seite innerhalb, auf der anderen Seite außerhalb der theoretischen Kurven, was auf die Einwirkung von Biegemomenten senkrecht zur Rahmenebene zurückgeführt werden muß.

— unzutreffend ist und für die Berechnung der Tragfähigkeit einer solchen Rahmenecke zu ungünstige Resultate ergibt. Die weiter nach außen liegenden Teile des Querschnittes beteiligen sich erheblich an der Kraftübernahme und entlasten den Innenrand. Auch für diese Gruppe von Rahmenecken konnte wieder die stark ungleichmäßige Verteilung der Spannungen über den Flansch in der Krümmung nachgewiesen werden.

Die Abminderung der Spannungshöchstwerte am Innenrand gegenüber den Ecken gleicher Abmessungen und mit konzentrisch gekrümmten Rändern beträgt bei den einzelnen Ausrundungsverhältnissen 7, 24 und 25%, wobei der erstere Wert wegen der stark ungleichmäßigen Spannungsverteilung im Flansch nicht zu verallgemeinern ist. Gleichzeitig mit den Normalspannungen σ_t treten auch noch Biegespannungen in den Flanschen an der Einspannstelle über dem Steg auf, die sich direkt proportional zu den Normalspannungen σ_t ergeben [10].

Die genauere rechnerische Erfassung der Spannungswerte in Ecken mit ausspringendem äußeren Flansch dürfte auf große Schwierigkeiten stoßen und ließe sich wohl am besten durch einen Beiwert erfassen, der jedoch durch weitere Versuche betreffs seiner Abhängigkeit von den verschiedenen Faktoren klarer umschrieben werden müßte.

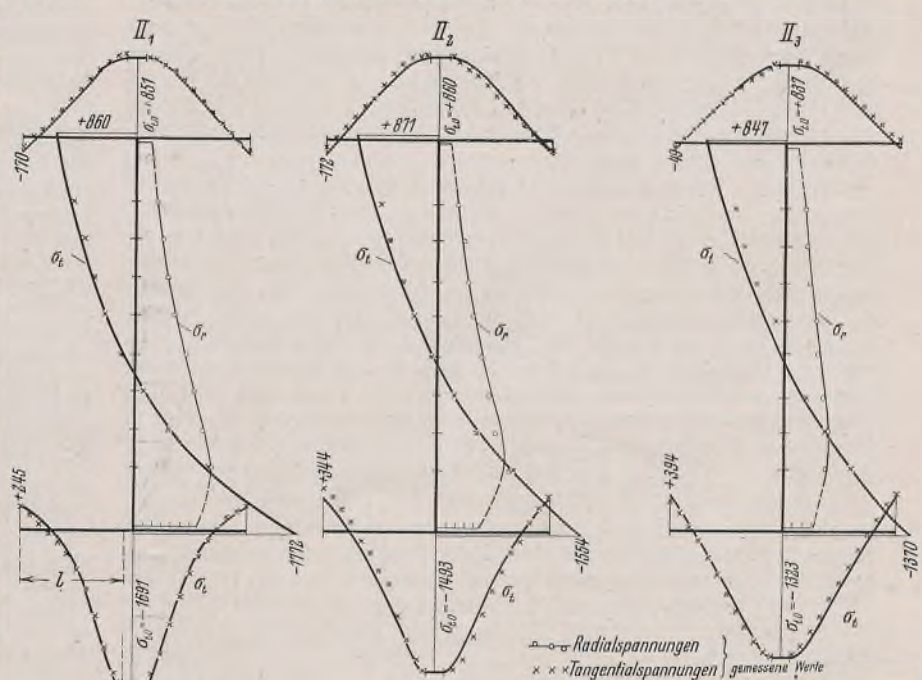


Bild 25. Spannungsmessungen an Rahmenecken mit I-Querschnitt mit runden Ecken.

Für die Rechnung ist die richtige Festlegung der freien Kraglänge der Flansche wesentlich. Bei geschweißten Versuchskörpern muß dabei die Schweißnaht richtig eingeschätzt werden. Es hat sich als zweckmäßig erwiesen, diese Länge zu

$$l = \frac{B}{2} - \left(\frac{d}{2} + \frac{2}{3} \cdot s\right)$$

anzunehmen, wobei

B die Gesamtbreite des Flansches,
d die Stegdicke,
s die Schenkellänge der Schweißnaht

bedeuten.

Die Radialspannungen im Stegblech wurden ebenfalls in den Bildern 25 u. 26 als Meßkurven eingetragen und lassen ein Anwachsen bei kleiner werdendem Krümmungsverhältnis erkennen. Sie setzen sich aus der Spannung infolge Verformung des Stegbleches (siehe Ecken mit Rechteckquerschnitt) und der radial gerichteten Ablenkwirkung des inneren Flansches zusammen. Letztere läßt sich rechnungsmäßig in der Nähe des Innenflansches einfach erfassen. Denn da die radial gerichtete Ablenkwirkung des inneren Flansches für die Längeneinheit des Bogens sich zu

$$R_i = \frac{\sigma_{t_0}\, t\, B_i}{r_i}$$

ergibt, wobei B_i die reduzierte Flanschbreite [vgl. (9)], t die Flanschstärke, r_i den Krümmungsradius und σ_{t_0} die größte Flanschspannung bedeuten, so ergibt sich

$$\sigma_i = \frac{R_i}{d}, \qquad d = \text{Stegdicke.}$$

Die Schubspannungen im Stegblech wurden für die Versuchsgruppen II und III nicht weiter verfolgt, da sie nur sehr klein und somit auch durch die Messung nicht gut erfaßbar sind. Ungenauigkeiten und kleine Meßfehler hätten in diesem Fall nur zu unklaren Ergebnissen geführt. Die Untersuchung müßte an Versuchskörpern erfolgen, die besonders im Hinblick auf ihre Ermittlung bemessen und belastet sind.

Zur Kontrolle der Messungen wurde durch Gegenüberstellung der inneren und äußeren Momente und Kräfte der Versuchsfehler festgestellt. Er bewegte sich bei den der Messung nur schwer zugänglichen Ecken mit zusammengesetztem Querschnitt zwischen 3 und 8 %, wobei berücksichtigt werden muß, daß die Meßwerte durch Momente senkrecht zur Rahmenebene beeinflußt waren.

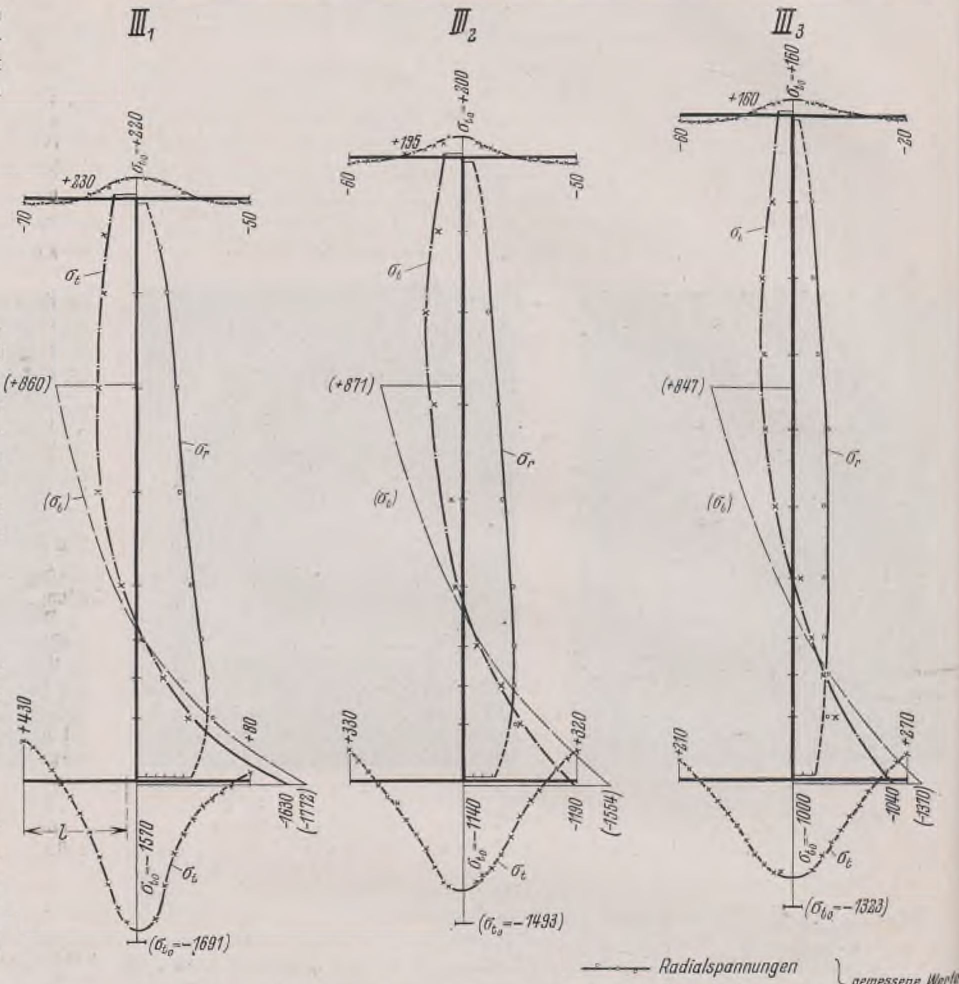


Bild 26. Spannungsmessungen an Rahmenecken mit I-Querschnitt mit ausspringenden Ecken.

D. Zusammenfassung.

Insgesamt kann festgestellt werden, daß es mit Hilfe der gewählten Untersuchungsmethode (Dehnungslinien — Reißlackverfahren und Tensometermessung) möglich ist, weitgehenden Einblick in den Spannungsfluß bei Rahmenecken zu gewinnen, selbst wenn diese räumlich ausgebildet sind. Die Körper bestanden aus dem gleichen Material, wie es auch im Bauwesen verwendet wird, und waren nur mäßig verkleinert.

Die sich ergebenden Fehler hielten sich in sehr geringen Grenzen und sind praktisch bedeutungslos. Bei der Berechnung von Rahmenecken ist infolge des Vorhandenseins von im wesentlichen ebenen Spannungszuständen nicht allein die Tangential- sondern auch die Radial- und die Schubspannung zu beachten, wenngleich in den meisten Fällen die erstere für die Dimensionierung und für das Erreichen des Fließzustandes bestimmend sein wird.

Bezüglich der Spannungen ist folgendes festzustellen: 1. Rechteckquerschnitt, konzentrische Krümmung der Ränder: Die Tangentialspannung am Innenrand steigt mit abnehmendem Krümmungsradius erheblich an. Das Maximum dieser Spannung liegt zwischen Diagonalschnitt und Riegel und wandert mit zunehmendem Radius nach dem Riegel hin. Der Einfluß der Krümmung erstreckt sich noch um etwa $h/4$ bis $h/5$ in die geraden Teile von Stiel und Riegel. Die strenge mathematische Berechnung ergibt gute Übereinstimmung mit den Meßwerten und ermöglicht auch die Erfassung der Radialspannungen. Letztere erreichen in der Nähe des Innenrandes ihr Maximum. Die Schubspannungsverteilung läßt sich in Übereinstimmung mit der Messung noch nicht berechnen, nimmt aber große örtliche Werte an. Es wäre zweckmäßig, dieser Frage in Zukunft durch spezielle Untersuchungen besondere Beachtung zuzuwenden.

2. Rechteckquerschnitt mit ausspringendem äußeren Rand: Im wesentlichen gelten hierfür die gleichen Feststellungen, wie sie im vorhergehenden Abschnitt angegeben wurden. Bemerkenswert ist der günstige Einfluß des größeren Querschnitts in der Diagonalen durch die Ecke auf die Spannungsverteilung, die dadurch innen ungefähr 20 % niedrigere Randspannungswerte erhält. Ein einfacher und genauer Rechnungsansatz zur Ermittlung der Tangential- und Radialspannungen ist noch nicht möglich.

3. I-Querschnitt mit konzentrisch gekrümmten Flanschen: Die Tangentialspannung ist in erheblichem Maße von der Verteilung der Spannungen in den Flanschen abhängig. Sie entspricht gut den berechneten Werten, die sich aus der Biegungstheorie für gekrümmte Stäbe ableiten lassen, wenn die „mittragende Breite" der Flansche bekannt ist. Die Verteilung der Längsspannungen über die Breite der Flansche ist von deren Biegesteifigkeit bzw. deren Aussteifung sowie vom Krümmungsradius weitgehend beeinflußt. Für die meisten praktischen Fälle ist der Spannungsabfall nach den Rändern hin so groß, daß in den äußeren Fasern der Flansche sogar Zugspannungen auftreten. Es ist unbedingt erforderlich, diese Verhältnisse durch hinreichend genaue Rechnung zu berücksichtigen (vgl. [9]).

Die Radialspannung im Steg muß für die Ermittlung der „Beanspruchung" des Steges in Nähe des Innenflansches beachtet werden. Eine gut angenäherte Berechnungsweise für ihre Größe (s. Schluß des Abschnittes C.) kann aus den Tangentialspannungen abgeleitet werden. Die Schubspannungen sind im allgemeinen für den Steg klein und werden nur bei kurzstieligen Rahmen Werte annehmen, die zu beachten sind. Im Rahmen der vorliegenden Untersuchung konnten sie nicht verfolgt werden, sie müssen durch speziell ausgebildete Versuchskörper in einer besonderen Reihe erforscht werden.

4. I-Querschnitt mit ausspringendem äußeren Rand: Die Verteilung der Spannungen entspricht im wesentlichen derjenigen der vorhergehenden Gruppe. Der Maximalwert am Innengurt kann durch Verhältniszahlen zur vorhergehenden Gruppe erfaßt werden. Der vergrößerte Querschnitt im Diagonalschnitt durch die Ecke setzt die Spannungen bei gleichem Krümmungsverhältnis herab. Die von Bleich vorgeschlagene Berechnung solcher Ecken unter Vernachlässigung des ausspringenden Teiles ergibt zu ungünstige Werte, da die Verteilung der Spannungen nicht, wie dort angenommen, in erster Ordnung vom Querschnitt des Innengurtes und seiner Krümmung abhängt.

Es können unter Beachtung der erhaltenen Ergebnisse folgende Gesichtspunkte für die konstruktive Ausbildung von Rahmenecken angegeben werden:

1. Es ist immer zweckmäßig, im Bereich der Krümmung die Ecke unsymmetrisch auszubilden, also die Innenflansche kräftiger als die Außenflansche zu bemessen.

2. Das Stegblech sollte im Eckbereich stärker gewählt werden als im übrigen Teil der Konstruktion, insbesondere am Innenrand, um die Spannungen dort in zulässigen Grenzen zu halten.

3. Aussteifungen sind zur Vergrößerung der mittragenden Breite, also zur gleichmäßigen Verteilung der Spannungen über die Flanschbreite, immer zweckmäßig. Sie brauchen nicht bis zum Außenrand der Flansche geführt zu werden, vielmehr genügt schon eine Länge von ungefähr $^2/_3$ der freien Kraglänge. Desgleichen brauchen sie nur mit der gleichen Länge in das Stegblech hineingeführt zu werden. Ihr Abstand untereinander soll die freie Kraglänge der Flansche möglichst nicht überschreiten.

Zum Schluß sei dem Deutschen Stahlbau-Verband für die Unterstützung dieser Versuche sowie der M. A. N., welche die Herstellung der Versuchskörper kostenlos übernahm, bestens gedankt.

Zu besonderem Dank sind wir auch den Herren Dr.-Ing. H. E. Kayser und Dr.-Ing. Steinhardt verpflichtet, welche durch die Anfertigung ihrer Doktor-Arbeiten und der damit verbundenen tieferen Einsichtnahme in spezielle Fragen der Festigkeitslehre die Versuche maßgebend gefördert haben.

Schrifttum.

[1] Campus. II. Kongreß der Internationalen Vereinigung für Brückenbau und Hochbau. Berlin-München 1936. Vorbericht S. 909ff.
[2] H. Bleich, Stahlbau 1933, Heft 1, S. 3.
[3] Winkler, Civ. Ing. 1858, Bd. 4, S. 232.
Resal, Annales des mines 1862, S. 617.
Grashof, Theorie von der Elastizität und Festigkeit. 1878.
Bredt, Z. d. VdI 1895, Bd. 39, S. 1054.
Bach: Elastizität und Festigkeit, Berlin 1911.
[4] Müller-Breslau, Neuere Methoden. 1924.
Andrews, Theory of stresses in crane and coppling hocks Drapers Co. Research Mem. 1904.
[5] Pfleiderer, Z. d. VdI 1907, Bd. 61, S. 209.
[6] Golovin, Berichte des technologischen Institutes St. Petersburg 1881.
[7] Kayser u. Herzog, Bautechn. 1936, Heft 23, S. 310.
[8] C. v. Widdern, Mitt. d. Mech.-Techn. Labor. d. T. H. München, 3. Folge, 1930. H. 34.
[9] Kayser. Dissertation T. H. Darmstadt 1938.
[10] Steinhardt, Dissertation T. H. Darmstadt 1938.
[11] Fr. Bleich, Stahlhochbauten 1936, Bd. II, S. 639ff.

Verschiedenes.

Die tschechoslowakischen Brückennormen. In der Tschechoslowakei galt bisher für Eisenbahnbrücken noch die Verordnung vom Jahre 1904 mit einer Ergänzung durch einen Erlaß des Eisenbahnministeriums aus dem Jahre 1921. Straßenbrücken wurden nach einem von Sektionschef Ing. G. Hermann herrührenden, 1924 veröffentlichten Entwurfe einer Verordnung für Straßenbrücken bearbeitet. Die interessierten Fachkreise strebten aber schon lange danach, einheitliche für alle Brückenwerkstoffe geltende Brückennormen zu schaffen, die sowohl Eisenbahn- als auch Straßenbrücken umfassen sollten. Der Einsicht der beteiligten Ministerien, des Eisenbahnministeriums und des Ministeriums für öffentliche Arbeiten einerseits, und der opferwilligen Mitarbeit der Vertreter der Behörden, der Bauindustrie und der Technischen Hochschulen andererseits, ist es zu danken, daß als Ergebnis mehrjähriger Zusammenarbeit seit Mitte 1937 der I. Teil der Einheitlichen Brückenordnung, Entwerfen von Brücken, fertig vorliegt; die deutsche Ausgabe ist Ende März 1938 erschienen.

Erleichtert wurden die Arbeiten des bei der tschechoslowakischen Normengesellschaft eingesetzten Fachausschusses „Einheitliche Brückenordnung" dadurch, daß bereits im Jahre 1931 die Vorschriften für Betonbauten erschienen waren, die sowohl für Hoch- als auch Brückenbauten Geltung hatten[1]). Diese Vorschriften wurden mit geringen Änderungen in die neuen Brückennormen übernommen. Auch die Berechnungsvorschriften für mittig und außermittig gedrückte Säulen aus Beton und Eisenbeton wurden ungeändert gelassen, obwohl neuere Versuchsergebnisse und theoretische Erkenntnisse das Beispiel der schweizerischen Normen nachahmenswert erscheinen ließen und obwohl in den bezüglichen Stahlvorschriften diese neueren Erkenntnisse weitgehend berücksichtigt wurden.

Der vorliegende I. Teil der Einheitlichen Brückenordnung „Entwerfen von Brücken" trägt die Bezeichnung ČSN 1230-1937; weitere Teile über „Ausführung von Brücken", „Geschweißte Brücken" und „Überwachung und Instandhaltung von Brücken" sollen folgen.

Die Norm behandelt in 13 Hauptabschnitten die einleitenden Bestimmungen, den Bauentwurf, die Raumgewichte der Baustoffe, die Elastizitätsmodule und Wärmedehnzahlen, die räumliche Anordnung und Belastung der Eisenbahn-, Straßen- und Fußgängerbrücken sowie der Brücken mit Straßen- und Eisenbahnverkehr, die zulässigen Beanspruchungen der Baustoffe, die statische Berechnung und bauliche Durchbildung von Stahl-, Beton- und Eisenbeton-, Stein- und Ziegel- sowie Holzbrücken und schließlich bestehende Brücken. Sie enthält auch ein Nomogramm der Stoßzahlen und in einem Anhang die Biegemomente, Querkräfte und Querträgerbelastungen von Eisenbahnbrücken.

Im folgenden sollen nur die Bestimmungen besprochen werden, von denen angenommen werden kann, daß sie allgemeineres Interesse bieten oder die von anderen Vorschriften stärker abweichen. Da die Norm betreffend Betonbrücken von den an anderer Stelle bereits besprochenen Vorschriften für Betonbauten nur wenig abweicht und eine Behandlung dieser Brücken sowie der Stein-, Ziegel- und Holzbrücken über den Rahmen dieser Zeitschrift hinausgehen würde, beschränken sich die folgenden Ausführungen in der Hauptsache auf Stahlbrücken und auf die allen Brücken gemeinsamen Bestimmungen.

Bei der Belastung der Brücken wird unterschieden zwischen der Hauptbelastung, zu der die ständige und Verkehrslast sowie die Seitenkräfte offener Brückenteile zählen, und der Zusatzbelastung, zu der unter anderem auch der Einfluß der Wärmeschwankungen und des Schwindens des Betons gerechnet wird. Der Lastenzug besteht bei den Eisenbahnbrücken I. Klasse aus zwei Tenderlokomotiven mit je sechs Achsen zu 25 t — Achsabstände wie bei der Lokomotive der schweizerischen Vorschriften — und einseitig oder beiderseitig angehängten Wagen mit vier Achsen zu 20 t, 10 m Gesamtlänge und Achsabständen 1,5 + 4,0 + 1,5 m, bei den Eisenbahnbrücken II. Klasse aus zwei Tenderlokomotiven mit sechs Achsen zu 20 t und ebenfalls ein- oder beiderseitig angehängten Wagen derselben Art wie bei Klasse I, wobei aber auch der Einfluß einer Lastengruppe, bestehend aus zwei 1,5 m voneinander entfernten Achsen zu je 25 t zu untersuchen ist. Zur Vereinfachung der Auswertung von aus mehreren Teilen wechselnden Vorzeichens bestehenden Einflußlinien kann der ideelle Lastenzug beliebig getrennt und die Achszahl der Fahrzeuge beliebig vermindert werden. Bei doppelgleisigen Brücken ist auch der Belastungsfall „Gleichzeitiges Befahren in gleicher Richtung" zu untersuchen.

Die Straßenbrücken sind nach ihrer Tragfähigkeit in Brücken I., II. und III. Klasse eingeteilt; diesen drei Klassen entsprechen genormte Regellasten. Als Verkehrslast ist entweder eine Straßenwalze der betreffenden Klasse oder für jede Spur von 2,5 m Breite ein Lastkraftwagen in ungünstigster Stellung und gleichmäßig verteilte Belastung (Menschengedränge) vor ihm und hinter ihm sowie auf den Gehwegen anzunehmen. Durch die Wahl dieser Belastungen wurde auch hier eine Vereinfachung der Berechnung erzielt und die Vortäuschung einer übergroßen Genauigkeit vermieden.

Die dynamischen Einflüsse der bewegten Lasten werden durch Einführung einer Stoßzahl entsprechend den französischen Vorschriften berücksichtigt:

$$\delta = 1 + \frac{0{,}4}{1 + 0{,}2\, l} + \frac{0{,}6}{1 + 4 \cdot \frac{g}{p}}.$$

Dabei bedeuten l die Stützweite des Tragteils oder des ganzen Tragwerks in m, g die gesamte ständige Last auf die gleiche Stützweite, p die gesamte Verkehrslast, die auf dem Tragteil untergebracht werden kann. Bei durchlaufenden Tragwerken ist als Stützweite die Entfernung von Pfeiler zu Pfeiler im größten Feld einzuführen. Durch diese Bestimmung wird bei ungleichen Feldweiten die unbequeme Wahl ungleicher Stoßzahlen vermieden und teilweise der Tatsache Rechnung getragen, daß durchlaufende Träger sich hinsichtlich der dynamischen Einflüsse günstiger verhalten als einfache Träger.

Liegen die Schienenstöße außerhalb der Brücke oder sind sie geschweißt, so darf mit einer um 0,15 $(\delta - 1)$ verminderten Stoßzahl gerechnet werden; tragen dagegen die Träger unmittelbar die Schienen, so ist die Stoßzahl um 0,1 zu erhöhen. Die Formel für δ liefert bei kleinen Spannweiten und ungünstigem Verhältnis $\frac{g}{p}$ zu große Werte, die mit ausgeführten Messungen nicht in Einklang stehen. Die Stoßzahl wurde deshalb für stählerne Eisenbahnbrücken ohne bzw. mit Schotterbettung mit 1,6 bzw. 1,5, bei stählernen Straßenbrücken mit 1,4 begrenzt; für Massivbrücken, Eisenbahn- wie Straßenbrücken, gilt 1,4 als Höchstwert.

Der Einfluß der Wärmeschwankungen wird in der gleichen Weise berücksichtigt wie in den DIN-Vorschriften, nur zählt er hier, wie bereits erwähnt, zu den Zusatzbelastungen; ebenso besteht auch bei den übrigen Zusatzkräften Übereinstimmung mit DIN 1072 bzw. den Vorschriften der Deutschen Reichsbahn, ausgenommen die Seitenstöße bei Eisenbahnbrücken, die hier mit $^1/_{20}$ der Achsdrücke des betreffenden Lastenzuges anzunehmen sind.

Die Brückenbreite richtet sich nach der Straßentype (Typen I bis IV). Für Hauptstaatsstraßen sind außerdem bei Type A zwei nebeneinander liegende Brücken wie bei Type I, bei Type B eine um 3 m verbreiterte Brücke der Straßentype I vorgesehen.

Als Werkstoffe der stählernen Brücken kommen in Betracht: Stahl C 37 mit 37—45 kg/mm² Festigkeit, für den die Stahlwerke eine Mindeststreckgrenze von 23 kg/mm² gewährleisten, und Stahl C 52 mit 52—64 kg/mm² Festigkeit und einer Mindeststreckgrenze von 36 kg/mm². Die zulässigen Beanspruchungen betragen bei Tragwerken aus C 37 für Zug und Druck unter der Wirkung der Hauptbelastung 1300 bzw. unter der Wirkung der Haupt- und Zusatzbelastungen 1500 kg/cm², für Schub 1000 bzw. 1200 kg/cm². Tragwerke aus Stahl C 52 dürfen um 50% höher beansprucht werden. Die Höhe dieser Beanspruchungen steht im Zusammenhang mit der Formel für die Stoßzahl, die bei großen und mittleren Spannweiten im allgemeinen niedrigere Werte liefert als die deutschen Formeln. Bei kleinen Stützweiten, wie sie bei Fahrbahnträgern in Betracht kommen, sind die Werte der französischen Formel verhältnismäßig groß, so daß, da auch die vorgeschriebenen Höchstwerte von δ größer sind als die deutschen, die zulässige Beanspruchung aber niedriger ist, sich sowohl bei Eisenbahn- als auch Straßenbrücken schwerere Fahrbahnträger ergeben.

Trotzdem bereits vor 45 Jahren Melan in der klassischen Arbeit „Über die dynamische Wirkung bewegter Lasten auf Brücken" seine bekannte Formel für die Stoßzahlen aufgestellt hat, und in der Zwischenzeit Theorie und Versuch sich ständig weiter mit dieser Frage beschäftigt haben, ist das Problem der Stoßzahlen und damit im Zusammenhange das der zulässigen Beanspruchungen im Brückenbau noch nicht einwand-

[1]) In B. u. E. 1932 berichtete darüber Dr. F. Laušer.

frei gelöst. Die Untersuchungen der Deutschen Reichsbahn, über die Reichsbahnoberrat Dr. Krabbe im letzten Jahrgang dieser Zeitschrift berichtet hat, haben uns aber dem Ziel bereits näher gebracht. Sie lassen den Schluß zu, daß die Stoßzahlen für Hauptträger mittlerer und größerer Spannweite überschätzt worden sind, so daß die französische Formel, die für diese Spannweiten kleinere Werte liefert, angewandt werden könnte, ohne die zulässigen Beanspruchungen auf 1300 bzw. 1500 kg/cm² herabsetzen zu müssen — wenn nicht überhaupt die dynamischen Einflüsse der bewegten Lasten in anderer Weise berücksichtigt werden. Die Frage, ob bei den Fahrbahnträgern die Stoßzahlen bzw. deren Höchstwerte vermindert werden können, bleibt aber noch weiter offen.

Niete und Paßschrauben aus Stahl C 34 dürfen unter der Hauptbelastung mit 900 kg/cm² ($\sim 0{,}7\ \sigma_{zul}$) auf Abscheren und mit 2100 kg/cm² ($\sim 1{,}6\ \sigma_{zul}$) auf Lochwandungsdruck beansprucht werden; beide Werte liegen unter den bezüglichen deutschen Vorschriften. Noch größer ist der Unterschied bei den Nieten und Paßschrauben aus C 44, die für Tragwerke aus C 52 verwendet werden und deren zulässige Beanspruchungen betragen: 1150 kg/cm² ($\sim 0{,}6\ \sigma_{zul}$) auf Abscheren und 2650 kg/cm² ($\sim 1{,}35\ \sigma_{zul}$) auf Lochwandungsdruck. Die angegebenen Werte gelten unter der Wirkung der Hauptbelastung. Aus ihnen wie aus den zulässigen Beanspruchungen des Werkstoffs im Tragwerk und den Stoßzahlen für kleine Stützweiten ist zu erkennen, daß die Norm eine möglichst steife Fahrbahn anstrebt; die Praxis wird zeigen, ob diese Werte nicht doch zu niedrig gewählt wurden.

Bei wechselnd auf Zug und Druck beanspruchten Brückenteilen ist die zulässige Beanspruchung des Tragwerks und der Niete auf $\sigma'_{zul} = \sigma_{zul}\left(1 - m\,\frac{S_{min}}{S_{max}}\right)$ zu erniedrigen, wobei der Beiwert m für Stahl C 37 mit 0,3, für Stahl C 52 mt 0,5 einzusetzen ist.

Um nicht zu schwache Verbände zu erhalten, sind die zulässigen Beanspruchungen dieser Tragteile niedriger vorgeschrieben als die der Hauptträger. Während aber für Stahl C 37 ein Unterschied gemacht wird zwischen Eisenbahnbrücken (1000) und Straßenbrücken (1100), darf Stahl C 52 bei beiden Brückenarten nur mit 1500 kg/cm² beansprucht werden. In gleichem Verhältnis sind auch die zulässigen Beanspruchungen der Niete herabgesetzt.

Der Abschnitt „Statische Berechnung von stählernen Brücken" enthält eingehende Angaben über die Berechnung von vollwandigen und gegliederten Trägern. Die Stegbleche der Vollwandträger sind auf ihre Sicherheit gegen Ausbeulen zu untersuchen; die Norm schreibt aber nicht vor, wie dieser Nachweis zu erbringen ist und führt nur als Beispiel die Überprüfung der Stegdicke am Auflager eines einfachen Balkens nach der Bleichschen Formel an. Der Druckgurt eines Vollwandbalkens ist für die Gurtkraft wie ein freier Druckstab mit einer Länge gleich der Entfernung seiner seitlich gehaltenen Punkte auf Knicksicherheit zu untersuchen, wobei der Zusammenhang mit dem Steg dadurch näherungsweise berücksichtigt erscheint, daß die zulässige Beanspruchung bei Stahl C 37 auf 1500 und bei Stahl C 52 auf 2250 kg/cm² erhöht werden darf. Ebenso ist auch vorzugehen, wenn der Vollwandträger außer durch ein Moment noch durch eine Längskraft (Druck) beansprucht wird, wobei in die Gurtkraft auch der Anteil von der Längskraft einzurechnen ist.

Ist ein vollwandiger Träger nicht ganz ausgenutzt, so sind die Tragmomente aus der größten rechnungsmäßigen Biegespannung zu ermitteln und mit ihnen in der Materialverteilung die theoretischen Gurtplattenlängen zu bestimmen. Dadurch wird bei einer späteren allfälligen Belastungssteigerung die volle Ausnutzung des Querschnittüberschusses ermöglicht.

Längs- und Querträger sind im allgemeinen als einfache Balkenträger zu berechnen, erstere auch dann, wenn sie über den Querträgern durchgeführt werden, doch ist auch die Berechnung als durchlaufende Träger zulässig, wenn die Durchbiegungen der Querträger berücksichtigt werden. Auf die Anordnung von Durchlaufplatten beim Anschluß der Längsträger wird auch bei Eisenbahnbrücken verzichtet.

Die Berechnungsvorschriften für gedrückte Stäbe wurden grundlegend geändert. Nicht nur, daß die Untersuchung auf Knicksicherheit von dem mit gewissen unvermeidlichen Fehlerhebeln (Außermittigkeiten) behafteten Stab ausgeht, auch der Einfluß der rechnungsmäßig erfaßbaren Momente, die im Stab neben der Druckkraft auftreten, auf die Tragfähigkeit werden in einer den neueren Erkenntnissen auf diesem Gebiete Rechnung tragenden Weise berücksichtigt. Die Berechnung gedrückter Stäbe beruht auf der Linie der kritischen Spannungen, die sich für einen Stab ergeben, bei dem die Längskraft S an beiden Enden um je einen Betrag $p = \frac{l}{700}$ nach der gleichen Seite von der Achse abweicht, der also ein Außermittigkeitsverhältnis (Fehlerhebel zu Kernweite) des Querschnitts $m = \frac{p}{k} = 0{,}0025\,\lambda$ aufweist (λ = Schlankheitsgrad). Diese Linie der kritischen Spannungen, die an die Stelle der Knickspannungslinie des mittig gedrückten Stabes tritt, wird im Bereich der Schlankheitsgrade $20 < \lambda < 125\,(130)$ durch eine Gerade ersetzt und vereinfacht, der übrige Teil durch eine transformierte kubische Hyperbel dargestellt. Daraus ergibt sich mit einer Sicherheit, die bei gedrungenen und mittelschlanken Stäben annähernd gleich bleibt, bei größeren Schlankheitsgraden allmählich von 2 auf 2,4 ($\lambda = 200$) ansteigt, eine Linie der zulässigen Beanspruchungen $\sigma_{d\,zul}$, die auch aus einer Geraden — $20 < \lambda < 130\,(110)$ — und einer kubischen Hyperbel besteht[2]). Damit erhält man die den ω-Werten entsprechenden Knickzahlen $c = \frac{\sigma_{zul}}{\sigma_{d\,zul}}$, wie sie in der Norm angeführt sind.

Auch der Berechnung außermittig gedrückter Stäbe (die außer durch eine Druckkraft noch durch Momente beansprucht werden) liegt ein Belastungsfall zugrunde, bei dem zu der mittig wirkenden Längskraft S an beiden Enden gleich große, nach der gleichen Seite biegende Momente $M = S\,p$ hinzu kommen. Zu der gegebenen Außermittigkeit $m = \frac{p}{k}$ addiert sich noch die früher erwähnte unvermeidliche Außermittigkeit $0{,}0025\,\lambda$ $\left(\text{entsprechend einem Fehlerhebel } p = \frac{l}{700}\right)$, so daß mit einer gesamten Außermittigkeit $\overline{m} = m + 0{,}0025\,\lambda$ zu rechnen ist. Die einer bestimmten Außermittigkeit $\overline{m}$ bzw. m zugeordnete kritische Spannung σ_k^m, wenn man darunter die Schwerpunktspannung versteht, die dem nach Überschreiten der Streckgrenze in der Randfaser und teilweiser Plastizierung des Querschnitts eintretenden instabilen Gleichgewichtszustande entspricht, ist von der Querschnittform abhängig. Mittlere Verhältnisse liegen etwa beim Rechteckquerschnitt vor, weshalb dessen σ_k^m-Werte der Norm zugrunde gelegt wurden. Das Verhältnis $c_2 = \frac{\sigma_k}{\sigma_k^m}$ kann bei Annahme gleicher Sicherheit für den nur mit den unvermeidlichen Fehlerhebeln behafteten gedrückten Stab und den Druckstab mit einer Außermittigkeit m auch dem Verhältnis der zulässigen Beanspruchungen gleichgesetzt werden: $c_2 = \frac{\sigma_{d\,zul}}{\sigma_{d\,zul}^m}$. Damit ergibt sich zur Spannungsüberprüfung die Formel $\frac{c\,c_2\,S}{F} \leqq \sigma_{zul}$, wobei c_2, wenigstens im Bereich kleiner und mittlerer Schlankheitsgrade, als von λ unabhängig angenommen und durch die Näherungsbeziehung $c_2 = (1 + 0{,}21\,m)^2$ ausgedrückt werden kann.

Die Norm achtet auch darauf, daß die Sicherheit gegen Eintreten bleibender Formänderungen nicht zu klein wird ($\geqq 1{,}85$). Bezeichnet σ_n die bei Erreichen der Streckgrenze auf der Biegedruckseite im Querschnittschwerpunkt vorhandene Spannung (Schwerpunktspannung), die aus der bekannten Sekantenformel mit Einführung des von Timoshenko angegebenen Näherungsdruckes leicht berechnet werden kann, und $\sigma_{n\,zul} = \frac{\sigma_n}{1{,}85}$ ihren zulässigen Wert, so kann mit der Verhältniszahl $c_3 = \frac{\sigma_{zul}}{\sigma_{n\,zul}}$ die Überprüfung der Sicherheit gegen Eintreten bleibender Formänderungen nach $\frac{c_3 S}{F} \leqq \sigma_{zul}$ vorgenommen werden. Das Verhältnis c_3 läßt sich mit großer Genauigkeit durch den Ausdruck $c_3 = 1 + m + (0{,}01\,\lambda)^2$ darstellen.

In ähnlicher Weise werden auch Querschnitte nur mit einer Symmetrieachse untersucht.

Der Berechnung gegliederter Druckstäbe liegt die bekannte Krohnsche Näherungsformel zugrunde. Die Knicksicherheit ist gegeben, wenn $\frac{c_1\,c_y\,S}{1{,}12\,F} \leqq \sigma_{zul}$ ist. c_1 bzw. c_y bedeuten dabei die Knickzahlen des Einzelstabes bzw. des gedachten Vollstabes bezogen auf die materialfreie Achse bzw. auf die dazu parallele Schwerachse des Einzelstabes. Die Größe der zur Bemessung der Bindebleche oder der Vergitterung maßgebenden Querkraft wird, in Übereinstimmung mit den deutschen Vorschriften, in $^0/_0$ der Längskraft angegeben.

In einem größeren Abschnitte werden die Richtlinien für die bauliche Durchbildung stählerner Brücken behandelt; sie unterscheiden sich nur wenig von bekannten ähnlichen Bestimmungen. Die Nietteilung soll $4\,d$ nicht unterschreiten und darf nur ausnahmsweise $3{,}5\,d$ betragen. Bei mittelbarer Stoßdeckung der Gurtplatten ist die erforderliche Nietzahl um soviel Nietreihen zu vermehren, als Gurtplatten einschließlich der Decklasche über dem Stoß liegen. Einzelwinkel sind stets mit wenigstens drei Nieten anzuschließen.

Für Hauptträger von Eisenbahnbrücken sind womöglich nur Vollwandstäbe zu verwenden. Gegliederte Stäbe mit Flachstahlvergitterung sind nur für Verbände von Straßenbrücken zugelassen.

Bei Eisenbahnbrücken wird die Höhe der Längsträger mit $^1/_8$ bis $^1/_{10}$ ihrer Stützweite, die Höhe der Querträger eingleisiger Brücken mit $^1/_6$, zweigleisiger Brücken mit $^1/_7$ ihrer Stützweite vorgeschrieben. Zweckmäßig wird man die Längsträger, entgegen dieser Vorschrift, höher ausbilden. Bei Straßenbrücken fehlen bestimmte Angaben für die Höhen der Fahrbahnträger; es wird aber empfohlen, sie, namentlich bei offenen Brücken, möglichst groß zu wählen.

Für bestehende Brücken sind Erleichterungen zugestanden, die sich hauptsächlich auf die Größe der zulässigen Beanspruchungen und die Art der Berechnung beziehen. Die zulässigen Beanspruchungen solcher Brücken aus Flußstahl dürfen um 10% erhöht werden; bei Brücken aus Schweißeisen behält sich die Aufsichtsbehörde die Entscheidung vor. Der Lochwandungsdruck der Niete darf bis zu 50% über den normal zulässigen Werten liegen, auch Lagerteile dürfen um 20% höher beansprucht werden.

Bei der Nachrechnung brauchen Wind und Seitenstöße nicht gleichzeitig wirkend angenommen werden. Die sonstigen Erleichterungen gleichen den entsprechenden Bestimmungen der Deutschen Reichsbahn.

Prof. Ing. Dr. J. Wanke, Prag.

[2]) Vgl. den Aufsatz des Verfassers „Stabilitätsfragen in den tschechoslowakischen Brückennormen", HDI-Mitteilungen des Hauptvereins Deutscher Ingenieure in der Tschechoslowakei 1937.

Verantwortlich für den Inhalt: Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt.
Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin W 9.
Druck der Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.

DER STAHLBAU

Schriftleitung:
Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt, Technische Hochschule
Fernsprecher: Darmstadt 7711, Apparat 599
Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61
Veröffentlichungsbeiträge an voranstehende Anschriften erbeten

Beilage zur Zeitschrift DIE BAUTECHNIK Fachschrift für das gesamte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

12. Jahrgang | BERLIN, 3. Februar 1939 | Heft 3

Die neuere Fließbedingung und die Ergebnisse der Werkstoffprüfung.

Von Prof. Dr. techn. J. Fritsche, Deutsche Technische Hochschule, Prag.

Es ist behauptet worden, daß die neuere Fließbedingung in der Werkstoffprüfung keine ausreichende Stütze findet, und daß man gerade auf Grund der Erfahrung die aus ihr sich ergebenden Berechnungsverfahren, auch wenn sie sich als brauchbar erweisen sollten, ablehnen müsse, weil man immer tunlichst unter physikalisch richtigen Voraussetzungen zu rechnen habe. In den folgenden Zeilen soll gezeigt werden, daß gerade das Gegenteil richtig ist, und daß es gelingt, eine ganze Reihe von Versuchen verschiedener Werkstoffprüfer zahlenmäßig einwandfrei wiederzugeben. Da sich die Theorie zunächst auf geradlinig veränderliche Spannungsfelder beschränkt, gilt das gleiche auch für die zu prüfenden Versuchsergebnisse.

Wie ich vor kurzem ausgeführt habe[1]), läßt sich der Eintritt plastischer Verformungen bei geringer Höhe des Versuchsbalkens durch eine einzige Werkstoffziffer c beschreiben, die die Fähigkeit des Werkstoffes zum Ausdruck bringt, in Schichten zu fließen und in der Umgebung der Spannungsspitzen elastisches Arbeitsvermögen über das bei gleichmäßigen Spannungszuständen beobachtete Ausmaß hinaus aufzuspeichern. c ist von der Art des Feingefüges des Werkstoffes abhängig, und da über die Einführung von Gefügeformen in die rechnende Festigkeitslehre derzeit noch keine Ansätze bestehen, bleibt vorläufig nur die Möglichkeit, c für jeden Werkstoff aus einfachen Versuchen zu entnehmen. Dazu erweist sich die reine Biegung eines Balkens rechteckigen Querschnitts und einer Balkenhöhe, die etwa 2 cm nicht übersteigt, am geeignetsten.

Voraussetzungsgemäß bezieht sich die Größe c auf ein völlig dichtes, porenloses Gefüge und kennt keine durch die Körpergröße bestimmten Einschränkungen. Da aber ein wirklich porenloses Gefüge wohl niemals vorliegen dürfte, erwies es sich als notwendig, eine auf c allein begründete Theorie nur bei niedrigen Balkenhöhen als ausreichend anzusehen, da bei wachsender Balkenhöhe Porengehalt und Gefügefehler aller Art einen immer stärker erkennbaren Einfluß nehmen müssen. Ich habe in einer früheren Arbeit[1]) versucht, durch Einführung eines Einflußkörpers für die Fließhemmung H einem gegebenen Porengehalt Rechnung zu tragen, wobei eine zweite Gefügegröße, die Wirkungstiefe t, von Bedeutung wurde. Wie sich durch die folgenden Untersuchungen zeigen wird, ist bei der Berücksichtigung von t die Körpergröße allein nicht entscheidend, zur Körpergröße tritt noch die Körpergestalt, besonders wenn es sich um die zahlenmäßige Beschreibung des ersten Fließens handelt. In dieser Hinsicht kann die Wirkungstiefe nur dann eine ins Gewicht fallende Rolle spielen, wenn der Querschnitt nicht dem durch die Beanspruchung gegebenen Spannungsbilde angepaßt ist und daher größere, unterbelastete Querschnittsteile entstehen. Zur Ermittlung der Tragfähigkeit, die durch das Fließen der festesten Schichten gekennzeichnet ist (letztes Fließen), fällt dieser Einfluß praktisch weg, da zu diesen Schichten ein sehr großer Wert von t gehört, der das Rechenergebnis nicht mehr nennenswert beeinflußt.

Die Wirkungstiefe t bezieht sich auf einen überall gleichen Porengehalt; bekanntlich ist aber das wirkliche Gefüge des Baustahls durch örtliche Lockerstellen gekennzeichnet, die in ihrer Verteilung keinem Gesetze folgen und deren Lage ausschließlich durch Zufälligkeiten bestimmt ist. Eine Hauptschubspannungsfläche, in die eine oder mehrere derartige Lockerstellen zu liegen kommen, wird daher gegenüber der Umgebung einen höheren Porengehalt aufweisen, und man wird daher, wenn man das erste Auftreten von Fließlinien erfassen will, mit einem kleinen Wert von t zu rechnen haben; je besser die Schicht ist, um so größer wird t anzunehmen sein. Da folglich der Baustahl durch Schichten ansteigender Güte beschrieben werden kann, wird t eine veränderliche Größe, die mit kleinen Werten von t beginnt und für das ideale, fehlerlose Gefüge zu $t = \infty$ zustrebt. $t = \infty$ läßt nur ein Fließen in durchgehenden Schichten zu; je kleiner t ist, um so leichter müssen Fließlinien entstehen können, die im Innern des Körpers auszulaufen scheinen. Diese Veränderlichkeit bewirkt, daß einzelne Schichten verfrüht fließen und sich der eigentlichen Fließgrenze ein Übergangsgebiet vorlagert, dessen stetig gekrümmte Spannungs-Dehnungs-Linie aber nur vorgetäuscht ist, da sie sich bei Verschärfung der Beobachtung in eine feinste Stufenlinie auflösen lassen müßte.

Es soll nun versucht werden, auf den geschilderten Grundlagen die wichtigsten, einschlägigen Versuchsreihen auch zahlenmäßig richtig zu beschreiben.

A. Reine Biegung.

1. Die Versuche von Thum und Wunderlich.

Die bekannten Versuche von Thum und Wunderlich[2]) sind in diesem Zusammenhange deshalb besonders beachtenswert, weil ihre Ergebnisse im wesentlichen auf die Beobachtung der Fließlinien aufgebaut sind. Die Querschnittshöhen der geprüften Balken sind gering, so daß keine Bedenken bestehen, den Einfluß von t zu vernachlässigen und erstes Fließen mit dem Erreichen der Tragfähigkeit zusammenfallen zu lassen.

Drückt man die Fließgrenzenerhöhung oder die „Feldwirkung" durch die bezogene Größe

$$\varkappa = \frac{\Delta \sigma_F}{\sigma_F} = \frac{\sigma_F' - \sigma_F}{\sigma_F} \tag{1}$$

aus und bezeichnet das Verhältnis der Höhe des überlasteten Querschnittsteils zur gesamten Höhe mit μ_F, so ist nach (8)* (eine mit einem Stern * bezeichnete Gleichungsnummer bezieht sich auf die unter Fußnote 1 benannte Arbeit) für $m = \infty$

$$\mu_F = \frac{\varkappa}{2(1+\varkappa)} \quad \text{und} \quad \varkappa = \frac{2\mu_F}{1 - 2\mu_F}. \tag{2}$$

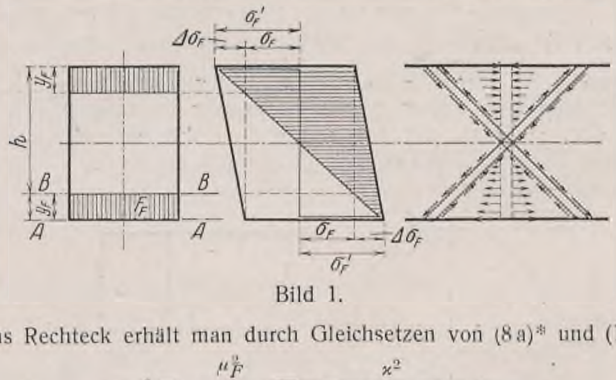


Bild 1.

Für das Rechteck erhält man durch Gleichsetzen von (8a)* und (16)*

$$c = \frac{\mu_F^2}{1 - \mu_F} = \frac{\varkappa^2}{2(1+\varkappa)(2+\varkappa)}. \tag{3}$$

Bei einer allgemeinen Querschnittsform lautet Gl. (3), wenn man mit $\mathfrak{S}_{BF}$ das statische Moment des überlasteten Querschnittsteils, bezogen auf die Achse BB, bezeichnet (Bild 1),

$$c = \frac{\mathfrak{S}_{BF}}{\mathfrak{S}_A} \cdot \frac{1}{1 - \mu_F \cdot \frac{hA}{\mathfrak{S}_A}} \tag{3a}$$ [3]).

[1]) J. Fritsche, Zur Mechanik des Fließvorganges. Stahlbau 1938, Heft 16 u. 17.

[2]) A. Thum u. F. Wunderlich, Die Fließgrenze bei behinderter Formänderung. Forschung auf dem Gebiete des Ingenieurwesens 1932

[3]) Die Bedeutung der Größen $\mathfrak{S}_A$ und A ist der unter Fußnote 1 genannten Arbeit zu entnehmen; dazu sei bemerkt, daß dort infolge eines Versehens alle statischen Momente von Flächen und Flächenstücken statt mit $\mathfrak{S}$ mit dem Buchstaben γ bezeichnet worden sind.

Zur Übertragung der nur für einseitigen Fließeinbruch entwickelten Beziehungen auf den Fall der reinen Biegung sei noch bemerkt: Die Erreichung von σ_F kennzeichnet die Überwindung des Kohäsionswiderstandes sowohl auf der Zug- als auch auf der Druckseite, und es bestehen daher zwei „gleitbereite" Gebiete, die nur aus dem Grunde nicht wirklich fließen und daher auch nicht wirklich im Kleingefüge brechen können, weil sich ihnen noch ein fester Kern vorlagert. Man könnte nun der Auffassung sein, daß es für den Fließdruck oder den Fließzug leichter sein müßte, das unterbelastete Gebiet zu durchstoßen, wenn das gegenüberliegende Randgebiet, in dem sich nach der Theorie sogar die größten Festigkeitsreste und daher auch die größten Widerstände ergeben, bereits gleitbereit ist. Dem ist aber entgegenzuhalten, daß in der Fließschicht die durch die Belastung entstehenden Schubspannungen in den beiden überlasteten Gebieten entgegengesetzt wirken (eine äußere Querkraft ist ja voraussetzungsgemäß nicht vorhanden) und ein Fließen in einer bestimmten Richtung nicht nur die Schubfestigkeit, sondern auch die entgegengesetzt wirkenden Schubspannungen in der Hauptschubspannungsfläche überwinden muß. Der Festigkeitskörper der reinen Biegung entspricht daher streng genommen einem Rhombus von der Höhe $\sigma_F + \sigma_F'$, da der Spannungskörper auf der dem Fließeinbruche gegenüberliegenden Seite im Sinne einer Verfestigung wirkt (Bild 1).

Für den Rechteckquerschnitt betrug die Feldwirkung $\varkappa$ 36 bis 45%, im Mittel daher 40%. Damit ergibt sich aus (3) $c = \frac{1}{42}$, und es muß nun möglich sein, die Versuche mit anderen Querschnittsformen mit diesem Werte von c zu beschreiben.

Für das auf die Spitze gestellte Quadrat berechnet sich μ_F aus der kubischen Gleichung

$$\mu_F^3 + \frac{3}{4} \cdot c\,\mu_F - \frac{3}{4} \cdot c = 0,$$

aus der man mit $c = \frac{1}{42}$ den Wert $\mu_F = 0{,}239$ erhält; aus (2) ergibt sich dann $\varkappa = 0{,}92$. Die Versuche lieferten $\varkappa = 0{,}74$ bis $0{,}83$, im Mittel daher 0,79; die Abweichung beträgt immerhin 15%, wobei allerdings in zu erwartender Weise der gerechnete Wert über dem gemessenen liegt, da die obige Gleichung die Tragfähigeit liefert und der Versuch auf die Beobachtung des ersten Fließens abgestellt war. Bei der Beurteilung dieses Ergebnisses ist zunächst zu beachten, daß sich bei dem auf die Spitze gestellten Quadrate bei gleicher Seitenlänge des rechteckigen Vergleichsversuches eine beträchtliche Vergrößerung der Trägerhöhe ergibt, die sich in einer Herabsetzung von H auswirkt, und jeder Fehler des Werkstoffes in der Umgebung der hochbeanspruchten Querschnittsspitze muß einen besonderen Anreiz zur Fließschichtenbildung bieten. Die in Bild 12* dargestellte Beziehung $\varkappa(\varepsilon)$ läßt diese Verhältnisse deutlich erkennen. Dazu kann möglicherweise noch eine elastizitätstheoretisch bedingte Abweichung des tatsächlichen Spannungsfeldes von dem nach Navier berechneten kommen, die durch die Unstetigkeit der Querschnittsberandung bedingt ist.

Schätzt man für die schwächsten Schichten $t = 8$ cm, so ist für $h = 2$ cm die Größe $\varepsilon = 0{,}25$, bei der beim Rechteck noch kein ins Gewicht fallender Einfluß der Wirkungstiefe festzustellen sein wird; für das auf die Spitze gestellte Quadrat ist jedoch bei derselben Seitenlänge $\varepsilon = 0{,}354$ ein Wert, der mit Rücksicht auf die steil abfallende, zugehörige Beziehung $\varkappa(\varepsilon)$ nicht mehr vernachlässigt werden darf. Man erhält aus (30)* mit $c = \frac{1}{42}$ den Wert $\mu_F = 0{,}231$ und damit $\varkappa = 0{,}85$, womit bereits eine wesentlich bessere Übereinstimmung zwischen Rechnung und Erfahrung in Erscheinung tritt. Jedenfalls ist dieses Ergebnis befriedigender als jenes, das sich aus der auf das ganze Spannungsfeld erweiterten Kuntzeschen Fließbedingung ergibt, die für den vorliegenden Fall $\varkappa = 0{,}73$ liefert[4]).

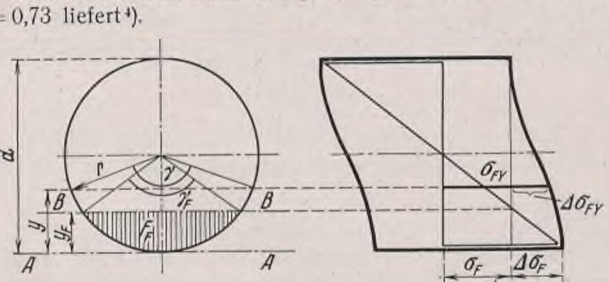


Bild 2.

Für den Kreisquerschnitt gibt der Thumsche Versuchsbericht lediglich an, daß seine Feldwirkung zwischen der des Rechtecks und der des auf die Spitze gestellten Quadrats liegen muß. Man erhält mit den bereits früher besprochenen Voraussetzungen und den Bezeichnungen von Bild 2

$$1 - \frac{\Delta \sigma_{FY}}{\Delta \sigma_F} = 1 - \frac{1}{2\pi}(\gamma - \sin\gamma)$$

und damit

$$(4) \quad A = r^2 \int_0^{2\pi} \left[1 - \frac{1}{2\pi}(\gamma - \sin\gamma)\right] \sin^2\frac{\gamma}{2} \cdot d\gamma = \frac{r^2 \pi}{2} \quad \text{und} \quad \mathfrak{S}_A = r^3 \pi.$$

Die Berechnung von $F - \frac{\mathfrak{S}_{AF}}{y_F} = \frac{\mathfrak{S}_{BF}}{y_F}$ [3]) gestaltet sich mit Rücksicht auf die schwierig zu berechnende Schwerpunktslage des Kreisabschnitts von der Höhe y_F zu langwierig. Zu einfachen Beziehungen gelangt man, wenn man den Kreisrand durch einen Parabelrand ersetzt, was mit Rücksicht auf die notwendige Genauigkeit der Rechnung stets erlaubt sein wird. Mit $\mu_F = \frac{y_F}{d}$ erhält man nun

$$\frac{\mathfrak{S}_{BF}}{y_F} = \frac{8}{15} \cdot d^2 \mu_F \sqrt{\mu_F(1-\mu_F)},$$

und zur Bestimmung von μ_F ergibt sich aus (8a)* und (16)* die Gleichung

$$(5) \qquad 1{,}358\,\mu_F^2 \sqrt{\mu_F(1-\mu_F)} + c\,\mu_F - c = 0.$$

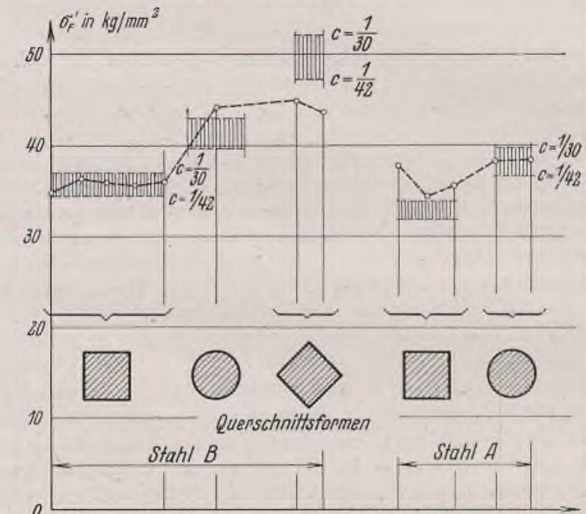
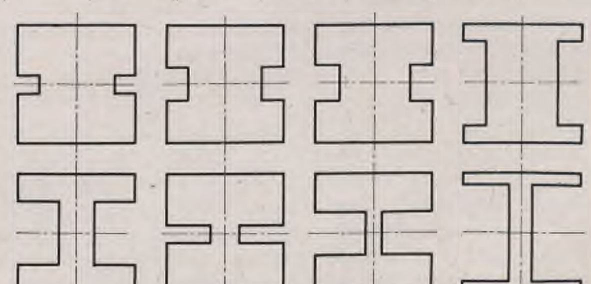


Bild 3.

Mit $c = \frac{1}{42}$ berechnet sich die Wurzel dieser Gleichung mit $\mu_F = 0{,}192$, womit dann $\varkappa = 0{,}62$ folgt. In Bild 3 sind Rechnung und Versuchsergebnis einander gegenübergestellt; der Zahlentafel 1 ist der Einfluß von c auf die Feldwirkung sehr deutlich zu entnehmen.

Zahlentafel 1.

Rechteck			Auf die Spitze gestelltes Quadrat			Kreis		
$\varkappa$	$\frac{1}{c}$	μ_F	$\frac{1}{c}$	μ_F	$\varkappa$	$\frac{1}{c}$	μ_F	$\varkappa$
0,6	23	0,187	23	0,285	1,32	23	0,242	0,94
0,5	30	0,167	30	0,264	1,12	30	0,215	0,75
0,4	42	0,143	42	0,239	0,92	42	0,192	0,62
0,3	66	0,115	66	0,207	0,71	66	0,160	0,47
0,2	132	0,083	132	0,162	0,48	132	0,123	0,33
0,1	462	0,045	462	0,113	0,29	462	0,075	0,18


Bild 4.

Einen sehr guten Einblick in das Wesen der Fließvorgänge und deren Nachdeutung durch die Rechnung gestatten die Thumschen Versuche mit I-Querschnitten ungewöhnlicher Flansch- und Stegdicke. Der

[4]) J. Fritsche, Grundlagen der Plastizitätstheorie. Vorbericht des 2. Kongresses der Internationalen Vereinigung für Brückenbau und Hochbau. Berlin 1936, Wilh. Ernst & Sohn.

Übersicht halber sind die acht untersuchten Querschnittsformen in Bild 4 dargestellt worden. Die Querschnittshöhe beträgt durchweg nur 1,95 cm, so daß es sich wieder erübrigt, den Einfluß der Wirkungstiefe t in Rechnung zu stellen. Was den Festigkeitskörper des I-Querschnitts anbetrifft, so ist (Bild 5) mit den Bezeichnungen $\eta = \frac{y}{h}$, $\alpha = \frac{h_1}{h}$, $\beta = \frac{d}{b}$ und $\varphi = 1 - \alpha(1 - \beta)$ in dem Bereiche $1 > \eta > \frac{1}{2}(1 + \alpha)$ die bezogene Festigkeitsüberhöhung einer beliebigen Faser $\Delta\sigma_{FY} = \frac{1}{\varphi}(1 - \eta)\Delta\sigma_F$. In dem Bereiche $\frac{1}{2}(1 + \alpha) > \eta > \frac{1}{2}(1 - \alpha)$ ist sie $\Delta\sigma_{FY} = \frac{1}{2\varphi}[\varphi + \beta(1 - 2\eta)]\Delta\sigma_F$, und endlich ist für $\frac{1}{2}(1 - \alpha) > \eta > 0$ diese Größe $\Delta\sigma_{FY} = \frac{1}{\varphi}(\varphi - \eta)\Delta\sigma_F$. Diese Ausdrücke müssen natürlich an den Grenzen ineinander übergehen. Man erhält nun damit $A = \varphi \cdot \frac{b\,h}{2}$ und $\mathfrak{S}_A = \varphi \cdot \frac{b\,h^2}{2}$. Bei der Berechnung von μ_F sind zwei Möglichkeiten zu unterscheiden:

a) $0 < \mu_F < \frac{1}{2}(1 - \alpha)$ und

b) $\frac{1}{2}(1 - \alpha) < \mu_F < 1$.

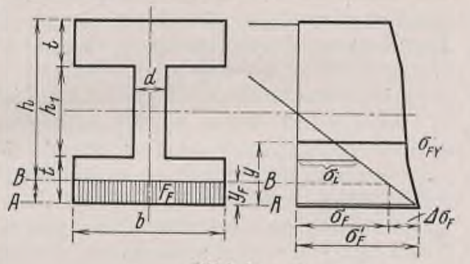


Bild 5.

Im Falle a ist der überlastete Querschnittsteil lediglich ein Flanschstreifen, im Falle b tritt zum Flansch noch ein Teil des Steges hinzu. Man erhält im Falle a $\frac{\mathfrak{S}_{BF}}{y_F} = \mu_F \cdot \frac{b\,h}{2}$ und durch Gleichsetzen der Ausdrücke (8a)* und (16)* die Größe μ_F als Wurzel der quadratischen Gleichung

$$\mu_F^2 + c\,\varphi\,\mu_F - c\,\varphi = 0 \tag{6}$$

mit

$$\mu_F = \frac{c\,\varphi}{2}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{4}{c\,\varphi}}\right]. \tag{7}$$

Im Falle b ist

$$\frac{\mathfrak{S}_{BF}}{y_F} = \left[\beta\,\mu_F + (1 - \beta)(1 - \alpha)\left(1 - \frac{1 - \alpha}{4\,\mu_F}\right)\right]\frac{b\,h}{2},$$

womit dann in der üblichen Weise eine Gleichung zur Berechnung von μ_F entwickelt werden kann. Bei den Querschnitten des Stahlbaues wird aber in der Regel nur der Fall a vorliegen. Mit (7) sind nun die Thumschen Versuche nachgerechnet worden; die Ergebnisse sind in der Zahlentafel 2 zusammengestellt, in die auch die gemessenen und die auf Grund des Kuntzeschen Widerstandsmittels berechneten Werte eingetragen sind. Was die Größe c anbetrifft, so ist sowohl $c = \frac{1}{30}$ als auch $c = \frac{1}{42}$ berücksichtigt worden. $c = \frac{1}{30}$ scheint dem Werkstoff der Versuchskörper besser zu entsprechen.

Man erkennt nun aus Spalte 9 bzw. 13, daß die Übereinstimmung zwischen Rechnung und Versuch für die Querschnittsformen 5, 7 und 8 recht viel zu wünschen übrigläßt, und da es sich bei allen drei Formen um solche mit bereits deutlich ausgesprochenem Stege handelt, erscheint diese Abweichung nicht mehr zufällig, sondern darin begründet, daß dieser Steg nicht mehr kräftig genug ist, um das Fließen des Querschnitts als Ganzes im Sinne der getroffenen Voraussetzungen zu erzwingen; in derselben Weise wirkt sich auch eine fortgesetzte Schwächung der Flanschdicke aus. Die Unstetigkeit in der Berandung bedingt elastizitätstheoretisch das Auftreten einer „Räumlichkeit" des Spannungszustandes in der Umgebung der einspringenden Ecken, und es ist daher die Möglichkeit gegeben, daß die Hauptschubspannungsflächen dort steile Aufbiegungen zur Stegebene zu aufweisen; dadurch wird es bei dünnen Flanschen wahrscheinlich, daß diese am Stege abfließen und diesen außerstand setzen, seine Aufgabe als festes Verbindungsglied zwischen den beiden Flanschen weiter zu erfüllen. Die Flanschen fließen dann selbständig unter der Wirkung eines Spannungsfeldes, dessen Ungleichmäßigkeit nur mehr sehr gering ist. Mit den Bezeichnungen von Bild 5 erhält man die Spannung am inneren Rande des Flansches $\sigma_i = \alpha\,\sigma_F'$, und die Mittelspannung des eingeschränkten Feldes ist nun

$$\bar{\sigma}_0 = \frac{1}{2}(1 + \alpha)\,\sigma_F'. \tag{8}$$

Man kann sich dieses Feld auch durch einen außermittigen Zug oder Druck von einem Außermittigkeitsmaße $\bar{m}$ entstanden denken, und da nach (2)* $\bar{r}_0 = \frac{\bar{\sigma}_0}{\sigma_F'} = \frac{1}{1 + \bar{m}}$, berechnet sich

$$\bar{m} = \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha}. \tag{9}$$

Der Flansch ist ein Rechteck, für das sich μ_F aus der quadratischen Gleichung $\mu_F^2 + c\,\mu_F - c = 0$ ergibt; nach (8a)* ist nun

$$\varkappa = \frac{2\,\mu_F}{\frac{1 + \bar{m}}{\bar{m}} - 2\,\mu_F} = \frac{\mu_F(1 - \alpha)}{1 - \mu_F(1 - \alpha)}. \tag{10}$$

Für $c = \frac{1}{30}$ war $\mu_F = \frac{1}{6}$, und man erhält

$$\varkappa = \frac{1 - \alpha}{5 + \alpha}. \tag{10a}$$

Für die drei Querschnitte 5, 7 und 8, für welche die eben getroffenen Voraussetzungen nahezu erfüllt sein dürften, ergeben sich damit die in Zahlentafel 2 eingetragenen Werte, die allerdings einer unteren Grenze entsprechen werden, und die in der Regel von der Erfahrung überschritten werden dürften, da der Steg doch bis zu einem allerdings rechnerisch nicht erfaßbaren Grade das Ergebnis beeinflußt. Die Ziffern der Spalte 17 bzw. 20 bestätigen diese Überlegungen, sie liegen sämtlich unter den durch Messung ermittelten Werten; bei dem Versuch 7, bei dem die obigen Voraussetzungen am wenigsten zutreffen, ist die Abweichung am größten.

Bei den im Stahlbau verwendeten I-Querschnitten wird Gl. (10) in der Regel anzuwenden sein, und es erübrigt sich daher auch, bei hohen I-Stählen dem Einfluß der Größe t nachzugehen. Einen versuchsmäßigen Beweis dafür liefert die Nachrechnung der Biegeversuche von Stüssi u. Kollbrunner[5], für die sich mit (10) $\frac{\sigma_F'}{\sigma_F} = 1{,}05$ ergibt; das ist ein Wert, mit dem die Versuchsergebnisse gut beschrieben werden können. Dasselbe gilt für die klassischen Versuche von Maier-Leibnitz[6]. Man darf aber nicht übersehen, daß Gl. (10) nur das erste Fließen beschreiben kann. Zur Ermittlung der Tragfähigkeit (letztes Fließen) wird mit (7) zu rechnen sein, worin $t = \infty$ gesetzt worden ist. Auch wenn durchgehende Fließschichten nicht auftreten und die Erschöpfung der Tragfähigkeit erst nach einigen Teilsprüngen erfolgt, wird (7) trotzdem nahezu in Geltung bleiben, da die Rechnung nun lediglich die wirklichen Teilsprünge zu einem großen, einheitlichen Fließsprung zusammenfaßt.

[5]) F. Stüssi u. C. Kollbrunner, Beitrag zum Traglastverfahren. Bautechn. 1935, Heft 21.

[6]) Maier-Leibnitz, Versuche mit eingespannten und einfachen Balken von I-Form aus Stahl 37. Bautechn. 1929, Heft 20. — Ders., Vorbericht des 2. Kongresses der Internationalen Vereinigung für Brückenbau und Hochbau, Berlin 1936.

Zahlentafel 2.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Nummer des Versuchskörpers	$h = b$	t	d	φ	$c = \frac{1}{30}$					$c = \frac{1}{42}$				$c = \frac{1}{30}$			$c = \frac{1}{42}$		
					μ_F nach (7)	$\frac{\sigma_F'}{\sigma_F}$ gerechnet	$\frac{\sigma_F'}{\sigma_F}$ gemessen	Fehler in % des gemessenen Wertes	$\frac{\sigma_F'}{\sigma_F'}$ nach Kuntze	μ_F nach (7)	$\frac{\sigma_F'}{\sigma_F}$ gerechnet	Fehler in % des gemessenen Wertes	$\frac{\sigma_F'}{\sigma_F}$ nach Kuntze	k nach (10a)	$\frac{\sigma_F'}{\sigma_F}$	Fehler in % des gemessenen Wertes	k aus (10)	$\frac{\sigma_F'}{\sigma_F}$	Fehler in % des gemessenen Wertes
1	1,95	0,83	1,23	0,945	0,162	1,48	1,42	+ 5,6	1,38	0,139	1,38	— 2,8	1,38	—	—	—	—	—	—
2	1,95	0,70	1,18	0,889	0,157	1,46	1,47	— 0,7	1,34	0,135	1,37	— 7,3	1,34	—	—	—	—	—	—
3	1,95	0,67	1,17	0,875	0,157	1,46	1,53	— 4,6	1,33	0,134	1,37	— 10,4	1,33	—	—	—	—	—	—
4	1,95	0,28	1,16	0,711	0,143	1,40	1,38	+ 1,4	1,37	0,122	1,32	— 4,3	1,37	—	—	—	—	—	—
5	1,95	0,45	0,59	0,623	0,134	1,37	1,18	+ 16,2	1,20	0,114	1,30	+ 10,2	1,20	0,083	1,08	— 8,5	0,070	1,07	— 9,4
6	1,95	0,83	0.46	0,886	0,158	1,46	1,39	+ 5,0	1,34	0,135	1,37	— 1,4	1,34	—	—	—	—	—	—
7	1,95	0,63	0,27	0,695	0,141	1,39	1,28	+ 8,6	1,24	0,121	1,32	+ 7,8	1,24	0,120	1,12	— 12,5	0,102	1,10	— 14,0
8	1,95	0,19	0,38	0,352	0,103	1,26	1,06	— 18,9	1,10	0,088	1,21	+ 14,1	1,10	0,034	1,03	— 2,8	0,028	1,03	— 2,8

Für genietete Querschnitte, die aus einem Grundprofil und Kopfplatten bestehen, liefert die sinngemäße Anwendung der Gl. (10) diejenige Last, bei der die Randplatten zum Fließen kommen, wenn man dabei von der durch die Lochung entstehenden Störung des Spannungsfeldes absieht. Eine Trennungsfläche zwischen zwei Kopfplatten grenzt gleichzeitig auch jenen Querschnittsteil ab, der auf die Fließhemmung Einfluß nimmt, und man erkennt, daß durch Aufeinanderlegen von Kopfplatten keine weitere Erhöhung von σ_F' erreicht werden kann. Die Tragfähigkeit ist allerdings noch nicht erschöpft, wenn die Randplatte Fließschichten bildet, da bei einer Steigerung der Belastung auch die darunterliegenden Platten zum Fließen gebracht werden können. Die Tragfähigkeit eines genieteten I-Querschnitts wird erst dann erreicht, wenn die Randspannung der untersten Platte der Größe σ_F' gleich geworden ist, die sich durch sinngemäße Anwendung der Gl. (10) berechnen läßt.

B. Versuche mit außermittig gedrückten Stützen.

Die Tragfähigkeit einer außermittig gedrückten Stütze hängt in hohem Grade von dem Formänderungsgesetze des Werkstoffes ab. Die bisherige Annahme, sein Verhalten durch das eines elastisch-idealplastischen Körpers zu beschreiben, kann daher nur eine Näherung an die Wirklichkeit bedeuten, da sich bei den meisten Stählen der Fließgrenze ein Übergangsgebiet vorschaltet, das unter Umständen die Verformung nicht unwesentlich beeinflussen wird. Die plastischen Konstanten c und t sind beide mit der Voraussetzung eines elastisch-idealplastischen Körpers vereinbar; wie damit das Übergangsgebiet erfaßt werden kann, wird später noch zu untersuchen sein.

Die Berücksichtigung der Wirkungstiefe t bei der Berechnung der Fließhemmung H liefert das erste Fließen, das noch keinen Schluß auf die Tragfähigkeit zuläßt, da weitere Laststeigerungen notwendig sind, um den inneren Widerstand in der Hauptschubspannungsfläche völlig zu erschöpfen. Beim ersten Fließen treten Fließlinien auf, die nicht die ganze Höhe des Querschnitts durchsetzen, sondern die im Innern des Körpers auszulaufen scheinen; unter den getroffenen Voraussetzungen ist eine solche Erscheinung dadurch möglich, daß nach erfolgter Kohäsionsüberwindung im überlasteten Gebiete und Eindrehen der Gleitrichtungen der Kristalle in die Richtung des Fließens der Porenraum der Schicht als Ganzes wirkt, der nun in einem Streifen bestimmter Tiefe ein Gleiten der Kristalle bis zu einer anschließenden Verfestigung ermöglicht. Nach Abschluß dieses Vorganges wird sich das gleiche Spiel, lediglich mit geringerer Sprunghöhe, wiederholen, so lange, bis die Fließschicht den ganzen Querschnitt durchstoßen hat und damit die eine plastische Winkeländerung ermöglichende Werkstoffverlagerung eingetreten ist. Es darf wohl angenommen werden, daß dieser Zustand der völligen Erschöpfung einer Hauptschubspannungsfläche näherungsweise so bestimmt werden kann wie bei einem niedrigen Querschnitt, d. h. unter Vernachlässigung von t. Die einzelnen aufeinanderfolgenden Fließsprünge werden damit in der Rechnung zu einem einzigen großen Sprung zusammengefaßt.

Die Berechnung der Tragfähigkeit einer Stütze ist nach der älteren Plastizitätstheorie eine Frage nach einer kritischen Last; sie unterscheidet sich nur durch das Fehlen eines Verzweigungspunktes von den Stabilitätsproblemen der Elastizitätstheorie. Man suchte zunächst unter Annahme eines plastischen Abbaues der Spannungsspitzen den Zusammenhang $f(P)$, worin f die seitliche Ausweichung der Stützenmitte bedeutet, und berechnete damit jene Last, für die $\frac{dP}{df} = 0$. Nach der neueren Plastizitätstheorie liegt die Fragestellung ganz anders; da das elastische Spannungsfeld trotz Fließen erhalten bleibt, wird lediglich jene Last P_{krit} zu ermitteln sein, bei der die Randspannung an der ungünstigst beanspruchten Stelle die gehobene Fließgrenze σ_F' erreicht, wobei allerdings die Annahme eines elastisch-idealplastischen Körpers eine Überschätzung der Tragfähigkeit ergibt.

Obwohl der Untersuchung stets allgemeine, geradlinig veränderliche Spannungsfelder zugrunde gelegt worden sind, hat sich bei der Berechnung von μ_F kein Einfluß von m gezeigt; d. h. daß μ_F eine ausschließlich von der Querschnittsform abhängige Größe ist (Bild 6). Es war nach (8a)*

$$\varkappa = \frac{2\,\mu_F}{\frac{1+m}{m} - 2\,\mu_F} = \frac{2\,m\,\mu_F}{1 + m(1 - 2\,\mu_F)},$$

und daraus berechnet sich

$$(11) \qquad \sigma_F' = \frac{1+m}{1+m(1-2\,\mu_F)} \cdot \sigma_F;$$

da $m = \frac{\sigma_F' - \sigma_0}{\sigma_0}$, erhält man auch

$$(12) \qquad \sigma_F' = \frac{\sigma_F - 2\,\mu_F\,\sigma_0}{1 - 2\,\mu_F}.$$

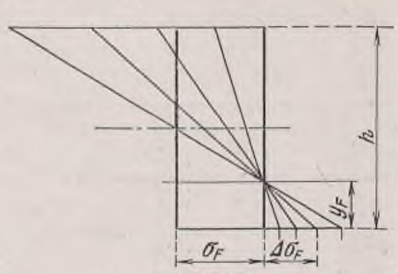


Bild 6.

In einer früheren Arbeit[7]) habe ich die Kuntzesche Widerstandsmittelbildung für außermittigen Druck erweitert und die Fließbedingung des zugehörigen Spannungsfeldes ohne nähere Begründung in der Form

$$(13) \qquad \sigma_F' - \sigma_0 = \frac{1}{\nu}(\sigma_F - \sigma_0)$$

vermutet, worin ν eine Querschnittsgröße bedeutete; mit dem berichtigten Außermittigkeitsmaße $m' = \nu\, m$ war dann so zu rechnen, als ob die Fließbedingung unter Vernachlässigung der Feldwirkung in der Form $\sigma_{\max} = \sigma_F$ angesetzt werden dürfte. Aus der Bedingung (13) läßt sich σ_F' ausrechnen, und man erhält

$$(14) \qquad \sigma_F' = \frac{1}{\nu} \cdot \sigma_F - \frac{1-\nu}{\nu} \cdot \sigma_0.$$

Bei einem Vergleich der beiden Ausdrücke (12) und (14) erkennt man nun sofort, daß beide das gleiche Gesetz beinhalten und daß ν nach der neueren Auffassung einfach durch

$$(15) \qquad \nu = 1 - 2\,\mu_F$$

zu ersetzen ist. Die an die Fließbedingung (13) geknüpften Ausführungen behalten daher ihre volle Gültigkeit, nur ist ν nicht mehr mit Hilfe des Kuntzeschen Widerstandsmittels, sondern nach (15) zu berechnen.

2. Versuche des Deutschen Stahlbau-Verbandes[8]).

Von großem Werte für die Erkenntnis der beim Fließen sich abspielenden Vorgänge sind Versuche mit Stützen bei Querschnitten, die nach dem elastizitätstheoretisch begründeten Spannungsmaßstabe unwirtschaftlich geformt sind, d. h. bei denen größere Massen in Schwerpunktsnähe angeordnet sind. Dazu gehört vor allem der ⊢⊣-Querschnitt bei Biegung in der Flanschebene. Mit den Bezeichnungen von Bild 7 erhält man die Festigkeitsüberhöhung

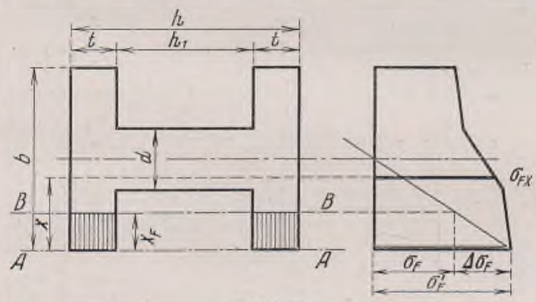


Bild 7.

$$\text{für } 1 > \xi > \frac{1}{2}(1+\beta) \quad \text{mit} \quad \Delta\sigma_{FX} = \frac{1}{\varphi}(1-\xi)(1-\alpha)\,\Delta\sigma_F,$$

$$\text{für } \frac{1}{2}(1+\beta) > \xi > \frac{1}{2}(1-\beta) \quad \text{mit} \quad \Delta\sigma_{FX} = \frac{1}{\varphi}\left[\frac{1}{2}(1+\varphi) - \xi\right]\Delta\sigma_F \quad \text{und}$$

$$\text{für } \frac{1}{2}(1-\beta) > \xi > 0 \quad \text{mit} \quad \Delta\sigma_{FX} = \frac{1}{\varphi}\left[\varphi - \xi(1-\alpha)\right]\Delta\sigma_F,$$

worin $\xi = \frac{x}{b}$ bedeutet.

Nach Einsetzen dieser Ausdrücke in die Bestimmungsgleichungen für A und $\mathfrak{S}_A$ ergibt sich nach längerer Rechnung

$$A = \varphi \cdot \frac{b\,h}{2} \qquad \text{und} \qquad \mathfrak{S}_A = \varphi \cdot \frac{b^2 h}{2}.$$

Unter der wohl meist zutreffenden Annahme, daß die Spannung im Stege die Fließgrenze σ_F nicht erreicht, ergibt sich

$$\frac{\mathfrak{S}_{BF}}{x_F} = (1-\alpha)\,\mu_F \cdot \frac{b\,h}{2}, \qquad \text{worin } \mu_F = \frac{x_F}{b}.$$

Damit bekommt man in der üblichen Weise

$$(16) \qquad \mu_F = \frac{c\,n}{2}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{4}{c\,n}}\right];$$

n ist eine Abkürzung für den Ausdruck $n = 1 + \frac{\alpha\,\beta}{1-\alpha}$. Der Verbindungssteg verschwindet mit $\beta = 0$; dafür wird $n = 1$ und (16) nimmt die für den Rechteckquerschnitt gültige Form an. Bei hohen ⊢⊣-Stählen ist eine Mitwirkung des ganzen Steges bei der Ausbildung der Fließhemmung H nicht mehr wahrscheinlich; ähnlich wie in Bild 8 der unter Fußnote 7 genannten Arbeit schließt sich der innere Teil desselben infolge seitlichen Abfließens der Schicht aus. Gl. (16) und die Lösung für den Rechteckquerschnitt werden folglich einen Bereich abgrenzen, innerhalb dessen der wirkliche Wert der Tragfähigkeit zu beobachten sein wird.

[7]) J. Fritsche, Der Einfluß der Querschnittsform auf die Tragfähigkeit außermittig gedrückter Stahlstützen. Stahlbau 1936, Heft 3.

[8]) G. Grüning, Knickversuche mit außermittig gedrückten Stahlstützen. Mitteilung aus dem Staatlichen Materialprüfungsamt Berlin-Dahlem. Stahlbau 1936, Heft 3.

Überprüft man mit diesen Beziehungen die obengenannten Versuche, so erhält man folgendes: Der Querschnitt des Versuches 1 ist ein I P-Stahl 16, zu dem sich $n = 1{,}264$ berechnet; sein Schlankheitsverhältnis ist $\lambda = 52$ und das Außermittigkeitsmaß des Lastangriffes $m = 1$. Weiter war $\sigma_F = 2{,}62$ t/cm² und $E = 2070$ t cm². Was c anbetrifft, so sollen als Grenzwerte $c = \frac{1}{30}$ und $c = \frac{1}{42}$ angenommen werden. Aus (16) ergibt sich nun $\mu_F = 0{,}185$ bzw. 0,159 und aus (15) damit: $\nu = 0{,}630$ bzw. 0,682; das berichtigte Außermittigkeitsmaß ist nun $m' = 0{,}630$ bzw. 0,682. Aus (15) der unter Fußnote 7 genannten Arbeit berechnet sich jetzt $\sigma_{0\,\mathrm{krit}} = 1{,}445$ bzw. 1,40 t/cm², gegenüber einem gemessenen Werte von 1,57 t cm².

Der Querschnitt des Versuches 2 war ein I P 20-Stahl, zu dem sich $n = 1{,}213$ berechnete. Für die obigen Werte von c erhält man folglich $\nu = 0{,}636$ bzw. 0,688 t/cm². Es war $\lambda = 66$ und $m = 1$; damit ergibt sich nun für $\sigma_F = 2{,}40$ t/cm² und $E = 2070$ t/cm² der Wert $\sigma_{0\,\mathrm{krit}} = 1{,}25$ bzw. 1,21 t/cm², dem ein gemessener Wert von 1,28 t/cm² gegenübersteht.

Was nun die Beurteilung dieser Ergebnisse im Sinne der hier vorgetragenen Auffassung anbetrifft, so ist zu sagen, daß die sich ergebenden Abweichungen nicht als Widerlegung derselben aufgefaßt werden können; Streuungen von 10% sind mit Rücksicht auf Fließgrenzenschwankungen und sonstige Voraussetzungen (Ebenbleiben der Querschnitte) unvermeidlich. Unbefriedigend ist, daß die gerechneten Werte unter den beobachteten liegen, wo doch eigentlich das Gegenteil zu erwarten gewesen wäre, da eine Berücksichtigung der Wirkungstiefe t und des Übergangsgebietes zwischen P- und F-Grenze den gerechneten Wert noch weiter herabsetzen müßte. Eine Erklärung für diese Unstimmigkeiten gibt vielleicht die Bemerkung Grünings, daß mit verhältnismäßig großen Belastungsgeschwindigkeiten gearbeitet wurde; bei langsamerer Laststeigerung wäre die Tragfähigkeit geringer gewesen. Weitere Versuche in dieser Richtung erscheinen daher sehr wünschenswert.

3. Die Versuche von Ostenfeld.

Diese Versuche sind bereits früher eingehend besprochen worden[9]. In diesem Zusammenhange ist lediglich noch die Übereinstimmung der von Ostenfeld versuchsmäßig ermittelten Zahlen β zu überprüfen. Es ist

(17) $$\beta = \nu = 1 - 2\,\mu_F.$$

Für den Rechteckquerschnitt ist mit $c = \frac{1}{30}$ die Größe $2\,\mu_F = \frac{1}{3}$ und damit $\nu = 0{,}68$, während Ostenfeld $\beta = 0{,}69$ fand; für $c = \frac{1}{42}$ ist $2\,\mu_F = 0{,}286$ und daher $\nu = 0{,}71$. Für den Kreis ist für die beiden Werte von c $2\,\mu_F = 0{,}430$ bzw. 0,384 und daher $\nu = 0{,}57$ bzw. 0,62, gegenüber einem Versuchswert $\beta = 0{,}58$. Für das auf die Spitze gestellte Quadrat sind die entsprechenden Ziffern 0,47 bzw. 0,52, während Ostenfeld dafür 0,53 angegeben hat.

Die erwähnte Arbeit von Ostenfeld enthält auch Versuche mit ⊏-Stählen, und es ist nicht ohne Belang, die Tragfähigkeit derartiger Stützen festzustellen; die Ausbiegung kann dabei einmal nach der geschlossenen, das andere Mal nach der offenen Seite des Querschnitts erfolgen. Das Fehlen der zweiten Symmetrieachse macht es zunächst notwendig, den Ansatz für den Spannungskörper zu erweitern. Mit den Bezeichnungen von Bild 8 ist

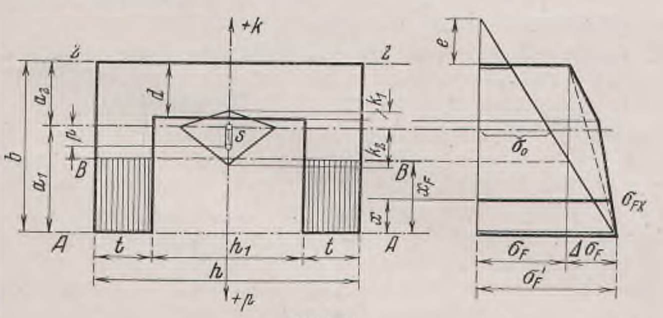


Bild 8.

(18) $$e = -a_2 \cdot \frac{\delta\,\nu_0 - 1}{\nu_0 - 1},$$

worin $\nu_0 = \frac{\sigma_0}{\sigma_F'}$ und $\delta = \frac{b}{a_2}$ bedeutet; für das Verhältnis $\frac{b}{a_1}$ wird der Buchstabe ϑ eingeführt. Für den symmetrischen Querschnitt ist $\delta = \frac{\vartheta}{\vartheta - 1} = 2$, und damit geht Gl. (18) in die frühere Beziehung (1)* über. Da nun $W_1 \neq W_2$ und daher auch $k_1 \neq k_2$, treten nun zwei verschiedene Außermittigkeitsmaße $m_1 = \frac{p}{k_1}$ und $m_2 = \frac{p}{k_2}$ auf, wobei m_1 für eine Außermittigkeit des Lastangriffes gegen den Rand des Flansches zu und m_2 bei entgegengesetzter Richtung gilt. Das Vorzeichen von p und k ist im Sinne der in Bild 8 u. 9 eingetragenen Pfeile angenommen, so daß m_1 und m_2 immer positiv sind. Damit ergibt sich

(19) $$\nu_0 = \frac{1}{1 + m_1}$$

und

(20) $$\nu_x = \frac{\sigma_x}{\sigma_F'} = 1 - \frac{\vartheta\,y}{b} \cdot \frac{m_1}{1 + m_1}.$$

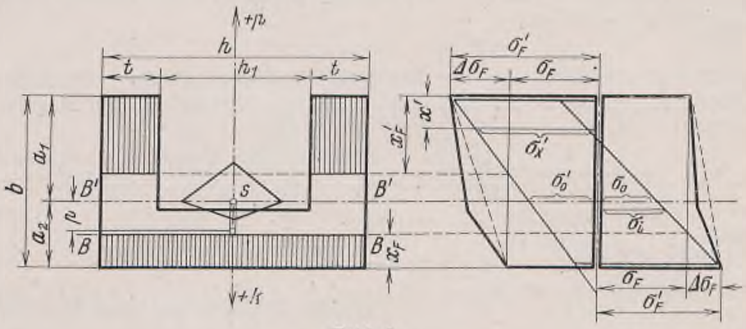


Bild 9.

Der Wert $\nu_{\min}$ verallgemeinert sich zu

(21) $$\nu_{\min} = \frac{1 - m_2}{1 + m_1}.$$

Zur Berechnung der Fließhemmung H ist zunächst die Kenntnis des Festigkeitskörpers notwendig. Bezeichnet man wieder $\xi = \frac{x}{b}$, dann ist im Bereich $1 > \xi > 1 - \beta$ die Größe $\varDelta\sigma_{FX} = \frac{1}{\varphi}(1 - \xi)\,\varDelta\sigma_F$ und für $1 - \beta > \xi > 0$ ist $\varDelta\sigma_{FX} = \left[1 - \frac{1}{\varphi}(1 - \alpha)\,\xi\right]\varDelta\sigma_F$. Darin ist wieder $\varphi = 1 - \alpha(1 - \beta)$. Nun berechnet sich

$$A = \varphi \cdot \frac{b\,h}{2}.$$

Einführungsgemäß bekommt man nun

(22) $$H = c\,\sigma_F' \cdot \frac{\vartheta}{b} \cdot \frac{m_1}{1 + m_1} \cdot \mathfrak{S}_A - c\,\varDelta\sigma_F\,A,$$

(23) $$S = \varDelta\sigma_F\,F - \sigma_F' \cdot \frac{\vartheta}{b} \cdot \frac{m_1}{1 + m_1} \cdot \mathfrak{S}_{AF}.$$

Die Höhe des überlasteten Gebiets $\mu_F = \frac{x_F}{b}$ berechnet sich mit

(24) $$\mu_F = \frac{\varDelta\sigma_F}{\sigma_F'} \cdot \frac{1}{\vartheta} \cdot \frac{1 + m_1}{m_1},$$

womit sich dann S auch in der Form

(23a) $$S = \varDelta\sigma_F \cdot \frac{\mathfrak{S}_{BF}}{b\,\mu_F}$$

anschreiben läßt. Aus (24) erhält man auch

(25) $$\varkappa = \frac{\vartheta\,\mu_F}{\frac{1 + m_1}{m_1} - \vartheta\,\mu_F},$$

eine Beziehung, die für $\vartheta = 2$ in Gl. (8a)* übergeht. Aus der Gleichsetzung von H und S bekommt man nun einen zweiten Ausdruck für $\varkappa$ mit

(26) $$\varkappa = \frac{\mu_F}{\frac{1}{\vartheta} \cdot \frac{1 + m_1}{m_1}\left[\frac{1}{c} \cdot \frac{\mathfrak{S}_{BF}}{\mathfrak{S}_A} + \mu_F \cdot \frac{b\,A}{\mathfrak{S}_A}\right] - \mu_F}.$$

Aus (25) u. (26) erhält man schließlich die unveränderte Gleichung (3a), die nun zusammen mit (25) die Feldwirkung $\varkappa$ bestimmt. Für die Größe ν entsteht durch eine kurze Rechnung der Ausdruck

(27) $$\nu = 1 - \vartheta\,\mu_F.$$

Für den vorliegenden Querschnitt ist $\mathfrak{S}_A = [1 - \alpha(1 - \beta)^2]\,\frac{b^2 h}{2} = \psi \cdot \frac{b^2 h}{2}$ und damit berechnet sich $\frac{b\,A}{\mathfrak{S}_A} = \frac{\varphi}{\psi}$ und $\frac{\mathfrak{S}_{BF}}{\mathfrak{S}_A} = \frac{1}{\psi}(1 - \alpha)\,\mu_F^2$, vorausgesetzt, daß das überlastete Gebiet nicht auf den Steg des Querschnitts übergreift. Damit erhält man aus (3a) die quadratische Gleichung

(28) $$\mu_F^2 + \frac{c\,\varphi}{1 - \alpha} \cdot \mu_F - \frac{c\,\psi}{1 - \alpha} = 0,$$

deren Wurzel nun bei Kenntnis von c die Größe von $\varkappa$ bestimmt.

---

[9] A. Ostenfeld, Exzentrisch beanspruchte Säulen, Versuche mit Stahlsäulen, Querschnittsbemessung. Ingeniorvidenskabelige Skrifter A, Nr. 21. Kopenhagen 1930.

Ostenfeld untersuchte einen ⊏10-Stahl, für den $\alpha = 0{,}83$, $\beta = 0{,}12$, $\varphi = 0{,}270$ und $\psi = 0{,}357$ ist. Mit $c = \frac{1}{30}$ bekommt man aus (28) $\mu_F = 0{,}240$, mit $c = \frac{1}{42}$ den Wert $\mu_F = 0{,}206$. Es ist weiter $\vartheta = 1{,}446$ und damit $\nu = 0{,}652$ bzw. 0,712, während Ostenfeld auf Grund seiner Versuche $\beta = 0{,}69$ annahm, ein Wert, der gut zwischen die beiden errechneten Zahlen hineinpaßt.

Bei einer zusätzlichen seitlichen Ausbiegung der gleichen Stütze nach der offenen Seite des Querschnitts (Bild 9) berechnet sich in der gleichen Weise $A = \varphi \cdot \frac{b\,h}{2}$ und $\mathfrak{S}_A = [1 - \alpha(1 - \beta^2)]\,\frac{b^2 h}{2} = \psi_1 \cdot \frac{b^2 h}{2}$. Nach einer der obigen gleichlaufenden Untersuchung ergibt sich zur Ermittlung von μ_F nun die Gleichung

(29) $$\mu_F^2 + c\,\varphi\,\mu_F - c\,\psi_1 = 0;$$

allerdings ist dabei die nur für kleine Außermittigkeiten zutreffende Annahme gemacht, daß sich das überlastete Gebiet auf den Steg beschränkt. Damit ist dann

(30) $$\varkappa = \frac{\delta\,\mu_F}{\frac{1 + m_2}{m_2} - \delta\,\mu_F}$$

und

(31) $$\nu = 1 - \delta\,\mu_F.$$

Für den von Ostenfeld untersuchten ⊏-Stahl ist $\psi_1 = 0{,}182$; mit $c = \frac{1}{30}$ erhält man nun $\mu_F = 0{,}074$, mit $c = \frac{1}{42}$ ergibt sich $\mu_F = 0{,}063$. Da $\delta = 3{,}23$, berechnet sich $\nu = 0{,}762$ bzw. 0,797, womit sich dann eine recht hohe Tragfähigkeit ergeben würde. Diese rechnungsmäßige Tragfähigkeit wird aber in der Regel nicht erreicht werden, da der Steg im Hinblick auf die Störung der Navierschen Spannungsverteilung infolge der Hohlkehlen leicht zu einem selbständigen Fließen gelangen kann, ohne auf die fließverzögernde Wirkung der unterbelasteten Flanschen Rücksicht zu nehmen. Er steht dann in der Hauptsache unter der alleinigen Wirkung seines eigenen Spannungsfeldes mit den beiden Randspannungen σ_F' und $\sigma_i = \sigma_F'\,[1 + (\nu_0 - 1)\,\beta\,\delta]$, das man sich auch durch ein gedachtes Außermittigkeitsmaß

(32) $$\bar{m} = -1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{2} \cdot \beta\,\delta \cdot \frac{m_2}{1 + m_2}}$$

entstanden denken kann, zu dem sich dann eine Feldwirkung $\varkappa$ mit

(33) $$\varkappa = \frac{\mu_F}{\frac{1 + m_2}{m_2} \cdot \frac{1}{\beta\,\delta} - \mu_F}$$

und ein $\nu = \frac{1}{1 + \varkappa}$ berechnet. Will man lediglich die Zahlen ν vergleichen, so kann man die Untersuchung auf die reine Biegung beschränken, für die $\frac{1 + m_2}{m_2} = 1$ zu setzen ist. Zu $c = \frac{1}{30}$ gehört dann $\mu_F = \frac{1}{6}$, und damit bekommt man für den ⊏10-Stahl $\nu = 0{,}936$, und es ist nun zu erwarten, daß in Wirklichkeit ν innerhalb der Grenzen $0{,}762 < \nu < 0{,}936$ liegt. Versuche zur Überprüfung dieser Beziehung liegen leider nicht vor, da bei den Ostenfeldschen Versuchen m_2 so groß war, daß vom Rande des Flansches aus eine Fließschicht gegen den Steg zu vordrang.

Will man auch diesen Fall in die Untersuchung mit einbeziehen, so hat man zu beachten, daß nun (Bild 9)

(34) $$\nu_0' = \frac{1}{1 + m_2\,\varrho}, \quad \text{worin } \varrho = -\frac{k_2}{k_1} \text{ bedeutet.}$$

Das auf σ_F' bezogene Spannungsfeld beschreibt der Ausdruck

(35) $$\nu_x' = 1 - \frac{x'\,\vartheta}{b} \cdot \frac{m_2\,\varrho}{1 + m_2\,\varrho}.$$

Damit bekommt man in der üblichen Weise

(36) $$H = c\,\sigma_F' \cdot \frac{\vartheta}{b} \cdot \frac{m_2\,\varrho}{1 + m_2\,\varrho} \cdot \mathfrak{S}_A - c\,\Delta\sigma_F\,A,$$

(37) $$S = \Delta\sigma_F \cdot \frac{\mathfrak{S}_{BF}}{b\,\mu_F}$$

und

(38) $$\varkappa = \frac{\vartheta\,\mu_F}{\frac{1 + m_2\,\varrho}{m_2\,\varrho} - \vartheta\,\mu_F}.$$

Aus der Gleichsetzung von H und S erscheint wieder Gl. (3a), wobei sich allerdings die Bezugsachsen für die statischen Momente entsprechend ändern; für μ_F gewinnt die frühere Gleichung (28) wieder Gültigkeit. Auch ν ist wieder durch $\nu = 1 - \vartheta\,\mu_F$ bestimmt, wie eine kurze Rechnung zeigt.

Für $c = \frac{1}{30}$ berechnet sich nun für den ⊏10-Stahl $\mu_F = 0{,}240$ und $\nu = 0{,}65$, während Ostenfeld zur Wiedergabe seiner Versuche $\beta = 0{,}63$ annahm. Er hat daher die Tragfähigkeit derartiger Stützen ein wenig zu hoch erhalten, doch ist auch hier die Übereinstimmung zwischen Rechnung und Versuch recht befriedigend.

Die drei geprüften Versuchsgruppen beweisen wohl ausreichend die eingangs aufgestellte Behauptung und zeigen die Brauchbarkeit der Grundlagen der neueren Plastizitätstheorie. Man darf aus ihnen gleichzeitig die Berechtigung folgern, dieselbe weiter entwickeln und auf andere, verwickelte Festigkeitsfälle anwenden zu dürfen.

Rahmenpfetten als stahlsparende Konstruktionsglieder.

Von Dipl.-Ing. **Fritz Hugeneck**, Reichsbahnbaudirektion Berlin.

Der umfangreiche Neuaufbau des Reiches und der Aufschwung der Wirtschaft bringen es mit sich, daß sich eine große Anzahl von Hallen und Industriebauten in Planung befinden. Der Umstand, daß es sich in vielen Fällen um Dachgrundrisse von beträchtlichen Ausmaßen handelt, legt es nahe, u. a. auch genaue statische Untersuchungen des Dachgerippes anzustellen und durch Anwendung neuer Konstruktionen an Baustoff noch mehr zu sparen als es bei kleinen Konstruktionen sonst üblich ist. Dies ist möglich bei den Pfetten, die bei der Entwurfsbearbeitung oft recht stiefmütterlich behandelt werden. Gerade bei ihnen aber läßt sich durch geschickte Anordnung und nähere Untersuchung manches erreichen, um so mehr als ihr Einfluß auf das Konstruktionsgewicht wegen der notwendigen großen Anzahl von laufenden Metern auch schon bei kleineren Dachgrundrissen beachtlich ist. Die folgende Untersuchung möge dazu dienen, die entwerfenden Praktiker anzuregen, sich beim Projektieren mit dieser Frage zu beschäftigen.

Da in neuerer Zeit in großem Umfange senkrechte Oberlichter zur Anwendung kommen, empfiehlt es sich nach Lösungen zu suchen, die eine möglichst einfache und stahlsparende Verbindung von Pfette und Oberlicht gewährleisten. Die neuzeitliche Formgebung zeigt meist das Bestreben, möglichst große Stützen- und damit Binderabstände zu erreichen. Daraus folgen große Pfettenstützweiten. Bekanntlich sind bei großen Stützweiten in der Regel nicht die zulässigen Spannungen maßgebend. Die Durchbiegungen und damit die Steifigkeit spielen eine große Rolle und zwingen zur Verwendung hoher Profile und damit zu unwirtschaftlichem Stahlaufwand. Es soll im folgenden an der Hand eines Beispiels eine Lösung untersucht werden, die allen erwähnten Fragen möglichst gerecht wird und die Möglichkeit lohnender Stahlersparnis bei gleichbleibender Steifigkeit zeigt.

Es handle sich um eine Halle von beliebigen Grundrißmaßen. Die Oberlichter laufen parallel zu den Bindern und liegen, um eine ausreichende Beleuchtung zu gewährleisten, in Binderabständen.

Es besteht die Möglichkeit, die Pfetten in der Dachebene durchzuführen und auf diese die Oberlichter aufzusetzen (Bild 1). Diese Anordnung hat den Nachteil, daß das Pfettenfeld unter dem Oberlicht unbelastet ist, daher erstens einen unnützen Materialaufwand darstellt und zweitens bei Anwendung durchlaufender Pfetten keine Entlastung für die Nachbarfelder bringt. Außerdem wird es in den meisten Fällen aus schönheitlichen Gründen nicht erwünscht sein, daß die Lichtflächen durch die engliegenden Pfettenstränge geschnitten werden.

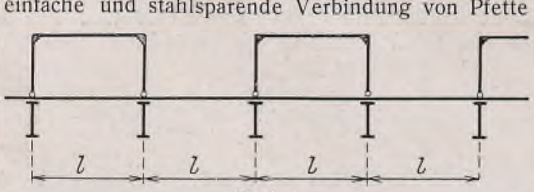


Bild 1.

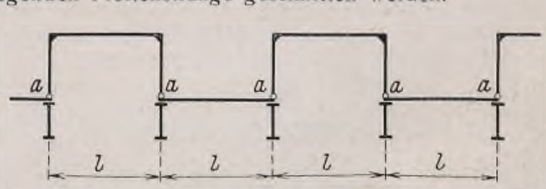


Bild 2.

Die zweite Lösung wäre durch Aufsetzen der Oberlichter auf die Binder gegeben. Diese Anordnung hat den Nachteil, daß die untenliegenden Pfetten vom Rahmenschub auf Knickung beansprucht werden (Bild 2).

Eine dritte Möglichkeit besteht darin, je drei Felder zu einem biegungssteifen System, einer Rahmenpfette zusammenzufassen. Dieses kann durch Gelenke statisch bestimmt gemacht werden (Bild 3) oder als Träger auf vier Stützen ausgebildet werden (Bild 4). Die Gelenke bringen wegen der waagerechten Kräfte gewisse Nachteile. Lösung 3 und auch Lösung 1 schalten damit aus. Lösung 2 geht ohne weiteres in Lösung 4 über, wenn die Gelenke bei a in biegungssteife Verbindungen umgewandelt werden.

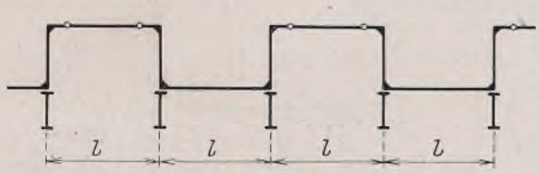


Bild 3.

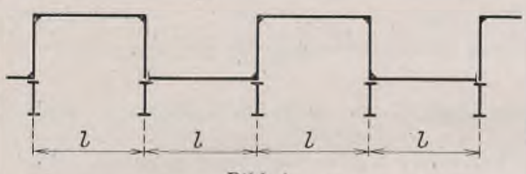


Bild 4.

Annahmen:	Binderabstand	$l=$	8,00 m,
	Höhe des Oberlichts	$h=$	2,80 m,
Belastung:	Leichtsteindecke	$g=$	90 kg/m²,
	Wind und Schnee	$p=$	80 kg/m²,
		$q=$	170 kg/m².

Pfettenabstand: $a = 2{,}00$ m.

$$q = 0{,}17 \cdot 2{,}00 = 0{,}34 \text{ t/m},$$

$$M = 0{,}34 \cdot \frac{64{,}0}{8} = 2{,}72 \text{ tm}.$$

Gew.: I 24, $W = 354 \text{ cm}^3$, $J = 4250 \text{ cm}^4$,

$$\sigma = \frac{272\,000}{354} = 768 \text{ kg/cm}^2.$$

Die Durchbiegung beträgt:

$$\vartheta = \frac{5 \cdot 0{,}34 \cdot 8{,}0^4}{384 \cdot 21\,000\,000 \cdot 0{,}000\,042\,5} = 0{,}0203 \text{ m} = \frac{L}{394}.$$

Die Spannung ist wegen der Durchbiegung nicht ausgenutzt. Die Durchbiegung des Rahmenriegels ist geringer.

Bei Wegfall der beiden Gelenke ergibt sich ein zweifach statisch unbestimmtes System (Bild 5 u. 6).

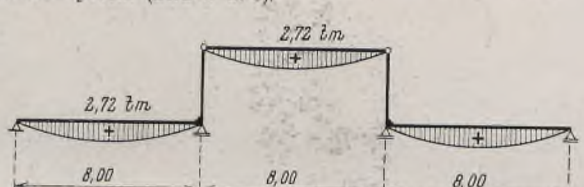


Bild 5.



Bild 6.

Moment über den Stützen (Vollast):

$$\mathfrak{M} = 2{,}72 \text{ tm},$$

$$\vartheta_{11} = 2 \cdot \left(\frac{8{,}0}{3} + 2{,}80\right) + 8{,}0 = 18{,}9333,$$

$$\vartheta_{1m} = -4 \cdot 1{,}0 \cdot 2{,}72 \cdot \frac{8{,}0}{3} = -29{,}0133,$$

$$M_{\mathrm{I}} = M_{\mathrm{II}} = -\frac{29{,}0133}{18{,}9333} = 1{,}5324 \text{ tm}.$$

Feldmoment im Seitenfeld (Seitenfelder: q, Mittelfeld: g):

$$M_g = 0{,}18 \cdot \frac{64{,}0}{8} = 1{,}440 \text{ tm},$$

$$\vartheta_{1m} = -2 \cdot 1{,}0 \cdot 2{,}72 \cdot \frac{8{,}0}{3} - 1{,}0 \cdot 1{,}44 \cdot \frac{2}{3} \cdot 8{,}0 = -22{,}1867,$$

$$M_{\mathrm{I}} = -\frac{22{,}1867}{18{,}9333} = -1{,}1718 \text{ tm},$$

$$A = 0{,}34 \cdot 4{,}0 - \frac{1{,}1718}{8} = 1{,}2135 \text{ t},$$

$$X = \frac{1{,}2135}{0{,}34} = 3{,}569 \text{ m}.$$

$$\max M_f = \frac{1{,}2135 \cdot 3{,}569}{2} = 2{,}1655 \text{ tm}.$$

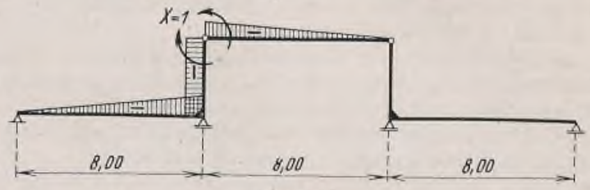


Bild 7.

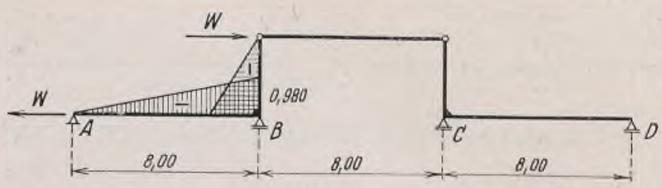


Bild 8.

Windangriff auf das Oberlicht (Bild 7 u. 8):

$$W = 0{,}125 \cdot 2{,}80 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2{,}0 = 0{,}35 \text{ t},$$

$$A = -B = 0{,}35 \cdot \frac{2{,}8}{8} = 0{,}1225 \text{ t},$$

$$\mathfrak{M} = 0{,}35 \cdot 2{,}80 = 0{,}9800 \text{ tm},$$

für $X_1 = 1$:

$$A = \frac{1{,}0}{8} = 0{,}1250,$$

$$B = 0{,}1250 + 0{,}1250 = 0{,}2500,$$

$$C = 0{,}1250,$$

$$\vartheta_{11} = \vartheta_{22} = 2 \cdot 1{,}0^2 \cdot \frac{8{,}0}{3} + 1{,}0^2 \cdot 2{,}8 = 8{,}1333,$$

$$\vartheta_{12} = \vartheta_{21} = 1{,}0 \cdot 1{,}0 \cdot \frac{8{,}0}{6} = 1{,}3333,$$

$$\vartheta_{1m} = 0{,}9800 \cdot 1{,}0 \cdot \frac{8{,}0}{3} + 0{,}9800 \cdot 1{,}0 \cdot \frac{2{,}80}{2} = 3{,}9853.$$

$$\begin{aligned} 8{,}133\,33\, X_1 + 1{,}3333\, X_2 &= -3{,}9853 \\ 1{,}333\,3\, X_1 + 8{,}1333\, X_2 &= \theta \\ \hline X_1 &= -0{,}5078 \\ X_2 &= +0{,}0832 \end{aligned}$$

$$\text{Eckmomente:} \left\{ \begin{aligned} M_1 &= -0{,}476 \text{ tm} \\ M_2 &= +0{,}508 \text{ tm} \\ M_3 &= -0{,}083 \text{ tm} \end{aligned} \right.$$

$\max M_{\mathrm{I}} = -1{,}532 - 0{,}476 = 2{,}008$ tm, also kleiner als das Feldmoment.

Die Durchbiegung an der Stelle des maximalen Feldmoments errechnet sich wie folgt (Bild 9 u. 10):

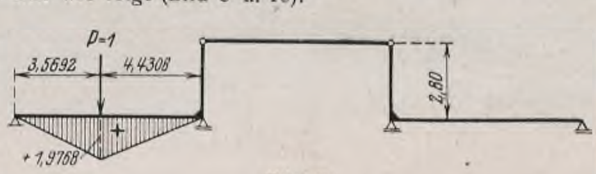


Bild 9.

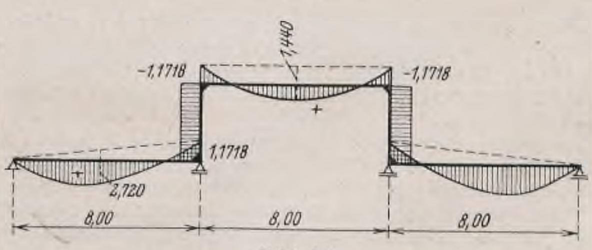


Bild 10.

Last 1 in $x = 3{,}569$ m,

$$\mathfrak{M}_1 = \frac{1 \cdot 3{,}569 \cdot 4{,}4308}{8{,}00} = 1{,}9768 \text{ tm},$$

$$EJ\vartheta = +1{,}9768 \cdot 2{,}72\,(64{,}0 + 3{,}5692 \cdot 4{,}4308) \cdot \frac{1}{24{,}0}$$

$$-1{,}1718 \cdot 1{,}9768 \cdot \frac{11{,}5692}{6} = +17{,}8814 - 4{,}4665 = +13{,}4149,$$

für I NP 22, $W = 278\ \text{cm}^3$, $J = 3060\ \text{cm}^4$,

$$\vartheta = \frac{13{,}4149}{21\,000\,000 \cdot 0{,}000\,030\,6} = 0{,}0209\ \text{m} = \frac{L}{383},$$

$$\sigma = \frac{216\,550}{278} = 778\ \text{kg/cm}^2.$$

Das Ergebnis zeigt, daß bei fast gleicher Steifigkeit und gleichen Spannungen eine Profilnummer gespart wird.

Die Steifigkeit kann bei verhältnismäßig geringem zusätzlichen Materialaufwand noch gesteigert werden, wenn die kurzen senkrechten Stiele um eine oder zwei Profilnummern stärker gemacht werden.

Es soll noch gezeigt werden, daß das System eine ausreichende Steifigkeit gegen Windangriff auf das Oberlicht aufweist.

Waagerechte Verschiebung des oberen Eckpunktes unter $W = 0{,}35$ t.

Für $W = 1{,}0$ t (Bild 11 u. 12):

$$\mathfrak{M}_1 = 1{,}0 \cdot 2{,}80 = 2{,}8000\ \text{tm},$$

$$\mathfrak{M}_2 = 1{,}0 \cdot 1{,}440 = 1{,}4400\ \text{tm},$$

$$EJ\vartheta = +\,0{,}476 \cdot 2{,}800 \cdot \frac{8{,}00}{3} + 0{,}476\,(1{,}440 + 5{,}600) \cdot \frac{1{,}36}{6}$$

$$-\,0{,}508 \cdot 1{,}440 \cdot \frac{1{,}440}{6} = 3{,}5541 + 0{,}7596 - 0{,}1756 = 4{,}1381,$$

$$\vartheta = \frac{4{,}1381}{21\,000\,000 \cdot 0{,}000\,030\,6} = 0{,}006\,45\ \text{m}.$$

Zur vorstehenden Untersuchung ist noch einiges zu sagen. Die Berechnung wurde der Einfachheit halber für drei Felder durchgeführt. Bei längeren Hallen wird man die durchlaufende Pfette von Dehnfuge zu

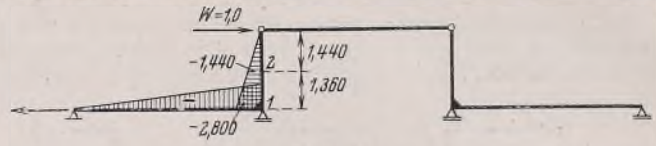


Bild 11.

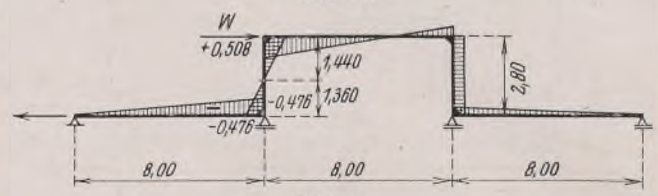


Bild 12.

Dehnfuge, also über 4, 5 oder mehr Felder führen und damit weitere Vorteile erzielen, wie versuchsweise durchgeführte Rechnungen ergeben haben. Die Ergebnisse werden auch noch günstiger, wenn die Pfettenstützweiten größer sind, als die dem Beispiel zugrunde gelegten.

Verschiedenes.

Vom Wellenbad zur Lagerhalle. Ein Beispiel für die vielseitige Verwendbarkeit vorhandener Stahlkonstruktionen. Sobald in Verhandlungen beim Beginn größerer Bauvorhaben über die zweckmäßigste Bauart von den Vertretern des Stahlbaues auf seine besonderen Vorzüge hinsichtlich leichter Abänderung und Weiterverwendung an anderer Stelle hingewiesen wird, begegnet dieser Hinweis bei Bauherren und Architekten nur geringem Interesse, da sie, erfüllt von dem Neubauplan, nicht geneigt sind, voraussichtlich noch in weiter Ferne liegende Möglichkeiten schon beim Baubeginn zu berücksichtigen. Erst die auch auf dem Baugebiet sich heute stark bemerkbar machenden Umwälzungen im deutschen Vaterland, die es mit sich bringen, daß viele noch im guten Zustande befindlichen Bauwerke gegenüber großzügigen neuen Planungen ihren Standort nicht mehr behalten können, lenkt das Interesse stärker auf die Wiederverwendbarkeit ihrer Bestandteile. Die im Zuge des Vierjahresplans folgenden Verordnungen der Regierung betreffend Sparsamkeit in der Verwendung von Metallen führten sogar zu einer starken Nachfrage nach Stahlbauten, die, am Standort hinderlich oder überflüssig geworden, an anderer Stelle wieder verwendbar sind.

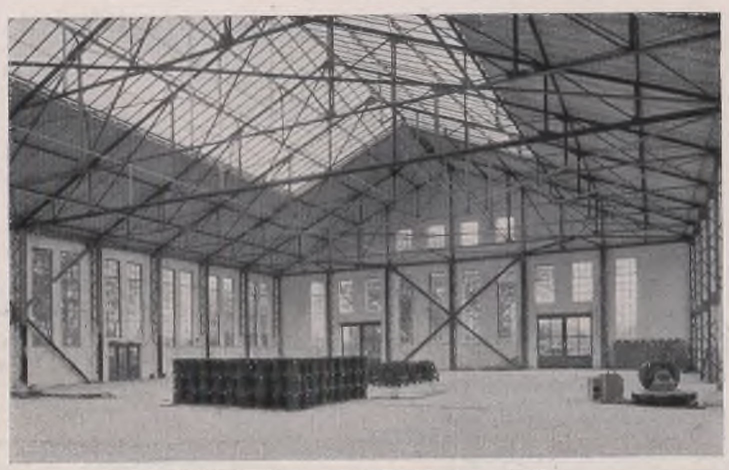


Bild 1. Innenansicht der Lagerhalle.

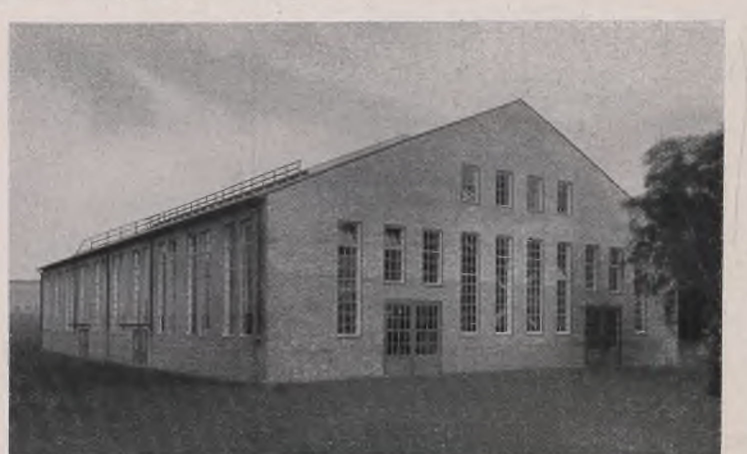


Bild 2. Außenansicht der Lagerhalle.

Das im folgenden dargestellte Bauwerk zeigt nun in besonders überzeugender Weise, wie vorteilhaft und schnell sich Stahlkonstruktionen von den nicht wieder verwendbaren Bauteilen trennen, abändern und wieder aufstellen lassen.

Eine im Berliner Lunapark im Jahre 1910 erbaute Halle von 32 m Breite, 53 m Länge und 18 m lichter Höhe, die ursprünglich für Theater- und Varieté-Vorstellungen gedient hatte und dann zum Wellenbade umgebaut wurde, kam infolge Auflösung dieses bekannten Vergnügungsparkes zum Abbruch. Die noch durchaus verwendbare Stahlkonstruktion wurde von der Firma Siemens-Schuckertwerke A. G. zum Zwecke des Wiederaufbaus in ihrem Werk erworben, und zwar zur Errichtung einer Lagerhalle von gleicher Breite und Länge, jedoch nur halber lichter Höhe. Es war somit nur eine Kürzung der 18 m hohen Stützen auf 9 m erforderlich. Ferner mußte das für die Zwecke des Wellenbades verschiebbar angeordnete Oberlicht in ein festes umgewandelt werden. Die Abänderungsarbeiten an den Stützen wurden vor dem Wiederaufbau auf der Baustelle ausgeführt.

Die Wiederaufbauarbeiten der rd. 143 t im abgeänderten Zustand wiegenden Konstruktionsteile erforderten rd. 8 Wochen, hätten aber in kürzerer Zeit ausgeführt werden können. Räumungsarbeiten, die aus betrieblichen Rücksichten nicht zeitiger vorgenommen werden konnten, behinderten die Fundamentierungsarbeiten.

Bild 1 zeigt eine Innenaufnahme der fertigen Lagerhalle. Das schon durch seine Abmessungen nicht unbedeutende Bauwerk zeigt einen weitläufig wirkenden, durch hohe Fenster und das bereits erwähnte Oberlicht reichlich erhellten Innenraum, der seiner Verwendung als Lagerhalle nicht weniger als ein neues Bauwerk entspricht. Die Außenaufnahme des fertigen Bauwerks (Bild 2) zeigt, wie durch kunstgerechte Anordnung der Fenster, die mit erstklassigem Material und guter Handwerksarbeit ausgeführten Umfassungsmauern und das Dach dem ganzen Gebäude einen schönen und dauerhaften Ausdruck verleihen, dem nichts Behelfsmäßiges anhaftet. Entwurf und Ausführung lagen in den Händen der unter Leitung von Baudirektor Dr.-Ing. ehr. Hans Hertlein stehenden Bauabteilung der Siemenswerke.

Wenn auch zur Zeit mit Rücksicht auf eine vorübergehende Stahlknappheit Stahlkonstruktionen im Hochbau nur in besonderen Fällen verwendet werden sollen, so ist es doch wichtig, diese Bauweise im Auge zu behalten, denn der Ersatz durch Holz, soweit wie er zur Zeit noch üblich und überhaupt möglich ist, kann wegen Verknappung auch dieses Baustoffs und seiner wesentlich langsameren Erzeugung auf die Dauer nicht aufrechterhalten werden. Eisenbeton ist wegen der größeren Konstruktionsdicken und der damit verbundenen höheren Gewichte in vielen Fällen kein geeigneter Ersatz. Die Schalungen erfordern ebenfalls Holz.

Stahlkonstruktionen im Hochbau sind besonders geeignet bei Bauten auf schlechtem Baugrund zur Verminderung der Eigengewichte, ferner für Bauten, die im Innern umgewandelt werden müssen, nachträglich Deckendurchbrüche und Stützenverschiebungen erfordern, und vor allem dann, wenn, wie es in Fabrikbetrieben häufig vorkommt, mit einem Platzwechsel zu rechnen ist. Obering. J. Heinicke, VDI, Berlin.

Verantwortlich für den Inhalt: Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt.
Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin W 9.
Druck der Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.

DER STAHLBAU

Schriftleitung:
Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt, Technische Hochschule
Fernsprecher: Darmstadt 7711, Apparat 599
Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61
Veröffentlichungsbeiträge an voranstehende Anschriften erbeten

Beilage zur Zeitschrift DIE BAUTECHNIK Fachschrift für das gesamte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

12. Jahrgang — BERLIN, 17. Februar 1939 — Heft 4

Sollen genietete Träger mit Berücksichtigung der Nietschwächung berechnet werden?

Von Prof. Dr.-Ing. **Friedrich Hartmann**, Wien.

In der gegenwärtig in Umarbeitung begriffenen Norm für Straßenbrücken soll der Nietabzug nur noch in den gezogenen Teilen eines genieteten Trägers berücksichtigt werden, wie dies bereits seit einigen Jahren in der Önorm vorgesehen war. Es ist zu erwägen, ob man nicht im allgemeinen auf die Berücksichtigung des Nietabzuges überhaupt verzichten könnte.

Die Berücksichtigung der Nietschwächung in gezogenen Teilen eines Trägers war eine Selbstverständlichkeit, solange man für die Sicherheit den statischen Bruch dieser Teile als maßgebend ansah. Ein Träger wird aber viel früher unbrauchbar, im allgemeinen bei Eintritt unzulässiger Verformungen. Solche sind starke Durchbiegungen, Ausbeulungen und Dauerbruch. Da in unseren Berechnungen nicht alle tatsächlich auftretenden Wirkungen und Zusatzspannungen enthalten sind, muß zwischen den rechnungsmäßigen Höchstbeanspruchungen und jenen Spannungen, bei denen unzulässige Verformungen auftreten, ein Sicherheitsspielraum vorhanden sein, so daß auch bei Auftreten aller möglichen Wirkungen niemals unzulässige Verformungen auftreten. Der Spielraum hängt zunächst von der Höhe der nicht in Rechnung gestellten Wirkungen und Zusatzspannungen ab, die man allerdings häufig nur sehr annähernd schätzen kann. Er hängt aber auch von unvermeidlichen Unregelmäßigkeiten im Baustoff ab, die bei unserem Baustahl allerdings heute sehr gering veranschlagt werden dürfen. Auch sind die Querschnittstoleranzen der gewalzten Teile zu berücksichtigen. Sehr wichtig ist die wirkliche Höhe der Streck- und Stauchgrenze σ_S. Bei Baustahl St37 wird mit $\sigma_S = 2{,}4$ t/cm² gerechnet. Da die Walzwerke aber nur eine Streckgrenze von mindestens 55% der Festigkeit garantieren, kann sie in einzelnen Stäben bis auf $\min \sigma_S = 2{,}04$ herabsinken. Bei genieteten Trägern besteht der Zuggurt aus Gurtplatten, zwei Gurtwinkeln und einem Stück des Stegbleches. Es ist ganz unwahrscheinlich, daß in allen diesen Teilen $\min \sigma_S$ vorhanden ist. Es genügt daher, Verformungen von Trägern mit etwa $\sigma_S = 2{,}2$ zu berechnen. (Bei geschweißten Trägern, deren Gurt häufig nur aus einer einzigen starken Platte besteht, müßte man, da das Stegstück einen sehr geringen Einfluß hat, mit $\min \sigma_S$ rechnen, um so mehr, als geringe σ_S eher bei starken als bei dünnen Walzprofilen zu erwarten sind.)

Bild 1 zeigt die Arbeitslinie des Baustahls, einmal wenn $\sigma_P \doteq \sigma_S$ ist (Linie 1) und mit $\sigma_P < \sigma_S$ (Linie 2). Bild 2 zeigt für einen symmetrischen Träger in den Linien 1 und 2 unter der Voraussetzung eben

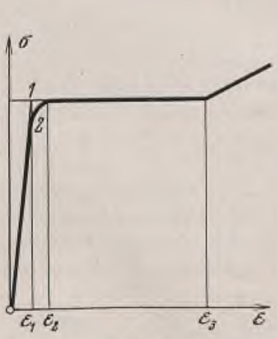


Bild 1.

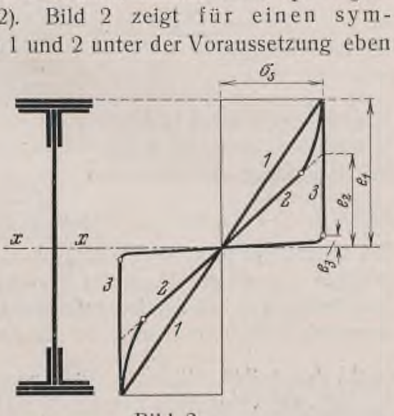


Bild 2.

bleibender Querschnitte den Spannungsverlauf, wenn im vollen Querschnitt am Rand eben σ_S erreicht wird, und in Linie 3 nach vollem Durchfließen des Streckbereiches mit der Randdehnung ε_3, also gerade bei Erreichung des Verformungsbereiches. Es ist unter der gemachten Voraussetzung $\frac{e_2}{e_1} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$ und $\frac{e_3}{e_1} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3}$, wenn in Bild 1 Linie 2 gilt. Nachdem stets das Biegemoment der äußeren Kräfte M_a gleich dem Moment der inneren Spannungen M_i ist, lassen sich aus den Spannungsverteilungen die Tragmomente berechnen. Das Tragmoment nach der Spannungsverteilung 1 kann auch noch aus der Navierschen Formel $M_1 = W \sigma_S$ berechnet werden. Nachdem gewöhnlich die Spannungslinie 2 tatsächlich in Frage kommt, ist das Tragmoment M_2 ein wenig größer als M_1, doch ist der Unterschied sehr gering. Das Tragmoment M_1 oder M_2 ist praktisch genommen jenes, bei dem die abstehenden Teile des Gurtes plastisch werden. Das heißt also, daß spätestens bei Erreichung von M_1 oder M_2 der gedrückte Gurt seitlich ausknickt, da die Knickspannung σ_K höchstens gleich σ_S ist. Ist die Entfernung der seitlich festgehaltenen Punkte des Druckgurtes a (Entfernung der Querträger oder Querrahmen) und ist das maßgebende Trägheitsmoment des Gurtes J_y (Bild 3), der Trägheitshalbmesser $i_y = \sqrt{\frac{J_y}{F}}$,

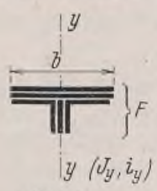


Bild 3.

die Knickschlankheit $\lambda_y = \frac{a}{i_y}$, so wird die Knickspannung nur dann nahezu σ_S erreichen, wenn $\lambda_y \doteq\lessgtr 30$ ist. Das ist bei den üblichen Gurtformen näherungsweise der Fall, wenn $b \doteq\lessgtr \frac{a}{8}$ ist. Andernfalls wird σ_K kleiner als σ_S und daher das Moment, bei dem Ausknicken eintritt, kleiner als M_1 oder M_2. Im letzteren Fall ist es günstig, wenn benachbarte Felder eine beträchtlich kleinere als die maximale Gurtspannung haben, weil die Knickung nur gemeinschaftlich erfolgen kann. Die Knicklänge ist dann etwas kleiner als $\frac{a}{i_y}$ in Rechnung zu stellen.

Im gezogenen Gurt hingegen treten bei Erreichung von M_1 oder M_2 keinerlei gefährliche Erscheinungen auf. Es ist zwar schon im Bruttoquerschnitt der äußeren Gurtplatte die Fließgrenze erreicht, aber das Fließen kann nicht stattfinden, weil die angrenzenden Teile es verhindern. Die Formänderungen bleiben also noch klein, das heißt, sie sind noch von der Größenordnung der elastischen Verformungen. Dringt nun die Fließgrenze ins Innere des Trägers, so wird am Trägerrand die Dehnung immer größer, und ε erreicht dort schließlich den Wert ε_3 (Bild 1), und die Spannungen verlaufen nach der Linie 3 (Bild 2). Ob jetzt große Verformungen auftreten, hängt davon ab, in welcher Länge das hemmungslose Fließen eintritt, also von dem Verlauf der Momentendeckung im Träger. Tritt das Fließen nur in einzelnen Punkten oder in ganz kurzen Strecken auf, dann werden die Verformungen noch immer gering bleiben, und das wird bei Brückenträgern oft der Fall sein; es ist jedoch allgemein nicht damit zu rechnen. Das Tragmoment M_3, das der Spannungsverteilung 3 entspricht, ist natürlich größer als M_2 oder M_1. Das heißt, große Verformungen in lotrechtem Sinn durch Fließen des Untergurtes treten überhaupt nicht auf, da zuerst der Obergurt seitlich ausweicht und damit das Tragvermögen des Trägers erschöpft ist. Man könnte einwenden, daß bei der Spannungsverteilung 2 die Streckgrenze in den geschwächten Querschnitten doch schon tiefer ins Innere des Trägers gedrungen sei. Wäre der Gurt für sich allein, dann könnte ein beschränktes Fließen eintreten, vorausgesetzt, daß der Fließbereich schon eine gewisse Länge erreicht hat. Dies letztere ist aber beim Stegblech nirgends der Fall. Die lotrechten Steifen bedingen nur eine oder zwei Nietreihen und bilden außerdem durch den Reibungsschluß der Niete eine Verstärkung des sonst geschwächten Steges, selbst wenn nur eine Nietreihe vorhanden ist [Versuch von Graf[1])]. Im Steg

[1]) Graf, Dauerfestigkeit von Stählen mit Walzhaut usw., S. 23. VDI-Verlag 1931.

kann also bei der Spannungsverteilung 2 entweder überhaupt kein oder höchstens ein sehr beschränktes Fließen und überdies nur auf ganz kurze Länge stattfinden, das keinerlei größere Verformungen des Trägers zur Folge haben kann. Über die Wirkungen von Stößen und Stoßdeckungen wird noch gesprochen werden.

Die Ermittlung der Biegelinie von teilweise plastisch gewordenen Trägern wurde vom Verfasser an anderer Stelle behandelt[2]). Es wurde dort gezeigt, daß die Biegelinie als Momentenlinie der als Belastung des Balkens aufgefaßten y''-Fläche erhalten wird. (Als Sonderfall ergibt sich für den elastischen Bereich wegen $y'' = -\frac{M}{EJ}$ das Mohrsche Verfahren). Wäre die Randdehnung im ganzen Träger konstant gleich ε_2, so wäre bei unveränderlicher Trägerhöhe auch y'' unveränderlich. Faßt man daher die y'' als gleichmäßig verteilte Belastung auf, so ist die Durchbiegung in der Mitte $\delta_2 = \frac{y'' l^2}{8}$. Mit der bekannten Beziehung $\varrho = \frac{h}{2\,\varepsilon} \doteq \frac{1}{y''}$ wird $\delta_2 = \frac{\varepsilon_2 l^2}{4\,h}$, wobei h die Trägerhöhe bedeutet. Bei St 37 ist nach Bild 1 die Dehnung $\varepsilon_1 = \frac{\sigma_S}{E} = \frac{2{,}4}{2100} = 0{,}001\,14$. Man kann daher $\varepsilon_2 \doteq 0{,}002$ annehmen und erhält für

$$\frac{l}{h} = 15 \ldots . \delta_2 = \frac{0{,}002 \cdot 15}{4} \cdot l = \frac{l}{133}.$$

Tatsächlich ist ja die Dehnung ε_2 nicht in der ganzen Trägerlänge vorhanden, so daß $\delta_2 \doteq \frac{l}{200}$ sein wird. Die Durchbiegung ist also noch klein. Die Streckdehnung ε_3 ist recht schwankend. Sie kann 2% und noch mehr betragen. Mit $\varepsilon_3 = 0{,}02$ erhält man bei durchaus unveränderlicher Dehnung ε_3 die Durchbiegung $\delta_3 = \frac{l}{13{,}3}$. Tatsächlich wird $\delta_3 < \frac{l}{20}$ sein. Man sieht also, daß tatsächlich erst bei Erreichung der Streckdehnung ε_3 große lotrechte Durchbiegungen entstehen.

Ein Versuch. Aus der Literatur ist mir nur ein Versuch über die Erprobung der Tragfähigkeit von genieteten Trägern bekannt. Neuere Versuche, die nur zeigten, daß die Spannungsverteilung unterhalb der Streckgrenze dann mit der berechneten übereinstimme, wenn man die Spannungen für den vollen Querschnitt berechnet, geben keinen Anhaltspunkt über die Tragkraft. Im Jahre 1891 wurde jedoch im Österr. Ing.- u. Arch.-Verein ein durch Querrahmen und Windverband verbundenes Trägerpaar einer steigenden Belastung bis zum Versagen unterworfen[3]). Es waren zwei neu angefertigte genietete Träger aus Donawitzer Martinstahl mit $\sigma_z = 3{,}88$ t/cm² (Versuch IX, S. 71 des Berichtes) mit 24% Dehnung. Die Querschnittsabmessungen waren 800 · 10 + 4 · 70 · 70 · 8 und je zwei Gurtplatten oben und unten 160 · 8, mit Nieten $d = 18$ mm versetzt angeordnet in der Entfernung $e = 104$ mm (Tafel XVII des Berichtes). Die Stützweite war 10 m, die Entfernung der Querrahmen und Feldweite des Windverbandes $a = 1{,}25$ m. Die ersten Niete der Gurtplatten lagen 2,30 und 4,375 m vom Stützpunkt entfernt. Die zweite Platte hatte also nur eine wirksame Länge von 1,25 m und war für den Versuch belanglos, da das Tragwerk mit einer Einzellast in der Mitte belastet wurde, wobei sich der gefährliche Querschnitt am Beginn der zweiten Platte, also bei $x = 4{,}375$ m ergab. Die vollen Widerstandsmomente sind

$W_0 = 2601$, $W_1 = 3574$
und $W_2 = 4550$ cm³.

Ebenso groß sind in tcm die Tragmomente für die Randspannung $\sigma = 1$ t/cm². Bild 4 zeigt hierfür die Ausnutzung des Trägers, wobei die Momentenlinie M so gelegt ist, daß die Spannung $\sigma = 1$ nirgends überschritten wird. Ferner ist die Lage der Querrahmen angegeben.

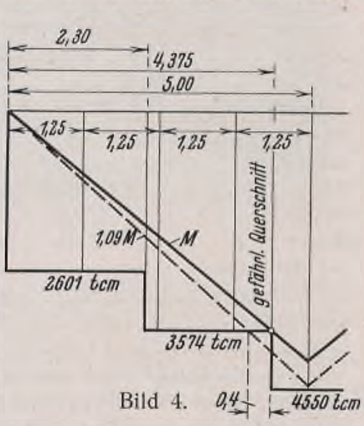


Bild 4.

Die Streckgrenze, deren Wirkung damals noch nicht richtig erkannt wurde, ist im Bericht nicht angegeben, kann aber aus den Versuchen zurückgerechnet werden. Die Träger versagten durch seitliches Ausknicken der Druckgurte beider Träger (S. 99) in einem der beiden Mittelfelder (beim gefährlichen Querschnitt). Das Ausknicken begann bei einer rechnungsmäßigen Randspannung des gefährlichen Querschnitts von 3,0 t/cm², wobei bereits eine seitliche Ausbiegung von 5,3 mm festgestellt wurde. Bei einer Spannung von 3,2 versagten die Träger durch vollständiges Ausknicken. Die Höhe dieser Spannungen erregt zunächst Verwunderung. Sie sind aber nur Rechnungswerte, die unter Voraussetzung der Gültigkeit des Navierschen Gesetzes für den gefährlichen Querschnitt mit Berücksichtigung der Kopfnietabzüge in beiden Gurten mit $W_{1n} = 3114$ erhalten wurden (S. 82). Für die Spannungsverteilung 3 in Bild 2 ist, wenn man sich die Streckgrenze zur Vereinfachung bis an die Schwerachse vorgedrungen denkt, das Tragmoment aus $M_3 = 2\,S_0\,\sigma_S$ zu berechnen, wenn S_0 das statische Moment einer Trägerhälfte, bezogen auf die Schwerachse, bedeutet. Man könnte also den Wert $2\,S_0$ als plastisches Widerstandsmoment bezeichnen. In unserem Fall ist für den gefährlichen Querschnitt (Bild 5)

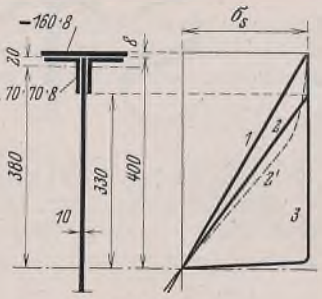


Bild 5.

$$S_0 = 1 \cdot \frac{40^2}{2} + 21{,}3 \cdot 38 + 12{,}8 \cdot 40{,}4 = 2126 \text{ cm}^3 \text{ und } {}_S M_3 = 4252\,\sigma_S.$$

Nimmt man an $\sigma_S = 2{,}4$ t/cm², so ist ${}_S M_3 = 10\,200$ tcm. Die Spannungsverteilung 2′ in Bild 5, bei der eben am Rand die Streckgrenze erreicht wird, denken wir uns durch die Spannungsverteilung 2 ersetzt. Hierfür erhält man das Tragmoment aus dem eben berechneten durch Abzug von $2\left(1 \cdot \frac{33}{2} \cdot \frac{33}{3}\right) 2{,}4 = 870$ tcm mit ${}_S M_2 = 9330$ tcm. Für diese beiden Tragmomente wären mit $W_n = 3114$ die Navierschen Biegerandspannungen ${}_N\sigma_3 = 3{,}27$ und ${}_N\sigma_2 = 3{,}0$ t/cm². Diese Spannungen stimmen gut mit den aus dem Versuch für das volle Versagen und den Beginn des Ausknickens angegebenen Werten (3,20 und 3,0) überein, so daß die Annahme $\sigma_S = 2{,}4$ als Streckgrenze und tatsächlich erreichte Höchstrandspannung richtig erscheint. (Sollte jemand bemängeln, daß die letztere eine Bruttospannung ist, während die rechnungsmäßig erhaltenen Spannungen Nettospannungen sind, so ist dagegen zu sagen, daß man natürlich auf ganz dasselbe kommt, wenn man mit dem vollen Widerstandsmoment $W_1 = 3574$ des gefährlichen Querschnitts rechnet. Man hat dann nur statt der im Bericht angegebenen Spannungen von 3,0 und 3,2 die Spannungen 2,61 und 2,79 zu setzen und erhält aus den Momenten ${}_S M_2$ und ${}_S M_3$ die dazu stimmenden Biegespannungen ${}_N\sigma_2 = 2{,}61$ und ${}_N\sigma_3 = 2{,}85$.)

Das Versagen des Druckgurtes hätte nun eigentlich schon bei Erreichung des Momentes ${}_S M_2$, also bei der Spannungsverteilung 2, stattfinden sollen. Ein Blick auf Bild 4 zeigt aber, warum hier erst das Ausknicken begann. Die Spannungsverteilung 2 war nämlich erst in einem einzigen, dem gefährlichen Querschnitt vorhanden. Wurde aber in diesem die Spannungsverteilung 3 erreicht, dann war schon eine gewisse Länge des Trägergurtes plastisch, die man in Bild 4 erhält, wenn man die Ordinaten der M-Linie mit $\frac{{}_S M_3}{{}_S M_2} = 1{,}09$ multipliziert (die gestrichelte Linie). Man sieht, daß der Gurt im Mittelfeld auf rd. 0,4 m Länge plastisch geworden ist, und das erklärt zur Genüge die starke Ausbiegung (die Ausbiegung ist im Bericht auf Tafel XX gezeichnet). In der Praxis wird aber vielfach schon die Spannungsverteilung 2 die abstehenden Gurtteile auf eine größere Länge plastisch machen, besonders bei mittelbarer Kraftübertragung, wenn im Träger nur ein Mittelfeld vorhanden ist (Bild 6), ganz besonders bei Querträgern von Eisenbahnbrücken. Aber selbst in einem Fall, wie ihn die Versuchsträger boten, müßte man ${}_S M_2$ als oberste Grenze, die für die Sicherheit entscheidend ist, festlegen, da auch hier bereits das Ausknicken begann.

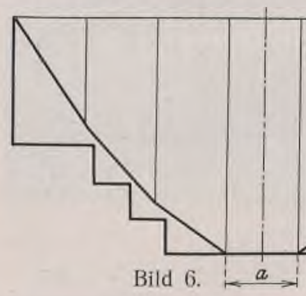


Bild 6.

Werden die Querschnitte mit dem vollen Widerstandsmoment bemessen, so wäre mit $\sigma_{zul} = 1{,}4$ t/cm² für den gefährlichen Querschnitt $M_{zul} = W_1\,\sigma_{zul} = 3574 \cdot 1{,}4 = 5004$ tcm. Nachdem bei Erreichung des Momentes ${}_S M_2 = 9330$ tcm ($\sigma_S = 2{,}4$) mit dem Versagen gerechnet werden mußte, wäre die Sicherheit $\nu = \frac{9330}{5010} = 1{,}86$. Bei einer Stauchgrenze $\sigma_S = 2{,}2$ wäre $\nu = 1{,}7$, also noch genügend groß.

Die lotrechte Durchbiegung ergab sich bei dem Versuch für jene Belastung, bei der im gefährlichen Querschnitt die Naviersche Randspannung 2,98 betrug, also bei Erreichung des Momentes ${}_S M_2$ im Zeitpunkt der ersten seitlichen Ausbiegungen mit $\delta = 4{,}9 \text{ cm} \doteq \frac{l}{200}$ (S. 90 des Berichtes). Weiterhin wurden die Senkungen infolge des stark seitlichen Ausknickens der Druckgurte nicht mehr gemessen. Auch dieser Wert stimmt gut zu der eingangs gegebenen Berechnung der Durchbiegung für denselben Spannungszustand. Somit trat auch beim Versuch kein Fließen des Zuggurtes ein.

Der Versuch zeigte also deutlich folgendes: Der genietete Träger versagte nicht durch Fließen des Zuggurtes, zu dem es gar nicht kam, sondern durch seitliches Ausknicken des Druck-

[2]) Hartmann, Die Formänderungen einfacher und durchlaufender Stahlträger. Schweiz. Bauztg. 1933, Bd. 101, Nr. 7.

[3]) Bericht in der Z. d. OeIAV 1891, S. 81, 99 und Tafel XVII.

gurtes. Die Nietschwächung war also gänzlich belanglos. Dies bestätigt noch mehr das Folgende. Berechnet man für die Spannungsverteilung 3 das Tragmoment mit Berücksichtigung der Kopfnietenschwächung ($d = 18$) im Zuggurt, so erhält man

$${}_S M_3^n = 10\,200 - (2 \cdot 1{,}8 \cdot 1{,}6)\,2{,}4 \cdot 40 = 9647 \text{ tcm}.$$

Das Ausknicken der Druckgurte begann aber bereits bei ${}_S M_2 = 9300$. Somit ist die Nietschwächung auch rechnungsmäßig belanglos. Ja, wenn man sogar noch in der Zugzone 15% des Stegbleches in Abzug bringt, also $0{,}15\ (1 \cdot 40) \cdot 2{,}4 \cdot 20 = 288$ tcm, erhält man immer noch ein Tragmoment von 9359 tcm. In diesem Fall beträgt die rechnungsmäßige Abminderung des Tragmomentes bereits 841 tcm oder 8,3%, so daß hier ein schon recht ungünstiger Fall vorliegt.

Unsymmetrische Träger. Es ist üblich, bei genieteten Trägern die erste obere Gurtplatte ans Ende zu führen, während die erste untere Platte dort beginnt, wo es das Moment erfordert. Allerdings berechnet man häufig das Tragmoment für den symmetrischen Grundquerschnitt und läßt dann die obere Gurtplatte bis zum Ende laufen, womit natürlich eine Unterbeanspruchung verbunden ist. Man kann aber den unsymmetrischen Querschnitt auch als solchen in die Rechnung einführen, und es ist nun zu untersuchen, ob in einem solchen ausgenutzten Querschnitt früher Knicken des Druckgurtes oder Fließen des Zuggurtes eintritt.

Wir benutzen den Grundquerschnitt des Versuchsträgers ($800 \cdot 10 + 4 \cdot 70 \cdot 8$), denken uns aber eine 10 mm dicke Obergurtplatte vorhanden, um die Unsymmetrie stärker zu gestalten (Bild 7). Der Obergurt knickt spätestens, wenn die Randspannung σ_S ist. Es ergibt sich dann die Spannungsverteilung nach Bild 7. Die Nullinie ist hier nicht identisch mit der Schwerachse. Die Forderung, daß die Summe der Druckspannungen gleich der Summe der Zugspannungen sein müsse, ergibt die Gleichung $\frac{\sigma_S}{a} \cdot \Sigma S_{el} + \sigma_S \Sigma F_{pl} = 0$, wobei S_{el} die statischen Momente der elastisch beanspruchten Querschnittsflächen, bezogen auf die Nullinie (oberhalb +, unterhalb —), F_{pl} die plastischen mit σ_S beanspruchten Flächen sind. Man erhält mit $h = 81$ cm und nach Kürzung durch σ_S und Multiplikation mit a die Gleichung

$$\left[16\,(a - 0{,}5) + 21{,}25\,(a - 3{,}0) + \frac{(a - 1{,}0)^2}{2} - \frac{a^2}{2}\right] - a\,[1\,(81 - 2\,a) + 21{,}25] = 0.$$

Die Lösung ist

$$a = \mathbf{34{,}1} \text{ cm}, \quad h - 2\,a = 12{,}8 \text{ cm}.$$

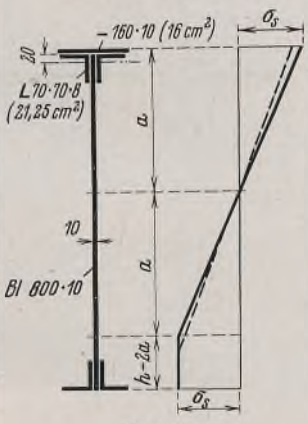


Bild 7.

Es wird also hier schon, bevor es zum Knicken des Obergurtes kommt, die Streckgrenze im gezogenen Teil ins Innere des Querschnittes dringen (die gestrichelte Linie), was schon ein teilweises Fließen zur Folge hat. Bei Berücksichtigung der Nietschwächung würde sich $h - 2\,a$ rechnungsmäßig noch größer ergeben. Allerdings wäre im vorliegenden Fall das Fließen nur auf das sehr kurze Stück beschränkt, das unmittelbar vor der ersten Nietreihe der ersten Untergurtplatte liegt, wenn an dieser Stelle nach der Baustoffverteilung die Randspannung voll ausgenutzt ist. In anderen Fällen kann aber der Fließbereich auch länger sein, so daß es sich empfehlen wird, bei unsymmetrischen Querschnitten (mit stärkerem Druckgurt), wenn die Unsymmetrie in der Rechnung berücksichtigt ist, die Nietschwächung in den Zuggurten zu berücksichtigen.

In Querschnitten, die auf Dauerfestigkeit zu berechnen sind, muß die Nietschwächung in allen gezogenen Teilen (auch im Stegblech) berücksichtigt werden, weil die Dauerfestigkeit auf den Nutzquerschnitt bezogen wird und der Bruch erfolgt, wenn die Dauerfestigkeit auch nur in einem Querschnitt erreicht wird. In symmetrischen Querschnitten aber, die ohne Rücksicht auf Dauerfestigkeit zu bemessen sind, und das ist auch im Brückenbau die überwiegende Mehrheit der Fälle, darf man nach dem vorstehenden auf die Berücksichtigung der Nietschwächung verzichten. Man könnte einwenden, daß an den Stoßstellen die Nietentfernung so klein sei, daß die gesamte Nietschwächung doch vielleicht ein vorzeitiges Fließen zur Folge haben könnte. In eine Stoßlasche wird aber die Kraft durch die in der Kraftrichtung stehenden Niete nach und nach eingetragen und nur zwischen den zwei innersten Nieten, die also unmittelbar neben der Stoßstelle liegen, ist die volle Kraft in der Lasche enthalten. Daher kann auch nur in dieser kurzen Strecke ein Fließen eintreten, alle übrigen Teile sind unterbeansprucht. Die Berücksichtigung der Nietschwächung im Stegblech hat daher am allerwenigsten eine Berechtigung und schon gar keine, wenn, wie dies die Regel ist, die Stoßlaschen überstark sind, da alsdann überhaupt ein Fließen ausgeschlossen ist. Man mache also lieber sämtliche Stoßlaschen, auch die für Winkel und Gurtplatten, regelmäßig etwas dicker, als sonst erforderlich wäre, und man hat dann in diesen Laschen eine wirksame Verstärkung gegen Fließgefahr. Das Mehrgewicht spielt keine Rolle gegenüber der Ersparnis durch das Entfallen der Nietabzüge. Überdies wäre diese Maßregel nur bei Laschen erforderlich, die an ausgenutzten Stellen des Trägers liegen. (Nebenbei bemerkt war der Versuchsträger auch gestoßen, doch lagen die Stöße nicht im gefährlichen Querschnitt.)

Schließlich ist noch zu bedenken, daß unsere Brückenträger mit Berücksichtigung der Stoßwirkung berechnet werden. Ein Stoß kann wohl einen Stab zum Ausknicken, aber nicht zum Fließen bringen, weil hierzu eine längere Einwirkung in voller Stärke gehört. Ferner hat das Ausknicken der Druckgurte unweigerlich den Einsturz des Tragwerkes zur Folge, das Fließen des Zuggurtes aber nur eine stärkere Senkung, die man sofort sehen oder beim Fahren verspüren müßte, so daß eine Behebung des Schadens leicht möglich wäre. Gegen Knicken ist eine größere Sicherheit zu fordern als gegen Fließen, was ja auch in sämtlichen Knickverordnungen zum Ausdruck kommt. Die Sicherheit der Druckgurte unserer vollwandigen Brücken hat sich nun durch 100 Jahre als ausreichend erwiesen, ob zwar bei manchen Tragwerken die Knickspannung unter der Stauchgrenze liegen dürfte, ohne daß dies bei der Berechnung je berücksichtigt wurde. Dann genügt aber gegen Fließen des Zuggurtes wie überall, so auch hier eine kleinere Sicherheit. Wenn sie nun ohne Berücksichtigung des Nietabzuges bei der Bemessung noch größer oder auch nur gleich jener gegen Ausknicken des Druckgurtes ist, so sollte man sich doch wohl damit zufrieden geben.

Gegen den angeführten Versuch könnte nur der Einwand erhoben werden, daß die Belastungsweise nicht der eines Brückenträgers entspricht. Läßt man sich aber durch die hier gebrachte Theorie, die sich in bester Übereinstimmung mit dem Versuch befindet, doch nicht ganz überzeugen, dann müßte sich die Durchführung eines Versuches lohnen. Der Querschnitt wäre so anzunehmen, daß die Nietschwächung der stärksten in der Praxis vorkommenden entspräche, und die Belastungsweise könnte etwa der des Querträgers einer Eisenbahnbrücke entsprechen, wobei zu beachten ist, daß im Mittelfeld die Knickschlankheit $\lambda_y \doteq 30$ wird. Die belasteten Punkte des Druckgurtes und seine Enden wären natürlich seitlich zu stützen. Sehr wichtig aber ist es, daß alle Teile des genieteten Trägers dieselbe Streckgrenze haben! Es müßte also eine sorgfältige Erprobung in dieser Hinsicht dem Versuch vorangehen, da sich andernfalls ganz unrichtige Schlußfolgerungen ergeben könnten. Es handelt sich ja bei dem Versuch nur um die Bestätigung der Theorie, die mit gleichem σ_S für alle Teile rechnet. Was sich dann bei verschiedenen σ_S ergibt, ist leicht zu übersehen. Ist durch Zufall im Zuggurt σ_S kleiner als im Druckgurt, dann kann die Sicherheit gegen Fließen, die sonst größer ist als die gegen Knicken, der Knicksicherheit gleichkommen oder sogar etwas kleiner werden, was durchaus nicht bedenklich ist, da die Sicherheit gegen Knicken ja größer sein soll als gegen Fließen. Die Nichtberücksichtigung des Nietabzuges wäre also auch in diesem Falle unbedenklich, um so mehr, als im entgegengesetzten Fall (σ_S im Druckgurt kleiner als im Zuggurt) die Sicherheit des Trägers ganz zweifellos kleiner wird, was man in Kauf nehmen muß und auch kann, da ja der Sicherheitsgrad auch mit Rücksicht auf solche Erscheinungen genügend hoch bemessen ist.

Anhang.

Nachdem dieser Aufsatz niedergeschrieben war, erschien im Stahlbau 1938, Heft 20, ein Bericht über Biegeversuche mit geschweißten und genieteten Trägern aus St 52. Leider kann daraus für die hier behandelte Frage nichts entnommen werden, weil die Träger gegen seitliche Knickung an der Stelle des größten Momentes durch die Presse und links und rechts davon durch ⊐-Stähle festgehalten waren, so daß die Randspannungen bis in den Verfestigungsbereich gesteigert werden konnten. Man entnimmt nur der Tafel I, daß die erreichte rechnungsmäßige (Naviersche) Randspannung bei den genieteten Trägern bei Berücksichtigung der Nietschwächung in beiden Gurten größer war als bei den geschweißten Trägern. Über die Streckgrenze findet sich keine Angabe.

Die Entwicklung des Stahlskelettbaues im europäischen Auslande[1].

Von Ing. **van Genderen Stort**, Den Haag.

Eisen wird bereits seit vielen Jahrhunderten als Baumaterial benutzt. Es sei hier nur an die aus dem Jahre 1250 stammenden eisernen Torbalken der sogenannten Schwarzen Pagode in Kanaruk (Britisch-Indien) erinnert, die 7,8 und 10,7 m lang sind und einen quadratischen Querschnitt von 20 bzw. 28 cm Seitenlänge haben. Ältere Schriftsteller (Leo Battiste Alberti, Jacopo-Lafri usw.) erwähnen des öfteren Eisen oder Stahl als Material für Zugstangen in Gewölben.

Von einer eigentlichen Eisen- bzw. Stahlbauweise kann man jedoch erst seit etwa 1850 sprechen. In der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts

[1]) Auszug aus einem Vortrag, gehalten auf der Wissenschaftlichen Tagung des Deutschen Stahlbau-Verbandes am 6. Oktober 1938 in Berlin.

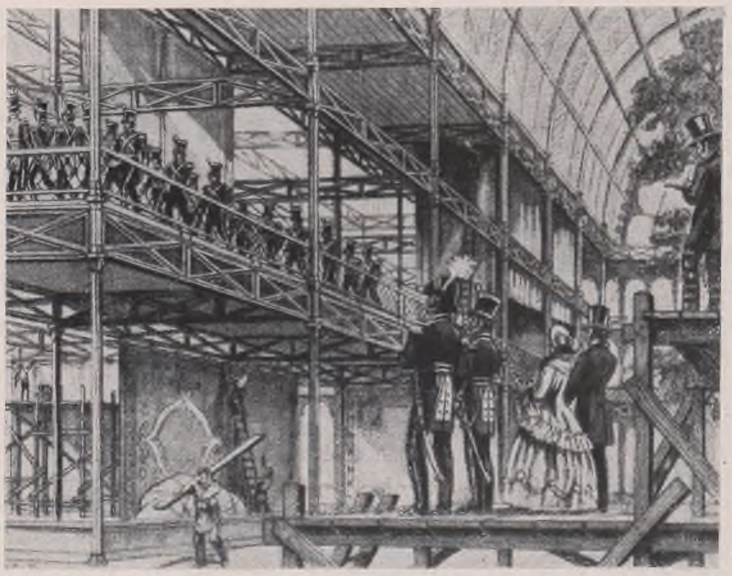


Bild 1. Kristallpalast London. Probebelastung der Balkons.

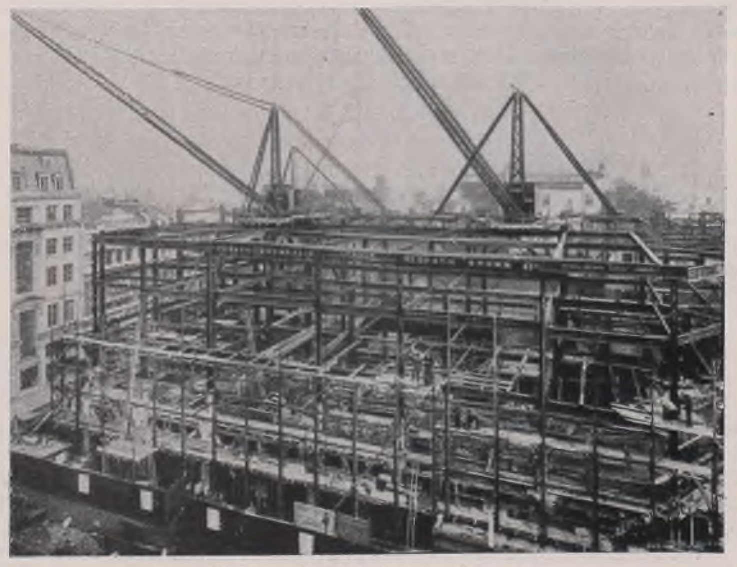
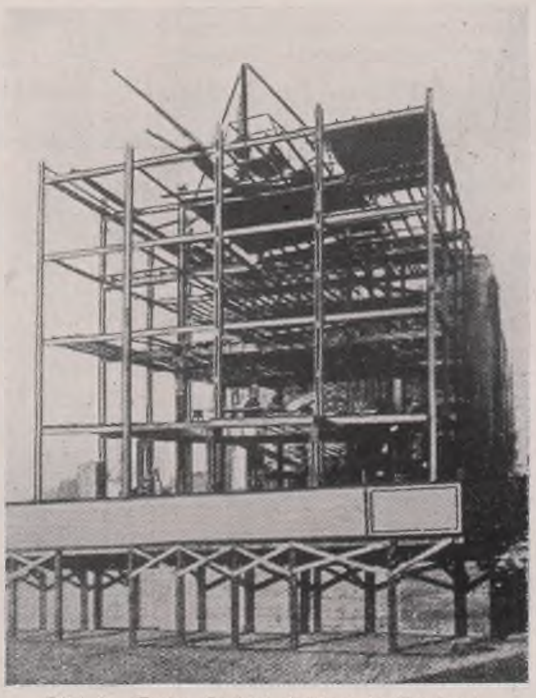


Bild 4. Stahlskelett in London.



Bild 2. Schokoladenfabrik Menier & Cy., Noisiel, Frankreich.



Blid 3. Erster Stahlskelettbau in England (Schottland).

kam die Verwendung des Gußeisens für gewisse Bauten auf, insbesondere für den Bau von kleineren, später auch größeren Gewächshäusern. Derartige Bauten entstanden ursprünglich in Holland und Belgien, später auch in England, wo als eines der größten das Gewächshaus von der „Grange" in Hampshire, das Landhaus von Lord Ashburton, gebaut wurde, welches 32 m lang, 15 m breit und etwa 6,4 m hoch war.

Im Jahre 1850 wurde in England ein Wettbewerb zur Erlangung von Entwürfen für ein Ausstellungsgebäude in London für die „Great Exhibition of the Works of Industry of all Nations" ausgeschrieben. Von den 245 eingelieferten Entwürfen wurde keiner als geeignet befunden. Auch der vom Wettbewerbskomitee ausgearbeitete Entwurf war nicht ausführungsreif. In letzter Stunde lief noch ein Entwurf ein, der von dem im Dienst des Herzogs von Devonshire in Chatsworth stehenden Landschaftsgärtner Joseph Paxton ausgearbeitet war. In diesem Entwurf wurde eine Halle in der



Bild 5. Warenhaus von Austen Reed, London.

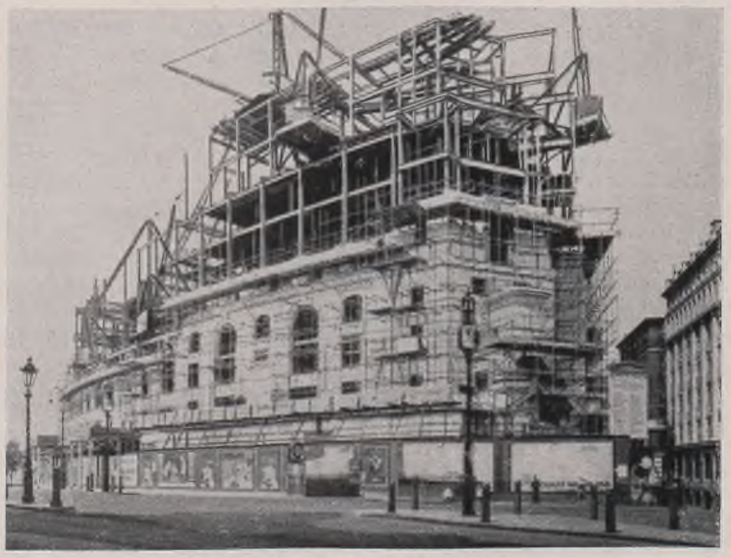


Bild 6. Stahlskelettbau in London.



Bild 7. Schweizer Pavillon der „Cité universitaire" in Paris.



Bild 9. Stahlskelettbauten in Algier.

Art eines stark vergrößerten Gewächshauses vorgeschlagen. Das ganze Bauwerk sollte aus gußeisernen und schmiedeeisernen Teilen, aus Wellblech und Glas errichtet werden. Für die Ausarbeitung des Entwurfes hatte Paxton, dessen bautechnische Kenntnisse nicht ausreichten, die Ingenieure und Bauunternehmer Fox, Henderson & Co. mit herangezogen. Der Entwurf wurde sofort zur Ausführung bestimmt. Die Bauarbeiten begannen am 26. September 1850. Am 1. Mai 1851 war das Ausstellungsgebäude fertiggestellt. Es ist unter dem Namen „Cristal Palace" bekanntgeworden.

Merkwürdig war die Art, in der man die Tragfähigkeit der gußeisernen Balkonkonstruktion untersuchte. Die „Probebelastung" bestand aus einer Kompanie Soldaten, welche über die ausreichende Tragfähigkeit sicher lebhafte Genugtuung empfunden haben wird (Bild 1).

Nunmehr begann eine Bauperiode, in der das Gußeisen als Werkstoff eine wichtige Rolle spielte. Der „Kristall-Palast" wurde verschiedentlich nachgeahmt, so z. B. mit dem sogenannten „Glaspalast" in München und mit dem „Paleis voor Volksvlijt" in Amsterdam. Doch auch für Bauten anderer Art wurde Gußeisen in steigendem Maße benutzt. Der Architekt Rosen in 's Gravenhage verwendete viel Gußeisen in seinen Bauten. Die Spitze des St. Jakobsturmes im Haag, das Kolonialministerium und viele andere Gebäude sind dafür Zeugen. Nach der Erfindung Bessemers wurde das Gußeisen allmählich durch den Stahl verdrängt. Ursprünglich wurden dabei die architektonischen Formen, wie man sie bei gußeisernen Bauteilen ausgebildet hatte, übernommen. Bekannt sind die alten Stützen aus Quadrantprofilen mit den aus Blech hergestellten, etwas mageren Kapitälen. Diese Konstruktionen wurden jedoch bald durch I- und ⊏-Stützen verdrängt.



Bild 8.
Stahlskelettbau in Lyon.



Bild 10. Hochhaus der „Algemeene Bankvereeniging", Antwerpen.

Die ersten Bauten, in denen Stahl verwendet wurde, waren insofern noch keine Stahlskelettbauten im heutigen Sinne, als die Außenwände tragende Wände ohne Stahlstützen waren und nur Innenstützen mit Unterzügen und Deckenträgern vorgesehen waren. In den meisten großen Städten findet man heute noch vielfach solche aus den Jahren 1860 bis 1890 stammende Bauten.

Der erste vollständige Stahlskelettbau, bei dem also die Wandung nur noch raumabschließend und nicht tragend war, wurde in Frankreich gebaut. Der Architekt Jules Saulnier erhielt 1870 den Auftrag, für die Chocolaterie Menier & Cy. in Noisiel, einem kleinen Dorf an der Marne unweit Paris, ein Fabrikgebäude zu bauen. Das Gebäude sollte auf vier Pfeilern, zwischen denen Wasserräder angeordnet waren, quer über den Fluß gebaut werden. Die Aufgabe wurde in der Form gelöst, daß man auf den Pfeilern einen Blechträgerrahmen anordnete und auf diesen ein

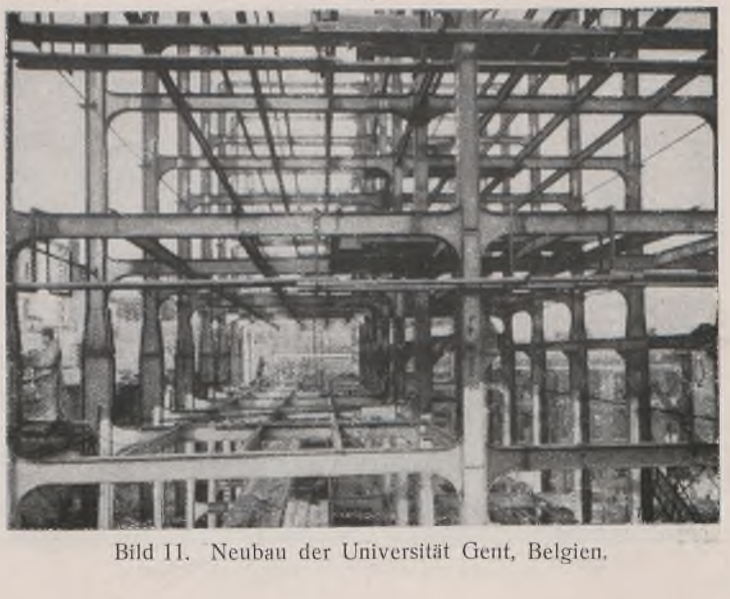


Bild 11. Neubau der Universität Gent, Belgien.

dreistöckiges Stahlskelett aufsetzte. Zur Versteifung wurden in sämtlichen Wänden Windkreuze aus Flachstahl angeordnet, die sichtbar blieben und als Mittel zur architektonischen Ausgestaltung mit herangezogen wurden (Bild 2). Das im Jahre 1871 fertiggestellte Gebäude ist noch heute in Benutzung und dient als Lager- und Speditionsgebäude. Weitere ähnliche Ausführungen sind nicht bekannt.

Erst 12 Jahre später, also 1883, entstanden die ersten amerikanischen Stahlskelettbauten. Um diese Zeit errichteten der Architekt Jenney für die Home Insurance Life Co. ein Gebäude in Chicago und Leroy Buffington das Westhotel in Minneapolis. Beide sechsstöckigen Gebäude hatten ein vollständiges Stahlskelett. Die Amerikaner erkannten sofort die großen Vorteile dieser Bauweise, und der Stahlskelettbau trat in Amerika seinen beispiellosen Siegeszug an, der in dem 387 m hohen Empire State Building seinen vorläufigen Höhepunkt erreicht hat.

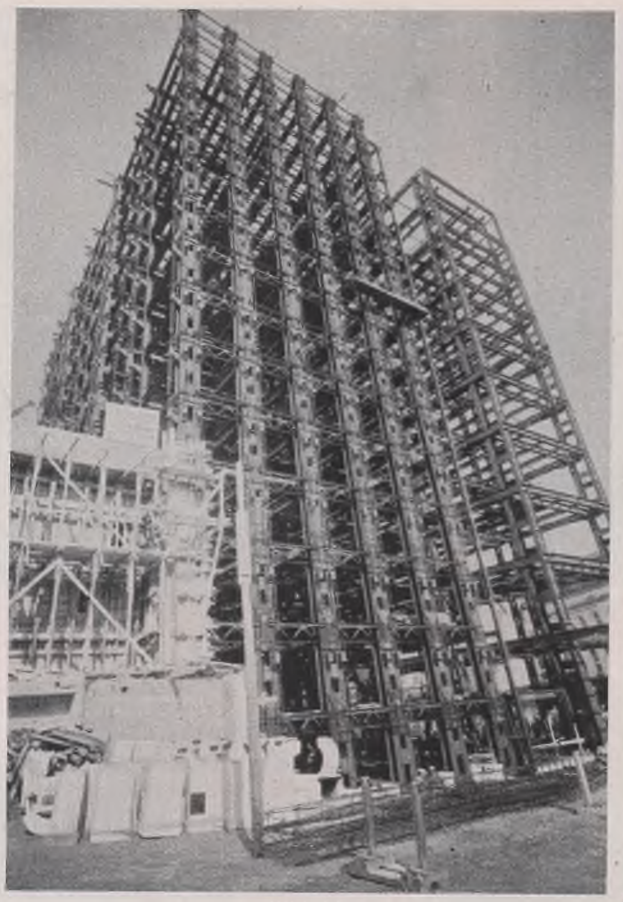


Bild 12.
Biologisches Museum, Brüssel.

Die Grenze der Höhe der amerikanischen Stahlskelettbauten ist bedingt durch wirtschaftliche Überlegungen, wobei u. a. auch die Fahrstuhlgeschwindigkeit eine große Rolle spielt, nicht aber durch technische Möglichkeiten. Höhere Bauten als die bisher ausgeführten sind technisch durchaus möglich.

Nach dem amerikanischen Vorbild hat sich der Stahlskelettbau in Europa eingebürgert. Die Konstruktion von Saulnier hat dabei wahrscheinlich keine Rolle gespielt, sonst wäre er mehr bekanntgeworden. Es ist schwer zu sagen, wann und wo der erste vollständige Stahlskelettbau in Europa errichtet worden ist. Vielleicht war es das 1890 erbaute Elblagerhaus in Magdeburg, über das Dipl.-Ing. Teichmann im Stahlbau 1931 berichtet, vielleicht hat die Firma Harkort auch schon früher ein solches Gebäude in Hamburg gebaut. Es ist auch möglich, daß die amerikanische Stahlskelettbauweise schon früher irgendwo in Holland oder Frankreich Nachahmung gefunden hat. Quellen darüber sind nicht bekannt. Man sah damals noch nicht voraus, daß sich aus diesen ersten Anfängen einmal eine besondere Bauweise entwickeln würde.

In England wurde der erste Stahlskelettbau im Jahre 1906 gebaut (Bild 3), und zwar in Schottland (s. Modern Steelwork 1930, S. 249), während in London die neue Bauweise 1909 Eingang fand. Der Stahlskelettbau hat seitdem in Großbritannien weite Verbreitung gefunden (Bild 4, 5 u. 6). Als vor einigen Jahren die Regentstreet in London verbreitert wurde, sind sämtliche 84 neuen Gebäude in Stahlskelettbauweise

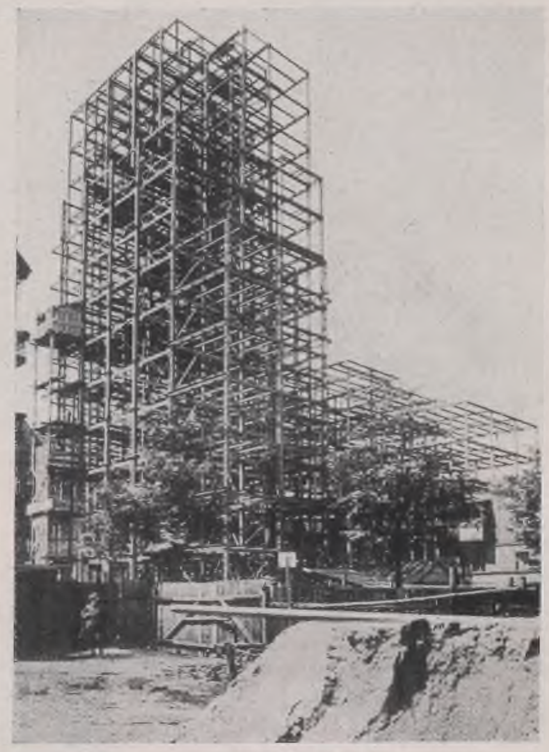


Bild 14.
Geschweißter Stahlskelettbau in Polen.

ausgeführt worden. Für den englischen Stahlbau ist die Verwendung von Trägern und Stützen, die aus I-Profilen und Platten zusammengesetzt sind, charakteristisch. Man wählte diese Anordnungen nicht nur zur Erzielung geringer Bauhöhen, sondern sah sich hierzu auch infolge des Fehlens von Breitflanschträger-Serien, wie sie uns auf dem europäischen Festlande zur Verfügung stehen, genötigt.

Bei der Betrachtung des englischen Stahlskelettbaues wäre noch zu erwähnen, daß sich die Architekten erst sehr spät den Eigenheiten dieser Bauweise angepaßt haben. Man findet in England noch sehr viele Stahlbauten, deren Äußeres sich in nichts von dem eines schweren Natursteinbaues unterscheidet und deren Stahlskelett oft sogar überflüssig ist (Bild 5 u. 6).

In Frankreich hat der Stahlskelettbau eine sehr große Verbreitung gefunden, was um so bemerkenswerter ist, als die Eisenbetonbauweise, der Konkurrent des Stahlbaues, gerade in Frankreich auf einer hohen Entwicklungsstufe steht. Die eigentliche Stahlskelettbauperiode begann erst vor zehn bis zwölf Jahren. Daß sich diese Bauweise äußerst schnell eingebürgert hat, geht daraus hervor, daß von 1928 bis 1932 allein in Paris nicht weniger als 104 große Stahlbauten errichtet worden sind (vgl. Quatre ans de construction en France d'immeubles à ossature en acier, herausgegeben von der Office Technique pour l'Utilisation de

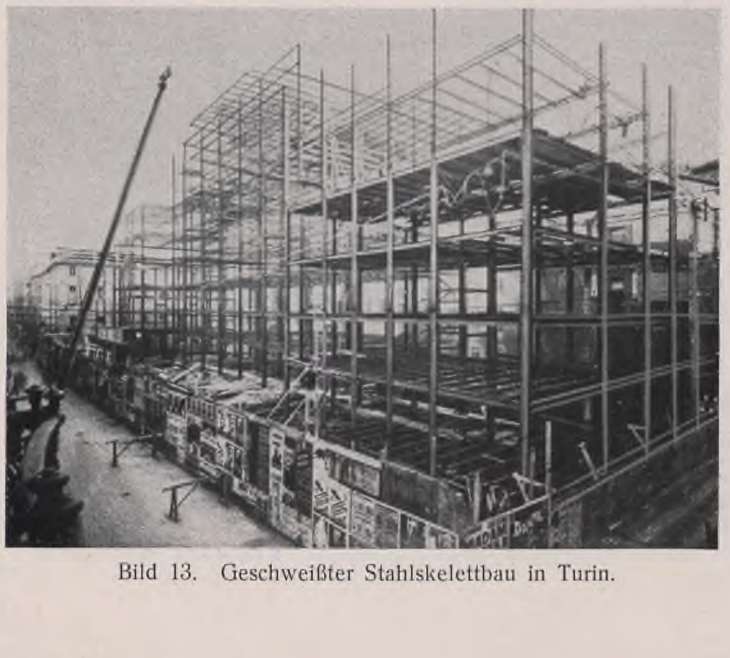


Bild 13. Geschweißter Stahlskelettbau in Turin.



Bild 15. Offizierswohnhaus in Warschau.



Bild 16.
Kartonagenfabrik der Philips-Gesellschaft, Eindhoven.



Bild 17.
Verwaltungsgebäude der Philips-Gesellschaft, Eindhoven.

l'Acier). Nicht nur in Paris, sondern auch in anderen Städten und auf dem Lande sind große Stahlskelettbauten entstanden; die „Cité Villeurbane" des Architekten Leroux in der Nähe von Lyon und die „Cité de Drancy" der Architekten Bodouin u. Lodz und viele andere zeugen dafür. In den Bildern 7 u. 8 sind einige französische Stahlskelettbauten wiedergegeben.

Auch in den französischen Kolonien hat der Stahlskelettbau schnell Eingang gefunden. In der neuen Stadt Algerien, dem wichtigen französischen Kriegshafen an der Nordküste Afrikas, gibt es z. B. 204 Stahlskelettbauten, die in der Zeit von drei Jahren gebaut worden sind (Bild 9) (vgl. Alger, Ville neuve, herausgegeben von der Office Technique pour l'Utilisation de l' Acier).

In Belgien hat sich der Stahlskelettbau in den letzten zehn Jahren ebenfalls eingebürgert. Das Hochhaus der „Algemeene Bankvereeniging" in Antwerpen (Bild 10) kann als erstes vollständiges Stahlskelett in Belgien

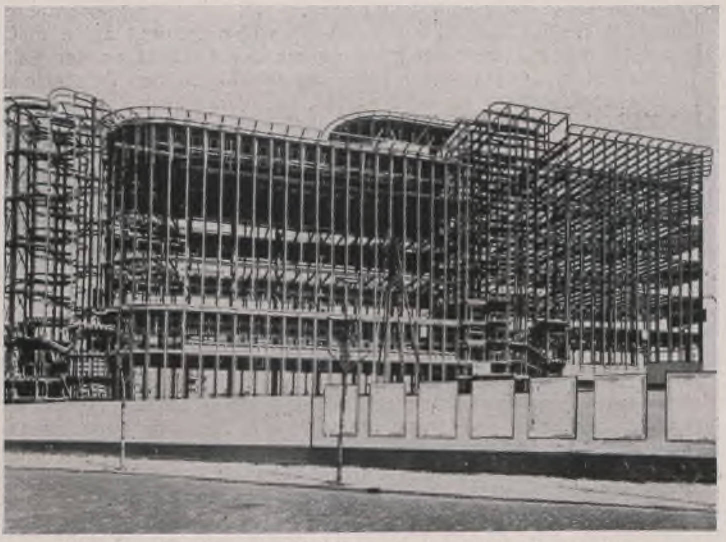


Bild 18. Neubau der Ryksverzekeringsbank, Amsterdam.



Bild 19. Stahlskelettbau in Heerlen.



Bild 20. Verwaltungsgebäude der Zeche Oranje Nassau, Heerlen.

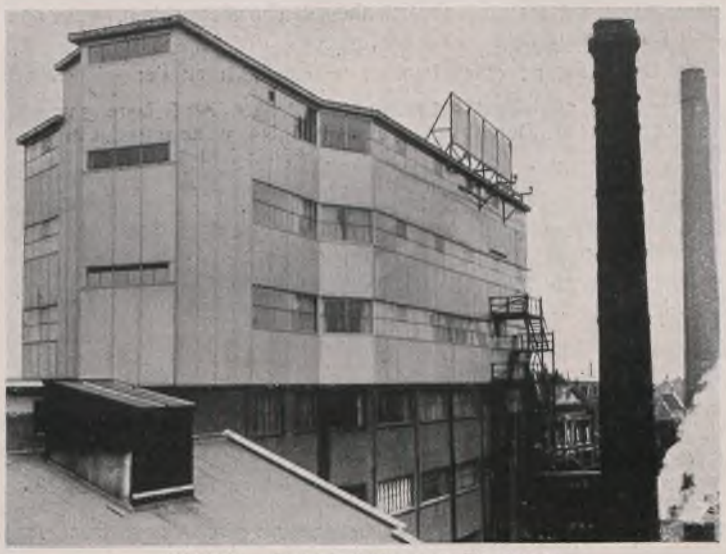


Bild 21. Stahlskelettbau in Dordrecht.

angesehen werden, obgleich auch früher schon kleinere Bauwerke errichtet worden sind. Bei diesen Bauten ist die Ausführung der steifen Rahmenecken mit Konsolblechen noch etwas mangelhaft. Später errichtete Bauten haben diesen Mangel nicht mehr. In Belgien werden Stahlskelettbauten vielfach geschweißt, so z. B. die Stahlkonstruktionen zu den neuen Gebäuden der Universität Gent (Bild 11). Auch die Konstruktion des neuen Biologischen Museums in Brüssel mit einem Stahlgewicht von 9600 t zeigt manche interessante Einzelheit (Bild 12).

Auch in Italien (Bild 13) und Polen (Bild 14 u. 15) hat sich der Stahlskelettbau in den vergangenen zehn Jahren durchgesetzt. Daß in Polen sehr viel geschweißt wird, ist aus den Veröffentlichungen von Herrn Prof. Bryla bekannt.

Zum Schluß soll noch auf die holländischen Stahlskelettbauten eingegangen werden. Der erste holländische Stahlskelettbau wurde 1925/26 errichtet. Einen großen Aufschwung erhielt die neue Bauweise, als sich namhafte Architekten dafür einsetzten. Auch die Großindustrie erkannte die Vorteile des Stahlskelettbaues sehr bald; namentlich die Philips-Gesellschaft in Eindhoven ließ viele ihrer Fabrik- und Verwaltungsgebäude in Stahl errichten (Bild 16 u. 17).

Die holländischen Stahlskelettbauten haben normale Form (Bild 18) und unterscheiden sich nicht von den sonst üblichen Ausbildungen. Bemerkenswert ist jedoch, daß einige Architekten dazu übergegangen sind, auch für die Füllwände Stahlblech vorzusehen (Bild 19). Die Bleche werden von innen mit wärme- und schallisolierenden Stoffen versehen, z. B. Bimsbetonplatten, Gasbeton usw. Die neuen Verwaltungsgebäude der Zeche „Oranje-Nassau" in Heerlen (Bild 20) und die neue Keksfabrik „Victoria" in Dordrecht (Bild 21) sind Beispiele dafür. Auch kleinere Gebäude werden in Holland zum Teil in Stahlskelettbauweise ausgeführt.

Geht man den Beweggründen nach, welche die Architekten in den verschiedenen Ländern zur Wahl der Stahlskelettbauweise veranlassen, so ergibt sich, daß neben den bekannten wirtschaftlichen Vorteilen insbesondere die leichten Erweiterungs- und Änderungsmöglichkeiten, welche die Stahlbauweise bietet, ausschlaggebend sind. In letzter Zeit sind hierzu noch die Forderungen des Luftschutzes getreten, denen ja die Stahlbauweise infolge der gleich großen Widerstandsfähigkeit des Stahls gegen alle Beanspruchungsarten am besten entspricht. Für Bauten, die gegen Luftangriffe geschützt werden sollen, wird daher die Stahlskelettbauweise immer mehr herangezogen.

Zuschrift an die Schriftleitung

zum Aufsatz „Das Prinzip der virtuellen Verrückungen und die Variationsprinzipien der Elastizitätstheorie", Stahlbau 1938, S. 185.

Dr.-Ing. Schleusner gibt zu Anfang seines Aufsatzes einen Überblick über die Literatur zu diesem Problem mit dem Bemerken, daß die Erfahrung zeigt, daß trotz der jahrhundertelangen Anwendung des Prinzips immer wieder Unklarheiten auftauchen, die Verwirrung anrichten, und zwar besonders bei der Anwendung des Prinzips auf die Probleme der Elastizitätstheorie.

Ich lasse die Belange der Dynamik im folgenden außer acht und beschränke mich lediglich auf die Bedürfnisse der Statik, im engeren Sinne also auf die Probleme der Elastizitätstheorie.

Warum führt hier das Prinzip der virtuellen Verrückungen immer wieder zu Unklarheiten?

Weil die Grundgesetze der Elastizitätstheorie nach der möglichen Ausdeutung der mathematischen Formeln ohne Rücksicht auf die statischen Grundbegriffe abgefaßt wurden und infolgedessen Begriffe enhalten, die den Grundgesetzen der Statik widersprechen.

Beispiel: Die Statik ist die Lehre vom Gleichgewicht beruhigter Baukörper unter ruhender Last. Sie schaltet bewußt alle dynamischen Beanspruchungen aus, indem sie die höhere Beanspruchung durch die dynamische Wirkung bewegter Lasten lediglich als Stoßzuschlag bei den Lastannahmen berücksichtigt, die statischen Gleichungen aber unberührt läßt. Da es somit in der Statik keine dynamischen Wirkungen gibt, sondern nur die statische Wirkung ruhender Lasten, ist die Statik die Lehre vom Zustand eines Bauwerks oder eines Baugliedes bei einer bestimmten, ruhenden Laststellung. Mit diesem Begriff des „Zustandes" ist es aber unvereinbar, in irgendeiner Form von „Arbeit" oder „Formänderungsarbeit" zu reden, denn jede Arbeit setzt einen dynamischen Vorgang voraus, also gerade das, was die Statik aus ihrem Bereich ausschaltet.

Die Statik ist eine Gleichgewichtslehre. Es sollte deshalb auch nur vom Gleichgewicht in der Statik gesprochen werden. Wie man vom statischen Gleichgewicht redet, sollte auch nur vom „elastischen Gleichgewicht" gespochen werden.

Die Gesetze des elastischen Gleichgewichts können aber aus statischen Grundbegriffen heraus entwickelt werden, ohne daß dazu gebietsfremde Begriffe wie „virtuelle Verrückungen" und „Formänderungsarbeit" nötig sind oder sogar statisch so grundverkehrte Dinge wie der Satz vom Minimum der Formänderungsarbeit. Denn niemals handelt es sich dabei um eine Minimumrechnung, sondern eben um die Erhaltung oder Wiederherstellung des elastischen Gleichgewichts. Die Möglichkeit, die Bedingung des elastischen Gleichgewichts mathematisch durch eine Minimumgleichung wiederzugeben, ist lediglich eine mathematische Möglichkeit, sieht aber statisch ganz anders aus.

Die Durchbiegung eines Punktes verhält sich zu der $\frac{1}{EJ}$-fachen Momentenfläche, wie sich das Moment eines Punktes zur Belastung verhält. Man erhält daher die Durchbiegung eines Punktes, wenn man das Moment an dieser Stelle infolge der Belastung durch die $\frac{1}{EJ}$-Momentenfläche berechnet. Einflußfläche für das Moment an der Stelle x ist die Momentenfläche infolge des Lastangriffs $P = 1$ im Punkte x, die M_x-Fläche. Da man das Moment im Punkte x infolge der Belastung p zu $M_{xp} = \int p\, M_x\, d_x$ erhält, erhält man die Durchbiegung im Punkte x infolge der Momentenfläche M_p zu

$$\delta_{xp} = \int \frac{M_x\, M_p}{EJ} \cdot ds.$$

Für die Ermittlung jeder Verformung braucht man stets zwei Momentenflächen: eine Einflußfläche M_x und eine Belastungsfläche M_p.

Mit diesem auf rein statischer Grundlage entwickelten Prinzip ergeben sich die Sätze von Maxwell und Betti von selbst. Macht man sich an seiner Hand die Biegungslinie des elastischen Gleichgewichts klar, so erhält man die Elastizitätsgleichungen, auch ohne etwas vom Dasein eines „Satzes vom Minimum der Formänderungsarbeit" zu wissen. Man hat dabei aber den Vorteil, als Statiker statisch denken zu dürfen und nicht gezwungen zu sein, sich mit dem geheimnisvollen Sinn gebietsfremder Begriffe abzuplagen.

Hinzuweisen ist noch darauf, daß die Momentenfläche infolge eines Moments $M = -1$ im Punkte x Einflußfläche für die Tangente an die Biegelinie ist. Ferner läßt sich ohne weiteres zeigen, daß der zweistielige Rahmen den Sonderfall eines Balkens auf zwei Stützen darstellt, so daß für alle statischen Systeme dieselbe Grundlage gilt, daß für jede Formänderung die Kenntnis zweier Momentenflächen notwendig ist. Da die eine dieser beiden eine Einflußfläche ist, so stellt sich die „virtuelle" Last statisch als die diese Einflußfläche erzeugende $P = 1$ (bzw. $M = -1$) im Punkte x dar.

Damit ist wohl genügend dargetan, daß es möglich ist, Elastizitätstheorie auf rein statischer Grundlage mit rein statischen Begriffen zu treiben.

Daß dies nicht geschieht, liegt in der geschichtlichen Entwicklung der Theorie begründet. Die Leistungen, die sie zutage förderte, sind unbestritten. Zu bedauern ist nur, daß die mathematischen Ergebnisse zu Formulierungen führten, die meiner Ansicht nach die Ursache dafür sind, daß nach Schleusners Feststellung immer wieder Unklarheiten auftauchen und Verwirrung angerichtet wird.

Da hilft meiner Ansicht nur eins: Sprachbereinigung auf dem Gebiete der Elastizitätstheorie im Einklang mit den Grundlagen der Statik.

Meine Erfahrungen mit der Erklärung der elastischen Probleme auf rein statischer Grundlage lassen erwarten, daß damit auch die Leistungen junger Kollegen auf diesem Gebiete steigen werden und die Elastizitätstheorie aufhört, bei vielen die Vorstellung einer mystischen Geheimlehre zu erwecken.

Dipl.-Ing. A. Thoms, Hamburg.

Erwiderung.

Selbstverständlich kann man die elastischen Grundgleichungen für den Stab auch ohne Kenntnis des Prinzips der virtuellen Verrückungen ableiten. Ich teile auch die Meinung, daß es pädagogisch nützlich ist, dem Anfänger diese Ableitung vorzuführen. Thoms übersieht nur eins: Die Ergebnisse, die man auf dem von ihm angedeuteten Wege gewinnt, sind nur gültig für Stäbe und auch dann nur, wenn alle Verschiebungen den wirkenden Kräften proportional sind, also wenn die Verschiebungen im Verhältnis zu den Stababmessungen unendlich klein sind, wenn das Hookesche Elastizitätsgesetz gilt und wenn überdies die Verschiebungswege der Angriffspunkte der äußeren Kräfte diesen Kräften proportional sind. Damit erfaßt man zweifellos die große Mehrzahl der Fälle des täglichen Bedarfs. Aber ich habe einfache Beispiele aus der Praxis angegeben, bei denen diese Voraussetzungen nicht mehr alle zutreffen. Verzichtet man auf das Prinzip der virtuellen Verrückungen, so müßte man bei jeder Änderung der erwähnten Voraussetzungen neue Gleichungen von Grund auf ableiten. Das Prinzip der virtuellen Verrückungen aber liefert die Gleichungen in ihrer allgemeinsten, immer gültigen Form.

Daß die Verwendung des Begriffs „Formänderungsarbeit" oder „Arbeit" überhaupt den Grundgesetzen der Statik widerspreche, weil dabei ein dynamischer Vorgang vorausgesetzt wird, ist nicht richtig. Denn das statische Gleichgewicht unter ruhender Last ist seinem Wesen nach das Ergebnis eines dynamischen Vorgangs. Auch wenn man den Biegungspfeil eines belasteten Stabes in der von Thoms vorgeschlagenen Weise berechnet, müssen sich die Volumelemente des Stabes bewegen, um aus der Ruhelage in die Gleichgewichtslage zu gelangen. Dabei wird tatsächlich Arbeit geleistet, und diese Arbeit ist in der statischen Gleichgewichtslage im Stab als potentielle Energie, als Fähigkeit, Arbeit zu leisten, aufgespeichert. Sie ist also selbst Teil des statischen Zustandes.

Darin liegt ebensowenig Mystisches wie in dem Prinzip der virtuellen Verrückungen. Gewiß sind die virtuellen Verschiebungen gedachte Verschiebungen, die unter den gegebenen Bedingungen physikalisch nicht möglich sind. Aus dem Vergleich mit solchen gedachten Verschiebungen die wirklich eintretenden zu bestimmen, ist aber nicht geheimnisvoller, als wenn man sie mittels einer ebenfalls nur gedachten Belastung des Stabes durch die $\frac{1}{EJ}$-fache Momentenfläche berechnet.

Dr.-Ing. A. Schleusner, Berlin.

INHALT: Sollen genietete Träger mit Berücksichtigung der Nietschwächung berechnet werden? — Die Entwicklung des Stahlskelettbaues im europäischen Auslande. — Zuschrift an die Schriftleitung.

Verantwortlich für den Inhalt: Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt.
Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin W 9.
Druck der Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.

DER STAHLBAU

Schriftleitung:
Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt, Technische Hochschule
Fernsprecher: Darmstadt 7711, Apparat 599
Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61
Veröffentlichungsbeiträge an voranstehende Anschriften erbeten

Beilage zur Zeitschrift **DIE BAUTECHNIK** Fachschrift für das gesamte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

12. Jahrgang | BERLIN, 3. März 1939 | Heft 5/6

Die neue Reichsbrücke über die Donau in Wien.

Von Ministerialrat Ing. Dr. Josef Wagner, Wien.

Veranlassung des Umbaues. Entwurfserstellung.

Die in den Jahren 1872 bis 1876 erbaute Kronprinz-Rudolf-Brücke und nachmalige Reichsbrücke (Bild 1) behinderte wegen ihrer unzureichenden Breite und der zu geringen Tragfähigkeit der Strombrücke den Verkehr der Fahrzeuge und Fußgänger, um so mehr, als insbesondere durch die Errichtung des städtischen Großbades „Gänsehäufel" am linken Donauufer und des Flughafens in Aspern (Bild 2) der Verkehr eine sprunghafte Entwicklung erfuhr. Bei einer gesamten Länge der Brücke von rd. 1060 m betrug die Fahrbahnbreite nur 7,58 m (Bild 3), wovon ein Verkehrsstreifen von dem Geleise der Straßenbahn eingenommen wurde und daher nur zwei Streifen für die nicht schienengebundenen Fahrzeuge nach beiden Richtungen zur Verfügung standen. Ebenso unzureichend waren die beiden je 1,85 m breiten Gehwege. Die Verkehrsbehinderung erforderte zeitweilig eine Umlenkung der Fahrzeuge zur nächsten Brücke. Die geringe Tragfähigkeit des Überbaues war nicht so sehr eine Folge der geringen Querschnittsabmessungen der einzelnen Tragwerksstäbe, als der Veränderung im Gefüge des verwendeten belgischen Schweißeisens. Wie eingehende Versuche ergaben, ist dieser Baustoff im Laufe der Zeit versprödet und hat seine Elastizität fast gänzlich verloren. Schon bei Verbiegungen von 8° traten Einrisse bis zur halben Dicke des Versuchsstabes auf.

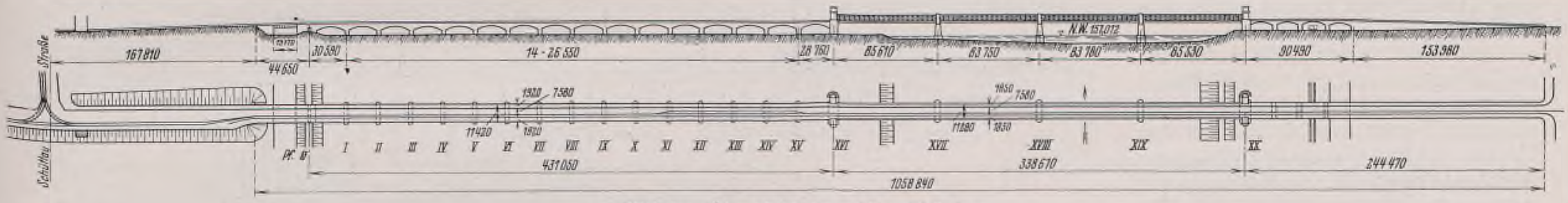


Bild 1. Übersicht der alten Brücke.

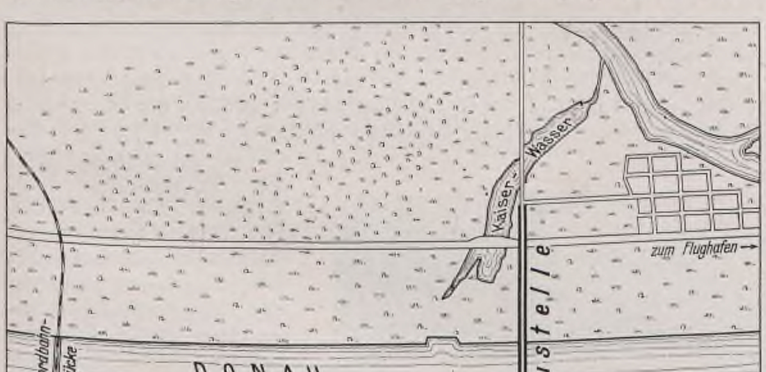


Bild 2. Lageplan.

Aus den geschilderten Gründen war die Erneuerung der Brücke unvermeidlich. Nachdem die Aufbringung der Geldmittel durch einen zwischen der Bundesstraßenverwaltung und der bundesunmittelbaren Stadt Wien im Juli 1933 abgeschlossenen Vertrag eine Regelung gefunden hatte, konnte nunmehr dieses Bauvorhaben eingeleitet werden. Zur rascheren Durchführung wurde das administrative Verfahren durch Erklärung als begünstigter Bau abgekürzt und eine staatliche Bauaufsicht bestellt. Die bauausführende Behörde war das Bundesministerium für Handel und Verkehr. Dieses schrieb zur Erlangung von Entwürfen und Kostenangeboten im 1. Halbjahr 1933 einen Wettbewerb mit Preisangeboten aus. Als wesentlichste Bestimmung des Wettbewerbs war die Errichtung der neuen Brücke an gleicher Stelle unter Verwendung aller brauchbaren Bauteile vorgesehen. So waren die 16 ausreichend tragfähigen Gewölbe der Flutbrücke für die neue Anlage mitzuverwenden. Für die Schiffahrt wurde die Höhenlage über Nullwasser mit 10 m vorgeschrieben. Ferner war nur für einige Tage eine Verkehrsunterbrechung zugestanden.

Der Wettbewerb brachte 22 Entwürfe für die Strombrücke, 18 Entwürfe für die Flut- und Kaibrücke, 12 Entwürfe für die Brücke hinter dem Hochwasserschutzdamm, 11 Entwürfe für die Rampenanlagen und 1 Entwurf für eine Untertunnelung des Stromes. Die Überprüfung dieser Entwürfe oblag einem Preisgericht, bestehend aus dem damaligen Vorstand der Sektion I des Bundesministeriums für Handel und Verkehr, dem Referenten für Brückenbau dieses Ministeriums, dem Baudirektor der Stadt Wien, dem Vorstand für die Stadtstraßen und den Hochschulprofessoren des zuständigen Faches der Technik in Wien.

Da es bei der Bewertung der einzelnen Entwürfe nicht möglich war, das sonst bei Wettbewerben übliche Verfahren der Ausscheidung einzelner Entwurfsgruppen vorzunehmen und trotz des hohen Standes der einzelnen Arbeiten kein Entwurf in allen wichtigen Punkten so überragend war, daß er mit einem 1. Preis hätte ausgezeichnet werden können, wurde von einer Reihung der Entwürfe Abstand genommen und es wurden drei Gruppen mit abgestuften Preisen festgesetzt. Zur ersten Gruppe gehörte der zur Ausführung gebrachte Entwurf „Kettenbrücke". Dieser sah an Stelle der über vier Öffnungen durchlaufenden Fachwerksbrücke über dem Strom eine in Betonblöcken verankerte Kettenbrücke mit 245,5 m Pylonenentfernung vor, weiter den Umbau des Trennungspfeilers XX am rechten Ufer und die Neugründung des Pfeilers XVIIa im Strombette nächst dem linken Ufer als zweiten Pylonenpfeiler. An diese Hauptöffnung schließt sich eine Balkenbrücke aus Stahl mit sechs Hauptträgern und

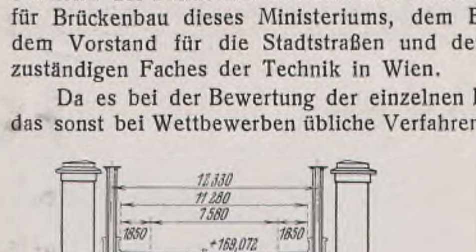


Bild 3. Querschnitt der alten Strombrücke.

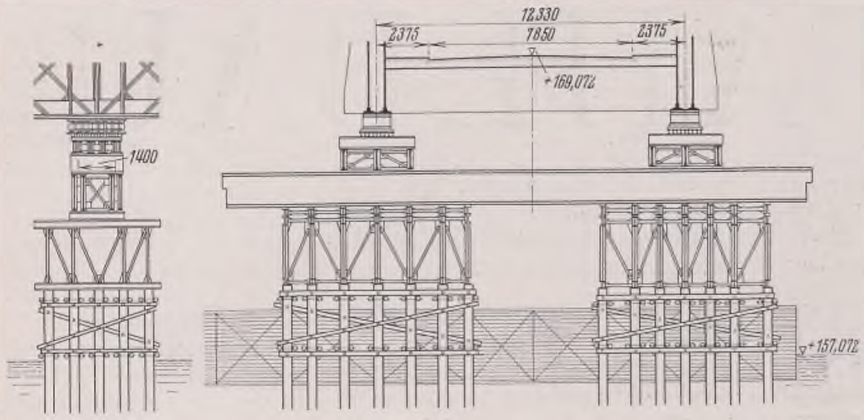
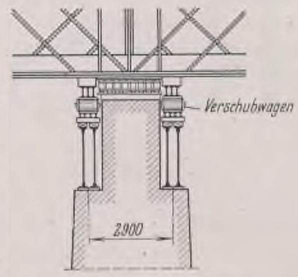


Bild 4.
Lagerung des ausgeschobenen Tragwerkes auf den Stromjochen.



Lagerung auf der Verschubbahn.

Bild 6.



Endgültige Lagerung.

rd. 60 m Stützweite an. Die 16 Gewölbe der Flutbrücke waren zu verbreitern und an Stelle des bestehenden Eisentragwerks von rd. 20 m Lichtweite hinter dem Hochwasserschutzdamm ein neues Stahltragwerk herzustellen. Am rechten Ufer waren vier Gewölbe der Kaibrücke zu beseitigen, um den 60 m langen, durch Zwischenstützen in drei Öffnungen unterteilten Stahlüberbau errichten zu können. Wie die Flutbrückengewölbe waren auch die rechte Auffahrtsrampe und der Anschlußdamm am linken Ufer zu verbreitern. Die Mindestbreite war für die Fahrbahn mit 16,5 m und für die Gehwege mit 3,5 m festgesetzt. Diese Baudurchführung war verbunden mit einer Verschiebung der Altbrücke, um sie als Notbrücke für die Verkehrsaufrechterhaltung während des Umbaues mit zu verwenden.

Auf Grund dieses Entwurfs wurden die Bauarbeiten im Dezember 1933 einer Arbeitsgemeinschaft übertragen, der die folgenden Firmen angehörten: Für den Stahlbau die Brückenbauanstalt Waagner-Biró A.-G., Wien, für den Massivbau die Allgemeine Baugesellschaft A. Porr, Universale, Redlich & Berger, Bau A.-G., Wayss & Freytag A.-G. und Meinong G.m.b.H. Letztere Firma schied aus der Arbeitsgemeinschaft aus. Im Laufe der Baudurchführung wurden neben der Wiener Brückenbau und Eisenkonstruktions-A.-G. noch weitere Unternehmungen in den Arbeitskreis einbezogen. Mit den Bauherstellungen wurde Anfang des Jahres 1934 begonnen.

Bauliche Maßnahmen zur Aufrechterhaltung des Verkehrs während des Umbaues.

Da die Achse der alten Brücke wegen der Anschlußstraßen für die neue Brücke tunlichst beizubehalten war, lag der Gedanke nahe, das Tragwerk der alten Brücke durch Verschieben für eine Notbrücke zu verwenden. Wegen Gefährdung von Stützjochen bei Eistreiben im Strom kam nur ein Verschieben stromabwärts in Frage. Die Verschiebung wurde mit 26 m festgelegt. Als einleitende Arbeiten wurden zunächst die Turmaufbauten an den Enden des Überbaues über den Pfeilern abgetragen und das Tragwerk durch den Einbau eines oberen Verbandes und von Querrahmen an den Anhubstellen über den Pfeilern verstärkt. Die Stützjoche wurden in der Verlängerung der Steinpfeiler errichtet und bestanden aus 2 · 30 bzw. 2 · 35 im Strom gerammten Pfählen, die Stahlaufsätze (Bild 4) trugen. Auf diesen lagen im Abstand von 1,4 m je zwei doppelstegige, 1,4 m hohe Vollwandträger, die das stromaufwärtige Stützjoch mit dem stromabwärtigen verbanden. Die Belastung (Eigengewicht und Verkehr) der Joche unter jedem Lager betrug 790 t bzw. 940 t. Joche und Aufsätze waren so breit ausgeführt, daß die in 2,9 m voneinander angeordneten doppelstegigen Verschubbahnträger darauf gelagert werden konnten. Die beiden Landjoche, deren Belastung 330 t je Lager betrug, bestanden aus je zwölf gerammten Pfählen mit einfachem Walzträgeraufsatz, über die zwei miteinander verbundene 1,4 m hohe Lagerungsträger führten. Zur Lagerung der Verschubbahnträger wurde eine weitere Reihe von sechs Pfählen gerammt. Die Verschubbahnen (Bild 5 u. 6), die bei den Strompfeilern beiderseits der Lager angeordnet waren, bestanden aus doppelstegigen Vollwandträgern, die auf ihren Obergurten die Fahrbahn, bestehend aus Hartholzlängsschwellen und aus Mann an Mann gereihten Querschwellen für die in Entfernung von 0,47 m liegenden Schienen, trugen. Zur Lagerung der Verschubbahnträger mußten die Strom- und Landpfeiler nischenförmig abgearbeitet werden, wozu die Brücke behelfsmäßig umzulagern war. Das Tragwerk wurde mit Pressen, die auf den Pfeilerköpfen unter den verstärkten Stützkonsolen des alten Überbaues zwischen den Verschubbahnen angeordnet waren, gehoben und zum Ausbau der Lager vorübergehend auf Holzstapel gelagert. Von dort aus erfolgte die Überlagerung auf die Verschubwagen. Zum Verschieben waren 16 Walzenwagen notwendig, und zwar bei den Strompfeilern je zwei für jedes Lager. Auf jedem Geleise waren die Wagen miteinander gekuppelt. Die Belastung eines Wagens bei den Landpfeilern betrug 245 t, bei den mittleren Strompfeilern 280 t und bei den beiden seitlichen Strompfeilern je 350 t. Die Wagen

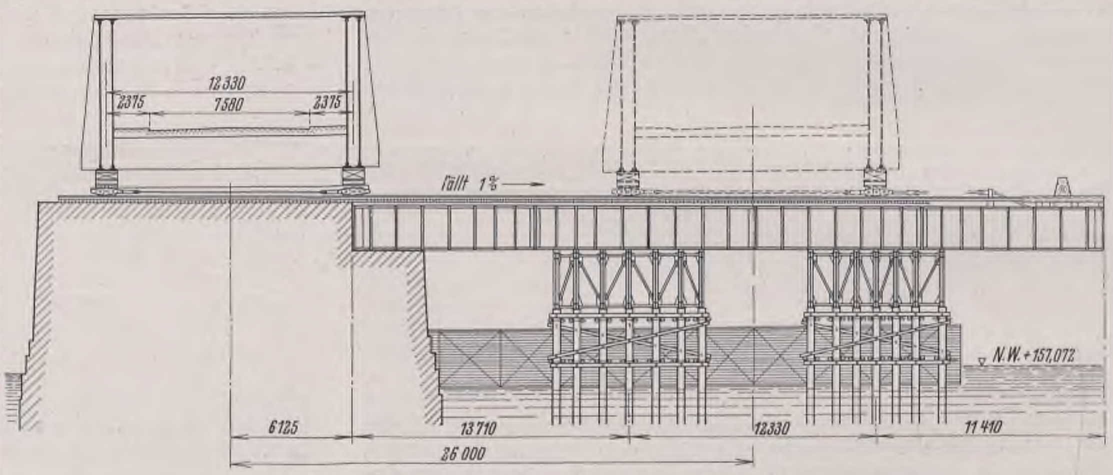


Bild 5. Verschubbahn an den Strompfeilern.


Bild 7. Ausschieben der alten Brücke.

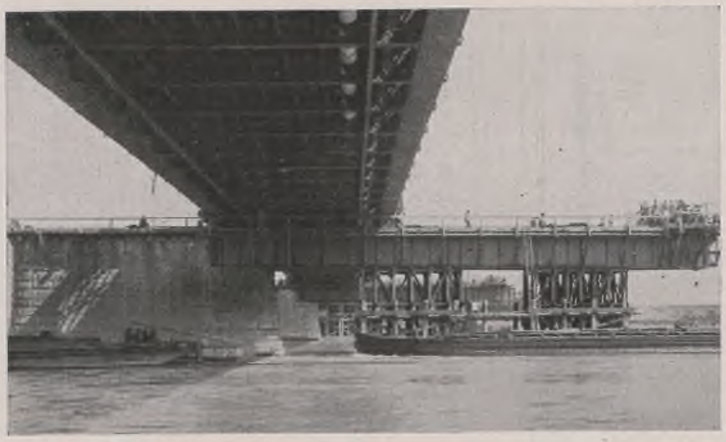


Bild 8. Ausschieben der alten Brücke.

wurden mit vorgespannten Flaschenzügen, die mit Seilwinden oder Spillen gezogen wurden, auf der unter 1 % geneigten Bahn bewegt. Das Verschieben (Bild 7 u. 8) des durchlaufenden 340 m langen und 4900 t schweren Überbaues erfolgte mit größter Sorgfalt, um Überbeanspruchungen durch Formänderungen zu vermeiden. Die Gleichmäßigkeit des Antriebes an den Zugstellen wurde von einer Zentralstelle aus mit Fernsprechern geregelt

23,39 m Lichtweite, die stromauf- und -abwärts mit bewehrten Betongewölben auf 23,5 m verbreitert wurden. In der Fortsetzung der Flutbrücke führt über den hinter dem Hochwasserschutzdamm liegenden Fahrweg die Dammbrücke mit sechs Hauptträgern, die eine Öffnung von 20 m überbrücken. Bis zur Einmündung der ersten Querstraße verläuft die Reichsbrückenstraße auf einer geböschten Dammschüttung. Durch die aufgezählten Bauabschnitte wurde die Reichsbrückenstraße auf eine Länge von 1230 m vollständig umgebaut. Mit den beiderseitigen, je mindestens 3,50 m breiten Gehwegen beträgt ihre geringste Breite 23,5 m. Die neue Brückenachse wurde lediglich wegen des rechtsufrigen Pylonenpfeilers, der nicht symmetrisch zur alten Brückenachse war, um 0,63 m nach abwärts verlegt.

Die Höhenlage des Bauwerks ist aus dem Längsprofil (Bild 10) zu entnehmen. In der Mittelöffnung der Strombrücke reicht das vorgeschriebene Lichtraumprofil von 10 m Höhe über dem Nullwasser über eine Strecke von 175 m. Die Konstruktions-Unterkante des Tragwerks liegt in Brückenmitte auf Kote 168,626, in den Viertelpunkten auf Kote 168,295 und ist um 1554 bzw. 1223 mm höher als das vorgeschriebene Lichtraumprofil. Für diese Überhöhung war außer der notwendigen Sprengung des Versteifungsträgers, die an die Durchfahrt der Donau-Uferbahn gebundene Höhenlage der rechten Seitenöffnung maßgebend. Die Träger der letzteren sind nicht parallelgurtig, die Neigung der Untergurte beträgt rd. 3 ‰. Die Schienenoberkante der Donau-Uferbahn liegt auf Kote 161,145, die Konstruktions-Unterkante des Tragwerks über der Bahn auf Kote 166,854.

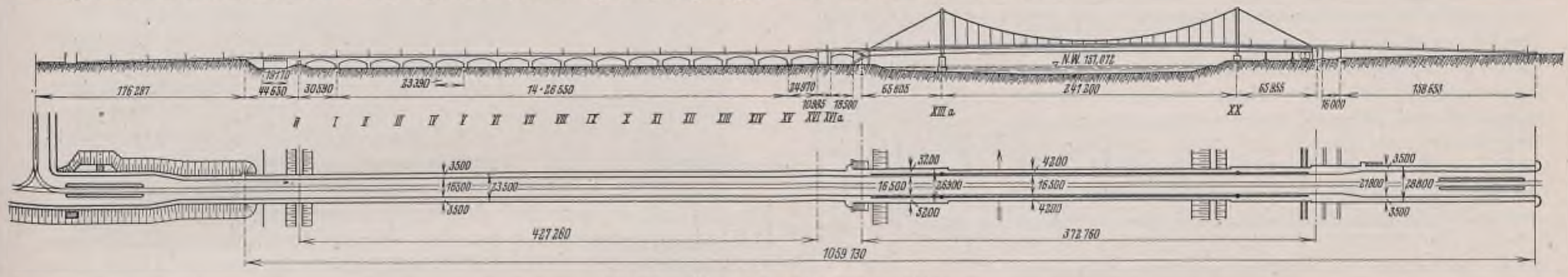


Bild 9. Übersicht der neuen Brücke.

Zur jeweiligen Lagebestimmung waren neben den 26 m langen Verschubbahnen Meßlatten angebracht. Außerdem wurden mit optischen Instrumenten am Tragwerk befestigte Beobachtungsmarken genauestens verfolgt. Die Verschiebung dauerte sechs Stunden. Nach weiteren 42 Stunden waren die Auflagerung des Tragwerks auf die überstellten alten Lager und die Straßen- und Gleisanschlüsse an die Zwischenbrücken hergestellt. Diese waren vorher bereits behelfsmäßig mit hölzernen Tragwerken auf Holzjochen errichtet worden und führten am rechten Ufer zum Anschluß an die Kaibrücke, am linken Ufer zur Flutbrücke. Nach durchgeführter Belastungsprobe wurde der Verkehr, der nur 48 Stunden unterbrochen war, zugelassen.

Damit war der Platz für die neue Strombrücke freigemacht.

Beschreibung des Bauwerkes.

Vorausgeschickt sei, daß die bei dem Umbau des Pfeilers XX festgestellten unzulänglichen Bodenverhältnisse, die eine Verankerung der Kette in Betonblöcken nicht mit voller Sicherheit gewährleisteten, zu einer Änderung des Entwurfs führten, die darin bestand, die Versteifungsträger der Mittelöffnung über die beiden Seitenöffnungen weiterzuführen und die Ketten an deren Enden zu verankern.

Die neue Strombrücke übersetzt als Kettenbrücke den Strom mit einer Mittelöffnung von 241,2 m Stützweite. Diese bildet mit der links und rechts anschließenden Seitenöffnung von 65,605 m bzw. 65,955 m nunmehr ein einheitliches Tragwerk von 372,76 m Länge (Bild 9). Durch die getroffene Pfeileranordnung wurde im Gegensatz zu den anderen über die Donau führenden Brücken, die drei Pfeiler im Strombette und daher vier Öffnungen von rd. 80 m Lichtweite aufweisen, die Behinderung der Schiffahrt beseitigt. Der linke Pylonenpfeiler steht in dem für die Schiffahrt nicht befahrbaren Seichtwasser. An die Strombrücke schließt sich am rechten Ufer eine stahlbewehrte Betonbrücke von 16 m Lichtweite zur Überbrückung der Handelskaistraße und weiter die 158,65 m lange, auf 28,80 m verbreiterte rechte Brückenrampe an. Am linken Ufer vermittelt den Übergang von der Strombrücke zu der 427,26 m langen Flutbrücke eine stahlbewehrte Betonbalkenbrücke von 18,5 m Lichtweite. Die Flutbrücke besteht aus den 16 Gewölben der alten Brücke von je

Angaben für die Standberechnung.

Belastung.

Für die Standberechnung der Bauten waren folgende Belastungen vorgeschrieben.

Triebwagen der Straßenbahn in unmittelbarer Aufeinanderfolge im Gewichte von 2,4 t für 1 lfd. m je Gleis bei einem größten Achsdruck von 15 t, ferner 12 t schwere Lastwagen ebenfalls in unmittelbarer Aufeinanderfolge, Straßenwalzen bis zum Höchstgewicht von 21 t und beladene Lastwagen, wie sie zum Transport schwerer, unteilbarer Erzeugnisse der Stahlindustrie vorzukommen pflegen. Die Belastung der Gehwege war mit 450 kg/m² vorgeschrieben; für die Strombrücke waren mit Rücksicht auf die Größe der Stützweite die Belastungen entsprechend ermäßigt.

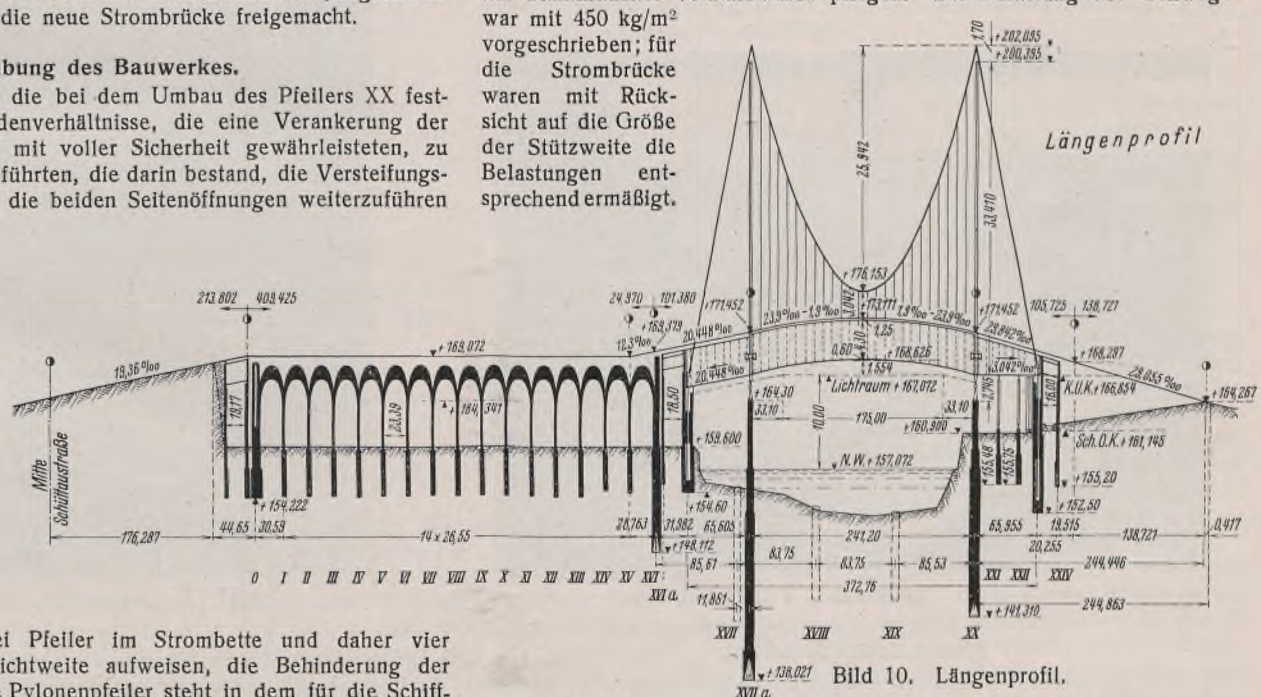


Bild 10. Längenprofil.

Der Winddruck bei belasteter Brücke war mit 150 kg/m² und bei unbelasteter mit 250 kg/m² vorgeschrieben.

Werkstoffe und zulässige Inanspruchnahmen.

Für das Stahltragwerk der Hauptöffnung wurde verwendet: Stahl St 55.12, Stahl St 44.12, für die Dammbrücke sowie für untergeordnete

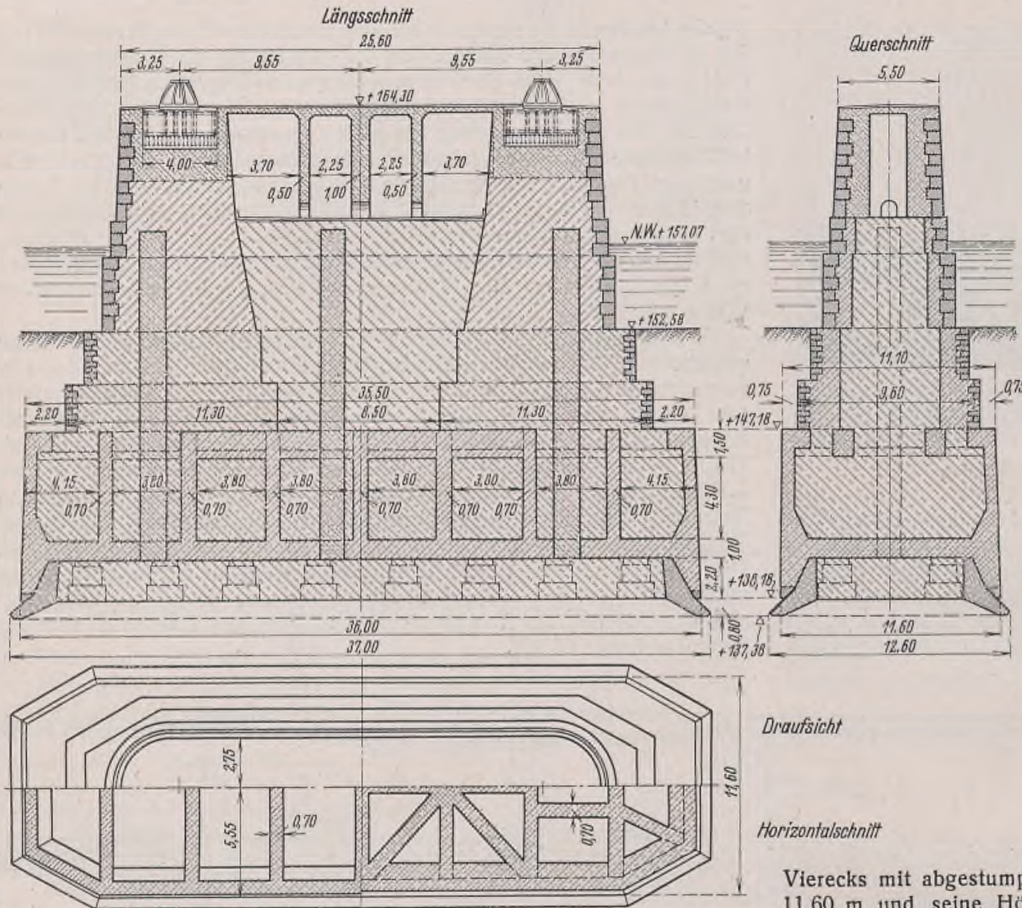


Bild 11. Pfeiler XVIIa.

Bauteile Stahl St 37.12 und für Bewehrungsstahl der Betonbauten ausschließlich St 37.12. Für die Lager wurde Stahlguß Stg 60.81 B, für die Kettenbolzen, das Querhaupt der lotrechten Kettenverankerung und die Gelenke der Hängestangen Schmiedestahl St 50.11 verwendet. Es wurden zugelassen:

für Stahl St 55.12	die Beanspruchung	2400	kg/cm²
„ Baustahl St 44.12	„ „	1900	„
„ Baustahl St 37.12	„ „	1600	„
„ Gußstahl Stg 60.81 B . . .	„ „	2000	„
„ Schmiedestahl St 50.11 . .	„ „	2200	„



Bild 12. Senkkasten. Pfeiler XVIIa.

Strombrücke (Unterbau).

Von den beiden Pfeilern der neuen Strombrücke steht der eine knapp am rechten, der andere ungefähr 40 m vom linken Uferrand entfernt im Seichtwasser des Strombettes. Für ersteren wurde der Pfeiler XX (Bild 1), der im alten Bauwerk als Trennungspfeiler 7,60 m breit war, teilweise wieder verwendet, letzterer wurde neu errichtet (Pfeiler XVIIa, Bild 11). Eine Wiederverwendung des Pfeilers XVII der alten Strombrücke, der ungefähr 12 m landwärts vom neuen Pfeiler entfernt war, kam wegen seiner unzureichenden Abmessungen nicht in Betracht.

Linker Pylonenpfeiler (XVIIa).

Die Gründung war bei den aufgeschlossenen Bodenverhältnissen wirtschaftlich nur mit Druckluft-Senkkasten auszuführen. Seine Herstellung in Eisenbeton erfolgte wegen des großen Gewichtes von 1500 t auf einer zu diesem Zweck im Strombette bis 50 cm über Nullwasser geschütteten Insel. Zur Umschließung wurden Stahlspundwände gerammt, die an den alten Strompfeiler XVII, der einen Teil derselben bildete, anschlossen. Der abgegrenzte Raum war 43 m lang und 13 m breit. Einige Schwierigkeit verursachte das Einführen der Spundbohlen für den Wandteil unter der alten Brücke, da die Höhe zum Einführen der langen Bohlen nicht vorhanden war. Es wurden diese seitlich der Brücke zu einer Wand vereinigt und letztere hängend an auf Rollwagen gelagerten Trägern unter die Brücke eingefahren. Für das Rammen war genügend Höhe vorhanden. Die Abdichtung beim Anschluß der Bohle an den Pfeiler wurde in Beton ausgeführt. Noch vor vollendeter Schüttung mußte eine feste Unterlage für den Senkkasten geschaffen werden. Zu diesem Zweck wurden längs der Inselwand zwei Reihen Pfähle für die spätere Auflagerung des Senkkastens geschlagen und hierauf die Schüttungsarbeiten beendet. Zur Trockenhaltung des umschlossenen Raumes bei steigenden Wasserständen standen vier Pumpen zur Verfügung.

Auf dieser Arbeitsbühne wurde der Senkkasten betoniert. Der Pfeilerform entsprechend hat der Senkkasten im Grundriß die Form eines Vierecks mit abgestumpften Ecken; die Länge beträgt 36 m, die Breite 11,60 m und seine Höhe 9 m (Bild 12), die Seitenflächen haben einen Anzug von rd. 3%. Dieser Pfeilerteil, dessen Inneres die 2,20 m hohe Arbeitskammer einnimmt, hatte bis zur Vollendung des Pfeilers die Last der Aufbauten zu tragen. Er besteht daher aus einem System von Tragwänden. Bei den Seitenwänden war zu berücksichtigen, daß die Schneide des Kastens nicht auf dem ganzen Umfange gleichmäßig aufsitzt; ihre Längsbewehrung wurde daher so bemessen, daß bei den zugelassenen Spannungen von 1200 kg/cm² für Stahl St 37.12 und 50 kg/cm² für Beton freie Kraglängen des Kastens von 9,60 m bei Schneidenstand auf Kote 152,50 und eine solche von 6,05 m bei der Schneide auf Kote 138,00 (Endlage) möglich waren. Die 1 m dicke Eisenbetondecke der Kammer wird entlastet durch die über derselben angeordneten 5,80 m hohen Querträger, die sich beiderseits auf die Längswände des Kastens stützen und so das Gewicht des

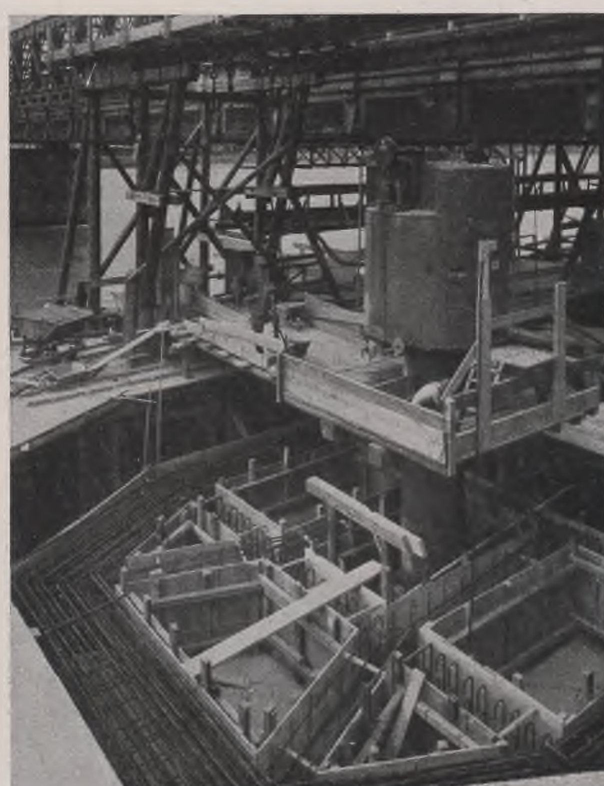
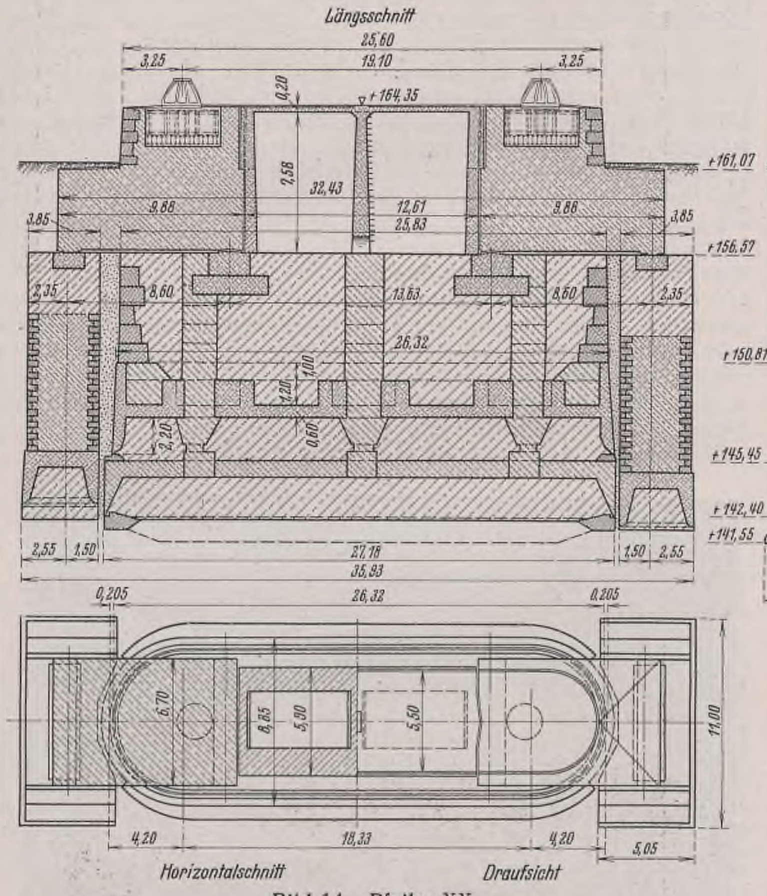


Bild 13. Senkkasten. Pfeiler XVIIa.

darauf lastenden Pfeilers in den Untergrund leiten. Die hohen Tragwände sind in ihrem oberen Teil sternförmig gegeneinander abgesteift, die übrigen Zwischenräume sind mit Beton ausgefüllt. Das Gesamtgewicht der Eisenbeton-Senkkasten ohne Füllbeton beträgt 3190 t, der aufgewendete Bewehrungsstahl wiegt 147 t und die Senkkastenschneide 23,4 t. Die Berechnung der einzelnen Teile des Kastens wurde für verschiedene Absenkstadien und für die dabei möglichen und ungünstigsten Wasserstände und Druckluftverhältnisse durchgeführt. Dazu waren umfangreiche statische Untersuchungen notwendig. Die Aufstellung der Stahlschneide des Senkkastens erfolgte auf einer zwischen der Inselwand und den Pfahlreihen betonierten Schwelle. Das Untergerüst der Schalung, das bis zum Abbinden des Betons die Last des Kastens von 1500 t zu tragen hatte, wurde am linken Donauufer genauestens abgebunden und sodann auf die auf den gerammten Pfählen sitzenden Holzschwellen aufgesetzt.



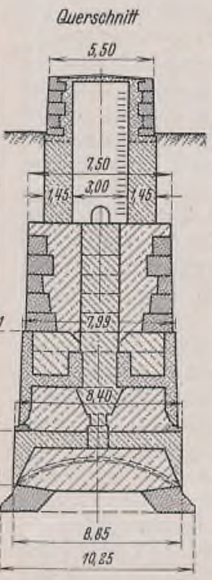


Bild 14. Pfeiler XX.

Besondere Vorkehrungen waren für die Einleitung des Absenkens des Senkkastens zu treffen. Zu diesem Zweck wurden im Inneren längs der Kastenwand auf den über den Pfahlreihen verlegten Holzschwellen 68 Gruppen von je drei Schraubenspindeln aufgestellt und gegen das Untergerüst der Schalung gepreßt. Die Belastung jeder Spindel betrug ungefähr 7 bis 8 t. Nach dem Betonieren der Wände und der Decke der Arbeitskammer und nach hinreichender Erhärtung des Betons wurden die Spindeln nachgezogen und das Schalgerüst entfernt. Durch langsames Nachlassen der 204 Spindeln konnte sodann der Senkkasten gleichmäßig auf die Schüttung abgesetzt werden.

Über die umfangreichen Arbeiten zur Herstellung des über der Arbeitskammer liegenden Pfeilerteiles, das Aufstellen und Einbinden des Bewehrungsstahls für die Seitenwände, die Querträger und deren Aussteifungen, das Einbauen der Schachtstutzen für die Schleusen sowie die verschiedenen für die Betonierung nötigen Schalungen, deren wirtschaftliche Durchführung ein großes Maß an praktischer Erfahrung erforderten, geben die Bilder 12 u. 13 einigen Aufschluß. Nach Aufsetzen der drei Kammerschleusen, von denen die zwei seitlichen für die Baustoff- und die mittlere, kleinere für die Personenbeförderung dienten, wurde der Druckluftbetrieb auf Kote 157,09 begonnen. Die Drucklufterzeugung erfolgte mit einer am rechten Ufer befindlichen und von vier Dampfaggregaten betriebenen Kompressoranlage. Die Absenkungsarbeiten und der gleichzeitige Aufbau des Pfeilerschachtes gingen mit einer kurzen Unterbrechung, die während des Verschiebens des Tragwerks der alten Brücke eintrat, ohne jede Störung vor sich. Die kurze Betriebseinstellung, die bei einem Schneidenstand auf Kote 144,00 erfolgte, war verursacht durch die Unterbrechung der auf der alten Brücke verlegten Druckluftrohrleitung, die während des Verschiebens gelöst werden mußte. Der Senkkasten wurde vorher luftdicht abgeschlossen, längs seines ganzen Umfanges mit seinen Hilfskonsolen auf Kanthölzer aufgelagert und seine Decke durch sechs Holzstapel unterstützt, so daß auch bei Entweichen der Luft die Bodenpressung von $6^1/_2$ kg/cm² nicht überschritten werden konnte. Eine geringfügige Verlagerung des Senkkastens, die während der Ruhepause eintrat, konnte im weiteren Verlaufe des Absenkens wieder ausgeglichen werden. Die Gründung des Pfeilers erfolgte auf einer tegelartigen Schicht auf Kote 138,18, das ist rd. 19 m unter dem Nullwasser und war im Herbst 1934 beendet. Probebohrungen, die im Senkkasten vorgenommen wurden, ergaben für die bis auf 7 bis 8 m tiefer liegenden Schichten keinen tragfähigeren Untergrund. Es wurde daher von einer weiteren Absenkung Abstand genommen. Zur Verminderung der Bodenpressung wurde die Grundfläche des Senkkastens durch konsolartigen Vorbau über die Schneide vergrößert. Der Senkkasten wurde auf 16 in Klinkermauerwerk ausgeführten Säulen mit je 4 m² Grundfläche gestützt und damit auch seine waagerechte Lage bei der Schlußabsenkung gesichert. Unter der Neigung von 45° wurden sodann längs der Kastenschneide 2 m lange Kanaldielen vorgetrieben und unter ihrem Schutze ein Eisenbetonrahmen unter der Schneide errichtet, der 50 cm vorragt und in den Füllbeton der Arbeitskammer eingebunden wurde. Zum Ausfüllen des von der Arbeitskammer noch verbleibenden Raumes waren rd. 500 m³ Beton erforderlich. Der auf dem Senkkasten aufsitzende Pfeilerschaft wurde in Stampfbeton hergestellt und, soweit er in die Stromsohle versenkt wurde, mit Betonformsteinen, der über dem Stromgrund liegende Teil mit Granitquadern verkleidet. Durch die Verwendung der Formsteine konnten die Grabarbeiten in der Arbeitskammer ohne Rücksicht auf das Erhärten des oberhalb aufgebrachten Betons fortgesetzt werden. In der Pfeilerkrone ist für das Pylonenfußlager je ein Stahlrost von 4 m Breite, 3,60 m Länge und 2,05 m Höhe einbetoniert. Dieser Rost liegt auf einer 20 cm dicken stahlbewehrten Ausgleichsschicht. Vor ihrer Herstellung wurde die Lage des Pfeilers genauestens vermessen. Bei der Entfernung der beiden Pylonen von 241,2 m ergab sich ein Maßunterschied von 20 mm, der durch die Lage des Rostes ausgeglichen wurde. Der Raum zwischen den Lagern wurde hohl ausgebildet.

Bei der durch den Vorbau vergrößerten Aufstandsfläche von 448 m² ergibt sich eine größte Randspannung von 7,3 kg/cm². Diese wurde für ein Eigengewicht des Pfeilers einschließlich Auflast durch Wasser und Erdreich von 17 527 t, eine Belastung durch das Stahltragwerk, Verkehrslast und Wind von 16 400 t, Auftrieb 3410 t und 397 t Mantelreibung errechnet. Hierbei ist der Auftrieb mit 50% und die Mantelreibung mit 0,5 t je m² Mantelfläche von der Schneide bis zum ersten Absatz in Rechnung gestellt. An waagerechten Kräften waren Windkräfte bis zu 305 t senkrecht und bis zu 52 t parallel zur Brückenachse sowie kleinere Ausmittigkeiten der Lager gegen die Pfeilerachsen zu berücksichtigen.

Rechter Pylonenpfeiler (XX).

Nach dem Entwurf sollte als rechter Pylonenpfeiler der neuen Strombrücke der nur in seinem Aufbau über dem Gelände geänderte rechte Trennungspfeiler XX (Bild 1) der alten Brücke verwendet werden. Dieser 10 m unter dem örtlichen Nullwasser gegründete und in Bruchstein aufgemauerte Pfeiler hätte bei einer Aufstandsfläche von 224 m² unter dem Eigengewicht und der durch die neue Brücke übertragenen Last eine Bodenpressung von über 10 kg/cm² verursacht. Nach den durch Probebohrungen festgestellten, sowie nach den bei der Gründung des linken Pylonenpfeilers aufgeschlossenen Grundverhältnissen war eine höhere als 7 kg/cm² betragende Bodenpressung durch lotrechte Belastung unzulässig. Es wurde daher die Aufstandsfläche durch Verlängerung des alten Pfeilers mit je einem Zusatzpfeiler stromauf- und -abwärts vergrößert (Bild 14). Da eine Auflockerung des Untergrundes neben dem alten Pfeiler vermieden werden mußte, wurden die Zusatzpfeiler mit Senkkasten gegründet. Sie sind 5,05 m lang und 11 m breit und an den Seiten gegen den alten runden Pfeilervorkopf polygonal gestaltet. Der Zwischenraum betrug 30 cm. Die Senkkasten wurden in Eisenbeton in bis auf Nullwasser (157,07) ausgehobenen Baugruben auf Holzrosten hergestellt. Die Arbeitskammern sind 2,2 m hoch, die Aufstandsflächen betragen je 52 m². Beim Absenken war besondere Vorsicht notwendig, um ein Hängenbleiben am alten Pfeiler zu vermeiden. Die Gründung der Zusatzpfeiler sollte gleich dem alten Pfeiler auf Kote 147,00 erfolgen. Die im Senkkasten in dieser Tiefe angetroffenen Bodenschichten wiesen aber nicht die Tragfähigkeit auf, die nach den Bohrungen zu erwarten war. Eine in der Arbeitskammer vorgenommene Probebelastung mit einer 50 · 50 cm messenden Druckplatte ergab, daß die aufgeschlossene Sandschicht einem mitteldicht gelagerten Feinsand von nur 2,5 kg/cm² Tragfähigkeit entsprach. Aus weiteren unmittelbar neben der Sohle des alten Pfeilers strom- und landseits niedergebrachten Bohrungen, die insgesamt 35 Materialproben lieferten, wurde festgestellt, daß die Bodenschichten

bis 5 m unter der Senkkastenschneide in lot- und waagerechter Richtung außerordentlich ungleich waren. Die Zusammendrückbarkeit der Schichtenkomplexe war derart verschieden, daß bei der in Aussicht genommenen Bodenpressung eine Schiefstellung des Pfeilers zu gewärtigen war. Zur Erreichung der Standfestigkeit des Pfeilers mußte daher seine Gründung auf Kote 142,00 m erfolgen. Bei dem Zusatzpfeiler wurde die weitere 5 m betragende Absenkung ohne besondere Schwierigkeiten durchgeführt. Beim alten Pfeiler waren zunächst die vermauerten Schleusenschächte im Pfeilerschaft und die Arbeitskammer auszuräumen. Zwei von den drei ovalen Schleusenschächten wurden, nachdem vorher über jedem entsprechend große Eisenbetonplatten zur Verankerung der Luftschleusen hergestellt waren, unter dem Schutze der Druckluft ausgebrochen. Der Ausbruch war schwierig, da das Bruchsteinmauerwerk des Pfeilerkerns von Hohlräumen durchsetzt und teilweise auch gebräch war. Um den Druckluftverbrauch zu verringern, mußten alle Aufbruchflächen sofort mit nassem Lehm gedichtet und die Innenwandung der ausgeräumten Schleusenschächte raschestens mit Beton bzw. Eisenbetonmanschetten ausgekleidet werden. Etwa $1\frac{1}{2}$ m oberhalb der Decke des Senkkastens wurde besonders brüchiges Mauerwerk festgestellt. Trotz der vorgenommenen Abdichtungen konnten die drei betriebenen Luftkompressoren kaum den Verlust an Druckluft decken. Diese Mängel mahnten zur größten Vorsicht, um so mehr, als schon in diesem Zeitpunkt vermutet wurde, daß der Pfeilerschaft beim Bau der alten Reichsbrücke abgerissen sei. Nach Überwindung verschiedener Schwierigkeiten gelang es, die kreisrunden Schleusenschachtrohre mit den elliptischen Anschlußflanschen des alten Senkkastens durch besondere Übergangsformstücke zu verbinden. Nach Aufsetzen der Luftschleusen auf die über die Pfeileroberkante verlängerten Schachtrohre konnte nun in die Arbeitskammer vorgedrungen werden. Durch zunächst vorgetriebene Besichtigungsstollen wurde festgestellt, daß die Schweißeisenkonstruktion des alten Senkkastens gut erhalten war. Anrostungen waren nur in geringem Umfang vorhanden. Dagegen wurde erkannt, daß die Schneiden sich ungleich und bis zu 1,60 m tief in den lettigen blauen Sand eingegraben hatten. Stromaufwärts stand der Senkkasten um 70 cm tiefer als stromabwärts, außerdem war er längs der Diagonale um 20 cm verkantet. Die Ausmauerung war mangelhaft, sie wies unter der Decke Hohlräume bis zu 20 cm auf, und nur etwa 10% der Senkkastendecke war untermauert. Die Druckübertragung durch den Kammerbeton auf den Untergrund kam daher fast nicht in Frage; der größte Teil der Pfeilerlast konnte nur durch die Reibung der Mantelfläche des Pfeilers in den Boden übertragen werden. Dieser Mangel sowie der Umstand, daß in der Arbeitskammer Werkzeuge vorgefunden wurden, ließen vermuten, daß der Senkkasten seinerzeit während der Ausmauerung in Bewegung war und die Arbeiter gezwungen waren, ihre Tätigkeit dort vorzeitig einzustellen. Nach vollständigem Ausräumen des Senkkastens wurde die Stahlkonstruktion ausgebessert und der Senkkasten mit Holzstapeln unterstellt, um beim ersten Absenkversuch seine Eindringtiefe zu begrenzen. Durch Untergraben der Senkkastenschneide allein konnte die Absenkung nicht eingeleitet werden. Erst nachdem der Innenluftdruck von 1,4 auf 0,8 at ermäßigt worden war, trat eine Senkung des Pfeilers und infolge der großen Reibung am verrosteten Mantelblech auch eine solche des umgebenden Erdreiches um rd. 20 cm ein. Bei dem folgenden Absenkversuch setzte erst nach allmählicher Ermäßigung des Überdruckes bis auf 0,45 at die Bewegung des Pfeilers ein. Die nach dem Bewegungsstillstand vorgenommenen Messungen ergaben stromaufwärts eine Senkung der Schneide um 52 cm, stromabwärts um rd. 85 cm, während an der zutage liegenden Pfeileroberfläche stromaufwärts eine Senkung um 11 cm, stromabwärts eine solche um 32 cm festgestellt wurde. Die Vermutung, daß im Pfeilerschaft ein Riß bestand, hatte sich bestätigt; der Pfeilerteil unter der Rißfläche hat sich stärker gesenkt. Der Versuch, den alten Pfeiler auf diesem Wege abzusenken, mußte daher aufgegeben werden. Versuche, den geborstenen Pfeilerkern vorerst instand zu setzen und mit Kronenbohrern Löcher in den hangenden Pfeilerschaft zu bohren, um durch Ausfüllen der entstehenden Kluft mit Mörtel ein unerwartetes Nachsinken des oberen Pfeilerteiles zu verhindern, scheiterten an der lockeren Lagerung der Bruchsteine im Mauerwerk, die fortgesetzt zu Verklemmungen der Bohrer führten. Es mußte daher das ganze Pfeilermauerwerk bis zur Senkkastenoberkante abgetragen werden. Der weitere Vorgang bestand darin, den oberen Teil des alten Pfeilerkernes bis zum Mantelblech abzubrechen, innerhalb des letzteren einen Hilfssenkkasten (Bild 15) darüber zu stülpen und das Kernmauerwerk darunter im Schutze der Preßluft bis zur Decke des alten Senkkastens abzutragen. Zunächst wurde nach demselben Verfahren wie bei den beiden äußeren Schleusenschächten auch der dritte, mittlere Schacht im alten Pfeiler im Schutze der Druckluft ausgebrochen, sodann in allen drei Schächten das Wasser bis zu der im Pfeiler vorhandenen Kluft verdrängt. Durch am Umfange der Schächte in die Kluft eingebrachte und mühsam mit Eisenbetonmanschetten abgedichtete Rohre wurde Mörtel in die Kluft gepreßt und dadurch eine Stützung des hängenden Pfeilerteiles auf den unteren hergestellt. Alle diese Arbeiten mußten zum größten Teil im Wasser stehend ausgeführt werden, da die durch den Spalt entweichende Druckluft das Absenken des Wasserspiegels in den Schächten nur bis zur Oberkante der Kluft erlaubte. Auf dem bis zum Mantelblech, das ist ungefähr $\frac{1}{2}$ m unter dem örtlichen Nullwasser, abgetragenen Pfeiler wurde auf einem Ausgleichsestrich der Hilfssenkkasten in Eisenbeton hergestellt. Dieser hatte eine Grundrißfläche von rd. 209 m^2, ein Gewicht von 800 t und wurde in aufgelöster Bauweise ausgeführt. Er wurde genau mittig auf die Decke des alten Senkkastens eingerichtet, auf den er nach Abtragen des Pfeilers zu stehen kommen sollte. Nach dem Erhärten wurde er mit 12 Schraubenspindeln von je 75 t Tragkraft aufgehängt. Um ein Hängenbleiben des Hilfssenkkastens am beschädigten und eingedrückten Mantelblech des alten Pfeilers zu verhindern, erhielt der neue Senkkasten eine Blechverkleidung mit starkem Anzug. Das alte Pfeilermauerwerk wurde unter der Schneide des Senkkastens weg bis zum alten Mantelblech entfernt und der Zwischenraum zwischen altem und neuem Mantelblech mit Tegel ausgefüllt.

Die Absenkung wurde mit drei Luftschleusen betrieben. Da nach Erreichen der alten Senkkastendecke die Schachtrohre des Hilfssenkkastens mit den elliptischen Öffnungen in der Decke des alten Senkkastens mit Übergangsstutzen zu verbinden waren, jedoch nicht damit gerechnet werden konnte, daß die Schächte des neuen Pfeilers genau mittig über die Schachtöffnungen der alten Senkkastendecke zu liegen kommen werden, wurden im Pfeilermauerwerk über der Decke des neuen Senkkastens mit Hilfe von verlorenen Blechschalungen Schachtrohre von größerem Durchmesser ausgespart, um für das innere Schachtrohr einige Bewegungsmöglichkeit zu erhalten. Nachdem die Schneide des neuen Senkkastens im Mittel rd. 30 cm über der Decke des alten Senkkastens angelangt war, wurde sie durch einen luftdicht verputzten Betonkranz untermauert und durch erhöhten Luftdruck das Wasser auch aus dem alten Senkkasten gedrückt. Seine Stahlkonstruktion wurde durch Einschweißen von Eckaussteifungen und durch Verbesserung der Zugbandanschlüsse in den Hauptgesperren instand gesetzt. Die zu schlank geformten Schneiden wurden durch den Einbau von durchlaufenden Eisenbetonkonsolen verbreitert und diese durch einen Magerbetonkranz unterfangen. Nach weiteren Sicherungen gegen Einsinken (die Decke wurde durch Holzstapel unterstellt) wurden die beiden Senkkasten mit Rundstahlankern, die mit Spannschlössern gespannt wurden, verbunden.



Bild 15. Hilfssenkkasten. Pfeiler XX.

Der Arbeitsraum des Hilfssenkkastens wurde sodann ausbetoniert und nur im Bereiche der Schächte so viel Raum freigehalten, daß die bisher an seiner Decke befestigten Schleusenschachtrohre an die Übergangsstutzen des alten Kastens angeschlossen werden konnten. Nach Entfernung der Holzstapel und der Betonunterfangung der Schneide ging sodann unter äußerster Vorsicht das Absenken des Pfeilers um 5 m anstandslos vor sich. Während des Absenkens war zu beachten, daß das Gewicht des Senkkastens und der Aufmauerung, abzüglich des Auftriebes, bei jedem Außenwasserstand 800 bis 900 t nicht überschreite. Gegen ein Überwiegen des Auftriebes gegenüber dem Eigengewicht bei hohem Außenwasserstand war durch Aufbringung von Wasserballast in die am Pfeilerumfang rascher vorgetriebene Pfeileraufmauerung und durch Wasserspiegelsenkung in der Baugrube Vorsorge getroffen. Die Gründung erfolgte auf Kote 142,40 auf genügend tragfähiger Bodenschicht. Nach Sicherung des Senkkastens durch Holzstapel wurde die Verbreiterung der Gründungsfläche durch Einbringung eines 70 cm über die Schneide vorkragenden Eisenbetonringes von 0,85 m Dicke (Kote 141,55) durchgeführt. Die Aufstandsfläche des alten Senkkastens wurde dadurch von 224 auf 259 m^2 vergrößert.

Zur Auflagerung für das Pylonenportal standen nun drei Stützkörper zur Verfügung. Die Drücke der beiden Pylonenlager auf diese wurden so verteilt, daß für die lotrechten Belastungen die Bodenpressungen gleich groß sind. Die Aufteilung wurde durch den Einbau von zwei mächtigen, 9,90 m langen, 6,70 m breiten und 4,50 m hohen Waagebalken erreicht. Ihre Stützung ist so angeordnet, daß die beiden Zusatzpfeiler mittig und der mittlere Pfeiler symmetrisch mit bestimmter Stützpunktentfernung belastet werden. Die maßgebende Pressung im Schwerpunkt der Aufstandfläche beträgt 7 kg/cm^2. Die größte Kantenpressung errechnet sich für den Hauptpfeiler mit 8,1 kg/cm^2, für die Zusatzpfeiler mit 8,9 kg/cm^2

Endwiderlager der Strombrücke (Ankerblöcke).

Linker Ankerblock.

Nach dem geänderten Entwurf greift die Kette an den Enden des über die beiden Seitenöffnungen verlängerten Versteifungsträgers an. Die waagerechte Seitenkraft wird vom Versteifungsträger aufgenommen. Der lotrechten Seitenkraft wird das Gleichgewicht gehalten durch den Stützendruck des Eigengewichts der Seitenöffnung von 65,605 m Stützweite. Da dieser zu gering ist, wurde eine von der Tragfähigkeit des Untergrundes unabhängige Gewichtsverankerung vorgesehen. Sie ist im Ankerblockmauerwerk untergebracht. Dieser Ankerblock ist als Endwiderlager der Kettenbrücke ausgebildet (Bild 16), reicht über die ganze Brückenbreite, ist 11,90 m breit, 27,20 m lang und 15 m hoch. Sein Grundriß ist auf 31,40 m verlängert. Die Gründung erfolgte zwischen stählernen Spundwänden auf Kote 154,60, d. i. 4,90 m unter Terrain und 2,47 m unter Nullwasser. Im Mauerwerk sind zwei Schächte für den Durchgang der Ankerketten, die zu den Ankerkammern führen, ausgenommen und die Eisenbetonkonstruktion zur Aufnahme des lotrecht nach aufwärts wirkenden Anteiles des Kettenzuges eingebaut. Sie besteht (Bild 17) im wesentlichen aus zwei senkrecht zur Brückenachse in 5,70 m Entfernung voneinander liegenden, 9 m hohen und 1,40 m breiten Hauptträgern, die durch vier Querrippen miteinander verbunden sind. Sowohl die Hauptträger wie die Querrippen sind mit einer 1 m dicken Eisenbetongrundplatte mit korbförmiger Rundstahlbewehrung verankert. Die Platte ist 11,90 m breit und kragt über die beiden Hauptträger aus.

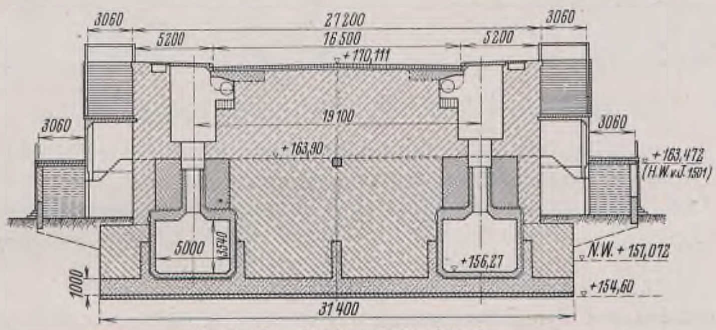


Bild 16. Linker Ankerblock.

Der in den beiden Ankerketten wirkende Zug von je 2650 t wird durch eine Verteilungskonstruktion aus Stahl auf je zwei von den vier Querrippen geleitet. Diesem Zug wirkt entgegen das Gewicht der mit den Querrippen verbundenen Hauptträger und der Grundplatte und das auf der Eisenbetonkonstruktion aufsitzende Gewicht des Ankerblocks samt Füllbeton. Für die Berechnung wurde angenommen, daß sich das Gewicht jenes Teiles des Füllbetons, der sich über der höchsten Hochwasserkote von 163,47 befindet, zu $^{2}/_{3}$ unmittelbar auf die beiden Hauptträger, deren Oberkante auf Kote 163,90 liegt, überträgt. Für das Gewicht des restlichen Füllbetons ist die Grundplatte als Belastung gerechnet.

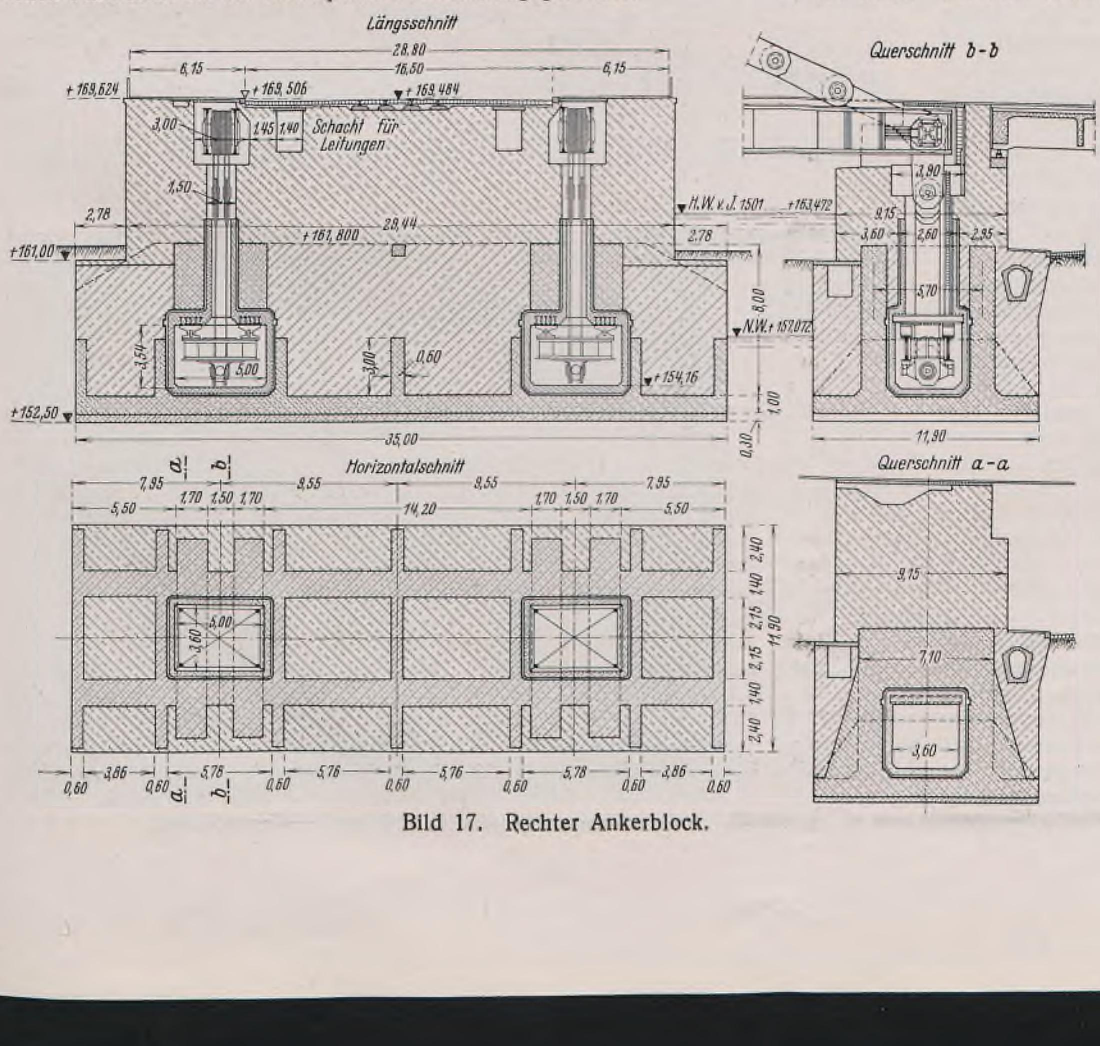


Bild 17. Rechter Ankerblock.

Die Stahlkonstruktion, die die Züge der Verankerungsketten auf die Querrippen der Eisenbetonkonstruktion zu übertragen hat, ist in den Ankerkammern untergebracht, deren Sohle 7,20 m unter dem höchsten Hochwasser bzw. 0,80 m unter Nullwasser liegt. Die Kammer ist 5 m lang 3,60 m breit und 3,54 m hoch.

Die Sicherheit des Ankerblocks gegen Anheben durch den größten Kettenzug unter Berücksichtigung des Auftriebes bei höchstem Hochwasser ist rd. $1^{1}/_{3}$fach. Die Stahlkonstruktion in den Kammern ist so ausgebildet, daß sie mit hydraulischen Pressen von ihren Stemmflächen abgehoben werden kann, wodurch eine etwa notwendige Änderung in der Kettenlage oder der Pylonenneigung ermöglicht wird. Der hierzu erforderliche Pressendruck für die Eigengewichtsbelastung allein beträgt 1740 t für ein Lager.

Beim linken Ankerblock sind stromauf- und -abwärts zweiarmige Abgangstiegen in das Überschwemmungsgebiet mit einer Nutzbreite von je 3,06 m angeordnet. Die Stiegenarme sitzen auf den über den Ankerblock auskragenden beiden Eisenbeton-Hauptträgern der Verankerungskonstruktion auf, wodurch ungleiche Setzungen ausgeschaltet werden. Diese Konstruktion, die unter Ausnutzung der Tragkraft der Stiegenplatten und Wände berechnet und ausgeführt wurde und die auch die Ausnutzung der Hauptträger des Ankerblocks als Stiegenträger gestattete, stellt sich auch wirtschaftlich günstiger als eine getrennte Gründung der Stiegenanlage.

Wegen des hohen Wasserüberdrucks und der Gefahr für den Dauerbestand der Ankerkonstruktion bei undichten Ankerkammern war die Abdichtung der Kammern mit besonderer Sorgfalt herzustellen. Die Wände der Ankerkammern wurden zunächst mit einem Asphalt-Grundanstrich versehen. Auf einem zweiten mit heißem Asphalt hergestellten Anstrich wurde die eigentliche Abdichtung ausgeführt. Sie besteht aus zwei Lagen Bleifolien im Gewicht von 2 kg/m², die in der Fabrik heiß mit Asphalt überzogen waren. Diese Folien sind zwischen Asphaltplatten gelagert, wobei zwischen jede Asphalt- bzw. Bleiplatte ein heißer Asphaltzwischenanstrich aufgebracht wurde. Zum Schutze gegen Beschädigung durch die dann noch herzustellende 45 cm dicke Eisenbetonwand wurde eine teerfreie Dachpappenlage aufgeklebt.

Rechter Ankerblock.

Dieser (Bild 17) ist ähnlich dem linken ausgebildet. Es entfallen hier die Stiegenabgänge. Der Block ist auf Kote 152,50 gegründet, das ist rd. 8,50 m unter dem Erdboden und 4,50 m unter Nullwasser. Der in den Ankerketten wirkende Zug beträgt je Kette 3114 t, da der Stützdruck der in drei Öffnungen unterteilten rechten Seitenöffnung geringer ist, als in der ungeteilten linken Seitenöffnung. Der zum Abheben der Stahlkonstruktion von den Stemmflächen notwendige Druck würde hier 2230 t betragen.

Der Aushub des Ankerblocks erfolgte zwischen stählernen Spundwänden bis auf eine 75 cm dicke Tegelschicht. Unter dieser Schicht (Kote 148,45 bis 149,30) befindet sich eine wasserführende sandige Schotterschicht, deren Wasser, wie durch Probebohrungen festgestellt wurde, unter Druck stand. Um beim Ausheben ein Aufbrechen der schwachen Tegelschicht durch den Wasserdruck hintanzuhalten, wurde der Aushub in kleinen Teilflächen durchgeführt und überdies der Druck des Wassers durch sechs Rohrbrunnen, die durch die Tegelschicht gebohrt wurden, erheblich vermindert.

Strombrücke (Stahlüberbau).

Standberechnung.

Das Tragwerk der Strombrücke ist eine mit Vollwandträgern versteifte Hängebrücke mit aufgehobenem Horizontalzug (Bild 18). Der waagerechte Zug der Kette wird durch den die Kettenenden verbindenden Vollwandträger, den Versteifungsträger, aufgenommen. Die lotrechte Seitenkraft hingegen wird, da der Auflagerdruck des Tragwerks der Seitenöffnung nicht ausreicht, durch eine zusätzliche Schwergewichtsverankerung ausgeglichen.

Als statisch unbestimmte Größe wurde der Kettenschub H in die statische Berechnung eingeführt. Die Einflußlinie für H ist gegeben durch die Gleichung

$$\eta_m = \frac{\delta_{Hm}}{\delta_{HH}},$$

worin δ_{Hm} die Ordinaten der Biegelinie des Versteifungsträgers im statisch bestimmten Grundsystem, das durch Zerschneiden der Kette in Brückenmitte

erhalten wird, und δ_{HH} die Verschiebung an der Schnittstelle infolge $H = 1$ darstellen. Die Stabkräfte für $H = 1$ im statisch bestimmten Grundsystem sind in Bild 18 eingetragen.

Die Biegelinie δ_{mH} ergibt sich als Momentenlinie der elastischen Gewichte $\frac{y}{EJ} \cdot \lambda$, die an den Hängestangenorten als Einzelkräfte angreifen. Die Werte y setzen sich zusammen aus

$$y = y' + y'' + y''' + y''''.$$

Es bedeuten: y' Ketten-Ordinaten, y'' Ordinaten der Mittellinie des spannungslosen Versteifungsträgers über der Waagerechten durch die Gelenke G; y''' zusätzliche Sprengung des Versteifungsträgers und y'''' Abstand der Schwerpunkte von Trägermitte.

Die Verschiebung δ_{HH} an der Schnittstelle ergibt sich aus

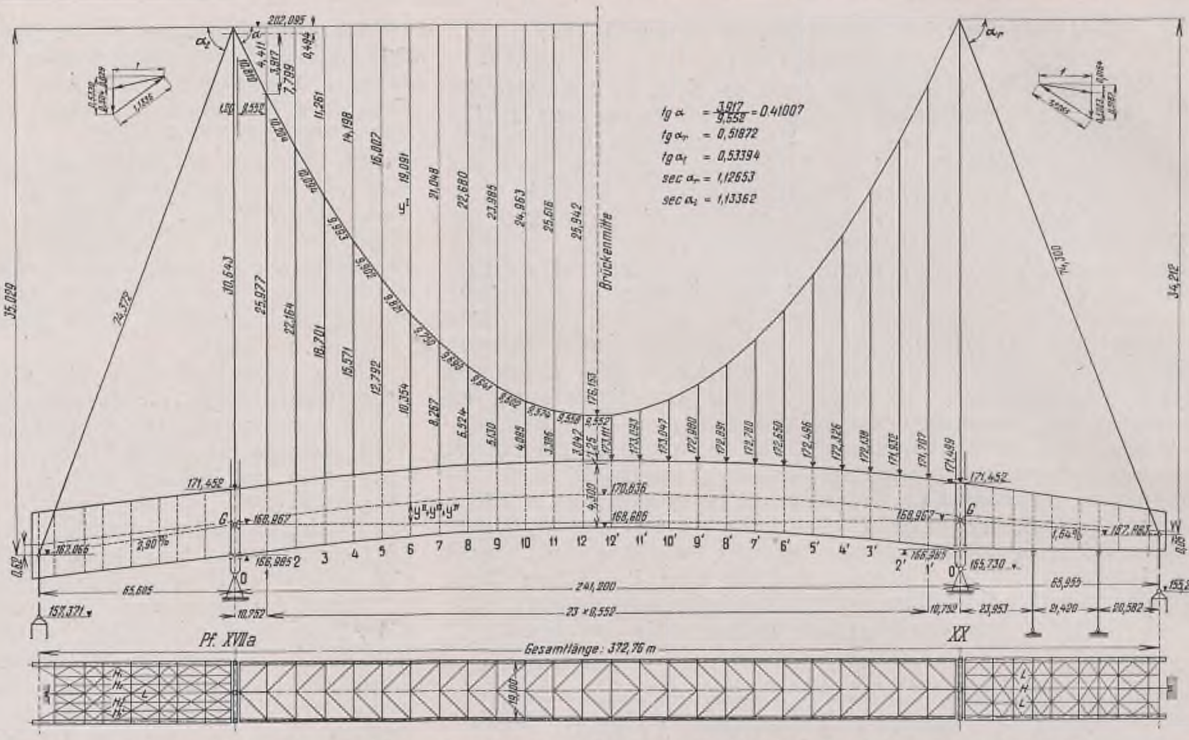


Bild 18. Geometrisches Netz der Haupttragwand und des Windverbandes der Strombrücke.

$$1\, \delta_{HH} = \Sigma V_n\, \delta_{Hm} + \frac{\Sigma S^2 s}{EF},$$

worin bedeuten:

$V_n = 1 \cdot \frac{\Delta(\Delta y)}{\lambda}$ die Hängestangenkraft,

$\Sigma V_n\, \delta_{Hm}$ die Arbeit der am Versteifungsträger wirkenden Hängestangenkräfte für die Verschiebungen δ_{Hm} und

$\frac{\Sigma S^2 s}{EF}$ die Arbeiten der Normalkräfte für $H = 1$, die sich auf Kette, Pylon, Hängestangen, Verankerung und Versteifungsträger erstrecken.

Versteifungsträger.

Der 372,76 m lange Versteifungsträger reicht über die Mittelöffnung bis über die beiden Seitenöffnungen und ist über den Pylonenpfeilern durch je ein Gelenk (Stemmlager) unterbrochen. Er ist jedoch nur in der Mittelöffnung durch Hängestangen in Abständen von 9,55 m mit der Kette verbunden. In der linken Seitenöffnung wirkt der Versteifungsträger als Zweistützträger, dessen Stützweite 65,505 m beträgt. In der rechten Seitenöffnung wird der Versteifungsträger von zwei Pendeljochen gestützt und wirkt daher als Vierstützträger, dessen äußere Stützpunkte 65,955 m entfernt sind.

Versteifungsträger der Mittelöffnung.

Die Spannungen im Träger durch die ständige Last wurden aus den Achsmomenten $M_g = \mathfrak{M}_g - H_g\, y$ nicht mit einer gleichmäßig verteilten Last, sondern mit den auf die Knoten entfallenden unterschiedlichen Einzellasten berechnet. Die Berechnung mit gleichbleibenden Lasten, die einer Verschiebung der Lasten gegen die Mitte gleichkommt, hätte einen größeren Horizontalschub ergeben und einen größeren Querschnitt der Kette erfordert. Der Horizontalschub für die ständige Last beträgt $H_g = 5360$ t. Die Spannungen im Versteifungsträger durch die Verkehrslasten ergeben sich aus den Momenten

$$M_p = p\,(f_k - f_H\, y)$$

und aus dem Horizontalschub

$$H_p = p\, f_H,$$

worin f_k die Einflußflächen der Kernpunktmomente, f_H die Einflußfläche des Horizontalschubes bedeuten und für $p = 7{,}17$ t/m je Träger (0,576 t/m² Brücke) in Rechnung genommen wurden. Um im Ober- und Untergurt der symmetrisch ausgebildeten größten Querschnitte des Trägers annähernd gleich große Spannungen zu erhalten, wurden die Hängestangen zur Erzielung der zum Ausgleich notwendigen negativen Momente um y''' gekürzt.

Die Ordinaten für diese Form des Trägers entsprechen annähernd den Ordinaten der Biegelinie des Versteifungsträgers unter der ständigen Last. Der größte Horizontalschub durch die Verkehrslast beträgt $H_p = 1755$ t, durch ständige Last $H_g = 5360$ t und somit

$$H = H_g + H_p = 7115 \text{ t}.$$

Die Querkräfte $Q_n = \mathfrak{Q}_n + H\, x$ wurden aus den Einflußlinien ermittelt und betragen

im Endfeld 0 bis 1: $Q_g = +31$ t, $Q_p = +239$ t und -194 t,
zusammen $Q = +270$ t und -163 t,
im Feld 5 bis 6: $Q_g = -9$ t, $Q_p = +141$ t und -119 t,
zusammen $Q = +132$ t und -128 t.

Die Spannungen im Träger durch den Wärmeunterschied von 15° C zwischen Träger und seiner Verankerung einerseits und den übrigen Tragwerksteilen andererseits bestimmen sich aus

$$\sigma_t = \frac{H_t\, y}{W} + \frac{H_t}{F}.$$

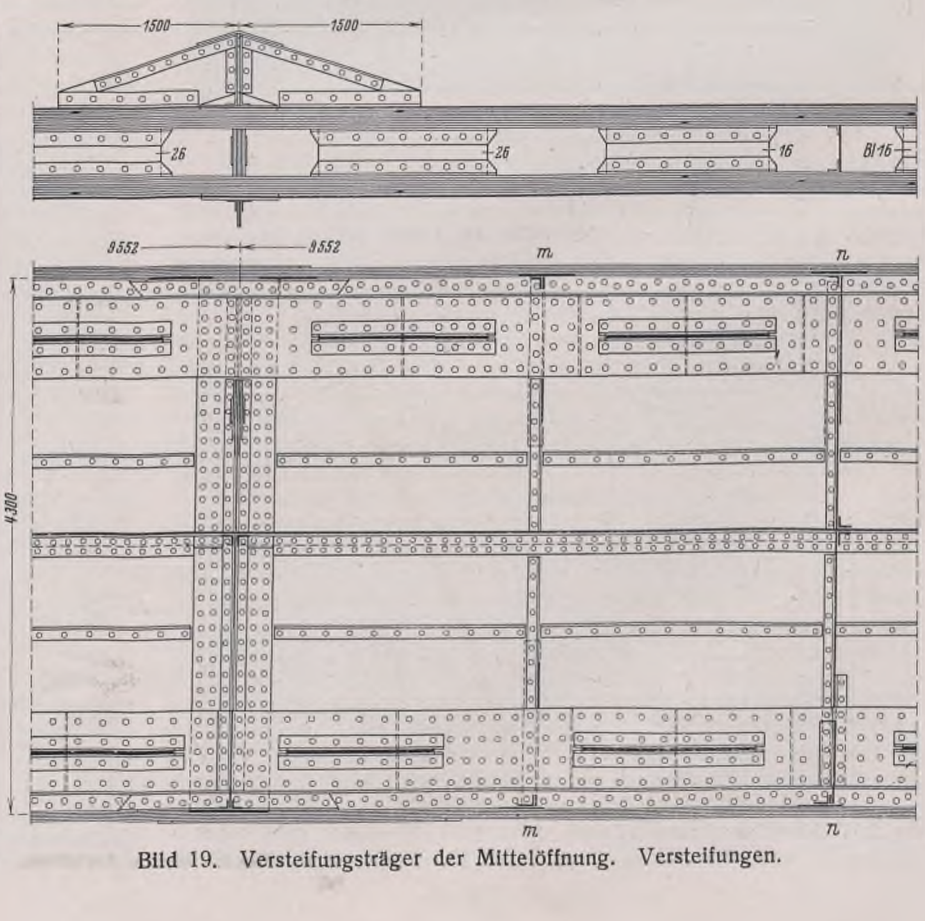


Bild 19. Versteifungsträger der Mittelöffnung. Versteifungen.

$H_t = \frac{\delta H_t}{\delta_{HH}} = -26{,}0\,t$; womit sich die größte Spannung $\sigma_t = -0{,}090\,t/cm^2$ ergibt.

Für die Spannungen des Trägers durch die Windbelastung ist der Winddruck von 150 kg/m² bei belasteter Brücke

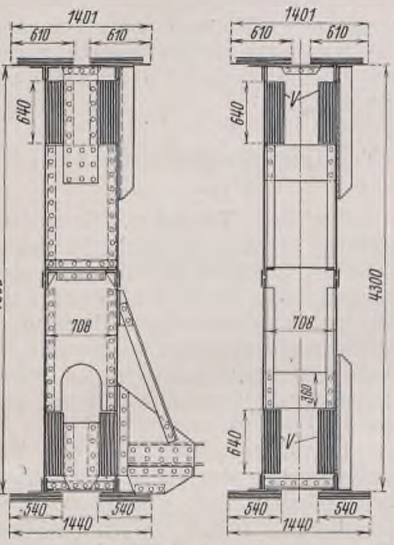


Bild 21. Versteifungsträger der Mittelöffnung. Aussteifungen.

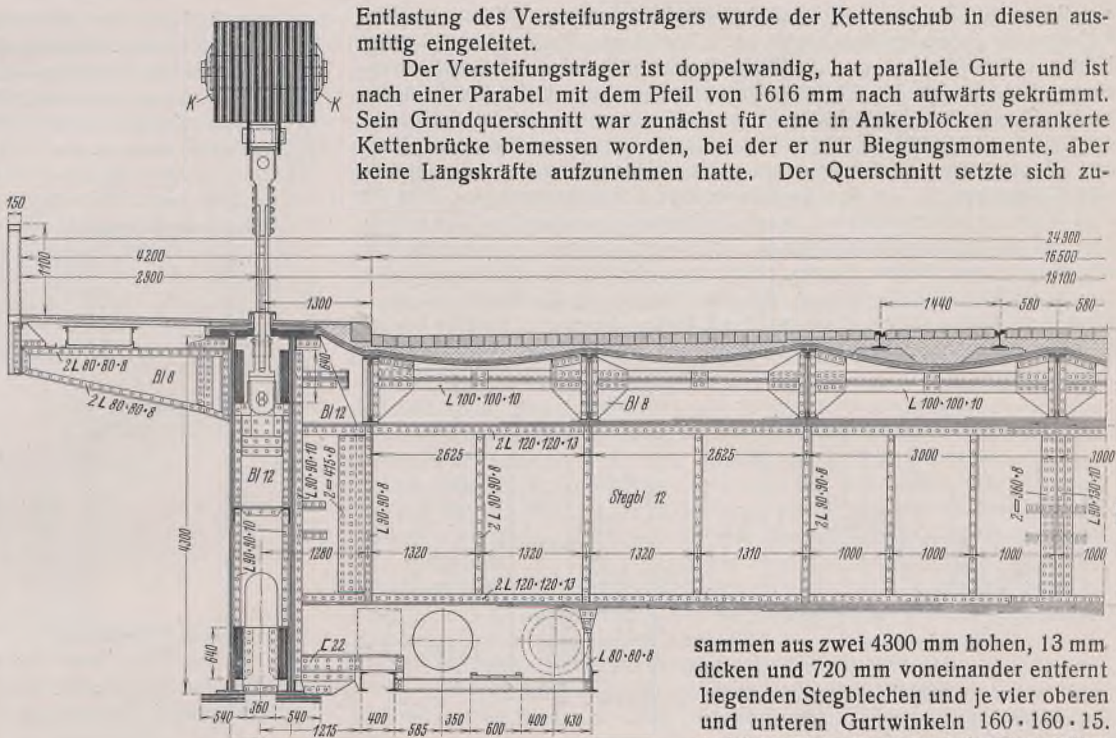


Bild 20. Querschnitt der Strombrücke

maßgebend. Die Windkräfte auf den Träger, die Kette, Hängestangen und auf das Verkehrsband wurden für die Mittelöffnung mit 1,40 t/m, für die Seitenöffnungen mit 1,14 t/m ermittelt. Für die Windbelastung stellt die Mittelöffnung zusammen mit den beiden Seitenöffnungen einen Vierstützträger über drei Öffnungen dar. Die größte Gurtkraft in der Mittelöffnung beträgt + 243,7 t, über den Stützen — 289 t. Die größte Spannung im Versteifungsträger als Gurt des Windträgers ergibt sich mit 0,043 t/cm².

Die größten Rand- und Schwerpunktspannungen aus sämtlichen Lasten und den angeführten Einwirkungen wurden für die Querschnitte an den Querträgerorten 0 bis 12 und 12' bis 0' berechnet. Sie bleiben unter der zulässigen oberen Grenze. Für die lotrechten Lasten allein liegen die Beanspruchungen innerhalb der unteren Grenze.

Die von der Kette in die Enden der Versteifungsträger eingeleitete Horizontalkraft von 7115 t wird mit einem Druckgelenk (Stemmlager) auf den Versteifungsträger der Mittelöffnung übertragen. Dieses Lager durchdringt die Pylonenfußwände in einer Öffnung von 760 · 1080 mm. Die Wände sind an diesen Stellen durch Auflagen entsprechend verstärkt. Die beiden Achsen des Gelenks fallen mit den Querschnittsachsen des Pylons zusammen. Die lotrechten Auflagerdrücke der Versteifungsträger werden vom Stemmlager auf längs- und querbewegliche Lagerkörper übertragen, die auf dem Pylonenfußlager sitzen. Von den vier Lagern sind drei längsbeweglich und eines (stromabwärts auf Pfeiler XVIIa) fest. Zur Entlastung des Versteifungsträgers wurde der Kettenschub in diesen ausmittig eingeleitet.

Der Versteifungsträger ist doppelwandig, hat parallele Gurte und ist nach einer Parabel mit dem Pfeil von 1616 mm nach aufwärts gekrümmt. Sein Grundquerschnitt war zunächst für eine in Ankerblöcken verankerte Kettenbrücke bemessen worden, bei der er nur Biegungsmomente, aber keine Längskräfte aufzunehmen hatte. Der Querschnitt setzte sich zusammen aus zwei 4300 mm hohen, 13 mm dicken und 720 mm voneinander entfernt liegenden Stegblechen und je vier oberen und unteren Gurtwinkeln 160 · 160 · 15. Auf diesen liegen zweimal vier Gurtplatten 540 · 12. Zwischen den Platten ist im Obergurt ein Zwischenraum von 180 mm, im Untergurt einer von 360 mm. Die Stegbleche haben in halber Höhe einen Längsstoß und Querstöße in Entfernungen von 9550 mm.

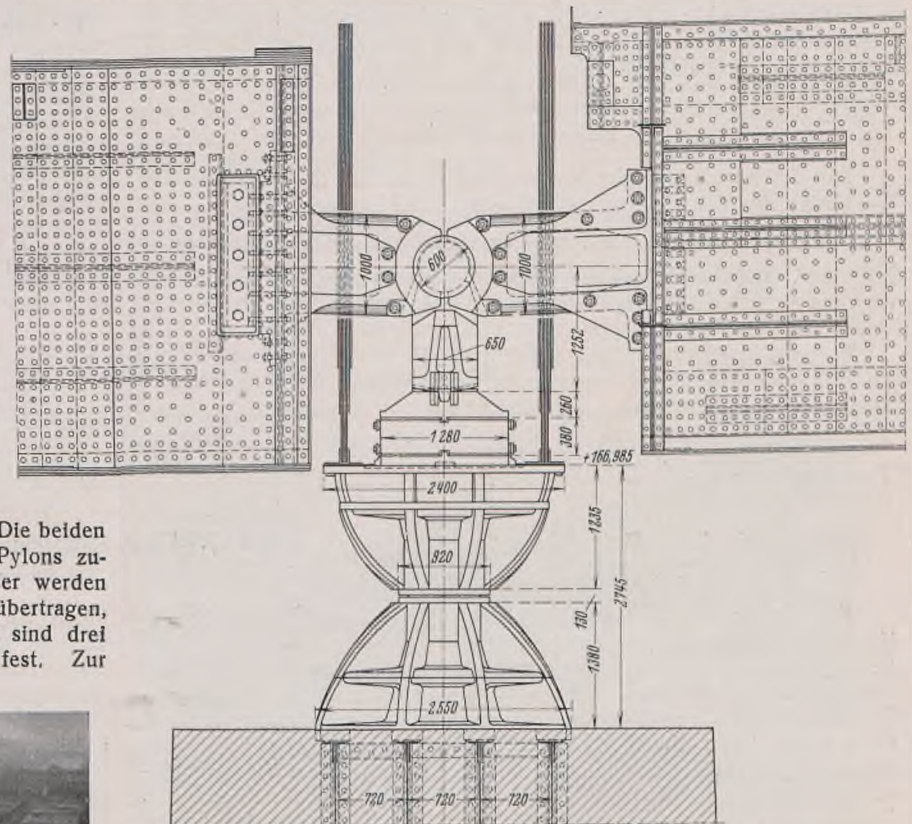


Bild 23. Stemmlager und Pylonenfußlager.



Bild 22. Versteifungsträger in der Werkstatt.

Die vorbeschriebenen beiden Versteifungsträger waren in der Mittelöffnung bereits zusammengebaut, als der aufgeschlossene Untergrund die Ausführung einer in sich verankerten Kettenbrücke notwendig machte. Zur nachträglichen Aufnahme der Längskraft von 7115 t mußte der Träger verstärkt werden. Die Verstärkung besteht aus 6 bis 8 Stück 22 mm dicken und 640 mm hohen Platten (St 44.12), die dicht bei den Gurtwinkeln mit den Innenwänden des Trägers verschraubt sind (Bild 19 bis 21).

Gegen Ausknicken sind die Tragwände entsprechend versteift (Bild 22). An den Hauptknoten in 9,55 m Entfernung und in Feldmitte sind lotrechte Querschotten und in den Viertelspunkten Steifenwinkel mit Bindeblechen eingebaut. In waagerechter Richtung besteht ein zwischen den Hauptknoten in der Mitte der Stegbleche durchlaufendes Längsschott. Die waagerechten Auflagen des Ober- und Untergurtes sind in Abständen

von 2,4 m mit Blechen und Winkeln und die lotrechten 640 mm breiten Auflagen in jedem Feld mit vier rd. 1,3 m langen Binden aus 26 bzw. 16 mm dicken Blechen und kräftigen Anschlußwinkeln miteinander verbunden. Außerdem ist die fahrbahnseitige Wand des Versteifungsträgers in den Obergurten durch 1500 mm lange Konsolen gegen die Eckbleche der Querträgeranschlüsse abgestützt. Weiter sind zwischen den Quer- und Längsschotten an den Innenseiten der Wände längslaufende Steifenwinkel angebracht. In den Endfeldern des Versteifungsträgers (Bild 23) sind über die ganze Höhe reichende Auflagbleche vorhanden. Die beiden hier auf 154 mm verdickten Wände des Trägers stemmen sich unmittelbar mit einer 5 mm dicken Kupferzwischenlage gegen die Stahlrippen des Druckgelenks. Zur Verteilung des vom Gelenk in die Wände zu überführenden Drucks stehen diese an ihren Enden durch drei kräftige Längsschotten miteinander in Verbindung.

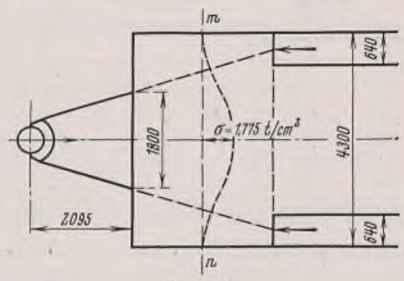


Bild 24.

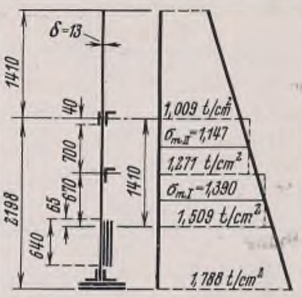


Bild 25.

Bei der Ermittlung der Knicksicherheit des Versteifungsträgers wurde für die Knickung in der Ebene das Ergebnis der bei dem Bau der Kettenbrücke Köln-Deutz angestellten „Versuche zur Klarstellung des Knickens in der Ebene des Versteifungsträgers an Kettenbrücken mit aufgehobenem Horizontalschub" (Der Eisenbau 1913, S. 362) berücksichtigt. Als Knicklänge wurde die Feldweite angenommen. Hierfür ist das Schlankheitsverhältnis

$$\frac{l}{i} = \frac{9{,}55}{1{,}73} = 5{,}5.$$

Für die Berechnung der Knicksicherheit aus der Ebene wurde die Knicklänge des Gurtes gleich der Feldweite 9,55 m angenommen. Bei einem Schlankheitsverhältnis von $\frac{l}{i} = 30$ ist die zulässige Knickspannung 2,37 t/cm². Bei Annahme einer 1,6fachen Sicherheit gegen Stauchen beträgt die zulässige Schwerpunktspannung 1,48 t/cm².

d. i. von 7,17 t/m für jeden Hauptträger. Für die Verformung durch eine ungleichmäßige Wärmeänderung von 15° C wurde die Biegelinie berechnet. In Brückenmitte ergeben sich die Durchbiegungen mit 297 mm für die Verkehrslast und mit 108 mm für die Wärmewirkung, zusammen mit 405 mm. Im Viertelspunkt betragen sie 336 bzw. 83 mm, zusammen 419 mm nach abwärts und 129 mm nach aufwärts. Die größte Querneigung der Brückenfahrbahn, und zwar für die Belastung der halben Brückenbreite mit 0,576 t/m², wobei die eine Tragwand mit 5,495 t/m, die andere mit 1,675 t/m belastet wird, ergibt sich mit 10 ‰.

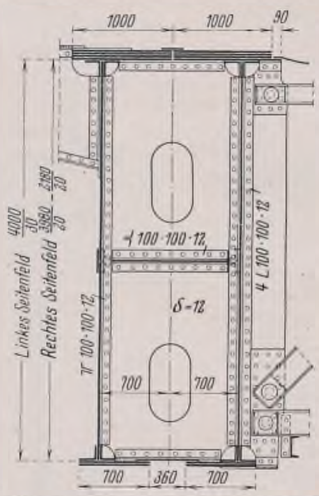


Bild 26. Versteifungsträger der Seitenöffnungen. Querschnitt.

Versteifungsträger der Seitenöffnungen.

Für diese Träger, mit deren Herstellung zur Zeit der Entwurfsänderung noch nicht begonnen worden war, wurden neue Querschnitte aus St 55.12 entworfen. Sie haben zweiwandigen Kastenquerschnitt, sind in der linken Öffnung 4000 mm hoch und parallelgurtig, in der rechten Seitenöffnung nimmt ihre Höhe von 3980 auf 2180 mm ab.

Die Grundquerschnitte der Versteifungsträger der linken bzw. rechten Seitenöffnung sind kastenförmig, die Stegbleche haben einen Abstand von 1400 mm, ihre Gurte sind 2000 mm breit (Bild 26). Die Stegbleche haben einen mittleren Längsstoß, die Querstöße liegen in Abständen von 6 bis 6,60 m. An den Trägerenden reichen die Bleche über die ganze Höhe. Zur Aussteifung der Wände bestehen an den 6 m voneinander entfernten Hauptknoten und in Feldmitte lotrechte Querschotten und ein waagerechtes Längsschott. Die Obergurte sind in der Längsachse des Trägers mit Laschen durchlaufend verbunden. An den Trägerenden sind die Wände durch Beibleche auf 122 mm verstärkt (Bild 23). Sie haben pylonseitig 270 · 1500 mm große Aussparungen, in die der Druckblock des Stemmlagers hineinragt. Gegen diesen Block stemmt sich der Stahlkörper des Druckgelenks. Das andere Ende des Versteifungsträgers, an dem die Kette mit einem 930 mm dicken Bolzen angeschlossen ist, hat ebenfalls verstärkte Wände.

Die Kette ist ausmittig angeschlossen. Bei dem linken Seitenfeld liegt der Anschlußbolzen 620 mm, bei dem rechten 50 mm unterhalb der

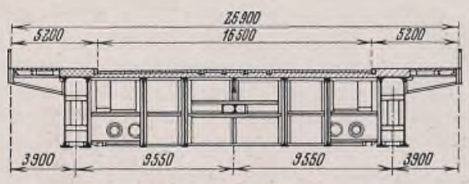


Bild 27. Linke Seitenöffnung. Endquerträger.

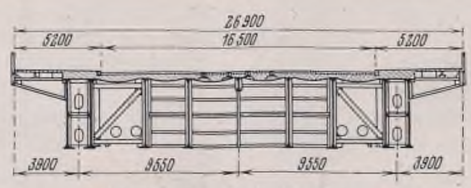


Bild 28. Linke Seitenöffnung. Querschnitt in der Mitte.

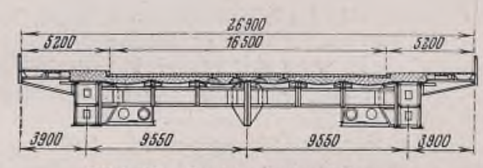


Bild 29. Rechte Seitenöffnung. Querschnitt in der Mitte.

Eine gesonderte Untersuchung wurde für die zur Überleitung des Horizontalschubes vom Druckgelenk in das verstärkte Endfeld des Versteifungsträgers durchgeführt und mit den Kernpunktmomenten die größten Randspannungen zwischen Knoten 0 und 1 ermittelt. Der durch das Stemmlager auf eine Höhe von 1800 mm (Bild 24) gleichmäßig verteilte Gelenkdruck wird durch die über die ganze Trägerhöhe reichenden Blechbeilagen auf die oberen und unteren 640 mm hohen Verstärkungsauflagen übertragen. Für die statische Untersuchung des Blechwandquerschnitts m—n wurden aus der Stützlinie für den größten Horizontalschub bei Vollbelastung die auf den Trägerteil wirkenden Momente und die Schwerpunktspannung mit 1,775 t/cm² ermittelt.

Hinsichtlich der Stabilität des 13 mm dicken Stegblechs des auf Druck und Biegung beanspruchten Versteifungsträgers ergibt sich bei einem Druck von $H = 6515$ t aus dem Spannungsverlauf (Bild 25) zwischen dem oberen und unteren Rand für den meistbeanspruchten Querschnitt im Knoten 6 des Versteifungsträgers, daß dem der Verbeulung ausgesetzten Teil des Stegblechs nur 12 % zugewiesen werden dürfen. Gegen Ausbeulen des freien Stegblechfeldes durch die Schubkraft allein besteht eine 18fache Sicherheit. Es ist daher anzunehmen, daß für die Sicherheit gegen Ausbeulen des Blechs die Biegungsspannungen allein maßgebend sind. Für die freien Tafelflächen des Stegblechs mit $b = 67$ und 70 cm besteht eine zweifache Sicherheit, wobei die auf dem einen Rand der Tafeln vorhandene Einspannung nicht berücksichtigt ist.

Die Durchbiegungen des Tragwerks unter der Verkehrslast wurden mit Hilfe von Einflußlinien für die Brückenmitte und für die Viertelspunkte der Stützweite für die ungünstigste Laststellung ermittelt und zwar mit der Verkehrslast von 0,576 t/m² auf der gesamten Brückenfläche,

Mitte. An diesen Bolzen sind auch die Ankerketten befestigt, die einen Teil der lotrechten Seitenkraft des Kettenzuges auf das Mauerwerk übertragen. Alle Teile der Versteifungsträger sind zugänglich, da die vollwandigen Quer- und Längsschotten mit Einsteigöffnungen versehen sind.

Bei der statischen Untersuchung des Versteifungsträgers der linken Seitenöffnung war zu beachten, daß das Tragwerk aus zwei äußeren als Versteifungsträger wirkenden und vier inneren Hauptträgern besteht (Bild 18, 27 u. 28), wobei letztere in die Endquerträger des Überbaues eingebunden sind. Die mittleren Träger sind untereinander mit kräftigen Querträgern verbunden. Die Verbindung der inneren Trägergruppe mit den Versteifungsträgern durch das Strebenfachwerk erfolgte aber erst nach vollständigem Aufbringen der ständigen Lasten in der Mittel- und Seitenöffnung. Die lastverteilende Wirkung der Querverbände kommt daher bei den Versteifungsträgern nur für die Verkehrslasten in Betracht. Der Versteifungsträger hat als Balkenträger von 65,605 m Stützweite die gesamte ständige Last zu übernehmen, wovon jedoch der größte Teil an den Enden durch die Endquerträger auf ihn übertragen wird. Durch den ausmittigen Angriff des Kettenzuges wird er entlastet. Seine Entlastung unter den Verkehrslasten durch die mit ihm verbundenen inneren Träger wurde mit 54 % in Rechnung gestellt. Für die Untersuchung des Versteifungsträgers auf Knicksicherheit in der Ebene wurde eine teilweise Mitwirkung der inneren Träger angenommen. Im ungünstigsten Falle, daß der eine Versteifungsträger nach oben, der andere nach unten ausbiegt, ergibt sich für die freie Knicklänge von 6500 cm und ein Schlankheitsverhältnis von 34,5 bei 1,6facher Sicherheit eine zulässige Knickbeanspruchung von 1,8 t/cm². Die größte Beanspruchung in Trägermitte beträgt 1,835 t/cm², wovon 1,24 t/cm² auf die ständige Last und 0,595 t/cm² auf die Verkehrs-

belastung in der Mittel- und Seitenöffnung entfallen. Die zulässige Knickbeanspruchung des Versteifungsträgers ohne Berücksichtigung der Mitwirkung der inneren Träger beträgt bei 1,6facher Sicherheit 1,78 t/cm². Die statische Untersuchung für den Versteifungsträger der rechten Seitenöffnung, dessen Tragwerk aus zwei äußeren als Versteifungsträger wirkenden und aus einem in Brückenachse liegenden Hauptträger besteht (Bild 18 u. 29), erfolgte als Vierstützträger über drei Öffnungen von 23,95 + 21,42 + 20,58 m Stützweite. Hierbei wurde eine lastverteilende Wirkung der Querverbände und die Entlastung des Trägers durch den nur 5 cm ausmittigen Angriff des Kettenzuges unberücksichtigt gelassen. Hingegen wurde eine Stützensenkung des Pfeilers XX von 5 cm bei der Bemessung des Trägers in Rechnung gestellt. Für die Knicksicherheit in der Ebene errechnet sich bei der größten freien Knicklänge von 2395 cm und bei einer 1,6fachen Sicherheit die zulässige Knickbeanspruchung mit 1,90 t/cm².

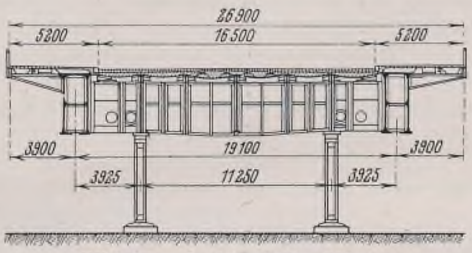


Bild 30. Rechte Seitenöffnung.
Querschnitt vor den Pendelstützen.

Die Zwischenstützen (Bild 30) des Überbaues bestehen aus je zwei in Abständen von 11,250 mm angeordneten Pendelstützen von 660 mm quadratischem Querschnitt und 4550 mm Länge. Die Kopf- und Fußlager sind Linienkipplager und bestehen aus zwei Teilen. Über dem oberen Lager ist ein Stahlgußkörper eingeschaltet, der im Falle einer Senkung des Pylonenpfeilers ausgewechselt wird. Der Druck auf eine Säule beträgt 940 bzw. 774 t. Die unteren Lagerplatten sitzen auf den Grundkörpern der abgetragenen Kaibrücke. Die größte Verschiebung am Kopfe der Säule wurde mit 174 mm ermittelt. Die bei dieser Schiefstellung am Querträgeruntergurt angreifende Kraft von 33 t erzeugt im Versteifungsträger-Untergurt eine Zusatzspannung von 48 kg/cm². Zur Verminderung der Knicklänge dieses Gurtes dient ein Strebenfachwerk, das die Untergurte der Versteifungsträger mit den Querträgern verbindet.

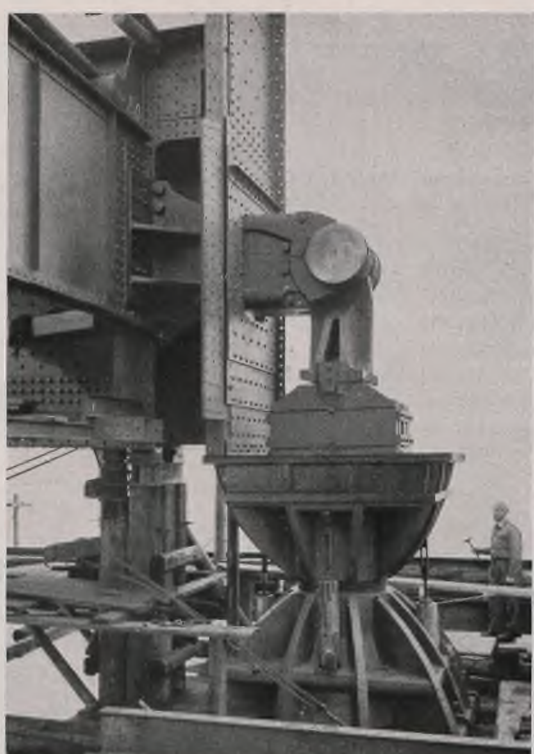


Bild 31. Stemmlager und Pylonenfußlager.

Stemmlager.

Die Versteifungsträger sind je mit einem im Pylonenfuß liegenden Gelenk verbunden, dessen Mittellinie in die Pylonenachse fällt (Bild 23). Der Gelenkdruck setzt sich zusammen aus dem größten Kettenschub von rd. 7115 t und dem lotrechten Auflagerdruck von 1319 t am linken und 801 t am rechten Pylon als Ersatz des Hängestangenzuges. Das Stemmlager (Bild 31) besteht aus einem Bolzen von 600 mm Durchmesser und aus zwei den Bolzen mittels Lagerschalen umschließenden Gelenkstücken von rechteckigem (700 : 1000 mm) hohlen Querschnitt, dessen Wände 120 bis 180 mm dick sind. Der Druckmittelpunkt liegt unterhalb der Stegblechmitten des Versteifungsträgers. Das gegen die Mittelöffnung gerichtete Gelenkstück überträgt den Druck durch seine 154 mm dicken Seitenwände unmittelbar auf die ebenso dicken Wände des Versteifungsträgers. Es besitzt außerdem seitlich zwei übereinanderliegende Stützrippen, die mit dem Endquerträger der Mittelöffnung verbunden sind. Das gegen die Seitenöffnung gerichtete Gelenkstück überträgt den Druck auf einen biegefesten Stemmlagerblock, der in Aussparungen der beiden Wände des Versteifungsträgers eingreift. Die Gelenkstücke sind der Höhe nach geteilt, mit durchgehenden Schrauben verbunden und greifen zur Übertragung der Schubkräfte mit 370 mm langen Nuten und Federn ineinander. Zur Übertragung der lotrechten Auflagerdrücke sitzen die Stemmlagerbolzen auf längs- und querbeweglichen Lagerkörpern, die den Druck auf die Pylonenfußlager weiterleiten. Von den vier Stemmlagern sind drei längsbeweglich und eines am linken stromabwärtigen Pylon fest. Die Längsverschiebungen betragen bei den rechten Lagern 117 mm. Die Querverschiebungen durch Wind (250 kg/m²) und Wärmeänderungen erreichen ± 10 mm. Die linken Lager sind als Wälzpendel mit 1250 mm Halbmesser, die rechten als Rollenlager mit Rollen von 600 mm Durchmesser ausgebildet. Unter diesen Lagern sind querbewegliche Rollenlager eingebaut. Das feste Lager hat auch die in der Längsrichtung der Brücke auftretenden waagerechten Belastungen durch Wind, Bremskräfte, Reibung der beweglichen Lager und Schrägstellung der Verankerungspendel am Widerlager aufzunehmen.

Bei der statischen Untersuchung der Stemmlagerbolzen, der Gelenkstücke und deren Befestigungen waren außer den Axialkräften und den auftretenden Biegungs- und Reibungsmomenten auch die durch die Formänderung der Endquerträger, mit dem die Lager in Verbindung sind, eintretenden Torsionsmomente zu berücksichtigen. Die Bolzen sind aus geschmiedetem Stahl (St 55.11), die übrigen Lagerteile aus Stahlguß (Stg 60.81 B) hergestellt. Während der Aufstellung der Seitenöffnungen und der Kette wurden auf die Stemmlager durch entsprechende Vorkehrungen weder waagerechte noch lotrechte Lasten übertragen. Zum Ausgleich von Längenunterschieden sind die Aussparungen für die Stemmlagerblöcke in den Versteifungsträgerwänden der Seitenöffnungen größer gehalten, in die nach erfolgtem Kettenverlegen und Ausrichten des Tragwerks Paßleisten eingesetzt wurden.

Verankerung des Versteifungsträgers im Ankerblock.

Die größte lotrechte Seitenkraft des Kettenzuges an der Verankerung der Kette im Versteifungsträger bei vollbelasteter Mittelöffnung und bei unbelasteter Seitenöffnung beträgt für einen Hauptträger 3592 t (links) und 3574 t (rechts). Die dieser Seitenkraft entgegenwirkenden Auflagerdrücke vom Eigengewicht der Seitenöffnungen betragen 960 bzw. 460 t. Die größten aufwärts gerichteten Ankerzüge sind somit 2632 bzw. 3114 t

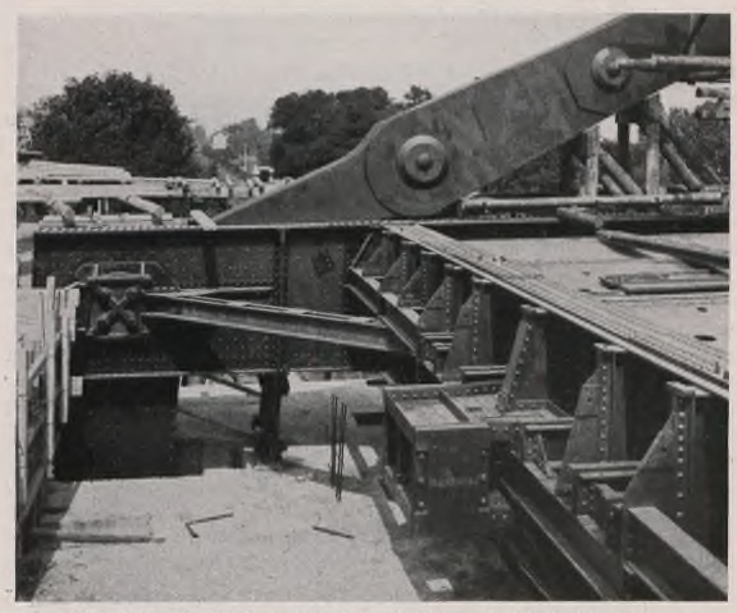


Bild 32. Rückhaltekette, Ankerkette und Windwiderlager.

die kleinsten, bei unbelasteter Mittelöffnung und belasteter Seitenöffnung wirkenden Ankerzüge sind 1460 bzw. 2143 t. Die Ankerzüge von den ständigen Lasten allein, die für ein allfälliges Nachstellen der Kette in Betracht kommen, betragen 1746 bzw. 2232 t.

Die Verankerung (Bild 17 u. 32) besteht aus einer zweigliedrigen Ankerkette, die einerseits an dem 930 mm dicken Verankerungsbolzen der Rückhaltekette im Versteifungsträger, andererseits an den 534 mm dicken Bolzen des Stahlquerhauptes der Ankerkammern eingreift. Die

Ankerketten sind am linken Ankerblock 9690 mm, am rechten 12 625 mm lang. Das Querhaupt stützt sich mit Zapfenlagern auf 1315 mm hohe und 2200 mm lange Ankerträger. Letztere leiten den Ankerzug über Kipplager in einen im Mauerwerk der Ankerkammern einbetonierten Stahlrost. Zwischen den Ankerträgern eingebaute kräftige Querträgerpaare ermöglichen die Anbringung von Pressen für ein allfälliges Nachstellen der Kette. Bei Vollbelastung der Mittelöffnung und bei —25° C stellt sich die Ankerkette um rd. 170 mm schräg. Die dabei auftretende waagerechte Kraft am Querhaupt von 44 t wird durch eine Rahmenverbindung von den Untergurten der Ankerträger aufgenommen. Der Ankerrost ist aus Stahl (St 55.12), das Querhaupt und die Bolzen aus geschmiedetem Stahl (St 55.11), alle übrigen Lagerkörper aus Stahlguß (Stg 60.81 B) hergestellt.

Kette.

Der nach einer Parabel geformte Hängegurt ist eine Gliederkette, die in Entfernung von 9550 mm mit dem Versteifungsträger der Mittelöffnung durch Hängestangen gelenkig verbunden ist. In den beiden Seitenöffnungen entfällt diese Aufhängung. Das geometrische Netz der Hauptträger und des waagerechten Verbandes ist in Bild 18 dargestellt.

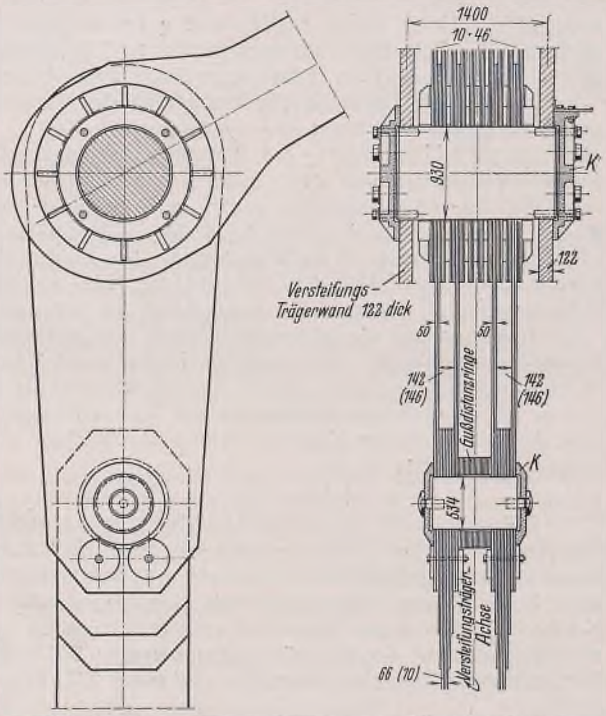


Bild 33. Lagerung des Bolzens der Rückhaltekette im Versteifungsträger mit der Ankerkette.

Die Kette der Stromöffnung hat 25 Glieder. Diese bestehen abwechselnd aus 12 Elementen (Blechen) von je 24 mm Dicke und 13 Elementen von je 22 mm Dicke, so daß bei jedem Kettenbolzen 25 Elemente zusammentreffen. Sie sind 9543 bis 10 800 mm lang und 1180 bis 1265 mm breit. Der Durchmesser der Bolzen schwankt zwischen 403 und 430 mm. Die Netzlänge der durch die Eigenlast der Brücke gespannten Kette beträgt 246 829,6 mm und ihr Durchhang 25 942 mm. Die Schwächung der Elemente durch die Bolzenlöcher wird durch beiderseitige Auflagen auf 50 bzw. 46 mm verstärkt. Sie sind durch versenkte Nieten mit dem Element verbunden. Die Kettendicke der Glieder am Bolzen beträgt 1188 mm. Der lichte Abstand zweier Elemente außerhalb der Augenverstärkung beträgt 74 bzw. 72 mm. Bei jedem Kettenbolzen sind zwei von den Verstärkungsblechen nach unten vorgezogen und mit Auflagen zum gelenkigen Anschluß der Hängestangen verstärkt (Bild 20). Die von den Pylonenköpfen zu den Enden der Versteifungsträger führenden Rückhaltketten in den Seitenöffnungen sind ähnlich ausgebildet. Der das letzte Kettenglied mit dem Versteifungsträger verbindende Bolzen (Bild 33) hat mit Rücksicht auf die Biegungsbeanspruchung einen Durchmesser von 930 mm. Die Netzlänge der Rückhaltkette unter der Eigenlast der Brücke beträgt in der linken Nebenöffnung 73 521 mm und in der rechten 73 461 mm. Der Durchhang unter der Eigenlast mißt rd. 530 mm. Die Mittel- und Rückhaltketten sind mit je einem Bolzen mit dem auf dem Pylonenkopf liegenden Kettenglied verbunden (Bild 34). Dieses besteht aus 13 Stahlplatten von 46 mm Dicke, 1770 mm Breite und 2950 mm Länge. Die Kettenaugen liegen symmetrisch zur Achse des Pylonenstieles und sind 1500 mm voneinander entfernt. Ihre Höhe über dem Kopf des Pylonenstieles wurde so gewählt, daß die Mittelkraft der Kettenzüge den Pylon mittig belastet. Das Kettenpaket wird von zwei U-förmigen Stahlgußblöcken umklammert, die die Druckverteilung auf die Wände und Schotten des Pylonenstieles besorgen und für die Aufnahme von quergerichteten Kräften ausreichend bemessen sind. Mit den an beiden Enden eines jeden Bolzens aufgeschraubten Stahlscheiben von 690 bis 730 mm Durchmesser werden die Kettenelemente, um ein Klaffen zu verhindern, mit einem Druck von 60 bis 80 t zusammengepreßt. Gegen das Herausdrehen der Scheiben, insbesondere beim Zusammenbau der Kette, sind besondere Sicherungen vorgesehen. Auch bei den Kettenbolzen im Versteifungsträger sind Vorkehrungen gegen Klaffen der Kettenelemente getroffen worden. Die größte Zugkraft in den Gliedern neben den Pylonenköpfen beträgt bei der linken Rückhaltkette 8062 t, bei der rechten 8010 t und in der Mittelkette 7618 t. Die größte Spannung im Querschnitt F_n (Bild 35) durch die beiden inneren Nieten der Verstärkungsbleche beträgt 2180 kg/cm², die größte Scherbeanspruchung im Augenquerschnitt F_a 1532 kg/cm² und der Leibungsdruck 2966 kg/cm². Die Ausbildung der Köpfe der Kettenelemente und der Verstärkungsbleche sowie die Anordnung der Niete wurde, da theoretische Untersuchungen kein befriedigendes Ergebnis brachten, auf dem Versuchswege erreicht. Dabei konnten wegen der großen Abmessungen nur Elemente im verkleinerten Maßstab in Frage kommen. Es wurde versucht, die Spannungsverhältnisse in dem breitesten und dicksten Gliedelement (1340/24 mm) der ausgeführten Kette klarzustellen. Das Verhältnis des Augenquerschnittes F_a zum laufenden (durch zwei Nietlöcher geschwächten)

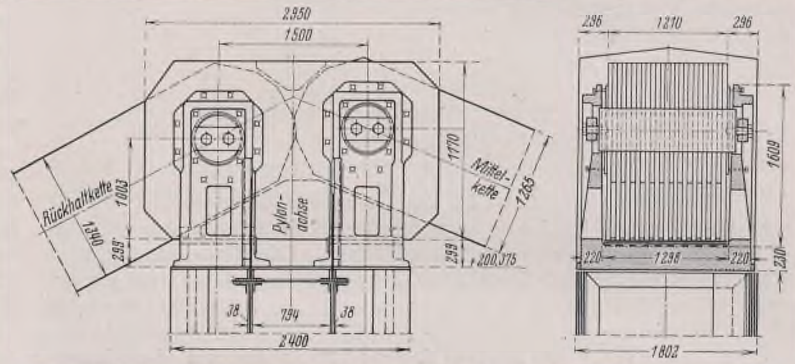


Bild 34. Lagerung der Kettenglieder auf dem Pylonenkopf.

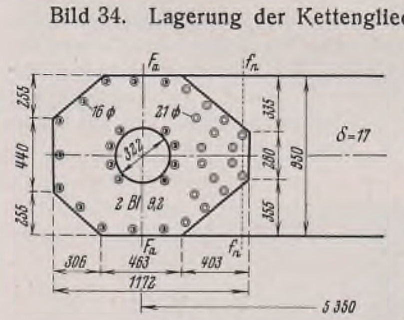


Bild 35.
Ausgeführte Kettenkopfausbildung.
Versuchskettenglied 1:1,41 verkleinert.

Querschnitt F_n, das $\frac{F_a}{F_n} = 1{,}4$ beträgt, sowie das Verhältnis der Länge zur Breite der Elemente $\frac{l}{b} = 6$ wurde bei den Versuchselementen beibehalten.

An den im Maßstab 1 : 1,41 verkleinerten Elementen ergaben die Versuche eine Bruchlast von 90 % der theoretischen Last. Der Bruch erfolgte nach dem der Berechnung des Elementes zugrunde gelegten schwächsten Querschnitt F_n geradlinig normal zur Längsrichtung des Elements (s. Bild 36). Der Beginn der Streckung trat bei einer Beanspruchung von 34 kg/mm² bezogen auf die volle Fläche des laufenden Querschnitts des Elements auf. Die Streckgrenze im normalen Probestab lag bei 33 kg/mm². Die Dehnung des Versuchselements vor dem Bruch wurde mit 190 mm, d. i. 3,6 % der Augenentfernung festgestellt.

Die Verbindung der Verstärkungsbleche mit den Kettenblechen durch Lochschweißungen, die bei einigen Versuchen angewendet wurden, erzielten keine befriedigende Festigkeit. Ebenso versagten Verbindungen

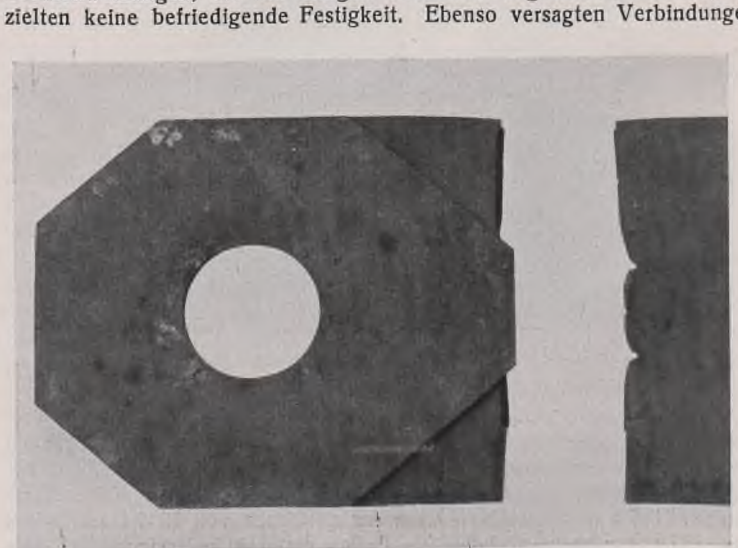


Bild 36. Versuch mit einem im Maßstabe 1 : 1,41 verkleinerten Kettenelement. Bruchstelle.

mit versenkt geschweißten Bolzen. Da der Zwischenraum zwischen den Elementen außerhalb der Augen genügend groß ist, wurden auch mit den gebräuchlichen Kopfnieten Erprobungen durchgeführt. Diese Verbindungen hätten aber längere Verstärkungsbleche erfordert und daher ein Mehrgewicht zur Folge gehabt. Nach mehrfachen Versuchen gelang die Herstellung genügend tragfähiger, beiderseits versenkter Niete mit Hilfe einer Bügelnietmaschine. Diese Nietverbindungen, deren Anordnung genau nach dem der Ausführung zugrunde gelegten Plan (Bild 35) auch bei den Versuchselementen eingehalten wurde, zeigten beim Bruche nur teilweise und geringfügige Einziehungen der Köpfe.

Die Kettenelemente erfahren durch die in den Bolzengelenken auftretenden Reibungswiderstände zusätzliche Beanspruchungen. Bei Annahme einer Reibungsziffer von 0,2 tritt in allen Gelenken der Mittel- und Rückhaltkette mit Ausnahme der beiden Gelenke auf den Pylonenstielen eine Reibung auf, die einer Drehung zwischen Bolzen und Element entgegenwirkt. Unter der Verkehrslast der Brücke sind die Gelenke als unwirksam zu betrachten. Die in den Elementen dabei auftretenden zusätzlichen Beanspruchungen auf Biegung betragen 10 % der Grundbeanspruchung. Nur bei den beiden auf den Pylonenstielen angeordneten Bolzen wird die Reibung überwunden. Die dort anschließenden Elemente der Mittel- und Rückhaltkette erhielten durch Verlängerung der Beibleche die erforderliche Steifigkeit. Die Verdrehungen sind dort 6 bzw. 3,7 mal größer als die Verdrehungen, die bei den übrigen Bolzen auftreten würden, wenn keine Reibung vorhanden wäre.

Auf dem vorbeschriebenen Wege wurden die Grundlagen geschaffen für die einwandfreie Bemessung der Kettenglieder. Schwierigkeiten waren anfänglich noch bei der praktischen Herstellung zu überwinden. Es mußte die größte Genauigkeit bei der Bearbeitung erreicht werden, um nicht durch übermäßige Beanspruchung einzelner Elemente die Tragfähigkeit der ganzen Brücke zu verringern. Streng waren die Anforderungen an die Maschine zum Herstellen der Bolzenlöcher. Sie bestand der Hauptsache nach aus einem mit Stahlträgern gebildeten, auf Kugellagern beweglichen Bett, aus einem Bohrtisch an dem einen Ende und aus einem Einstelltisch am anderen. Dieser besaß eine regulierbare Einstellvorrichtung, bei der die Längeneinstellung mit einer acht- bis zwölffachen Lupe vorgenommen wurde. Über dem Bohrtisch war an einer massiven, stehenden Welle der Bohrkopf mit den in zwei Kreisen stehenden Ausstechmessern, den Drehmessern und den Reibahlen angebracht. Ueber die Leistung der Maschine erhält man einigermaßen eine Vorstellung, wenn man die Dicke sämtlicher Elemente berechnet, die durchbohrt werden mußten. Sie betrug rd. 128 m.

Hängestangen.

Die Hängestangen verbinden die Kette mit dem Versteifungsträger. Sie bestehen (Bild 37) aus zwei 240 · 34 mm großen Breitstählen, die mit einer Einlage von 100 · 74 mm verbunden sind. Der Querschnitt ist somit H-förmig. Der Anschluß an die Kette und an den Versteifungsträger erfolgt mit je einem Kreuzgelenk aus geschmiedetem Stahl. An der Kette sind zwei Verstärkungsbleche der Kettenaugen vorgezogen (Bild 20) und durch Auflagen für den Gelenkbolzen verstärkt. Am Versteifungsträger sind die Gelenklager an verstärkten Querschotten der beiden Tragwände an den Querträgerorten befestigt. Die Hängestangen durchdringen die Gehbahndecke, die an diesen Stellen mit einem die Bewegung der Stangen zulassenden wasserdichten Abschluß versehen sind. Die Länge der Hängestangen zwischen den Gelenken beträgt 3176 bis 26 005 mm. Ihr Querschnitt ist für eine größte Zugkraft von 204,6 t berechnet und ist außerdem imstande, die bei einer seitlichen Verschiebung der Kette in den Kreuzgelenken auftretenden Reibungsmomente aufzunehmen. In den beiden Kettenelementen, an die die Hängestangen angeschlossen sind, erfährt der Druck auf die Leibung des Kettenbolzens bei den mittleren Gliedern der Kette eine Erhöhung von höchstens 1 %.

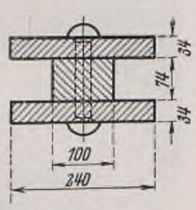


Bild 37. Hängestangen-Querschnitt.

Pylone.

Die Pylone sind durch einen oberen und unteren Riegel biegungssteif zu einem Pendelrahmen ausgestaltet (Bild 38 u. 39). Durch die Kugellagerung der Pylonen werden Verbiegungen derselben in der Hauptträgerebene vermieden. Um die ungünstige Einwirkung des unteren Riegels auf die hochbelasteten Kugellager bei Wärmeänderung auszuschalten, ist dieser in der Mitte unterbrochen und mit einem Gleitlager versehen, das nur lotrechte Drücke aufnehmen kann. Die Höhe der Pylonen vom Lagerpunkt bis zur Bolzenmitte der am Pylonenkopf gelagerten Kettenglieder beträgt 36,004 m. Der Achsabstand des oberen und unteren Riegels mißt 30,596 m und der der Pylonen 19,1 m.

Die statische Berechnung zur Ermittlung der inneren Kräfte und der Standsicherheit des Portalrahmens bei seitlichem Ausweichen der unter dem Auflagerdruck der Kette stehenden freien Pylonenköpfe erstreckte sich auf eine Festigkeitsuntersuchung und auf eine Stabilitäts- bzw. Knickuntersuchung. Bei der Festigkeitsberechnung wurde sowohl für die lotrechten Kettenauflagerdrücke als auch für die vom Winddruck herrührenden Kräfte an Stelle des geometrischen Netzes des nicht verformten Systems das verformte System der Berechnung zugrunde gelegt.

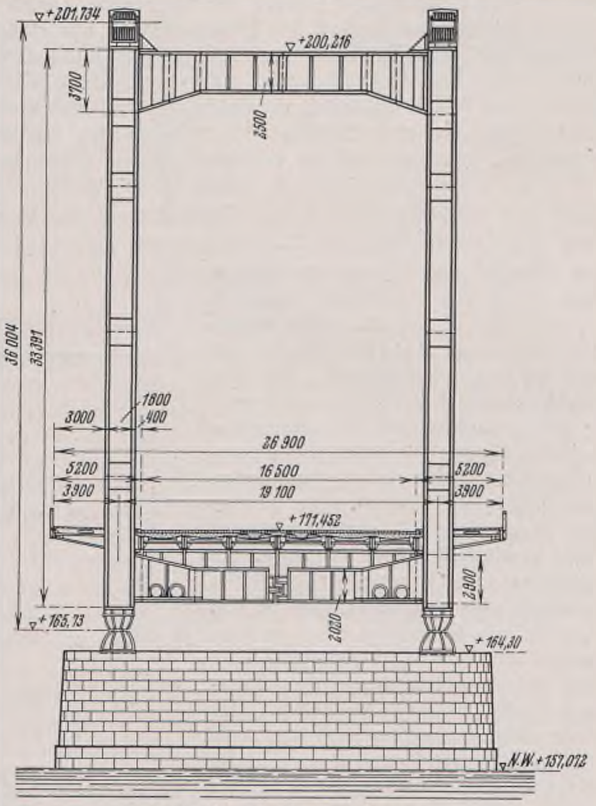


Bild 38. Pylonenrahmen.

Die Untersuchung erfolgte bei der belasteten Brücke für einen Winddruck von 150 kg/m² und für den Kettendruck von 7050 t, wovon 5390 t vom Eigengewicht und 1660 t von der Verkehrslast herrühren, ferner bei der unbelasteten Brücke für 250 kg/m² Winddruck und 5390 t Kettendruck

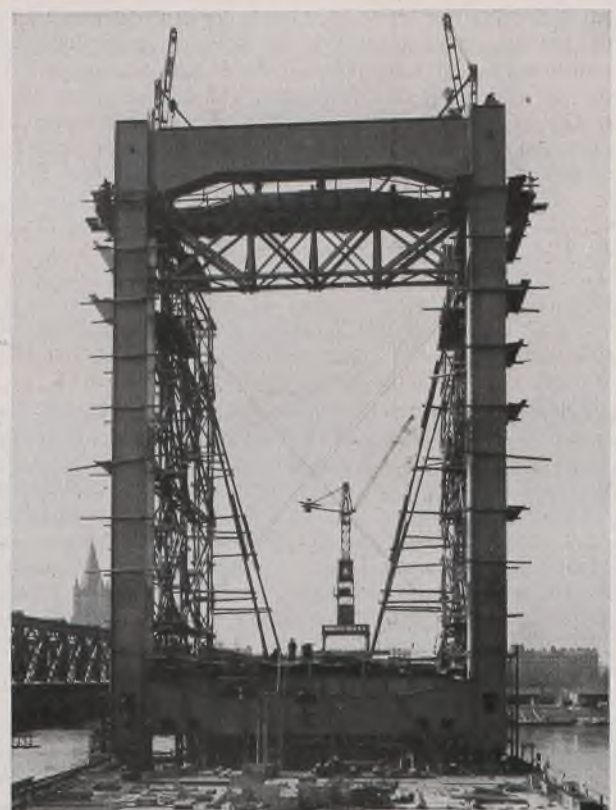


Bild 39. Pylonenrahmen.

und für Wärmeänderungen von ± 35° C. Da die Größe der seitlichen Ausbiegung (Verschiebung) des Portalrahmens und der dabei auftretenden inneren Kräfte außer von waagerechten Lasten auch von den lotrechten abhängt, und da erstere aber wieder von der Größe der seitlichen Ausbiegung der Kette und des Versteifungsträgers bestimmt sind, wurde

auch die Berechnung der waagerechten Biegelinie des Tragwerks durchgeführt. Bei Ermittlung der waagerechten Verbiegung des Versteifungsträgers wurde sowohl die Biegelinie infolge Verformung der Gurte als auch die Biegelinie unter dem Einfluß der Querkräfte ermittelt, wobei angenommen wurde, daß ein Teil der Querkräfte von den Hängeblechen der Fahrbahn und ein Teil von den Streben des Windverbands aufgenommen wird. Bei der Berechnung der waagerechten Verschiebung der Kette für den Winddruck wurde die Größe der seitlichen Verschiebung des Pylonenkopfs als eine Funktion der waagerechten Lasten W_k, W_v und W und des lotrechten, auf das verformte System wirkenden Kettendrucks P (7050 t) eingeführt (Bild 40). Darin ist W_k der Winddruck auf die Ketten und Hängestangen, W_v der Winddruck auf den Versteifungsträger und das Verkehrsband und W der Winddruck auf die Pylonenstiele.

Die seitliche Ausbiegung des Windverbandes kann nur annähernd ermittelt werden, weil die Kräfte teils vom Windverband, teils durch die Hängebleche der Fahrbahn aufgenommen werden. Die von der Windbelastung der Kette herrührende waagerechte Belastung des Windverbandes ist bei jedem Querträger durch die waagerechte Seitenkraft des schräg wirkenden Hängestangenzuges bestimmt. Sie ist also von der gegenseitigen Verschiebung von Kette und Versteifungsträger abhängig. Sie beträgt aber nur einen Bruchteil der gesamten Windbelastung des Tragwerks und ist von geringem Einfluß. Es wurden daher die Verschiebungen des Versteifungsträgers ohne Rücksicht auf den Widerstand der Hängestangen in den Kettenknoten berechnet. Unter diesen Annahmen ergeben sich die seitlichen Verschiebungen der Pylonenköpfe mit 5,6 cm bei 150 kg/m² Winddruck und mit 8,1 cm bei 250 kg/m² Winddruck. Die größte seitliche Verschiebung der Kette im Viertelspunkt beträgt 18,1 cm und die gegenseitige Verschiebung zwischen Kette und Versteifungsträger 11 cm. Die damit errechneten Beanspruchungen in den maßgebenden Querschnitten des Portalrahmens bleiben unterhalb der zulässigen. Aus diesen Beanspruchungen kann nicht auf die tatsächliche Sicherheitsziffer gegen Erreichung der Streckgrenze des Stahles geschlossen werden, da die Angriffslasten und die Ausbiegungen nicht in linearer Beziehung zueinander stehen. Sämtliche Berechnungen wurden daher mit dem 1,7fachen Werte (Verhältnis der Bruchfestigkeit zur Streckgrenze) aller Lasten durchgeführt. In die Berechnung der Pylonenrahmen wurden auch die in der Längsrichtung der Brücke wirkenden Kräfte einbezogen. Es sind dies: der Winddruck auf den Rahmen, die Hängestangen, Gehwegkonsolen, Geländerständer und der Winddruck auf die Rückhalteketten, der sich durch den Versteifungsträger und durch den Windverband auf das Festlager beim flußabwärtigen linken Pylonenstiel überträgt. Außerdem wurde eine in Fahrbahnhöhe angreifende Bremskraft mit einem Zehntel der lotrechten Belastung eines Straßenbahngleises auf die ganze Brückenlänge in Rechnung gestellt. Aus der statischen Untersuchung ergab sich als maßgebend für die Berechnung der Pylonenrahmen die unter Verkehr stehende Brücke bei einem Winddruck von 150 kg/m² und bei 1,7facher Erhöhung aller Angriffslasten. Die Knickuntersuchung des Pylonenstieles mit einer freien Länge von 3600 cm ergab eine 1,77fache Sicherheit für dieses Material.

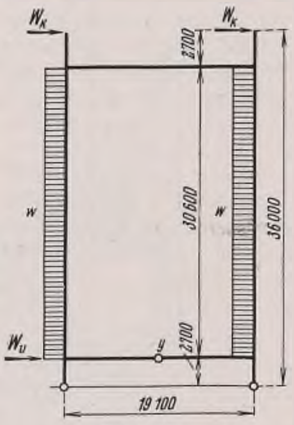


Bild 40.

Die Pylonen haben einen kastenförmigen Querschnitt, der in der Längsrichtung der Brücke 1,802 m und in der Senkrechten 2,4 m breit ist und aus mehreren mit Eckwinkeln verbundenen ebenso breiten Gurtplatten besteht. Die Kastenwände sind durch kräftige horizontale Querschotten, die abwechselnd aus vollen Blechen oder aus Winkelverstrebungen bestehen, miteinander verbunden. Die 33,39 m hohen Pylonen wurden in vier Teilen vernietet an die Baustelle geliefert. Der obere Riegel hat ebenfalls kastenförmigen Querschnitt, besteht aus zwei lotrechten, in 0,8 m Abstand voneinander liegenden, in der Mitte 2,5 m, an den Anschlußstellen 3,7 m hohen Blechwänden mit oberen und unteren Gurtplatten. Der geschlossene Kasten ist in Abständen von 1,7 m ausgesteift. Die beiden Stegbleche durchdringen bei ihrem Anschluß den Pylonenstiel und unterteilen diesen in dem oberen Teil in drei 3,7 m hohe Kammern. Der dadurch entstehende Rost dient gleichzeitig zur Übertragung des auf den Pylonenkopf wirkenden Kettendrucks in die Pylonenstiele.

Der untere Riegel besteht aus zwei 2 m voneinander entfernt liegenden, vollwandigen Trägern, die in der Mitte 2,02 m, beim Anschluß an die Pylonen 2,9 m hoch sind und die sowohl an den oberen als auch an den unteren Gurten mit je einem Fachwerk verbunden sind. Er ist jedoch in seiner Mitte unterbrochen und enthält an dieser Stelle in jeder Tragwand ein Gleitlager eingebaut, das Längsverschiebungen und Verdrehungen der beiden Riegelteile gestattet und daher eine Übertragung von Längskräften und Biegemomenten ausschließt. Zwischen den Wänden des unteren Riegels ist auf eine Länge von 10 m ein Zwischenträger eingebaut, der aus zwei Vollwandträgern besteht, die mit einem oberen und unteren Fachwerk verbunden sind. Der Träger ist mit einem Ende fest mit dem einen Riegelteil verbunden, während das andere Ende längsbeweglich sich gegen den zweiten Riegelteil stützt. Der Zwischenträger dient vor allem zur seitlichen Festhaltung des in der Mitte unterbrochenen unteren Riegels. Er hat aber auch die Aufgabe, die Auflagerdrücke des Windverbands der Mittel- und der Seitenöffnung aufzunehmen und in die Wände des unteren Riegels und weiter in den Pylonenfuß zu leiten. Er nimmt auch die durch die Reibung der Windlager entstehenden waagerechten Kräfte auf.

Die Pylonenfußlager sind Punktlager (Bild 23 u. 31). Sie ruhen auf einbetonierten Stahlrosten, die aus je vier Blechträgern und einer darunterliegenden Schar von Walzträgern gebildet sind. Die Berechnung erfolgt für den größten auftretenden Druck von 8210 t, wovon 7110 t durch den Pylonenstiel und 1100 t durch die Unterstützung des Stemmlagers übertragen werden. Jedes Lager besteht aus dem oberen und unteren Lagerkörper und dem dazwischen liegenden oberen und unteren Druckblock. Starke Bolzen und eine ringförmige Verzahnung nehmen die in den Trennungsflächen der einzelnen Lagerteile wirkenden Schubkräfte auf. Der Lastanteil vom Pylonenstiel wirkt am Umfang der Platte, während der Lastanteil vom Stemmlager eine Druckfläche von 900 · 1400 mm belastet. Die Verteilung der Umfangslast wurde entsprechend dem zu den Rippensektoren gehörenden Zentriwinkel vorgenommen, so daß die Pressung zwischen Rippenkörper und Druckblock auf der kegelstumpfförmigen Berührungsfläche die gleiche ist.

Windverband.

Der Windverband ist ein über drei Öffnungen durchgehender Träger, der an seinen vier Stützpunkten längsverschieblich gelagert ist (Bild 18). Die Ausfachung in der Mittelöffnung ist k-förmig. In den Seitenöffnungen ist ein mehrteiliges Netzwerk. Die Pfosten bilden die Querträger, die Gurtungen die Versteifungsträger. Der Windverband wurde möglichst in die Schwerlinien der Versteifungs- und Querträger gelegt. Der Verband der Mittelöffnung ist der Neigung der Fahrbahn folgend gekrümmt. Es treten somit an jedem Knotenpunkt des Versteifungsträgers auch lotrechte Kräfte auf. Zur Ermittlung der Belastung infolge Winddruck auf die Kette, die eine gegenseitige Verschiebung des Versteifungsträgers gegenüber der Kette hervorruft, wurden die Biegelinien des Versteifungsträgers und die Kettenlage für eine Windbelastung von 150 kg/m² und 250 kg/m² berechnet. Bei Bestimmung der Biegelinie wurde außer der Formänderung der Gurte des Versteifungsträgers auch die der Windverbandstreben berücksichtigt. Als Windangriffsflächen wurde eine Wand des Versteifungsträgers, die Flächen beider Ketten, deren Hängestangen, die Pylonenpfosten und das 2 m hohe Verkehrsband in Rechnung gestellt. Für die Beanspruchungen der Gurte des Versteifungsträgers waren die Windkräfte für 150 kg/m² der belasteten Brücke, für die Strebenkräfte die Querkräfte infolge Winddrucks von 250 kg/m² der unbelasteten Brücke maßgebend.



Bild 41. Einschieben des Versteifungsträgers der Mittelöffnung.

Hierbei wurde wegen der steifen Fahrbahntafel, die einen Teil der Windkräfte aufnimmt, eine Abminderung der Strebenkräfte für die mittleren Felder vorgenommen. Die Streben der Endfelder wurden für die vollen Windkräfte bemessen. Die größte Ausbiegung der Kette tritt im Viertelspunkt und die des Versteifungsträgers in Brückenmitte auf und beträgt bei einem Winddruck von 250 kg/m² 181 bzw. 91 mm. Bei belasteter Brücke und 150 kg/m² Winddruck betragen die Ausbiegungen der Kette und des Versteifungsträgers in Brückenmitte 107 bzw. 78 mm. Bei 1,7facher Erhöhung aller Lastangriffe (Verhältnis der Bruchgrenze zur Streckgrenze) beträgt die größte Ausbiegung der Kette im Viertelspunkt 237,5 und 158 mm in Brückenmitte. Zur Übertragung der waage-

rechten Auflagerkräfte sind in den Endfeldern der Mittel- und Seitenöffnungen Kragträger (Bild 41) eingebaut. Sie reichen von dem vorletzten Querträger durch die Endquerträger, die sie in Aussparungen durchdringen. Die Träger sind doppelwandig und biegefest und in den Seitenöffnungen mit den Querträgern in fester Verbindnng. In der Mittelöffnung gehen sie durch die Endquerträger frei hindurch und sind mit den vorletzten Querträgern gelenkig verbunden; die Druckübertragung erfolgt an diesen Trägern mittels Kontakt. Durch die Anordnung werden Zwangsspannungen bei Verformung des Versteifungsträgers der Mittelöffnung vermieden. Der waagerechte Auflagerdruck bei einer Windbelastung von 200 kg/m² beträgt bei den Pylonenstützpunkten 340 t und zwar 250 t vom Lagerträger der Mittelöffnung und 140 t von dem der Seitenöffnung. An den Ankerblocklagern betragen die Auflagerdrücke 65 t. Hierzu kommen noch die waagerechten Auflagerdrücke, die durch die ungleiche Verformung der Hauptträger bei einseitiger Längsbelastung und bei Wärmeunterschieden der beiden Träger entstehen. Die Auflagerdrücke bei den Pylonenlagern werden durch die auskragenden Lagerträger auf die am Zwischenträger des unteren Pylonenriegels befestigten Lagerplatten übertragen und von dort durch die Riegel in die Pylonenfußlager abgegeben. Die Übertragungsstellen sind so gewählt, daß die Mittelkraft der Auflagerdrücke beider Öffnungen in die Pylonenachse fällt. Die bei einer Längsverschiebung durch diese Drücke entstehenden Reibungskräfte von $0{,}2 \cdot 340 = 68$ t werden von Zwischenträgern des unteren Riegels aufgenommen. An den Ankerblöcken werden die Auflagerdrücke von den Lagerträgern mit Gleitlagern auf die Mauerungskörper übertragen.

Fahr- und Gehbahnen.

Der Fahrbahnbelag besteht in der Mittel- und linken Seitenöffnung aus einem 130 mm, im Gleisbereich aus einem 100 mm hohen Holzpflaster. Die rechte Seitenöffnung ist wegen der größeren Steigung mit Granitwürfeln gepflastert. Unter dem Pflaster liegt eine Ausgleichsbetonlage über einer 10 mm dicken Dichtschicht. Die Hängebleche sind mit den Längsträgern und mit dem verbreiterten Kopfblech der Versteifungsträger vernietet. Die Stoßstellen sind überlascht. Die Anordnung der Längsträger und Querträger ist aus den Bildern 20 und 27 bis 30 zu ersehen. Die Gehbahnen liegen außerhalb des Versteifungsträgers auf Konsolen. Die Abdeckung besteht aus Eisenbeton mit bewehrtem Asphalt.

In der rechten Seitenöffnung ist die Bauhöhe durch die Donau-Uferbahn beschränkt. Es wurde daher die Stützweite durch Pendelstützen aus Stahl in drei Öffnungen unterteilt. Die Versteifungsträger sind mittelbar durch Querträger auf den Pendelstützen gelagert.

Die linke Seitenöffnung besteht aus den zwei äußeren Versteifungsträgern und vier inneren Hauptträgern. Die Querverbände zwischen letzteren sind vollwandig und mit den Hängeblechen vernietet. Die inneren Träger sind mit dem Versteifungsträger mit einem Fachwerk verbunden, dessen Streben erst nach Freisetzung der Kette angeschlossen wurden. Der Anschluß ist gelenkig. In der statischen Berechnung wurde die Lastverteiluug durch diese Verbände berücksichtigt. Ferner wurde berücksichtigt, daß die Querträger als Stützen des Versteifungsträgers, der für den Kettenschub als durchlaufender Druckstab wirkt, Drücke aufzunehmen hatten, die mit einem Hundertstel der Gurtkräfte bemessen wurden. Da die Querträger der Mittelöffnung für die ursprünglich beabsichtigte Ausführung hergestellt waren, mußten ihre Gurte zur seitlichen Stützung des gedrückten Versteifungsträgers eine seitliche Aussteifung erhalten. Die Ober- und Untergurte der Querträger wurden also in den Drittelspunkten gegen die Windverbandstreben abgestützt und die Stützpunkte waagerecht miteinander und lotrecht mit den darüber laufenden Längsträgern verbunden. Durch diese Einbauten wurde die freie Knicklänge der Querträgergurte verringert. Da ferner die auf den Querträgern lagernden Längsträger wegen der Verkürzung der Versteifungsträger erst nach Aufbringen der ständigen Lasten miteinander verbunden wurden, waren während der Montage Reibungskräfte zwischen den Auflagerflächen der Längs- und Querträger zu erwarten, die ebenfalls die obige Stützung der Obergurte verlangten.

Eine eingehende Untersuchung der Endquerträger der Mittelöffnung wurde für den endgültigen Zustand der Brücke, bei dem der Versteifungsträger unter der vollen Verkehrslast eine Verkürzung von 30,7 mm erfährt, durchgeführt. Während die Verschiebung des Endquerträgers 15,4 mm beträgt, nimmt die der übrigen gegen die Mitte zu geradlinig bis auf Null ab. Bei der Annahme, daß die Querträger in ihrer Mitte durch den angeschlossenen Längsträgerstrang festgehalten werden, haben die Endquerträger für die 15,4 mm betragende Verschiebung ihrer Anschlußpunkte eine zweifache Kipp- und Knicksicherheit.

Dehnfugenabschlüsse der Fahr- und Gehbahnen.

Die Fahr- und Gehbahnunterbrechungen wurden beim Übergang auf die Widerlager und über den beiden Pylonenpfeilern vorgesehen. Sie wurden als bewegliche Zwischenbrücken von 2,5 bis 2,9 m Stützweite ausgebildet. Die Dehnfugen sind mit Stahlgußplatten überdeckt. Bei der an dem rechten Widerlager (Bild 42) eingebauten Zwischenbrücke wurde eine besondere Vorrichtung angebracht, die bewirkt, daß die Zwischenbrücke sich um das halbe Maß verschiebt, um das sich der Stahlüberbau verlängert oder verkürzt.

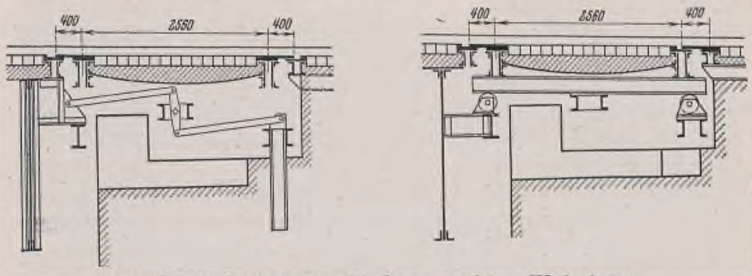


Bild 42. Dehnfugenabschluß am rechten Widerlager.

Einbauten und Entwässerungsanlagen.

Auf den Stahlüberbauten ist für die Überführung von Rohr- und Kabelleitungen vorgesorgt. Zur Instandhaltung der Tragwerke dient ein Besichtigungswagen, der über das Mittel- und das linke Seitenfeld geführt werden kann.

Neben dem Einbau für die Oberflächenentwässerung durch seitliche Wasserabfallkästen, Tiefpunktentwässerungen der Hängebleche, Rillenentwässerungen der Schienen und Abwurfschächte für den Schnee wurden weitgehende Vorkehrungen zum Schutze der Stahleinbauten und des Mauerwerks bei den Dehnfugen der Brücke getroffen. Das bei den Fugen durchdringende Wasser wird mit Traufblechen in Rinnen aufgefangen und mit Rohrleitungen über Sammel- und Schlammkästen abgeleitet.

Zusammenbau.

Für die Anarbeitung und den Zusammenbau der Ketten und des Versteifungsträgers war maßgebend, daß nach Aufbringen der gesamten ständigen Last (einschließlich der Fahr- und Gehbahndecken) die Kette und die angehängten Versteifungsträger die diesem Belastungszustande entsprechende Form erhalten. Von der Anordnung eines Gelenkes in der Versteifungsträgermitte der Hauptöffnung wurde abgesehen, da die für den Zusammenbau von Kette, Hängestangen und Versteifungsträger notwendige Verformung des Versteifungsträgers ohne Überbeanspruchung erreicht wird. Die Versteifungsträger der Mittelöffnung, deren Querschnitt nach dem ersten Entwurf für eine in Betonblöcken verankerte Kette bemessen worden war, war vor der Entwurfsänderung bereits aufgestellt.

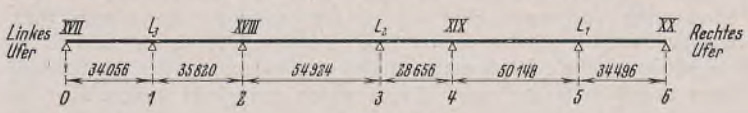


Bild 43.

Sie gelangten in Baulängen bis zu 10 m vernietet an die Baustelle und wurden am rechten Ufer auf einer zwischen den alten Pfeilern XIX und XX errichteten festen Bühne zusammengebaut und durch Lancieren über die Pfeiler XIX und XVIII sowie über die für diesen Zweck hergestellten Zwischenjoche L_1, L_2 und L_3 bis zum anderen Ufer vorgerollt (Bild 43), wobei in dem gleichen Maße als, das Vorrollen stattfand, am rechten Ende die Träger nach rückwärts verlängert wurden. Das Lancieren erfolgte durch abschnittsweises Fahren auf zwei Gleisen unter den Versteifungsträgern

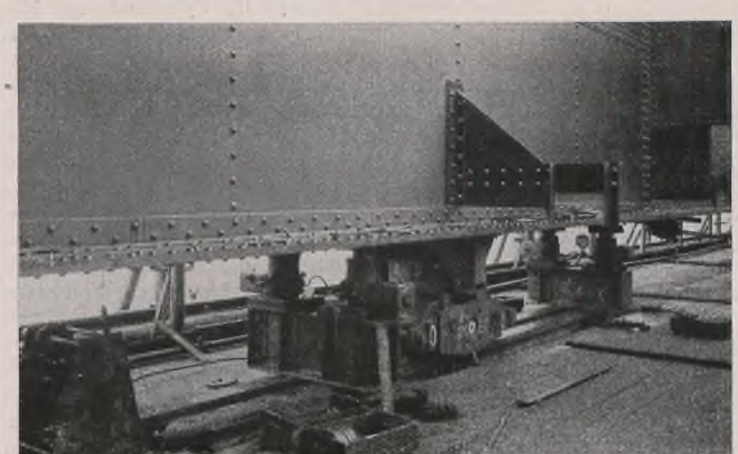


Bild 44. Einfahren des Versteifungsträgers. Verschubwagen.

(Bild 44). Diese wurden an jenen Stellen, wo Stegblechaussteifungen vorhanden sind, auf einen Verschubwagen gesetzt (Bild 45) und dann um eine dem Steifenabstande entsprechende Strecke in den Strom hinausgefahren (s. Bild 41). Mit Pressen, die an den Enden des Verschubweges

aufgestellt waren, wurden die Wagen entlastet und diese in die Ausgangsstellung zurückgefahren. Nach Absenken der Pressen lagerten die Versteifungsträger zur Wiederholung des Bewegungvorganges wieder auf den Verschubwagen. Es waren insgesamt 70 solcher Bewegungsvorgänge notwendig. Für 20 verschiedene Lagerungen wurden die jeweiligen Auflagerdrücke und Durchbiegungen der Versteifungsträger ermittelt und die Stützhöhenänderungen errechnet, die zugelassen werden konnten, ohne die Träger übermäßig zu beanspruchen.

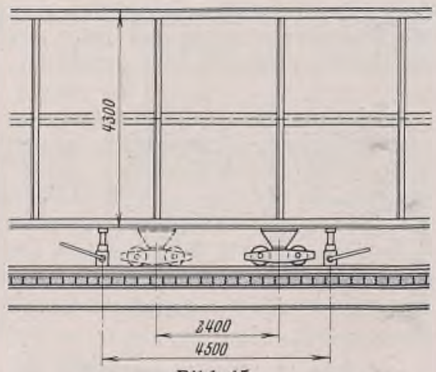


Bild 45.
Einfahren des Versteifungsträgers.

Beim Lancieren wurde auf die Anarbeitungsform des Trägers (Parabel mit einer Pfeilhöhe von 1351 mm) Rücksicht genommen. Die Verschubbühne wurde gegen das linke Ufer um 1,10 m überhöht ausgeführt. Damit konnte die Form des Trägers M_k (Bild 46), wie sie für den Zusammenbau mit der Kette erforderlich war, aus der durch das Lancieren erhaltenen Lage A_k leichter erreicht werden.

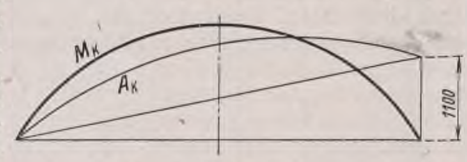


Bild 46.
Verformung des Versteifungsträgers.

Die Versteifungsträger der Mittelöffnung wurden mit Stahlplatten von 640 mm Höhe und 5 · 22 bis 8 · 22 mm Dicke verstärkt. Sie wurden an den Innenseiten der beiden Wände befestigt und über die lotrechten Stegblechstoßlaschen hinweggeführt. Die lotrechten Querschotten mußten teilweise ausgenommen werden. Um zu erreichen, daß sämtliche Teile des verstärkten Versteifungsträgers gleich beansprucht werden, wurden die Stellen des Versteifungsträgers, an denen die Verstärkung jeweils anzubringen war, vorher durch Anheben der benachbarten Stützen möglichst spannungslos gemacht. Die sich ergebende Trägerform wurde mit Schablonen genau aufgenommen und danach die Bearbeitung der Verstärkungsteile vorgenommen. Die zur Entspannung notwendigen Stützhöhenänderungen wurden rechnerisch ermittelt. Auch der Einbau der Verstärkungsbleche erfolgte nach vorheriger Entspannung des Versteifungsträgers durch Stützenhebung. Diese waren aber jetzt andere als beim Anzeichnen, da nicht nur die Momente des Ausgangszustandes, sondern auch die Momente für die fortschreitend aufgebrachte Last der Verstärkungsbleche auf Null zu bringen waren. Hierbei war auf die Vergrößerung des Trägheitsmoments Rücksicht zu nehmen. Die nach den Schablonen in der Werkstätte angearbeiteten Verstärkungsbleche wurden mit kleinen Wagen in den Hohlraum des Versteifungsträgers einzeln eingefahren, verdornt, die Bohrungen in den Stegblechwänden hergestellt und sodann gleichzeitig mit den Binden verschraubt. Verwendet wurden gedrehte Paßschrauben von 26 bis 30 mm Dicke.

In den Seitenöffnungen wurden die Tragwerke auf festen Gerüsten zusammengebaut. Nach dem Versetzen der Pylonenfußlager und der Lagerkörper für die Stemmlagerbolzen wurden die Pylonenrahmen aufgestellt. Hierzu dienten über die ganze Höhe reichende Turmgerüste aus Holz, die am oberen Ende mit einem Holzfachwerk verbunden waren. Die Pylonenteile wurden vernietet in je vier Schüssen auf einer Transportbahn herangebracht und mit einem fahrbaren Turmkran versetzt. Die Stiele wurden beiderseits mit dreifachen Seilzügen an die Tragkonstruktion verankert und auf das Kettengerüst abgestützt. Mit Rücksicht auf die zu erwartenden Längsbewegungen durch Wärmeänderungen und der Verformung der gesamten Brücke wurde das Tragwerk der linken Seitenöffnung um 110 mm, das der rechten um 140 mm gegenüber der plangemäßen Lage landwärts aufgestellt. Während der Aufstellungsarbeiten war zwischen den Stemmlagerbolzen und seinen Lagern ein Spielraum von 10 mm vorhanden. Die Ankerenden der Versteifungsträger waren gegenüber ihrer endgültigen Lage um 20 mm gesenkt und wurden erst nach Anschluß der Ankerkette an den Versteifungsträger so weit gehoben, daß die Kette gerade noch schlaff war. Nach beendeter Aufstellung der Tragwerke in den Seitenöffnungen, aber vor dem Montieren der Kette, wurden die Tragwerke vorübergehend auf Pendelstützen gelagert und mit Pressen, die zwischen dem Mauerwerk des Ankerblocks und dem Versteifungsträger eingebaut wurden, gegen die Mittelöffnung so weit geschoben, daß im Stemmlager ein Spiel von 10 mm verblieb. In dieser entsprechend gesicherten Lage wurde eine Verbindung der beiden beim Pylon zusammentreffenden auskragenden Windverbandträger eingebaut.

Bei der Aufstellung der Seitenöffnungen war darauf zu achten, daß die äußeren Häuptträger, die als Versteifungsträger wirken, gegenüber den dazwischenliegenden Trägern durch den Kettenschub aus der ständigen Last bis zu 40 mm zusammengedrückt wurden. Um dieses Maß waren sie länger zu bearbeiten, weshalb auch die Querträger, Windstreben und die Querverbände mit den äußeren Versteifungsträgern erst nach Aufbringen der ständigen Lasten endgültig verbunden werden durften.

Für den Aufbau der Kette waren auf den Versteifungsträgern der Mittel- und der Seitenöffnungen Gerüste errichtet, die die Ketten in jedem Knotenpunkt von Verankerung zu Verankerung unterstützten. Die Versteifungsträger waren neben ihrem Eigengewicht auch mit dem Gewicht der Kette samt Gerüst belastet. Da die Abstände zwischen den Knoten-

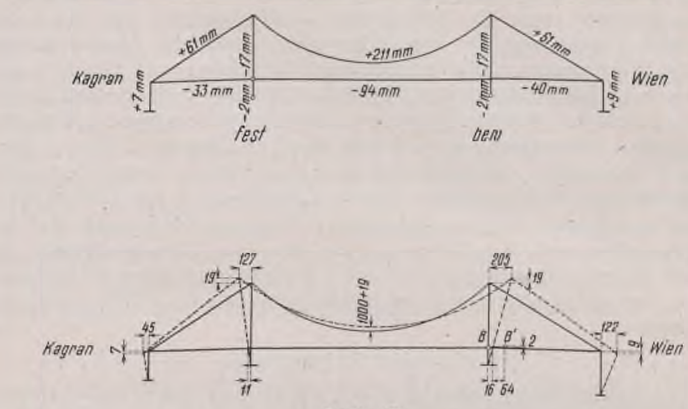


Bild 47.
Verschiebungen und Formänderungen unter Eigengewichtsbelastung.

punkten der Kette und des Versteifungsträgers wegen des steifen Gerüstes als unveränderlich angenommen werden konnten — kleine Verdrückungen konnten durch Heben oder Senken der Kette auf dem Gerüst behoben werden —, mußte die Kette der Form des Versteifungsträgers folgen. Da ferner der zwanglose Einbau der Hängestangen nur vor Freigabe der Kette erfolgen konnte, diese aber im spannungslosen Zustand einen kleineren Durchhang aufweist, mußte der Versteifungsträger der Mittelöffnung eine überhöhte Form erhalten. Diese Verformung war noch vor dem Aufbringen der Gerüste vorzunehmen. Es waren zunächst die Längenänderungen und Verschiebungen der spannungslosen Systemstäbe unter Einwirkung der ständigen Last rechnerisch festzustellen. Der waagerechte Kettenschub betrug 5300 t. Die Längenänderungen und Verschiebungen sind aus Bild 47 ersichtlich.

Bei Beginn der Aufstellung war die Stützweite der Kette nach den berechneten Verschiebungen der Pylonenköpfe um 131 + 208 = 339 mm zu vergrößern, wobei der Kettendurchhang um 1000 mm kleiner als für die Eigengewichtsbelastung ermittelt wurde. Um das gleiche Maß war der Versteifungsträger in seinem Scheitel zu überhöhen. Im übrigen mußte er unter Berücksichtigung der Belastung durch das Kettengerüst derart verformt werden, daß die Hängestangen zwanglos eingebaut werden konnten. Die Belastung des Versteifungsträgers während des Verlegens der Kette betrug 13 t/m Träger. Davon waren 8,9 t/m schon zu Beginn vorhanden, während der Rest für das Gewicht der Kette und der Hängestangen erst allmählich dazukam.

Für den auf sieben Stützen gelagerten Versteifungsträger waren für die Belastung von 13 t/m die Biegelinien zu ermitteln. Die erforderliche Verformung des Versteifungsträgers wurde durch entsprechendes Heben über den fünf Mittelstützen erzielt. Dazu waren umfangreiche Vorberechnungen und wiederholt durchgeführte Versuchsrechnungen notwendig. Der auf Grund der Biegelinie des Versteifungsträgers gezeichnete Verschiebungsplan ergab eine gegenseitige Verschiebung der Kettenpunkte 0 und 0' (Pylonenköpfe) von 331 gegenüber der erforderlichen von 332 mm. Es war daher anzunehmen, daß das Schlußglied der Kette in der vorberechneten Länge ohne Korrektur verwendbar sein wird, falls nicht durch Bolzenspiel, ungenaue Ablängungen, Verschiedenheit der Dehnmaße usw. die Kette länger wird. Die Überführung des Versteifungsträgers von seiner Lage A_k (Bild 46) in die Form M_k zur Kettenmontierung erfolgte nach einem rechnungsmäßig festgelegten Hebungsvorgang, der 69 Umlagerungen umfaßte. Berechnet wurden die beim Anheben, das abwechselnd immer nur bei einem Stützpunkt vorzunehmen war, einzuhaltenden Hebungsmaße, die Stützendrücke sowie die Reihenfolge der Hebungen. Um die dabei auftretenden Höhenänderungen der mit den Trägerenden verbundenen Stemmlagerkörper, die auf den theoretischen Mittelpunkt der Bolzenschalen bezogen — 2 bis + 28 mm ausmachten, zu ermöglichen, wurden die Stemmlagerbolzen während dieser Arbeiten nach außen verschoben. Aus montagetechnischen Erwägungen wurde jedoch der Versteifungsträger mit weiteren zehn Zwischenumlagerungen von 100 mm im Scheitel höher gesprengt. Diese Maßnahme

wurde deshalb getroffen, damit im Falle von Unstimmigkeiten diese leichter durch Absenken der Kette zu beheben gewesen wären. Theoretisch hätte der überhöhten Lage entsprechend bei Eintreffen aller Annahmen das plangemäß gelängte Schlußglied um 60 mm bzw. bei Berücksichtigung, daß die Stemmlager um je 10 mm nach außen gegen die Seitenöffnungen Spiel hatten, um rd. 40 mm länger sein müssen. Die vor dem Einbau des Schlußgliedes abgenommenen Maße ergaben eine Mehrlänge von nur 24 mm an der stromabwärtigen und von 11 mm an der stromaufwärtigen Kette. Dieser verhältnismäßig geringe Unterschied wurde sodann nicht durch ein weiteres Absenken des Trägers, sondern mit um diese Maße verkürzten Schlußgliedern behoben. Die während des Ketteneinbaues (Belastung $p = 13$ t/m Träger) auftretende größte Beanspruchung des Versteifungsträgers wurde aus dem Größtmoment über die Stütze L_2 von 13,000 tm mit 1750 kg/cm² errechnet. Die Beanspruchung der Gurtniete des Trägers ergab sich mit 1230 kg/cm² auf Scheren und mit 3060 kg/cm² auf Leibungsdruck.

Kettengerüst.

Das Kettengerüst (Bild 48) bestand aus einzelnen Holzböcken, die, unter jedem Kettenbolzen auf den Versteifungsträgern angeordnet, untereinander verstrebt und seitlich mit Holz und Winkelstreben gegen die Fahrbahn abgestützt waren. Die Höhen der Gerüstböcke in der Mittelöffnung wurden aus einem Verschiebungsplan ermittelt. Die Kettenbolzen mußten während der ganzen Montage in unveränderter Höhenlage erhalten bleiben. Die durch das fortschreitende Aufbringen der Kettenglieder verursachten Formänderungen des Versteifungsträgers, die rechnungsmäßig höchstens 5 mm betrugen, wurden mit Keilunterlagen ausgeglichen. In den Seitenöffnungen erhielten die Gerüstböcke eine solche Höhe, daß die Kettenglieder in der entwurfsgemäßen Lage, d. h. entsprechend dem Gleichgewichtszustand unter der gesamten ständigen Last, versetzt werden konnten. Nach dem Schließen der Ketten wurden die Stemmlagerbolzen auf ihre Lager gesetzt und damit die genaue gegenseitige Höhenlage der Trägerenden hergestellt. Mit waagerecht an den Ankerblockmauern angesetzten Pressen wurden nach Entfernen der behelfsmäßigen Verbindungen der Windverbände die Tragwerke der Seitenöffnungen an die Hauptöffnungen angeschoben und damit die Stemmlager zum Anliegen gebracht. Das Auslegen der Kette erfolgte in der Weise, daß die einzelnen Kettenbleche, nachdem jene Flächen im Bereiche der Kettenaugen, die später nicht mehr gestrichen werden können, mit einem besonderen Rostschutz- und Dichtmittel versehen wurden, mit einem Turmkran hochgezogen und auf dem Gerüst in eine rechenartige Hilfsvorrichtung gestellt wurden. Vor dem Einbringen der Bolzen wurden die Kettenelemente mit einer besonderen Vorrichtung genauestens ausgerichtet. Diese bestand im wesentlichen aus einem aus drei Längsrippen gebildeten walzenförmigen Gerät, bei dem die drei Längsrippen in der Richtung des Durchmessers in einer Parallelführung mit einer Schraubenspindel gepreßt werden konnten (Bild 49). Die ausgerichteten Kettenelemente wurden durch eine Rahmenpresse mit einem Druck von 60 bis 80 t zusammengehalten. Der Kettenbolzen wurde auf einem Führungsbett, das seitlich am Gerüstbock angebracht war, ausgerichtet und mit einer Handwinde in das Bolzenloch gezogen. Nachdem die auf die beiden Enden des Bolzens verschraubten Kettenscheiben das Zusammenpressen der Kettenelemente übernommen hatten, konnte die Rahmenpresse beseitigt werden.

Das Verlegen der Kette begann von den Ankerstellen aus. Der Schluß erfolgte in der Brückenmitte. Die Arbeiten waren sorgfältig vorbereitet, und dabei ergaben sich keine Schwierigkeiten. Die Kette wurde nach einem rechnungsmäßig genau festgelegten Entlastungsvorgang durch Absenken an den 2 · 5 Stützen der beiden Versteifungsträger in Spannung versetzt. Insgesamt wurden 2 · 63 Einzelabsenkungen vorgenommen. Die Enden der Versteifungsträger wurden mit Pressen unterstellt und diese unter einem vorberechneten Druck gehalten, um eine vorzeitige Belastung der Stemmlager durch Querkräfte zu verhindern. Die Freigabe der beiden Rückhaltketten erfolgte nach vollständiger Entlastung der Mittelöffnung. Durch den nun wirkenden Kettenzug von rd. 3600 t wurden die Kettengerüste in den Seitenöffnungen entlastet, wodurch das Absenken erleichtert wurde. Nach erfolgtem Freisetzen des gesamten Überbaues und nach Aufbringen der Fahr- und Gehbahndecken stand die Brücke unter der Einwirkung der gesamten ständigen Last und erreichte hiermit ihre endgültige Form.

Anschließend daran wurden die Fahr- und Gehbahn fertiggestellt. Da nun die Tragwerke die der ständigen Last entsprechende Form besaßen, konnten die Anschlüsse der Windstreben, Längsträger und der Hängebleche an die äußeren Versteifungsträger hergestellt werden.

Überbrückung der Handelskaistraße.

Die nach dem geänderten Entwurf hergestellten Endwiderlager (Ankerblöcke) der Strombrücke haben durch den Angriff des Kettenzuges an den Versteifungsträgerenden nur einen Teil der lotrechten Seitenkraft des Kettenzuges aufzunehmen. Sie benötigen nur ungefähr ein Drittel



Bild 48.
Kettengerüste.

jenes Raumes, den die für die Verankerung des gesamten schrägen Kettenzuges notwendigen Ankerblöcke des Angebotentwurfs erfordert hätten. Die entstandenen Räume zwischen den Endwiderlagern der Strombrücke und der rechten Auffahrtsrampe bzw. der Flutbrücke am linken Ufer wurden durch Eisenbetonbalken-Tragwerke überbrückt (Bild 9).

Am rechten Ufer überspannt dieses Tragwerk mit einer lichten Weite von 16 m die Handelskaistraße, deren Durchfahrt dadurch verbreitert werden konnte. Es lagert rampenseits mit seinem Mittelteil auf dem alten Widerlager der Rampe, das zur Stützung der seitlichen Tragwerksteile stromauf- und -abwärts verlängert wurde. Zur Vermeidung einer nachteiligen Auswirkung auf das Tragwerk bei allfälligen Setzungen wurde der Überbau mit durchgehenden Längsfugen an den Stoßstellen des alten und der neuen Pfeilerteile unterteilt.

Der am linken Ufer verbliebene Zwischenraum von 18,5 m Lichtweite reicht vom Endwiderlager (Ankerblock) der Strombrücke bis zum Pfeiler XVI (Bild 9 u. 10). Dieser Pfeiler hatte als Trennungspfeiler zwischen dem eisernen Tragwerk der alten Strombrücke und den Flutbrückengewölben den einseitigen Schub des letzten Gewölbes aufzunehmen gehabt. Da bei dem Pfeiler im neuen Bauwerk die durch Seitenschub gegenwirkende große Belastung des abgetragenen eisernen Tragwerks entfällt, wurde die Standfestigkeit durch den Anbau eines Vorpfeilers (XVIa, Bild 10) erreicht. Die Überbrückung des Zwischenraumes von 18,5 m Lichtweite erfolgte mit einem Eisenbetonbalken-Tragwerk, das ähnlich dem rechtsseitigen ausgeführt wurde und das auf dem Endwiderlager der Strombrücke und auf dem Vorpfeiler XVIa gelagert ist. Beim linksseitigen Tragwerk (Bild 9) sind die Randträger wegen der vorhandenen 16 Gewölbe wie diese bogenförmig ausgeführt worden.

Um bei allfälligen Setzungen der Pylonenpfeiler, die bei den herrschenden Untergrundverhältnissen eintreten könnten, das ursprüngliche statische Verhalten des Tragwerks der Kettenbrücke wieder herstellen zu können, wurde die Kettenverankerung in den Ankerblöcken nach-

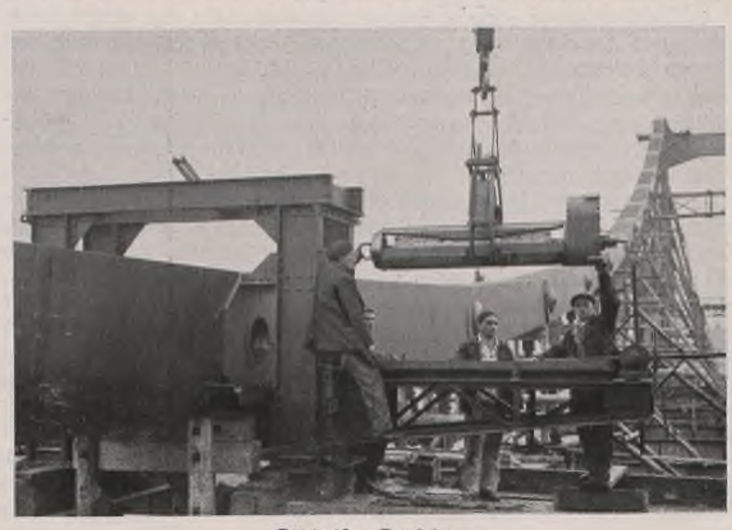


Bild 49. Preßdorn.

stellbar eingerichtet und außerdem bei der durch die Pendelstützen unterteilten rechten Seitenöffnung auswechselbare Lagerteile der Stützen vorgesehen. Es mußte daher auch bei den anschließenden Eisenbetontragwerken für eine Änderung ihrer Höhenlage Vorsorge getroffen werden. Zu diesem Zweck sind die über den Endwiderlagern (Ankerblöcken) eingebauten Endquerträger besonders stark ausgebildet.

Flutbrückenverbreiterung.

Die 16 Gewölbe des alten Bauwerks mit einer Pfeilerachsenentfernung von je 26,55 m überbrücken das Überschwemmungsgebiet am linken Donauufer. Sie waren, da sie auch für die größeren Verkehrslasten im neuen Bauwerk noch genügende Tragfähigkeit aufweisen, im wesentlichen nur zu verbreitern. Die Verbreiterung erfolgte nach beiden Seiten mit je zwei Gewölberingen. Sie beträgt stromabwärts wegen der um 0,63 m nach abwärts verschobenen Brückenachse 5,40 m, stromaufwärts 4,14 m (Bild 50). Die inneren Ringe verbreitern die Fahrbahn und wurden auf die bestehenden Grundkörpervorsprünge nach Abtrag der Pfeilervorköpfe aufgesetzt. Allfällige Bodensetzungen wirken sich daher auf die alten Gewölbe und die inneren Gewölberinge gemeinsam aus. Die äußeren Gewölberinge haben die je 3,50 m breiten Gehwege zu tragen; sie sind neu gegründet und durch eine durch Grundkörper, Pfeiler und Gewölbe gehende Fuge von den die Fahrbahn tragenden Gewölben getrennt. Die Fuge verläuft längs des Randsteines zwischen Fahr- und Gehbahn; eine Setzung des neugegründeten Gewölbes gegenüber dem alten kann sich nur in der Höhenänderung der Bordrandstufe äußern. Die Fahrbahnbreite von 7,58 m der bestehenden Flutbrücke wurde auf 16,50 m vergrößert, die Gesamtbreite von 11,42 m auf 23,50 m erhöht.

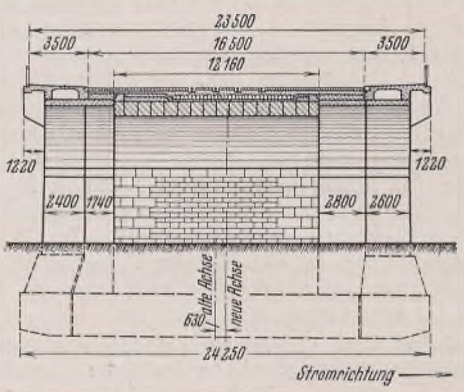


Bild 50.
Flutbrücke. Querschnitt über dem Pfeiler.

Die nach einem Kreisbogen geformten alten Gewölbe sind im Scheitel 0,95 m, am Kämpfer 1,26 m dick, ihre Spannweite beträgt 24,02 m, der Pfeil 2,93 m. Die Nachrechnung als eingespannter Bogen, wobei auch die auf Zug beanspruchten Teile zur Berechnung als voll mitwirkend angenommen wurden, ergab nur einen geringen Einfluß der Verkehrslasten. Den überwiegenden Anteil an den Gesamtspannungen nehmen wegen der ungünstigen Formgebung nach einem Kreisbogen die Eigengewichtsspannungen ein. Sie betragen im Kämpfer 27,2 kg/cm² Druck in der unteren und 8,7 kg/cm² Zug in der oberen Randfaser. Die größten Gesamtspannungen erhöhten sich gegenüber den früheren infolge der neuen Verkehrslasten sowohl für Zug als auch für Druck um rd. 15%. Bei dem guten Bauzustand und der großen Druckfestigkeit des Gewölbemauerwerks erscheinen diese Werte zulässig.

Die Berechnung der neuen Gewölbe als beiderseits starr eingespannte Bogen wurde auf Grundlage einer zulässigen Betonspannung von 80 kg/cm² bei einer Mindestwürfelfestigkeit von $W_{b28} = 240$ kg/cm² und einer Stahlspannung von 1200 kg/cm² für Stahl St 37.12 durchgeführt. Die Gewölbe erhielten eine Scheiteldicke von 0,35 m, eine Kämpferdicke von 0,45 m; infolge ihrer geringen Steife ist der Einfluß der Wärmeänderung geringer als bei den alten Gewölben.

Eine gesonderte Untersuchung erfolgte über den Einfluß der Pfeilernachgiebigkeit. Bei der Lage des Kämpfers von 10 m über der Gründungssohle und seiner fast 3 m betragenden Dicke ist eine federnde Nachgiebigkeit des Pfeilers gegenüber der Verformung der Gewölbe belanglos, und die Gewölbe können als starr eingespannt angenommen werden. Bei einer Verdrehung der Gründungssohle des Pfeilers aber, die durch ein ungleichmäßiges Setzen bei einseitigem Belasten eines Gewölbes eintreten würde, müßte im ungünstigsten Falle die gesamte Verkehrslast vom Gewölbe als eingespannter Balken getragen werden, da wegen der waagerechten Nachgiebigkeit der Kämpfer kein Seitenschub entstehen könnte. Bei der Anordnung der Bewehrung in den Kämpfern wurde darauf Rücksicht genommen. Die Gewölberinge erhielten eine Hintermauerung. Während bei den inneren Ringen die Fahrbahn auf einer Schüttung liegt, wurden bei den äußeren Ringen zur Verringerung der bleibenden Belastung zwei eisenbewehrte Längswände aufgesetzt, in die die 1,22 m über die Außenwand vorragenden Gehwegplatten eingebunden sind. Um die statischen Verhältnisse des Bogens nicht zu beeinflussen, wurden die Aufsatzmauern an sechs Stellen durch Querfugen unterbrochen. Der Beton wurde in einer zentral gelegenen Mischanlage im Sinne der zielsicheren Betonbildung hergestellt. Als Zusatzstoff wurde ein Gemenge von Schotter, dessen Korngröße für Eisenbeton bzw. Stampfbeton einer vorgegebenen Zusammensetzung zu entsprechen hatte, verwendet. Unter Einhaltung eines bestimmten Wasserzementfaktors wurde das über eine Schnellwaage zugebrachte Schottergemenge zugesetzt, wobei die Sandfeuchtigkeit, die an fortlaufend entnommenen Proben bestimmt wurde, berücksichtigt wurde. In Verwendung kam frühhochfester Portlandzement der Perlmooser Zementfabriks A.-G., der nach Gewicht beigemischt wurde. Die der Erprobung zugeführten baumäßig hergestellten Betonwürfel zeigten äußerst geringe Festigkeitsschwankungen. Die für Bauten im Freien vorgeschriebene Mindestzementmenge von 300 kg/m³ Beton ergab Festigkeiten von 350 bis 450 kg/cm².

Der Aushub der Baugrube für die neuen Pfeileranbauten erfolgte bis Nullwasser (Kote 157,07) mit stehender Pölzung. Der weitere Aushub der 2,5 bis 2,8 m unter Nullwasser liegenden Gründungssohle wurde unter Wasserhaltung im Schutze von Spundwänden durchgeführt. Wegen des festgelagerten Schotteruntergrundes mußten, da das Vortreiben von Holzbohlen Schwierigkeiten bereitete, stählerne Spundbohlen verwendet werden. Der Wasserzudrang bewegte sich zwischen 200 bis 6000 l/min. Zwischen den eisernen Spundbohlen und dem Grundkörper wurde eine verlorene 1 cm starke Holzschalung eingebracht, da die Bohlen wegen Wiederverwendung gezogen werden mußten. Der Grundkörper bis Kote 157,07 sowie der daraufsitzende 2,21 m hohe Sockel wurden in Stampfbeton mit 120 kg Portlandzement je m³ Fertigbeton hergestellt. Für den folgenden Pfeilerschacht wurde Beton mit 150 kg Portlandzement für 1 m³ Beton verwendet.

Zur Herstellung der Gewölbe wurden übertragbare Fachwerks-Lehrbögen aus Stahl verwendet. Nach Aufbringen des Kämpfermauerwerks über den Pfeilerschächten wurden die Gewölbe betoniert, wobei in den Viertelspunkten rd. 60 cm lange Fugen frei gelassen wurden, um einen Teil der Schwindung spannungslos vor sich gehen zu lassen. Auf dem äußeren Gewölbering wurden sodann die Längswände und ihre Verbindung mit den Gehwegplatten ausgeführt. Die Nachmauerung am inneren Gewölbering erhielt auf der Seite des äußeren Rings eine Herdmauer aufgesetzt, um den waagerechten Erddruck der Hinterfüllung auf den äußeren Gewölbering zu vermeiden. Zur Aufnahme des waagerechten Drucks auf den äußeren Gewölbering durch den Schub des Fahrbahnpflasters wurde eine Verankerung der äußeren Stirnwände über das bestehende Gewölbe hinweg vorgesehen.

Die neuen und auch die alten Gewölbe erhielten zum Schutz gegen Sickerwasser Flächenabdeckungen, die aus einem heißen Asphaltgrundanstrich, einem heiß aufgebrachten Asphaltklebeanstrich, einer Bitumenisolierplatte mit verzinkter Drahtnetzeinlage und zwei Lagen Dachpappe mit Zwischen- und Deckanstrich aus heißem Asphalt bestand. Besondere Sorgfalt wurde auf die Abdichtung der Trennungsfugen zwischen dem alten und neuen Bestand und zwischen den Gewölberingen und deren Aufbauten verwendet. Die Fugen wurden mit Kupferfedern, an Kreuzungsstellen von Bewehrungsfugen mit eigenen Kupferfeder-Formstücken überdeckt und in die Flächenabdeckung eingebunden. Die Dichtungsflächen liegen überall im entsprechenden Gefälle, die Tiefpunkte sind entwässert.



Bild 51. Probebelastung.

Dammbrücke und linke Rampe.

Die Dammbrücke, die sich am linken Ende der Flutbrücke anschließt, überbrückt die jenseits des Hochwasserschutzdammes parallel zum Damm führende Straße mit einer Lichtweite von 19,17 m (Bild 9).

Das an der gleichen Stelle bestandene Eisentragwerk wurde abgetragen und durch ein neues Stahltragwerk (St 37.12) mit sechs vollwandigen Hauptträgern ersetzt. Zur Auflagerung des letzteren wurden der die 16 Flutbrückengewölbe abschließende Standpfeiler, der im Bereich des Hochwasserschutzdammes liegt, und das gegenüberliegende Flügelmauer-Widerlager in ähnlicher Weise wie die Flutbrückenpfeiler nach stromauf- und -abwärts verlängert. Das Aufstellen des neuen und das Abtragen des alten Tragwerks erfolgte, da der Verkehr nicht unterbunden werden durfte, in mehreren Bauabschnitten.



Bild 52. Ansicht der fertiggestellten Brücke.

An die Dammbrücke schließt eine 176 m lange Auffahrtsrampe auf geböschter Dammschüttung an, die auf die neue Brückenbreite gebracht wurde.

Kaibrücke und rechte Rampe.

Die aus vier Gewölben bestandene Kaibrücke (Bild 1) wurde abgetragen und an ihrer Stelle das Stahltragwerk der rechten Seitenöffnung der Strombrücke eingebaut (Bild 9). Die an das Endwiderlager (Ankerblock) der Strombrücke anschließende rechte Auffahrtsrampe hat eine Länge von 159 m und wurde von 11,3 auf 28,8 m verbreitert. Die alten Stützmauern wurden bis 0,5 m unter der neuen Pflasterdecke abgetragen und neue Schwergewichts-Stützmauern aus Stampfbeton mit steinmetzmäßig bearbeiteten Sichtflächen vorgesetzt. Das Granitsteinpflaster sitzt auf einer 18 cm Betonunterlage; im Bereich der Straßenbahngleise wurde die Betonplatte durch eine 24 cm hohe Packlage aus Bruchsteinen ersetzt. Die Gehwege erhielten eine 3 cm dicke, mit Drahtnetz bewehrte zweischichtige Gußasphaltdecke auf 12 cm Betonunterlage. Das Gefälle der Rampe beträgt 29,05 ‰.

Bei der am 2. und 3. Oktober 1937 durchgeführten Belastungsprobe der Strombrücke wurde eine Belastung von 4,5 t/m Hauptträger aufgebracht. Sie betrug 83 % der Vollbelastung der Fahrbahn (Bild 51).

Die beobachteten Durchbiegungen in Trägermitte bei Vollbelastung und in den Viertelspunkten bei halbseitiger Belastung sowie die mit akustisch-elektrischem Meßgerät ermittelten Spannungen in den Kettengliedern und an den Gurten des Versteifungsträgers zeigten gute Übereinstimmung mit dem unter Mitwirkung der Fahrbahntafel errechneten Werte. — Eine Ansicht der fertiggestellten Brücke zeigt Bild 52.

Statische Rückwirkungen unsymmetrischer Schweißungen auf statisch unbestimmte Tragwerke.

Von Dipl.-Ing. **Georg Lewenton**, Duisburg.

Die Einführung des Schweißverfahrens im Stahlbau hat nicht nur auf die konstruktive Gestaltung der Bauteile einen erheblichen Einfluß ausgeübt, sondern seine Wirkung kann sich auch auf den statischen Aufbau des Bauwerkes stark bemerkbar machen. Zumindest können statische Rückwirkungen auftreten, für welche beim Entwurf eines geschweißten Bauwerkes eine genaue statische Überlegung und Erfassung gewisser, dem Schweißverfahren eigener Zusatzkräfte erforderlich ist. Bekannt sind z. B. die Maßnahmen des Konstrukteurs beim Entwurf eines vollkommen geschweißten Blechträgerstoßes teils durch zweckmäßige Reihenfolge der Schweißung, teilweise aber auch durch konstruktive Anordnungen im Zusammenhang mit Festigkeitsüberlegungen — Erzeugung einer Druckvorspannung in gezogenen Deckplatten usw. — um die durch das Schweißen hervorgerufenen inneren Zusatzspannungen in einzelnen Bauteilen zu beherrschen.

Eine andere, weitergehende Erscheinung, die ganze Bauwerke betrifft, und auf die im folgenden näher eingegangen werden soll, tritt bei unsymmetrisch angeordneten Schweißungen an geschlossenen Tragwerken, z. B. bei der Schweißung von Fahrbahnbelägen auf Trägerlagen auf. Infolge der unsymmetrischen Schrumpfung eines Trägers bei der Verbindung zwischen aufgelegten Fahrbahnblechen und Obergurt erfolgt eine Durchbiegung des Trägers nach unten. Diese Folge kann bereits bei gewöhnlichen Trägern, die statisch als Balken auf zwei Stützen angeordnet sind, unerwünscht sein wegen des Durchhängens der Träger, welches nicht mehr ohne starke Eingriffe in das Gefüge der Konstruktion — sei es durch Richten, Erwärmen oder gar durch Brennschnitte mit Anordnung neuer Stöße — beseitigt werden kann. Abhilfe gegen diese Erscheinung kann nur durch eine vorherige zusätzliche Überhöhung des Trägers geschaffen werden, wobei die Schrumpfspannungen wie üblich bei Schweißkonstruktionen als innere Zusatzspannungen in Kauf genommen werden müssen.

Schwieriger liegen die Verhältnisse bei statisch unbestimmten Systemen. Als Beispiel werde ein unterspannter Träger (Bild 1) betrachtet, an dessen Obergurt nachträglich eine Schweißung — etwa bei einer Verstärkung — angeordnet werden soll. Infolge Schrumpfung am Obergurt biegt sich der Versteifungsträger nach unten durch, wodurch eine zusätzliche Kraft Z im Spanngurt entsteht, die bei zu schwach ausgebildetem genieteten Anschluß zu einer Überbeanspruchung desselben führen könnte, wobei man in diesem Fall sich nicht auf einen inneren Ausgleich der Spannungen wird verlassen können, da es sich bei diesem Bauteil nicht um monolithähnliche Gebilde des Stahlbaues, wie Walzträger oder vollwandige geschweißte Konstruktionen handelt.

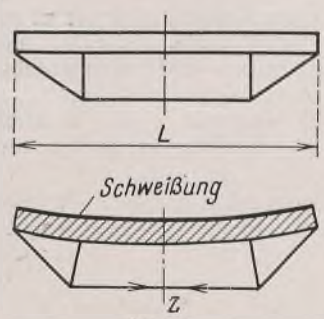


Bild 1.

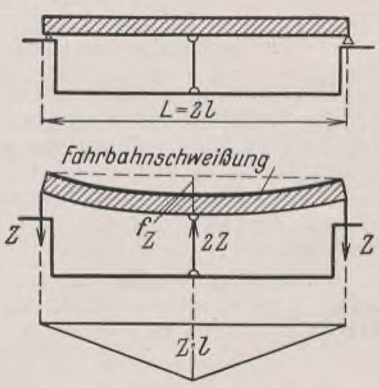


Bild 2.

Ein weiterer Fall der Rückwirkung einer einseitigen Schweißung liegt bei Buckelblechschweißungen auf durchlaufenden Trägern vor (Bild 2), wenn die Fahrbahnbleche auf der Baustelle auf die bereits montierten Träger aufgebracht werden. Die Schrumpfung im Obergurt kann hier so groß sein, daß sogar ein Abheben des Trägers von den Endlagern auftritt, d. h. die Endlager müßten verankert werden, um dies zu verhindern. Selbst wenn ein Abheben infolge größerer Wirkung der ständigen Last nicht stattfindet, liegt hier offensichtlich eine Verlagerung der Kräfte im System vor, da im Endzustand die Lager auf den Widerlagern kleinere, die Mittelstütze aber größere Auflagerkräfte erhalten. Zumindest ist es

also für den Statiker wichtig, bei einer auf Druck beanspruchten Mittelstütze sich über die Größe der Zusatzkraft $2\,Z$ Gewißheit zu verschaffen, selbst wenn man voraussetzen kann, daß im Träger ein innerer Ausgleich durch Dauerbeanspruchung eintreten wird und vorläufig über die zulässige Spannung überschießende Spitzen in Kauf genommen werden können.

Weiter muß die Größe der Zusatzkraft bekannt sein, um Überraschungen bei der Montage, bei welcher zunächst nur das eigentliche Konstruktionsgewicht, also ein Teil der ständigen Last wirkt, zu vermeiden.

Außerdem ist es schon aus baulichen Gründen notwendig, annähernd die Größe der Durchbiegung f_z zu ermitteln, um dem Träger eine entsprechende Montageüberhöhung geben zu können. Es soll hier kurz darauf hingewiesen werden, daß die Reihenfolge der vorgenommenen Arbeiten an der Baustelle statisch an sich unerheblich ist, da auch für die Schrumpfspannungen — zunächst wenigstens — das Überlagerungsgesetz Gültigkeit hat, d. h. eine Brücke kann zunächst ohne Fahrbahnbelag in richtiger Werkstattlage geschweißt und dann auf die richtigen Lagerhöhen ausgerichtet werden. Wird dann die Fahrbahn geschweißt, so tritt nur noch die bereits erwähnte Verlagerung der Auflagerkräfte ein, vorausgesetzt, daß der Auflagerdruck aus ständiger Last an den Endlagern größer ist als die hervorgerufene Kraft Z, oder anders ausgedrückt, daß die Durchbiegung aus der im Montagezustand vorhandenen ständigen Last f_g, bezogen auf die Spannweite $2\,l$, größer sein muß als die Durchbiegung aus Schrumpfung f_z.

Eine andere Möglichkeit wäre, nach Schweißen der Hauptträger sofort die Buckelbleche aufzuschweißen und dann auszurichten.

Auf jeden Fall ist es notwendig, sich über die Größe der Durchbiegung f_z wenigstens annähernd Gewißheit zu verschaffen. Der Verfasser hat versucht, hierfür eine rechnerische Beziehung zwecks Nachprüfung durch Ausführungsmessungen zu entwickeln, welche kurz wiedergegeben werden soll.

Zunächst werde über die Größe der Schrumpfung noch keine Annahme gemacht, sondern die Verkürzung einer freien Deckplatte mit der Fläche F_0 durch Auflegen von Längsnähten gesetzt zu:

$$(1)\qquad \Delta s = \alpha\, l.$$

Diese Verkürzung kann, obwohl sie sich in Wirklichkeit nicht gleichmäßig auf die Länge des Stabes verteilt, im Mittel durch eine Kraft S hervorgerufen gedacht werden mit der Spannung $\sigma = \frac{S}{F_0}$

$$(2)\qquad \Delta s = \frac{S}{F_0\,E}\cdot l,$$

$$(3)\qquad S = \alpha\, F_0\, E.$$

Der Schrumpfungsbeiwert α werde in Abhängigkeit gebracht vom Querschnitt der Schweißnähte und dem Obergurtquerschnitt in der Form:

$$\alpha = n\left(c + b\,\frac{a^2}{F_0}\right);$$

n: Anzahl der Schweißnähte; a: Schweißnahtstärke.

Die Formel genügt natürlich nur für einen kleinen Geltungsbereich, für den ähnliche Abmessungen, wie hier vorausgesetzt, vorliegen. Sie ergibt für Schweißnahtdicken von $a = 0{,}35$ bis $a = 1{,}00$ cm und Deckplattenquerschnitte von 50 bis 500 cm² etwa Werte im Bereich von 0,001 bis 0,0001. Zur Bestimmung der Beiwerte c und b sind folgende Annahmen gemacht auf Grund von Erfahrungswerten aus der Werkstatt.

Für eine Deckplatte $300 \cdot 25$, auf welche vier Schweißungen $a = 0{,}5$ cm gelegt werden, sei $\alpha = 0{,}0005$; für eine Deckplatte $300 \cdot 50$ mit vier Raupen $a = 0{,}5$ cm sei $\alpha = 0{,}0003$

$$4\left(c + b\cdot\frac{0{,}25}{75}\right) = 0{,}0005,$$

$$4\left(c + b\cdot\frac{0{,}25}{150}\right) = 0{,}0003;$$

nach Bestimmung der Beiwerte ergibt sich

$$(4)\qquad \alpha = n\left(0{,}000\,025 + 0{,}03\cdot\frac{a^2}{F_0}\right),$$

für vier Schweißnähte

$$(4\text{a})\qquad \alpha = 0{,}0001 + 0{,}12\cdot\frac{a^2}{F_0}.$$

Die Durchbiegung eines Trägers mit konstantem Trägheitsmoment infolge Schrumpfung des Obergurtes werde verursacht gedacht durch eine am Obergurt angreifende Kraft S.

$$(5)\qquad f = \frac{S\,h\,L^2}{16\,E\,J}\ \text{(Bild 3)};$$

durch Einsetzen von Gl. (3) u. (4a) wird gewonnen:

$$(6)\qquad f = \frac{h\,L^2}{16}\left(0{,}0001 + 0{,}12\cdot\frac{a^2}{F_0}\right)\frac{F_0}{J}\ \text{(bei vier Schweißnähten)};$$

Beispiel:

$a = 0{,}35$ cm; $L = 3600$ cm; $h = 90$ cm; $J = 400\,000$ cm⁴;

$F_0 = 75$ cm² $(-300 \cdot 25)$;

$$f = \frac{90\cdot 3600^2}{16}\left(0{,}0001 + 0{,}12\cdot\frac{0{,}35^2}{75}\right)\frac{75}{400\,000} = 4{,}06\ \text{cm}.$$

Die Formel wurde entwickelt für einen symmetrischen Träger mit konstantem Trägheitsmoment bei vier Schweißungen am Obergurt, sinngemäß kann für andere Anordnungen leicht eine entsprechende Ableitung gefunden werden.

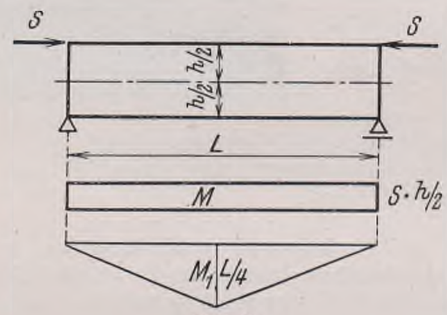


Bild 3.

Das Beispiel soll noch durch seine Auswirkung bei der Ausführung der Brücke ergänzt werden. Es handelt sich um eine Brücke nach Bild 2 (Balken auf drei Stützen). Der Träger ist im Werkstattsystem überhöht um 41 mm für Schrumpfung aus Buckelblechschweißung. Bei der Montage ist zunächst nur das reine Stahlgewicht ohne Fahrbahndecke vorhanden. Die Auflagerdrücke aus diesem Gewicht sind auf den Widerlagern $A_g = 3{,}9$ t, Mittelstützen $C_g = 13{,}0$ t. Wäre dem Träger keine Überhöhung gegeben worden, so würden bei gerader Lage infolge Buckelblechschweißung folgende Auflagerdrücke auftreten:

$$C = \frac{48\,E\,J}{L^3}\cdot 4{,}1 = \frac{48\cdot 2{,}1\cdot 10^3\cdot 400\,000\cdot 4{,}1}{3600^3} = 3{,}6\ \text{t}.$$

Ein Abheben kommt also auch im Montagezustand nicht in Frage, da die negative Auflagerkraft auf den Widerlagern nur 1,8 t beträgt, immerhin tritt eine Vergrößerung des Stützmomentes um

$$M = 1{,}8\cdot\frac{36{,}0}{2} = 32{,}4\ \text{tm}$$

auf, die wiederum eine Spannungserhöhung von

$$\sigma = \frac{3\,240\,000}{400\,000}\cdot 47{,}5 = 385\ \text{kg/cm}^2.$$

zur Folge hätte.

Ist der Träger aber um das richtige Maß überhöht, tritt keine derartige Spannungserhöhung und Verlagerung der Kräfte ein, da die Umlagerung infolge Schweißspannungen durch eine künstliche Stützensenkung wettgemacht ist. Die möglichst genaue Erfassung der durch die unsymmetrische Schweißung hervorgerufenen Schrumpfung ist deshalb eine Aufgabe, der durch zahlreiche Messungen nachgegangen werden sollte. Auf diese Weise kann es gelingen, im Zusammenhang mit ähnlichen statischen Überlegungen auch diese Erscheinungen zum Nutzen der Weiterentwicklung des Stahlbaues in geschweißter Ausführung theoretisch zu erkennen und technisch zu beherrschen.

Verantwortlich für den Inhalt: Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt.
Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin W 9.
Druck der Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.

DER STAHLBAU

Schriftleitung:
Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt, Technische Hochschule
Fernsprecher: Darmstadt 7711, Apparat 599
Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61
Veröffentlichungsbeiträge an voranstehende Anschriften erbeten

Beilage zur Zeitschrift **DIE BAUTECHNIK** Fachschrift für das gesamte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

12. Jahrgang | BERLIN, 31. März 1939 | Heft 7

Über Versuche mit genieteten Brückenträgern zur Bestimmung der Teilnahme der Fahrbahnkonstruktion an der Kraftübertragung.

Von **Otto Graf.**

Bei der Entwicklung der stählernen Tragwerke ist im Laufe der Zeit mehr und mehr der Umstand beachtet worden, daß die Tragwerke als Ganzes zu beurteilen und zu bemessen sind.

Das Verhalten von Tragwerken neuerer Art ist zuletzt in Heft 9 der Berichte des Deutschen Ausschusses für Stahlbau erörtert worden. Es handelt sich dort um Trägerroste mit eng liegenden Längsträgern und mit darauf abgestimmten Querträgern sowie um weite Trägerroste mit Buckelblechen.

Konsolen für die 12 cm hohen Fahrbahnlängsträger waren in 1000 mm Abstand angebracht.

Der Träger nach Bild 1 bis 4 ist nach seiner Prüfung zu einem Doppelträger nach Bild 5 bis 9 verwendet worden. Die beiden Hauptträger waren gleich; die Breite der Fahrbahn wurde dadurch verdoppelt; der Abstand der beiden Träger betrug demgemäß 1100 mm. — Jeder Träger wurde nach Bild 10 an vier Stellen über den Stegblechversteifungen belastet, beim Doppelträger demgemäß an insgesamt acht Stellen.

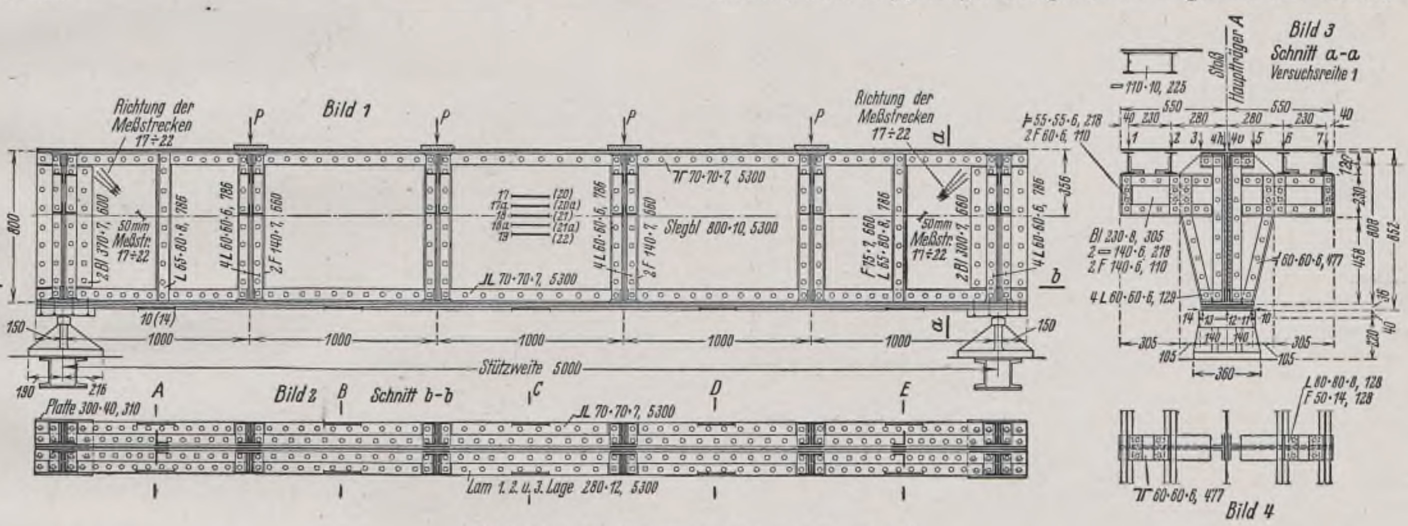


Bild 1 bis 4. Träger zu Versuch I und II.

Im folgenden wird über Versuche mit genieteten Trägern berichtet, an denen festzustellen war, inwieweit die zugehörige Fahrbahn an der Kraftübertragung teilnimmt, wenn die Fahrbahn in der Druckzone oder in der Zugzone des Trägers liegt[1]).

Die Versuche wurden auf Anregung des Vorsitzenden des Deutschen Ausschusses für Stahlbau, Herrn Geh. Baurat Ministerialrat Professor Dr.-Ing. ehr. Schaper, und im Auftrage der Firma B. Seibert G. m. b. H. in Saarbrücken ausgeführt. Der Versuchsplan entstand in Besprechungen mit Herrn Oberingenieur Erdmann und Herrn Dipl.-Ing. Winckel. Die Herstellung der Versuchskörper geschah durch die Firma B. Seibert G. m. b. H. Die Ausführung der Versuche erfolgte im Institut für die Materialprüfungen des Bauwesens an der Technischen Hochschule Stuttgart. Die Versuchsarbeiten besorgte Herr Ingenieur Hermann Schmid; außerdem war Herr Dipl.-Ing. Rothmund an diesen Arbeiten beteiligt.

1. Versuchskörper und Arbeitsplan.

Der Versuchskörper war zunächst ein Balken nach Bild 1 bis 4. Der Träger war 5300 mm lang und 852 mm hoch; der Zuggurt bestand aus drei Lamellen, je 12 mm dick und 280 mm breit; der Druckgurt besaß eine 8 mm dicke und 280 mm breite Lamelle und darüber das 8 mm dicke Blech der Fahrbahn. Das Fahrbahntragwerk war 1100 mm breit; diese Breite war gleich $\frac{1100}{5000} = \frac{1}{4{,}5}$ der Spannweite des Trägers. Die

Der Träger nach Bild 1 bis 4 ist zuerst so geprüft worden, daß das Fahrbahntragwerk in der Druckzone lag, nachher umgekehrt, so daß das Fahrbahntragwerk in der Zugzone lag. Beim Tragwerk nach Bild 5 bis 9 blieb die Fahrbahn in der Druckzone. Bild 11 zeigt den Träger nach Bild 1 bis 4 beim Versuch mit der Fahrbahn in der Druckzone; Bild 12 gilt für den Fall, daß die Fahrbahn in der Zugzone liegt.

Durch die Messung von Dehnungen[2]) und Einsenkungen war festzustellen, inwieweit das Fahrbahntragwerk an der Kraftübertragung teilnimmt. Dabei wurde von vornherein angenommen, daß das Ergebnis der Prüfung der genieteten Tragwerke auch für gleichartige geschweißte Tragwerke insoweit gelten wird, als das Zusammenwirken der Fahrbahn und des Hauptträgers bei geschweißten Tragwerken nicht geringerwertig, sondern eher höherwertig sein wird.

2. Prüfung des Tragwerks nach Bild 1 bis 4.

Die Prüfung des Trägers erfolgte unter den Lasten $P = 80$ t und $P = 160$ t, wobei an den in Bild 10 angegebenen vier Laststellen jeweils $\frac{P}{4}$ wirkte.

Gemessen wurden die Dehnungen auf den in Bild 1, 2 und 5 durch starke Striche und durch Zahlen hervorgehobenen 200 mm langen Strecken

[1]) Vgl. auch Eiselin, Bautechn. 1938, Heft 4, S. 41 u. f., sowie Heft 16, S. 205 u. f.; ferner Winckel, Bautechn. 1938, Heft 9, S. 116; auch Krabbe, Bautechn. 1938, Heft 27, S. 360.

[2]) Die Messung geschah mit einem Setzdehnungsmesser, Bauart MPAB-Leich, vgl. Heft 9 der Berichte des Deutschen Ausschusses für Stahlbau, S. 3. Die Meßstrecke liegt 0,6 bis 1 mm unter der Fläche, an der das Instrument angesetzt wird.

Bild 5

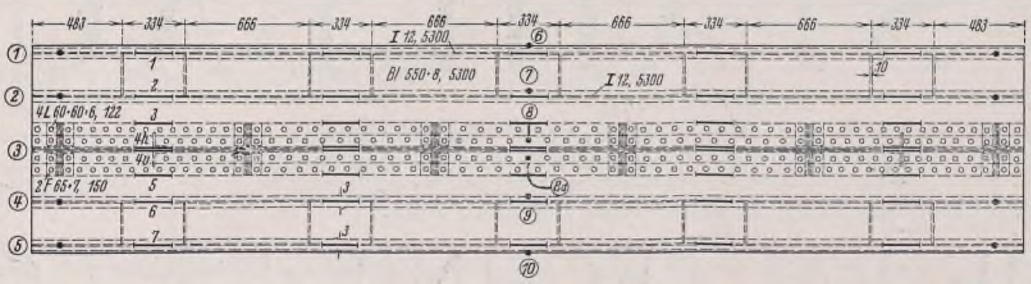


Bild 6

Bild 7

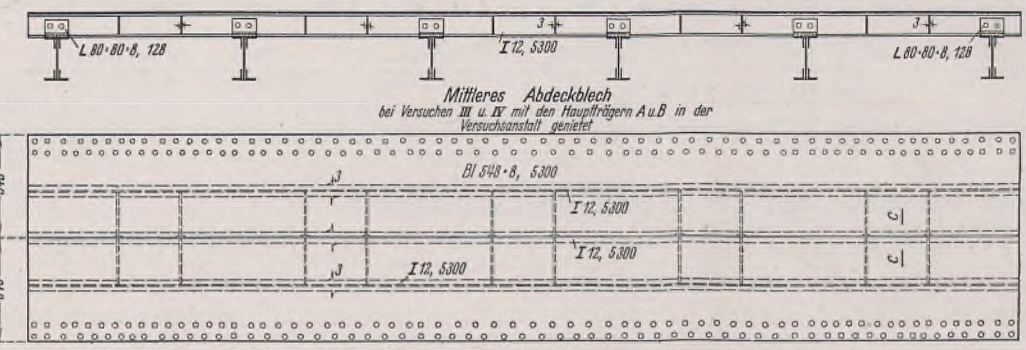


Bild 8 Schnitt a-a Versuchsreihe 2

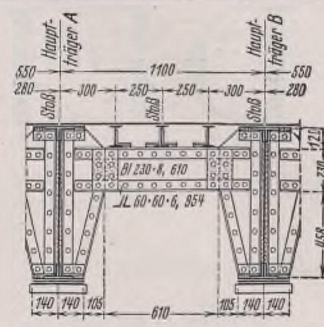


Bild 5 bis 8. Träger zu Versuch III und IV.

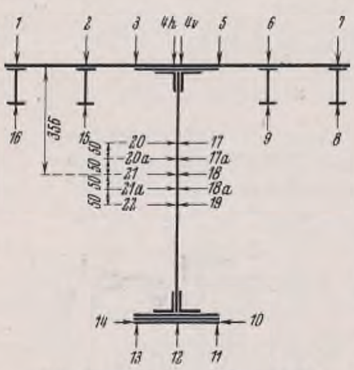


Bild 13. Versuch I und II.

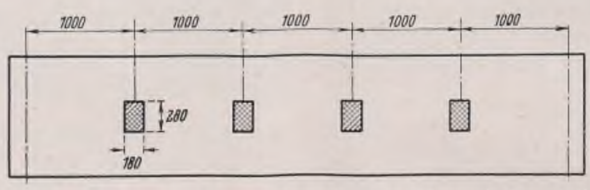


Bild 10. Verteilung der Laststellen bei Versuch I und II.

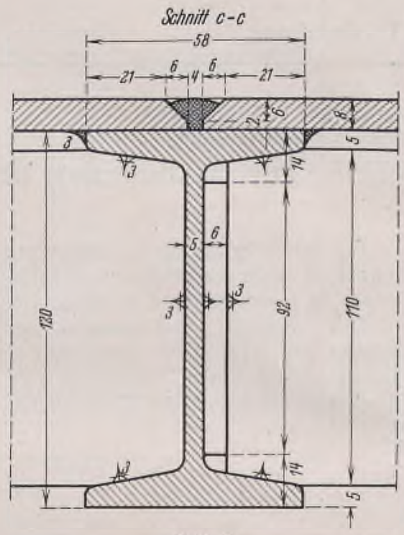


Bild 9.

bei A, B, C, D und E in der Mitte der Trägerfelder; außerdem waren am Stegblech in der Mitte des Balkens nahe der Nullinie die waagerecht angeordneten Strecken 17, 17a usw. gemäß Bild 13 gewählt; in den Endfeldern sind auf der Höhe der rechnungsmäßigen Nullinie die schräg angeordneten Strecken 17 bis 22 verfolgt worden; dort waren die Meßstrecken 50 mm lang.

Die Ergebnisse der Versuche finden sich in Zahlentafel 1.

a) Daraus seien zunächst die Zahlenreihen vom Versuch I (Fahrbahn in der Druckzone) besprochen.

Die Längenänderungen auf dem Blech der Fahrbahn sind hiernach in allen Querschnitten über dem Steg des Trägers am größten ausgefallen; sie wurden gegen den Rand der Fahrbahn kleiner. Dieses Ergebnis war zu erwarten[5]). Wesentlich ist dabei der Unterschied der Formänderungen über dem Steg und am Rand. Nimmt man das Mittel der Längenänderungen in den am Rand gelegenen Strecken 1 und 7 sowie in den mittleren Strecken $4v$ und $4h$, so ergibt sich folgendes unter $P = 160$ t:

Meßstrecken	Dehnungen bei 1 und 7	Dehnungen bei $4v$ und $4h$
	$^1/_{100}$ mm je m	
im Querschnitt A	12	— 16
„ „ B	32	— 34,5
„ „ C (Mitte)	38	— 44
„ „ D	30,5	— 34,5
„ „ E	9	— 12,5

In den nahe den Enden gelegenen Querschnitten A und E waren die Unterschiede der Längenänderungen über dem Steg von denen am Rand verhältnismäßig am größten, wie zu erwarten stand. Am wichtigsten ist, daß die Unterschiede der Längenänderungen in der Mitte des Trägers über dem Steg gegenüber denen am Rand nicht bedeutend sind; das Weniger am Rand betrug $\frac{44-38}{44} \cdot 100 = 14\%$.

[5]) Vgl. auch Heft 122 u. 123 sowie Heft 254 der Mitteilungen über Forschungsarbeiten, herausgegeben vom Verein deutscher Ingenieure; außerdem Handbuch für Eisenbetonbau, 1. Band, 4. Aufl., S. 118 bis 127.

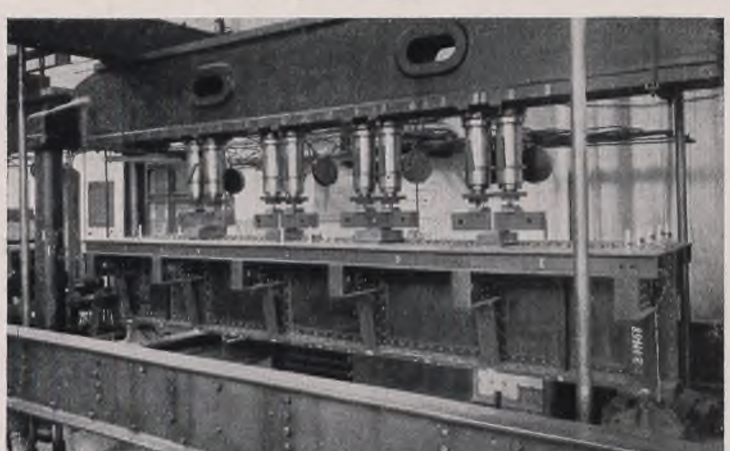


Bild 11. Versuch I.

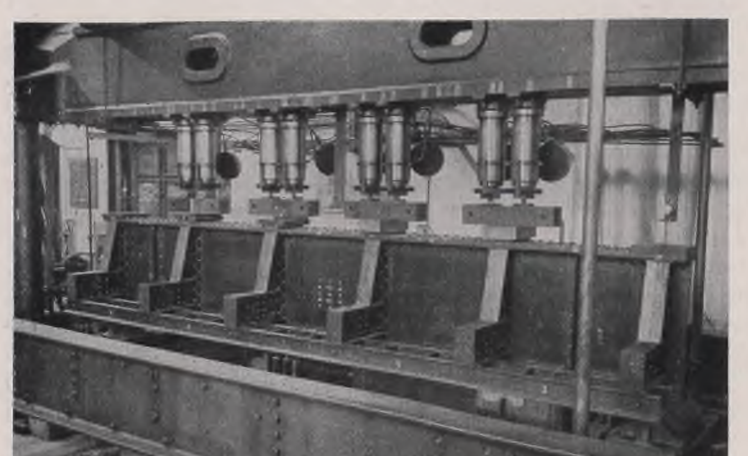


Bild 12. Versuch II.

Zahlentafel 1. Versuche mit dem Träger nach Bild 1 bis 4.

Längenänderungen in $^1/_{100}$ mm/m auf die Länge $l = 200$ mm bzw. $l = 50$ mm.

Belastung	Meßstrecken																										
t	1	2	3	4h	4v	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	17a	18	18a	19	20	20a	21	21a	22
a) Versuch I. Fahrbahn in der Druckzone.																											
Querschnitt *A*.																											
80	−4	−7	−7	−7	−7	−8	−7	−6	−1	−3	+15	+11	+11	+16	+9	0	0	+32[1]		+20[1]		+24[1]	+36[1]		+32[1]		+28[1]
160	−11	−15	−16	−16	−16	−16	−15	−13	−5	−8	+20	+19	+20	+24	+20	−4	−3	+72[1]		+60[1]		+64[1]	+48[1]		+48[1]		+56[1]
Querschnitt *B*.																											
80	−17	−17	−16	−16	−17	−16	−17	−15	−7	−7	+26	+22	+26	+17	+23	−5	−5										
160	−32	−32	−33	−35	−34	−32	−32	−32	−15	−14	+52	+50	+48	+43	+47	−12	−10										
Querschnitt *C*.																											
80	−18	−19	−22	−22	−22	−21	−19	−19	−10	−8	+33	+33	+34	+26	+22	−9	−3	−7	−4	+1[2]	+1	+3	−10	−7	−4[2]	+1	+2
160	−38	−39	−43	−44	−44	−42	−39	−38	−21	−10	+64	+62	+64	+51	+48	−16	−8	−15	−10	−2	+3	+7	−20	−14	−7	−1	+6
Querschnitt C. Träger 3 mm in Richtung gegen Meßstrecke 7 gerückt.																											
160	−35	−38	−40	−41	−42	−40	−38	−35	−20	−19	+67	+67	+53	+49	+49	−11	−6	−14	−7	−4	+7	+9	−16	−12	−4	+2	+9
Querschnitt C. Träger 6 mm von der ursprünglichen Lage in Richtung gegen Meßstrecke 1 gerückt.																											
160	−36	−38	−40	−42	−41	−40	−38	−36	−19	−19	+55	+58	+56	+53	+52	−16	−12	−13	−7	−3	+4	+9	−16	−8	−5	+2	+8
Querschnitt *D*.																											
80	−16	−17	−18	−19	−17	−19	−17	−16	−6	−5	+23	+25	+24	+19	+19	−7	−1										
160	−29	−32	−35	−35	−34	−35	−32	−32	−12	−10	+52	+53	+46	+43	+41	−10	−4										
Querschnitt *E*.																											
80	−2	−5	−5	−7	−5	−6	−5	−5	0	0	+16	+14	+13	+11	+9	−1	+2	+28[1]		+28[1]		+28[1]	+20[1]		+20[1]		+36[1]
160	−8	−10	−11	−14	−11	−22	−11	−10	−3	−5	+25	+21	+22	+22	+20	−1	+1	+48[1]		+52[1]		+56[1]	+52[1]		+44[1]		+64[1]
b) Versuch II. Fahrbahn in der Zugzone.																											
Querschnitt *A*.																											
80	+5	+7	+9	+11	+9	+8	+6	+5	+1	+2	−7	−9	−8	−9	−8	+2	+2	−20[1]		−28[1]		−32[1]	−32[1]		−32[1]		−28[1]
160	+12	+14	+18	+20	+20	+20	+15	+13	+2	+5	−15	−16	−17	−17	−16	+4	+4	−56[1]		−64[1]		−68[1]	−60[1]		−56[1]		−52[1]
Querschnitt *B*.																											
80	+16	+15	+16	+17	+17	+16	+17	+13	+3	+4	−25	−19	−24	−26	−24	+4	+3										
160	+33	+35	+35	+38	+32	+35	+34	+31	+9	+11	−42	−44	−45	−48	−46	+9	+11										
Querschnitt *C*.																											
80	+21	+22	+21	+23	+21	+21	+22	+21	+6	+8	−27	−27	−28	−28	−28	+8	+6	+9	+3	0	−3	−4	+9	+7	+1	−2	−6
160	+40	+41	+43	+44	+45	+44	+40	+38	+15	+19	−53	−55	−54	−57	−55	+16	+15	+12	+7	+1	−6	−12	+13	+8	−1	−7	−13
Querschnitt *D*.																											
80	+15	+16	+17	+17	+17	+13	+16	+15	+4	+4	−24	−23	−23	−23	−24	+5	+5										
160	+29	+33	+35	+37	+36	+35	+32	+33	+7	+11	−46	−42	−44	−47	−47	+14	+11										
Querschnitt *E*.																											
80	+4	+8	+9	+9	+9	+9	+7	+4	+1	+1	−9	−9	−9	−9	−9	+2	+1	−32[1]		−28[1]		−28[1]	−28[1]		−20[1]		−28[1]
160	+10	+13	+13	+17	+19	+20	+16	+11	+2	+5	−15	−15	−15	−18	−17	+6	+4	−52[1]		−52[1]		−48[1]	−60[1]		−60[1]		−72[1]

[1] Wegen der Lage der Meßstrecken 17 bis 22 bei den Querschnitten *A* und *E* vgl. Bild 1. — Meßlänge $l = 50$ mm. — Meßstrecken 17 und 20 um 50°, 18 und 21 um 45°, 19 und 22 um 40° gegen die Horizontale geneigt.

[2] Die Meßstrecken 18 bzw. 21 im Querschnitt *C* liegen in Höhe der rechnerischen Nullinie, 17, 17a u. f. liegen entsprechend Bild 1 bzw. 13 um 50 und 100 mm höher oder tiefer als diese.

Rechnet man die Anstrengung auf dem Fahrbahnblech unter der Annahme, daß im Träger nach Bild 1 bis 4 die vier Fahrbahnlängsträger und das Fahrbahnblech voll mitwirken und vergleicht diese Zahlen mit dem Ergebnis des Versuchs derart, daß $E = 2\,100\,000$ gesetzt wird, und daß angenommen wird, die gemessenen Formänderungen seien nur federnde, so ergibt sich folgendes:

Meßstrecken	Druckanstrengungen in kg/cm²		
	gerechnet	gemessen am Rand	gemessen über dem Steg
im Querschnitt *A*	277	252	336
„ „ *B*	692	672	724
„ „ *C* (Mitte)	830	798	924
„ „ *D*	692	640	724
„ „ *E*	277	189	262

Man sieht hieraus, daß die gemessenen Anstrengungen über dem Steg die rechnerischen in der Regel überschreiten; am Rand der Fahrbahn sind umgekehrt die gemessenen Anstrengungen etwas kleiner, als die Rechnung ergibt.

Setzt man voraus, daß die Fahrbahnträger an der Kraftübertragung nicht teilnehmen, auch das Fahrbahnblech nur auf die Gurtbreite mitwirkt, so wird die rechnerische Anstrengung im Querschnitt *C* auf der Druckseite $\sigma = 1684$ kg/cm², also viel größer, nämlich etwa zweimal so groß als die gemessene.

Die Längenänderungen auf den Strecken 11 bis 13 an der unteren Fläche des Zuggurts sind deutlich verschieden entstanden, vermutlich, weil die Lamellen des Zuggurts durch die Nietung unvermeidlich örtlich etwas verbogen wurden, auch andere Abweichungen vom Sollzustand in üblichen Grenzen hinzunehmen waren. Durch eine seitliche Verschiebung des Trägers um 6 mm wurde erreicht, daß die Anstrengung des Zuggurts über seine Breite weniger unterschiedlich wurde, ohne daß die Verteilung der Anstrengung auf der Fahrbahn geändert wurde, vgl. in Zahlentafel 1 beim Versuch I unter a.

Die Meßstrecken 10 und 14, Bild 13, liegen 5 mm höher als die Strecken 11 bis 13. Die bei 10 und 14 gemessenen Längenänderungen liegen nahe beim Durchschnitt der Werte von den Strecken 11 bis 13.

Die Anstrengungen im Zuggurt betrugen unter $P = 160$ t:

Bei den Meßstrecken	nach der Rechnung kg/cm²	nach dem Mittel der Längenänderungen der Strecken 11 bis 13 kg/cm²
im Querschnitt *A*	386	441
„ „ *B*	966	987
„ „ *C*	1159	1239
„ „ *D*	966	987
„ „ *E*	386	462

Hiernach sind die gemessenen Anstrengungen größer ausgefallen als die gerechneten, und zwar im Querschnitt *E* um + 20%, im Querschnitt *C* (Mitte) um + 7%. Der Unterschied ist am Trägerende am größten, wie zu erwarten stand[4]). Der Unterschied entstand im wesentlichen durch den schon beschriebenen Umstand, daß die Fahrbahnplatte nach den Rändern hin weniger beansprucht wird als über dem Steg. Damit wird die Nullinie im Steg unter die rechnerische Nullinie gerückt. Nach den Messungen auf den in Bild 13 angegebenen Meßstrecken des Steges lag die Nullinie beim Versuch I 38,0 cm unter der oberen Trägerfläche; nach der Rechnung ist dieser Abstand der Nullinie gleich 35,6 cm.

b) Die Ergebnisse des Versuchs II, Fahrbahn in der Zugzone, finden sich in Zahlentafel 1 unter b. Hiernach betrugen unter $P = 160$ t:

Bei den Meßstrecken	Dehnungen bei 1 und 7	Dehnungen bei 4 *v* und 4 *h*
	¹/₁₀₀ mm je m	
im Querschnitt *A*	+ 12,5	+ 20
„ „ *B*	+ 32	+ 35
„ „ *C*	+ 39	+ 44,5
„ „ *D*	+ 31	+ 36,5
„ „ *E*	+ 10,5	+ 18

In den Querschnitten *B*, *C* und *D* sind — wie es sein soll — fast die gleichen Dehnungen aufgetreten wie beim Versuch I, als die Platte in der Druckzone lag. In den Querschnitten *A* und *E* wurden diesmal bei 4 *v* und 4 *h* etwas größere Dehnungen festgestellt. Im übrigen gilt hierfür das zum Versuch I Gesagte.

4) Er wird in der Trägermitte noch kleiner werden als hier, wenn längere Träger untersucht werden.

Zahlentafel 2. Versuch III mit dem Tragwerk nach Bild 5 bis 8. Acht Einzellasten über den Trägern (vgl. Bild 14). Längenänderungen in ¹/₁₀₀ mm/m auf die Meßlänge 200 mm.

Belastung t	Meßstrecken 1	2	3	4 *h*	4 *v*	5	6	7	8 *h*	8 *v*	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
Querschnitt *A*.																														
80	−2	−2	−2	−2	−3	−3	−3	−2	−2	−2	−2	−2	−2	−3	−1	+6	+4	+7	+6	+4	−2	−2	−2	+7	+6	+7	+8	+8	−2	−2
160	−4	−5	−6	−6	−7	−7	−7	−6	−5	−5	−6	−5	−4	−2	−2	+12	+11	+12	+11	+11	−4	−2	−2	+11	+11	+12	+13	+14	−3	−2
Querschnitt *B*.																														
80	−7	−7	−8	−8	−9	−8	−8	−8	−8	−9	−8	−8	−8	−1	−1	+17	+16	+14	+12	+12	−2	−3	−2	+15	+14	+14	+13	+15	−2	−2
160	−14	−16	−16	−17	−18	−16	−15	−17	−17	−19	−17	−16	−15	−6	−6	+27	+28	+23	+20	+23	−6	−6	−5	+23	+21	+24	+25	+27	−7	−5
Querschnitt *C*.																														
80	−8	−8	−8	−10	−9	−9	−9	−9	−9	−8	−8	−8	−8	−3	−5	+15	+17	+17	+17	+14	−2	−3	−5	+14	+14	+15	+15	+17	−3	−3
160	−18	−18	−20	−21	−20	−19	−19	−19	−21	−19	−19	−17	−17	−6	−10	+29	+32	+31	+29	+30	−7	−9	−9	+27	+26	+29	+28	+30	−6	−7
Querschnitt *D*.																														
80	−7	−7	−8	−8	−8	−8	−7	−9	−8	−8	−8	−7	−7	−1	−1	+14	+12	+13	+12	+14	−3	−5	−3	+15	+11	+11	+12	+12	−4	−3
160	−14	−17	−18	−17	−17	−17	−16	−18	−18	−17	−18	−17	−16	−5	−5	+24	+24	+27	+24	+24	−4	−6	−5	+24	+21	+20	+24	+20	−6	−5
Querschnitt *E*.																														
80	−2	−1	−3	−2	−3	−2	−2	−2	−3	−3	−3	−3	−2	−2	−2	+7	+6	+8	+8	+6	−2	−1	−2	+7	+5	+9	+7	+5	−1	−1
160	−5	−5	−6	−6	−7	−7	−6	−7	−8	−7	−7	−7	−5	−3	−4	+11	+10	+13	+15	+11	−4	−3	−4	+11	+12	+11	+11	+12	−2	−3

Belastung t	Meßstrecken 29	38	39	48	30	37	40	47	31	36	41	46	32	35	42	45	33	34	43	44
Querschnitt *C*.																				
80	−3	−4	−4	−4	−4	−1	−3	−3	−1	−1	−1	−1	0	0	+2	+1	+1	+1	+2	+2
	Mittel −3,75				−2,75				−1,0				+0,75				+1,5			
160	−9	−6	−9	−9	−6	−4	−8	−5	−3	−1	−4	−1	0	+1	+1	+1	+3	+2	+4	+3
	Mittel −8,25				−5,75				−2,25				+0,75				+3,0			

Zahlentafel 3. Versuch IV mit dem Tragwerk nach Bild 5 bis 8.
Acht Einzellasten über den Trägern, eine Einzellast in der Mitte der Fahrbahn (vgl. Bild 14).
Längenänderungen in $^1/_{100}$ mm/m auf die Meßlänge $l = 200$ mm in den Querschnitten B, C und D.

Belastung t	Meßstrecken 1	2	3	4h	4v	5	6h	6	6v	7	8h	8v	9	10	11	12	13	19	20	21	27	28
										Querschnitt B.												
8						+ 1		+ 2		+ 2								− 7	− 6	− 6		
80						− 9		− 7		− 8								− 4	− 2	− 2		
80 + 8						− 8		− 7		− 7								− 9	− 10	− 9		
										Querschnitt C.												
8	0	− 1	− 1	− 2	− 2	− 6	− 13		− 15	− 6	− 2	− 2	− 1	0	0	0	0	+ 18	+ 57	+ 20	0	0
80	− 9	− 10	− 9	− 10	− 10	− 10	− 9		− 10	− 10	− 10	− 10	− 10	− 9	− 9	− 2	− 3	− 2	− 3	− 2	− 2	− 2
80 + 8	− 9	− 11	− 11	− 12	− 13	− 17	− 24		− 23	− 16	− 13	− 14	− 11	− 10	− 10	− 3	− 4	+ 14	+ 53	+ 16	− 3	− 3
										Querschnitt D.												
8						+ 1		+ 1		+ 1								− 7	− 6	− 6		
80						− 8		− 7		− 7								− 5	− 4	− 4		
80 + 8						− 7		− 7		− 7								− 9	− 10	− 9		

In der Druckzone (Meßstrecken 10 bis 14) ist für $P = 160$ t als Mittel aus den Dehnungen der Strecken 11, 12 und 13 folgendes ermittelt worden:

Querschnitt A — 16,7 $^1/_{100}$ mm je m, entsprechend $\sigma =$ 351 kg/cm²,
„ B — 45,7 $^1/_{100}$ „ „ „ „ $\sigma =$ 960 „ ,
„ C — 55,3 $^1/_{100}$ „ „ „ „ $\sigma =$ 1161 „ ,
„ D — 44,3 $^1/_{100}$ „ „ „ „ $\sigma =$ 930 „ ,
„ E — 16 $^1/_{100}$ „ „ „ „ $\sigma =$ 336 „ ,

gegenüber + 21, + 47, + 59, + 47,3, + 21,7 $^1/_{100}$ mm je m auf denselben Strecken bei Versuch I.

Im ganzen ergibt sich aus den Versuchen I und II, daß die Widerstandsfähigkeit des Trägers nach Bild 1 bis 4 in der Mitte nur wenig unter der rechnerischen blieb. Die gemessenen Anstrengungen waren bei $P = 160$ t im Querschnitt C (Trägermitte)

	in der Achse der Fahrbahnplatte	im anderen Trägergurt
bei Versuch I um . . .	11%	7 %
bei Versuch II um . . .	13%	0,2%

größer als die gerechneten; am Plattenrand blieben die Anstrengungen etwas kleiner als die gerechneten. Die Erörterung der weiteren Ergebnisse der Dehnungsmessungen ist für später vorbehalten. Über die Einsenkungen des Trägers wird unter 4 berichtet.

3. Prüfung des Tragwerks nach Bild 5 bis 8.

Die Prüfung erfolgte zunächst wieder mit vier Lasten auf jedem Träger, zusammen an acht Stellen, mit $P = 80$ t und 160 t (Versuch III). Die Lasten wirkten an den in Bild 14 gezeichneten acht Stellen, je mit 10 bzw. 20 t. Die zugehörige Einrichtung ist in Bild 15 dargestellt.

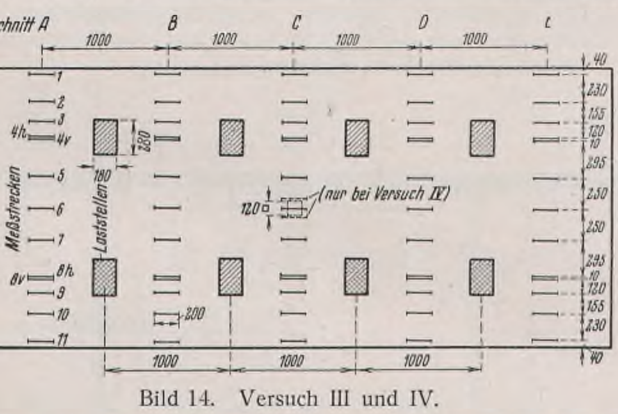


Bild 14. Versuch III und IV.

Dann folgte Versuch IV, wieder mit den acht Lasten von Versuch III, jedoch nur mit $P = 80$ t; dazu trat jetzt in der Mitte der Fahrbahn, also zwischen den Trägern, eine weitere Last von 8 t, entsprechend einer hohen Radlast.

Gemessen wurden die Dehnungen auf den in Bild 14 u. 16 durch Striche und Pfeile bezeichneten Meßstrecken 1 bis 44 in den Querschnitten A, B, C, D und E.

Die Ergebnisse des Versuchs III finden sich in Zahlentafel 2, diejenigen des Versuchs IV in Zahlentafel 3.

a) Versuch III. Zahlentafel 2 zeigt, daß die Dehnungen auf den Meßstrecken 1 bis 11, also auf der Fahrbahn, vgl. Bild 16, wenig verschieden ausgefallen sind. Die Verkürzungen sind zwar an den Rändern deutlich kleiner geblieben als in der Mitte zwischen den Trägern. Die Mitwirkung der Fahrbahn zwischen den Hauptträgern war jedoch weitergehend als in ihren freien äußeren Teilen. Die Anstrengungen betrugen im Querschnitt C unter $P = 160$ t

nach der Rechnung . . . . 426 kg/cm²,
nach der Messung an den Plattenrändern 367 „ ,
über dem Steg . . . . 424 „ ,

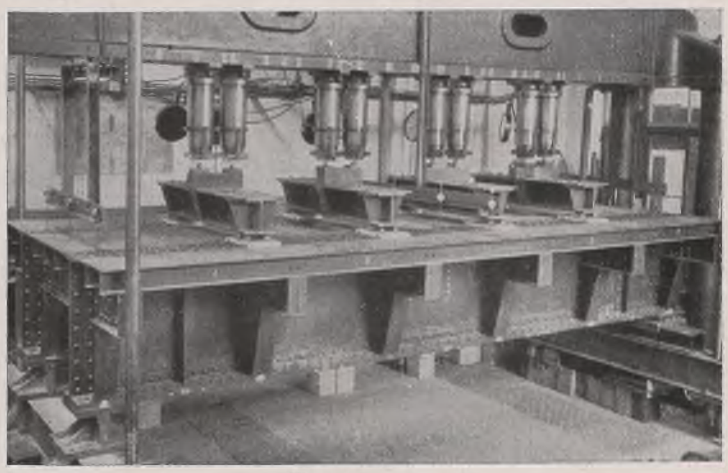


Bild 15.

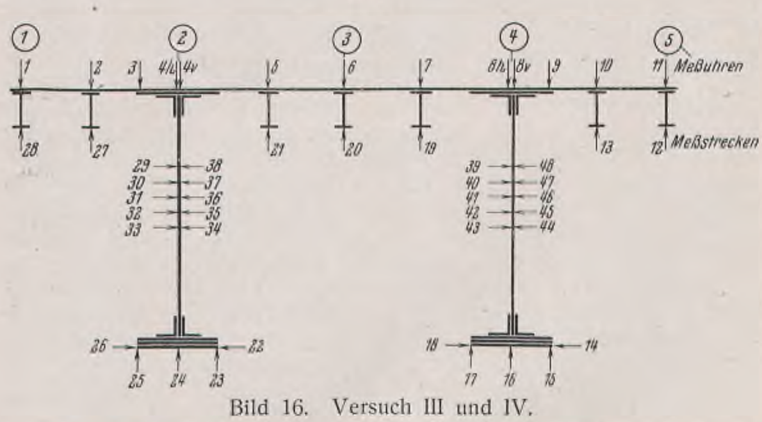


Bild 16. Versuch III und IV.

Hiernach sind diesmal die gemessenen Anstrengungen über dem Steg fast genau so groß ausgefallen wie die gerechneten.

An der unteren Fläche der Fahrbahnträger entstanden im Querschnitt C unter $P = 160$ t Dehnungen von — 6 bis — 10 $^1/_{100}$ mm je m, entsprechend $\sigma = -126$ bis -210 kg/cm². Das Tragwerk war also so gebaut, daß die Träger durch die Belastung der Hauptträger nur auf Druck beansprucht wurden.

In der Zugzone des Tragwerks entstanden auf den Strecken 15 bis 17 und 23 bis 25 Dehnungen von 30,7 bzw. 27,7 $^1/_{100}$ mm je m, entsprechend $\sigma = 645$ und 582 kg/cm². Die Rechnung liefert 577 kg/cm². Beim Versuch

waren demnach die Anstrengungen um 12 bzw. 0,9%, im Mittel um 6%, größer als nach der Rechnung. Die Nullinie lag beim Versuch III bei $P = 160$ t 39,9 cm unter der Fahrbahnfläche; nach der Rechnung beträgt dieser Abstand 36,2 cm.

b) Versuch IV. Zahlentafel 3 enthält die Ergebnisse der Dehnungsmessungen. Die wichtigsten Feststellungen sind in Bild 17 zeichnerisch dargestellt, gültig für vier Lasten von 10 t auf jedem Träger und einer Einzellast von 8 t auf der Mitte der Fahrbahn.

Hieraus geht zunächst hervor, daß die Einzellast von 8 t eine Biegeanstrengung des unmittelbar belasteten Trägers von 1197 kg/cm² hervorrief. Mit der Belastung der Hauptträger ist die Anstrengung des Trägers unter der Einzellast auf 1113 kg/cm² zurückgegangen. Die Druckanstrengung an der oberen Fahrbahnfläche wurde demnach, gemessen parallel den Balken, mit der Einzellast kleiner, wie zu erwarten stand. Außerdem zeigt Bild 17, daß die Einzellast $P = 8$ t zu einem erheblichen Teil von den benachbarten Längsträgern mitgetragen wurde. Die Rechnung ergibt dazu, daß der unmittelbar belastete Träger eine Anstrengung von 2500 kg/cm² erfahren würde, wenn er allein wäre, also das Deckblech fehlte.

4. Über die Durchbiegungen der Tragwerke nach Bild 1 bis 8.

Die Durchbiegungen wurden an den in Bild 5 durch Kreise bezeichneten Stellen durch Messung der senkrechten Bewegungen gegenüber der Maschine und unter Beobachtung der Formänderung der Maschine gemessen. In anderen Fällen wurden die Einsenkungen unmittelbar mit hochwertigen Nivellier-Instrumenten ermittelt. Für unsere Darlegungen sind nur die Einsenkungen herangezogen, welche am Zuggurt mit den Nivellier-Instrumenten festgestellt wurden. Diese Versuchswerte sind mit der rechnerischen Durchbiegung verglichen worden, die sich als Summe der Durchbiegung aus den Normalspannungen und der Durchbiegung infolge der Schubspannungen ergibt[5]). Dabei ist das Verhältnis m der Längsdehnung zur Querdehnung zu $3^1/_3$ eingeführt worden; die Versteifungen des Stegblechs blieben wie üblich unberücksichtigt. Es fand sich dann für den Belastungsfall des Versuchs I und II unter $P = 160$ t

a) die Durchbiegung nach dem Versuch zu 4,57 mm,

b) die Durchbiegung nach der Rechnung zu 4,78 mm;

für den Belastungsfall des Versuchs III unter $P = 160$ t

a) die Durchbiegung nach dem Versuch zu 2,48 mm,

b) die Durchbiegung nach der Rechnung zu 2,43 mm.

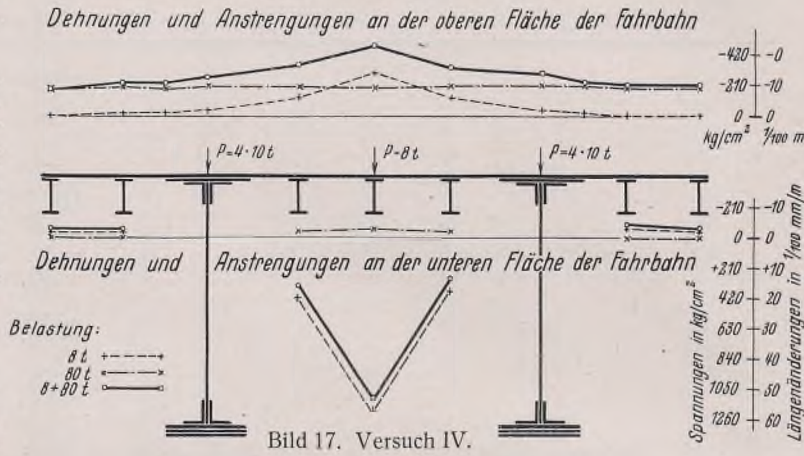


Bild 17. Versuch IV.

5. Schlußbemerkung.

Aus den beschriebenen Versuchen ergibt sich für den Bereich, der durch diese Versuche gedeckt erscheint, folgendes:

a) Die Widerstandsfähigkeit der Tragwerke nach Bild 1 bis 4 und nach Bild 5 bis 8 war nur wenig kleiner als die Rechnung angibt, welche die volle Mitwirkung der Fahrbahnträger und des Fahrbahnblechs in der Druck- oder Zugzone des Tragwerks annimmt. Im Falle des Tragwerks nach Bild 5 bis 8 blieb der Unterschied unerheblich.

b) Die Einzellasten in der Anordnung nach Bild 14 u. 16 wurden gemäß Bild 17 zu einem erheblichen Teil von den Nachbarträgern mitgetragen. Weiteres vgl. unter 3 sowie in Heft 9 der Berichte des Deutschen Ausschusses für Stahlbau.

[5]) Vgl. C. Bach u. R. Baumann, Elastizität und Festigkeit, 9. Aufl., § 52; ferner E. Mörsch, Der durchlaufende Träger, 2. Aufl., S. 6 u. f.

Flachblechfahrbahn als Hauptträgergurtung von Stahlbrücken.

Von W. Winckel, Saarbrücken.

In Heft 9 der Bautechn. 1938 wurde in einer Zuschrift auf einen Brückenentwurf mit als Hauptträgergut wirkender Fahrbahn hingewiesen, der bereits im Jahre 1936 entwickelt worden war und für den seit Oktober 1937 in der Materialprüfungsanstalt der Technischen Hochschule Stuttgart Versuche durchgeführt wurden. Nachdem diese Versuche nunmehr abgeschlossen sind, wird nachstehend über den besagten Entwurf sowie über Durchführung und Ergebnis der Versuche berichtet.

Um bei Brücken Material einzusparen, ist man bestrebt, die tote Last zu vermindern. In den letzten Jahren wurde deshalb eine Reihe von Leichtfahrbahnen entwickelt, die durchweg eine geschlossene, in irgendeiner Form ausgesteifte Blechabdeckung aufweisen. Von den zahlreichen, in den Fachzeitschriften bekanntgewordenen Konstruktionen seien in diesem Zusammenhang der Flachblechrost von Schaper[1]) und das versteifte Tonnenblech nach Schaechterle[2]) erwähnt. Manche der vorgeschlagenen Fahrbahnen haben sich allerdings als unwirtschaftlich herausgestellt, sei es, daß für ihre Herstellung ein unverhältnismäßig hoher Aufwand an Werkstattarbeit notwendig ist oder daß sie eine Materialmenge erfordern, welche die bei den Hauptträgern erzielte Gewichtsersparnis wieder aufzehrt. Weiterhin wird im Brückenbau mit demselben Ziel der Materialersparnis von der lastverteilenden Wirkung biegefest verbundener Trägersysteme, sogenannter Roste, Gebrauch gemacht.

In Bild 1 ist ein Querschnitt für Straßen- und insbesondere Autobahnbrücken dargestellt, bei dem die beiden obenerwähnten Konstruktionsformen angewandt sind, der aber darüber hinaus noch als weiteres Merkmal das Fehlen von besonderen Hauptträger-Obergurten aufweist. Bei dem Entwurf bildet nämlich die Fahrbahn mit ihren sämtlichen längslaufenden Querschnittsflächen, d. h. Abdeckblech und Längsträgern, den Obergurt des Haupttragwerks. Die Verbindung des Abdeckblechs mit den Stegblechwänden erfolgt durch Vernietung mit der Obergurtkopfplatte und den Gurtwinkeln. Das Abdeckblech selbst ist aus Montagegründen über den Hauptträgerwänden sowie in Überbaumitte gestoßen. Die Längsträger sind durch Nietung oder Schweißung an das Abdeckblech geheftet. Die über das Abdeckblech hinausragenden Konstruktionsteile, Aufkantungen, Geländer usw. gehören nicht zu der Haupttragkonstruktion und werden deshalb öfter ohne feste Stoßdeckung unterbrochen. Es ist ein Abstand der Querträger von etwa 4 m zugrunde gelegt, wobei jeder zweite die dargestellte Ausbildung als Querrahmen erhält. (Die in der Abbildung gewählte Form des Querträgers hat für den Entwurf selbst keine Bedeutung, sie erscheint lediglich bei der großen Stegblechhöhe und dem geringen Hauptträgerabstand zur Erreichung einer steifen Verbindung zweckmäßig.)

Zur statischen Erfassung dieser Konstruktion wird die Annahme gemacht, daß der gesamte Querschnitt als einheitliches Ganzes wirkt. Insbesondere wird vorausgesetzt:

1. Die aus der Biegebeanspruchung der Hauptträger auftretenden Zug- oder Druckspannungen im Obergurt verteilen sich gleichmäßig auf die Gesamtbreite der Fahrbahn.
2. Die geradlinige Abnahme dieser Biegespannungen von der äußersten Faser nach der Null-Linie des Hauptträgers zu ist auch in den Längsträgern vorhanden.

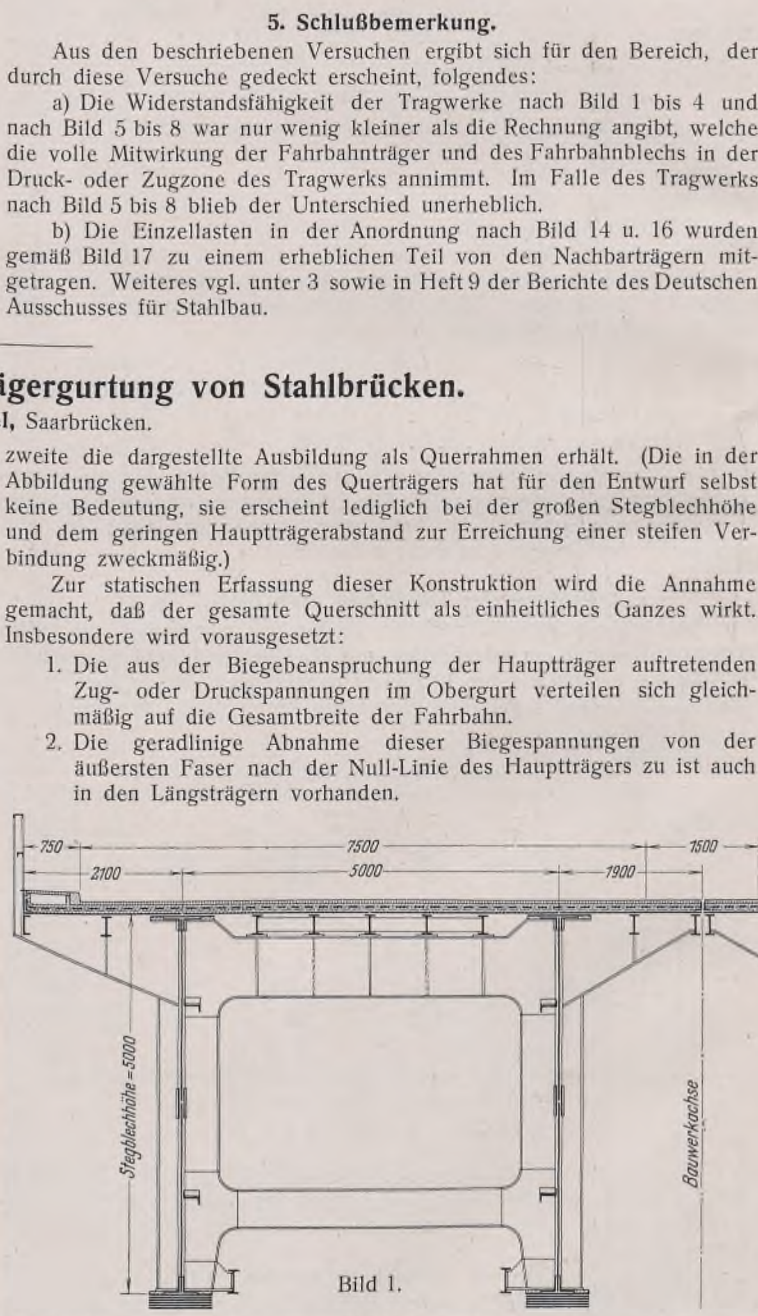


Bild 1.

Es wird also mit der vollen Mitwirkung aller Querschnittsflächenteile gerechnet. Theoretisch ist das Problem der ersten Annahme, nämlich der gleichmäßigen Verteilung der Spannungen auf die Gesamtbreite des Abdeckbleches, des öfteren, zuletzt von Chwalla im Stahlbau 1936, Heft 10, untersucht worden. Nach dieser Untersuchung ist die „voll mittragende Breite" des Gurtblechs im wesentlichen abhängig von der

[1]) Vgl. Bautechn. 1935, Heft 4.

[2]) Vgl. Bautechn. 1934, Heft 37 u. 42; 1936, Heft 18 u. 19; 43 u. 45; 1938, Heft 23/24.

Stützweite und der Belastungsart (nicht dagegen von der Blechdicke, solange keine Beulgefahr vorliegt). Für eine unendlich breite Platte findet sich hiernach die „voll mittragende Breite" zu $^1/_2$ bis $^1/_3$ der Stützweite je nach der Belastungsweise, wobei naturgemäß eine harmonische Lastverteilung günstiger ist als eine Einzellast oder wechselnde Belastung. Das tatsächlich in Frage kommende Verhältnis von halber Brückenbreite (als Plattenbreite je Hauptträger) zur Stützweite beträgt bei größeren Brücken etwa $^1/_8$ oder $^1/_{10}$, bleibt also erheblich unter der „voll mittragenden Breite" einer unendlich breiten Platte.

Die zweite Annahme, nämlich, daß auf die Höhe der Längsträger eine Verteilung der Spannungen entsprechend der Lage zur Null-Linie des Hauptträgers stattfindet, gründet sich darauf, daß die Längsträger infolge der durchgehenden, in vertikaler Richtung starren Verbindung mit den Hauptträgern deren Durchbiegungen, d. h. Dehnungen, mitmachen müssen und somit auch dieselben Biegespannungen erfahren wie die entsprechenden Teile der Hauptträgerwände mit gleicher Lage zur Null-Linie.

Wenn diese beiden Voraussetzungen für die vorliegenden Verhältnisse zutreffen, können die üblichen Berechnungsmethoden zugrunde gelegt werden. So findet sich die Lage der Null-Linie des Gesamtquerschnitts aus

$$e = \frac{\Sigma f e}{\Sigma f} = \frac{S}{F}$$

(S = statisches Moment, F = Gesamtquerschnittsfläche).

Nunmehr wird — insbesondere durch die Wahl der Dicke des Abdeckblechs — die Verteilung der Querschnittsflächen so vorgenommen, daß das Haupttragwerk einen unsymmetrischen Träger mit nach oben verschobener Null-Linie bildet. Bei Ausnutzung des Untergurtes durch die Biegebeanspruchung des Hauptträgers bis zur zulässigen Grenze wird dann die äußerste Faser des Obergurtes, d. h. das Abdeckblech, geringer beansprucht, so daß eine Spanne frei bleibt für die Beanspruchung des Bleches als Glied der Fahrbahn. Die Fahrbahnkonstruktion selbst stellt mit dem Abdeckblech und den Längsträgern einen Rost dar, wobei die Längsträger zur Vergrößerung der Lastverteilung durch eingeschweißte Querrippen untereinander verbunden sind. Der Spannungsverlauf bei einem solchen Rost ist durch theoretische Untersuchungen (z. B. von Ostenfeld) und Versuche an Modellen und Probestücken natürlicher Größe[3]) so weit geklärt, daß die Beanspruchungen erfaßt werden können.

Der Fahrbahnrost ist wegen der überwiegenden Fläche des Abdeckblechs wieder ein unsymmetrisches Tragwerk mit nach oben gerückter Neutralachse. Das Abdeckblech selbst erfährt deshalb — da nahe der Null-Linie gelegen — bei Beanspruchung der Fahrbahn auf Biegung erheblich geringere Spannungen als die Untergurtfasern der Längsträger. Schließlich wird das Abdeckblech noch als Fahrbahnhaut durch die örtlichen Lasten (Raddrücke) beansprucht. Die hierbei auftretenden Zugspannungen sind nicht sehr erheblich, da das Abdeckblech als Membrane über viele Längsträger mit geringem Abstand gespannt ist. Außerdem treten diese Zugspannungen bei der vorgeschlagenen Anordnung quer zur Brücke auf und überlagern sich somit nicht unmittelbar, sondern im zweiachsigen Spannungszustand mit den längslaufenden Biege- und Normalspannungen.

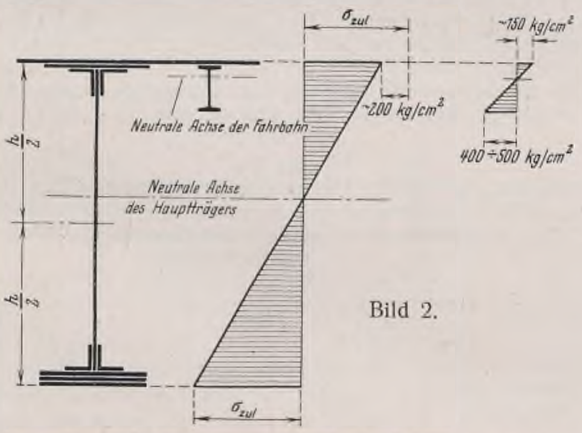


Bild 2.

Diese verschiedenen Spannungen im Abdeckblech werden nun durch entsprechende Wahl der Trägerhöhen und Verteilung der Querschnittsflächen so abgestimmt, daß das Blech als Hauptträgerglied nur mit etwa 200 kg/cm² unter σ_{zul} und als Obergurt des Fahrbahnrostes mit etwa weiteren 150 kg/cm² beansprucht wird. Bei den Längsträger-Untergurten würden in diesem Fall wegen ihrer nahen Lage an der Null-Linie die Hauptträgerbeanspruchungen eine nicht ausgenutzte Spanne von 400 bis 500 kg/cm² (je nach der Höhe der Längsträger im Verhältnis zur Hauptträgerhöhe) frei lassen, die für die Beanspruchung als Fahrbahnträger benutzt werden (vgl. Bild 2). Wenn aus konstruktiven Gründen die Fahrbahn den Untergurt so erheblich an Fläche übertrifft, daß die Neutralachse weit nach oben rückt und damit ein größerer Spannungsunterschied zwischen oberster und unterster Faser verbleibt, kann es zweckmäßig sein, im Untergurt St 52 und im Obergurt St 37 zu verwenden. Bei den hier in Frage kommenden Brücken mit größeren Stützweiten ist das Stegblech stets durch mindestens einen Stoß unterteilt, an dem der Übergang von einer zur anderen Materialqualität stattfinden kann.

Insgesamt wird also durch die vorgeschlagene Anordnung eine günstige Überlagerung der Spannungen aus den verschiedenen Beanspruchungen herbeigeführt, was eine zweckmäßige Ausnutzung des Stahlmaterials bedeutet. Es wird dies in erster Linie dadurch erreicht, daß die bei den üblichen Buckel- und Tonnenblechkonstruktionen meist nur gering beanspruchte Blechabdeckung in der beschriebenen Weise herangezogen wird. Gewichtsmäßig muß sich auch der Umstand günstig auswirken, daß die Längsträger nur zu einem geringen Teil aus der Fahrbahnbelastung, nach der sie sonst bemessen werden müssen, ausgenutzt sind.

Tatsächlich hat die genaue Durchrechnung von Beispielen eine Gewichtsersparnis von 15 % und mehr ergeben. Wichtig hierbei ist nun, daß diese Materialeinsparung nicht durch Verminderung der dem Bauwerk innewohnenden Sicherheit erreicht wird, daß vielmehr im Gegenteil die vorgeschlagene Konstruktion noch weitere günstige Eigenschaften hinsichtlich Steifigkeit und Sicherheit aufweist. Zunächst ist hier zu erwähnen, daß praktisch die meisten Teile eine Ausnutzung bis zur zulässigen Grenze erst dann erfahren, wenn die bei der Berechnung zugrunde gelegten größten Radlasten gleichzeitig mit dem für das Haupttragwerk an der betreffenden Stelle ungünstigsten Belastungsfall zusammentreffen, während bei den üblichen Konstruktionen die Höchstbeanspruchungen in den Fahrbahnträgern schon bei jedesmaligem Befahren mit der maßgebenden größten Radlast auftreten. Für weite Abschnitte der Fahrbahn tritt sogar eine günstige Überlagerung der Beanspruchungen als Hauptträger- bzw. Fahrbahnglied ein, derart, daß sich die Spannungen teilweise aufheben. Bei einem Überbau auf zwei Stützen z. B. würde die Fahrbahn als Hauptträgerglied nur Druck erhalten, so daß die Zugbeanspruchung in den Längsträgern keine Rolle spielt. In besonderen Fällen kann dies bei der Berechnung berücksichtigt werden, wodurch eine weitere Gewichtsersparnis zu erwarten ist. Eine Beulgefahr besteht für das Abdeckblech nicht, da dieses ohne Materialverschwendung reichlich dick bemessen werden kann und durch die Längsträger hinreichend ausgesteift ist. Die Schubbeanspruchung am Übergang von der Hauptträgerkopfplatte zum Fahrbahnrost ist aus folgender Überlegung heraus nicht bedenklich: Allgemein ist die Schubspannung $\tau = \frac{Q\,S}{J\,t}$. Die Querkraft Q und das Trägheitsmoment J sind für Ober- und Untergurt gleich, das statische Moment S der angeschlossenen Flächenteile auf die Null-Linie ist für die Stelle des Stegblechs an der Untergurtwinkelvernietung etwa so groß wie an der Obergurtvernietung (da ja aus dem Gleichsetzen der statischen Momente der oberen bzw. unteren Flächenteile die Null-Linie gewonnen wird), aber erheblich größer als für die in Frage stehende Stelle des Abdeckblechs, da hier ja nur etwa der halbe Gurt angeschlossen ist. Bei gleicher Dicke von Abdeck- und Stegblech ergäbe sich somit nur etwa die Hälfte der Schubbeanspruchung wie an der Vernietungsstelle der Untergurtwinkel.

Die Steifigkeitsverhältnisse des beschriebenen Brückenquerschnitts verdienen sodann besondere Erwähnung. Dadurch, daß infolge der Materialanhäufung im Obergurt die Neutralachse aus der Mitte gerückt ist, entspricht die Haupttragkonstruktion hinsichtlich des für die Durchbiegung maßgebenden Trägheitsmoments einem symmetrischen Träger mit einer Höhe gleich dem doppelten Abstand von der Null-Linie bis zum Untergurt, d. h. also jedenfalls einem höheren Träger der üblichen symmetrischen Bauart. Der Vorschlag gestattet demnach, daß man bei gleicher Steifigkeit mit einer geringeren Konstruktionshöhe auskommt.

Dasselbe gilt für die Fahrbahnträger, die ja auch unsymmetrisch ausgebildet sind und bei denen außerdem die Durchbiegungen noch durch die Rostwirkung vermindert werden. Darüber hinaus wirkt sich der Umstand, daß — wie oben erläutert — die Fahrbahn nur zu einem geringen Teil auf Biegung aus der direkten Belastung beansprucht wird, vermindernd auf die Durchbiegungen aus. Diese große Steifigkeit der Fahrbahn läßt auch deshalb den beschriebenen Entwurf besonders geeignet für die Verwendung einer Leichtfahrbahndecke erscheinen, bei der ja die Unnachgiebigkeit der Unterlage von wesentlicher Bedeutung ist.

Von weiteren Vorzügen sei noch erwähnt, daß die Anteilnahme der Fahrbahn an den Kräften des Hauptträgers hier eindeutig festgelegt und berücksichtigt wird. Wie bei Messungen an bestehenden Bauwerken festgestellt wurde[4]), ist bekanntlich diese Anteilnahme auch bei Brücken

[3]) Vgl. O. Graf, Über Leichtfahrbahntragwerke für stählerne Straßenbrücken. Stahlbau 1937, Heft 10, S. 110 u. f.; ferner F. Kaufmann, Modellversuche mit lastverteilenden Querverbänden. Stahlbau 1938, Heft 19, S. 145; ferner F. Leonhardt, Die vereinfachte Berechnung zweiseitig gelagerter Trägerroste. Bautechn. 1938, Heft 40/41, S. 535 (erweiterter Sonderdruck, Berlin 1939, Wilh. Ernst & Sohn).

[4]) Vgl. Zuschrift Dr.-Ing. Krabbe. Bautechn. 1938, Heft 27, S. 360.

nach den üblichen Bauformen mehr oder weniger vorhanden, ihre Größe jedoch meistens ungeklärt, was auf der einen Seite, z. B. bei den Längsträgeranschlüssen, zu Überbeanspruchungen und anderseits zu unnötigem Materialverbrauch führt.

Zusammengefaßt stellt somit der Entwurf eine Brückenkonstruktion dar, die durch ihre besondere Ausbildung als einheitliches Tragwerk von großer Steifigkeit und Widerstandsfähigkeit wirkt und dazu eine erhebliche Materialersparnis ermöglicht.

Zur Klärung der Frage, in welchem Maße nun tatsächlich die Flachblechfahrbahn als Hauptträgergurt gelten kann und wieweit die eingangs gemachten Voraussetzungen über die Verteilung der Spannungen zutreffen, wurden auf Anregung von Geheimrat Schaper Versuche in der Materialprüfungsanstalt der Technischen Hochschule Stuttgart von Prof. Graf aufgenommen[5]). Die Versuchsträger hierzu lieferte die Firma B. Seibert, Saarbrücken.

[5]) Vgl. den vorangehenden Aufsatz von Prof. Graf.

Verschiedenes.

Amerikanische Versuche mit Leichtfahrbahntafeln. Im Juniheft von Proceedings 1938 erschien aus der Feder von N. N. Hill jun. und R. L. Moore eine längere Besprechung des im Januarheft der gleichen Zeitschrift erschienenen Berichtes von J. Lyse und J. E. Madson über Modellversuche an stählernen Fahrbahndecken (Battle-deck-System). Eine kurzgefaßte Übersetzung des Berichts von Lyse und Madson wurde bereits im Bauing. vom 30. September 1938 veröffentlicht.

Hill und Moore warnen zunächst davor, aus einer beschränkten Anzahl von Versuchen Berechnungsweisen abzuleiten ohne die Unterstützung durch eine analytische Untersuchung des Problems. Abgesehen davon, daß die Durchbiegungen nicht nur von Momenten verursacht werden, sei die Methode der Verfasser (Messung von Winkeländerung längs des Balkens, um daraus durch Differentieren Momente und Querkräfte zu erhalten) sehr empfindlich, so daß die für die Lastverteilung wichtigen Werte der Endmomente und Querkräfte durch Extrapolieren bestimmt werden mußten. Figur 7a des Berichts weise darauf hin, daß diese Unsicherheit möglicherweise von beträchtlichem Einfluß auf die Ergebnisse gewesen sein könnte.

Tafel I des Berichtes von Lyse und Madson zeige die Widersprüche zwischen der Belastung und den Biegemomenten verschiedener Träger. Für die Träger *B* und *D* (siehe Originalbericht) beiderseits des belasteten Trägers seien größere Mittenmomente festgestellt worden, als man erhalten hätte, wenn die für den Träger errechnete Belastung in Trägermitte konzentriert gewesen wäre. In jedem Fall außer einem seien die berechneten Spannungen des unteren Flansches geringer als die Meßwerte. Dagegen seien die unter Berücksichtigung der Verbundwirkung errechneten Spannungen im oberen Flansch des belasteten Trägers etwa das Doppelte der gemessenen Werte. Hill und Moore glauben daraus schließen zu können, daß die mitwirkende Plattenbreite zu klein eingesetzt worden sei, und treten dafür ein, daß die Lastverteilungsfaktoren mit den gemessenen Spannungen in Einklang gebracht werden.

Die Annahme von Lyse und Madson, daß sich die mitwirkende Plattenbreite mit dem Trägerabstand ändert, sei für gewisse Belastungsbedingungen richtig, aber Timoshenko habe auf mathematischem Wege gezeigt, daß für einen breitflanschigen I-Träger mit verhältnismäßig dünnem Flansch bei einem gewissen Lastbild die wirksame Flanschbreite nur eine Funktion der Spannweite sei.

In Tafel I werden die Trägheits- und Widerstandsmomente verglichen, die sich ergeben bei einer mitwirkenden Plattenbreite von 44,4 cm (Lyse und Madson) und 114 cm (Hill und Moore nach Timoshenko).

Tafel I. Trägheitsmomente, Widerstandsmomente und Spannungen im oberen Flansch.

		Plattenbreite	
		44,4 cm	114 cm
J in cm^4		17 750	21 150
W in cm^3	oben	2 250	4 590
	unten	733	767
Spannungen in kg/cm^2	berechnet	310	155
	gemessen	148	

Auch die Durchbiegung z. B. des Trägers *C* stimme, allerdings erst unter Berücksichtigung der Querkraft, besser mit den Meßwerten überein, wenn man die mitwirkende Plattenbreite $b = 114$ cm annimmt. Für $b = 44{,}4$ cm ergab sich unter dieser Voraussetzung $f = 0{,}487$ cm und für $b = 114$ cm würde $f = 0{,}414$ cm gegenüber einer gemessenen Durchbiegung von 0,431 cm.

Hill und Moore bezweifeln, ob die von Lyse und Madson angegebenen Gleichungen auch auf andere Abmessungen anwendbar sind, und berichten dann über Messungen von Plattenbiegespannungen an Brückenfahrbahntafeln eines ähnlichen Systems, bei denen der Baustoff eine hochwertige Aluminiumlegierung war. Die errechneten Plattenbiegespannungen liegen hierbei 35 bis 40% über den im nebenstehenden Bild eingetragenen Meßwerten.

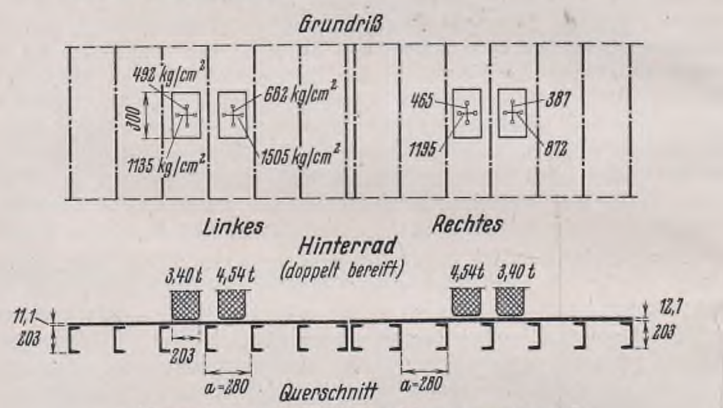
Die Versuche der Verfasser unterscheiden sich allerdings von den Lyse und Madsonschen:

1. In den Versuchen der Verfasser war die Last beiderseits des Trägers verteilt, bei Lyse und Madson stand sie zwischen zwei Trägern.
2. Die Länge der Lastfläche, ausgedrückt in Bruchteilen des lichten Rippenabstandes, war hier dreimal so groß als bei Lyse und Madson.

Die Verfasser halten es nicht für gerechtfertigt, aus den vorhandenen Versuchsergebnissen eine allgemeine Gleichung für die Plattenbiegespannungen abzuleiten. In Abb. 14 des Berichtes von Lyse und Madson wird die Lastverteilung auf die Träger nur als Funktion des Trägerabstandes angegeben, obwohl die genannten Berichterstatter in der Zusammenfassung angeben, daß sie auch noch von der Plattenstärke abhängt.

Nach Hill und Moore wird die Lastverteilung zwischen den Trägern beeinflußt:

1. durch die Steifigkeit des Verbundquerschnitts, da im Grenzfall eines sehr steifen Trägers und einer sehr dünnen Platte der belastete Träger die Gesamtlast erhält;
2. durch Deckenbreite oder Trägeranzahl, da wiederum im Grenzfall bei einer Abnahme der Trägerzahl z. B. von zehn auf drei die verbleibenden drei Träger die Gesamtlast übernehmen müßten, die vorher auf zehn verteilt war;
3. durch die Trägerspannweite.



Abmessungen und Plattenbiegespannungen (an der Plattenunterseite gemessen).

Zum Beweis dieses letzten Punktes führen die Verfasser ihre Versuchsergebnisse an, die sie bei der Prüfung einer Brückenfahrbahn des Interlocking-Channel-Typs erhielten. Der Rippenabstand war nur 18,4 cm. Die Last wurde auf die Mittelrippe aufgebracht und die Lastfläche reichte fast bis zu den Nachbarrippen. Die Lastverteilung wurde proportional zu den gemessenen Durchbiegungen angenommen. Zum Vergleich sind auch die Meßwerte angegeben, die sich bei Anwendung eines Verteilungsbalkens in der Mitte der Spannweite ergaben, wobei darauf hingewiesen wird, daß seine Wirksamkeit von seiner Steifigkeit abhängt.

Tafel IIa. Lastverteilung bei einer Decke des Interlocking-Chanell-Typs.

Spannweite in m	Lastanteil einer Rippe bei Belastung in Feldmitte in %									
	Mitte 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,91	31,4	18,7	7,9	4,0	1,9	1,1	0,6	0,2	0	0
1,22	24,8	18,0	8,7	4,3	2,3	1,8	1,2	0,8	0,3	0
1,52	21,6	17,4	9,5	5,8	2,7	2,0	1,4	1,0	0,4	0
1,52 (m. Verteilungsbalken)	12,2	11,1	8,8	7,5	6,4	4,5	3,0	1,7	0,7	0,1

Die angegebenen Prozentzahlen sind bereits Mittelwerte aus der Tabelle von Hill und Moore.

Zum Schluß sei noch hingewiesen auf gleichartige Messungen von O. Graf an einer Brücke bei Kirchheim unterm Teck, die im Stahlbau 1937, S. 124 bis 126, veröffentlicht worden sind.

Dipl.-Ing. W. Raithel, Darmstadt.

Verantwortlich für den Inhalt: Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt.
Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin W 9.
Druck der Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.

DER STAHLBAU

Schriftleitung:
Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt, Technische Hochschule
Fernsprecher: Darmstadt 7711, Apparat 599
Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61
Veröffentlichungsbeiträge an voranstehende Anschriften erbeten

Beilage zur Zeitschrift **DIE BAUTECHNIK** Fachschrift für das gesamte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

12. Jahrgang | BERLIN, 14. April 1939 | Heft 8

Das Zusammenwirken von Fahrbahngurt und Fahrbahnrost bei Fachwerkbrücken.

Von Reichsbahnoberrat Dr.-Ing. **Krabbe**, München.

I. Theoretische Betrachtungen.

Bei Fachwerkbrücken, wie in den Bildern 1 bis 4 dargestellt, wirkt bekanntlich der Fahrbahnrost an der Lastaufnahme, die in der Regel dem Fahrbahngurt allein zugemessen wird, nämlich an der Aufnahme der Momente der zugehörigen Knoten des der Fahrbahn fernen Gurtes,

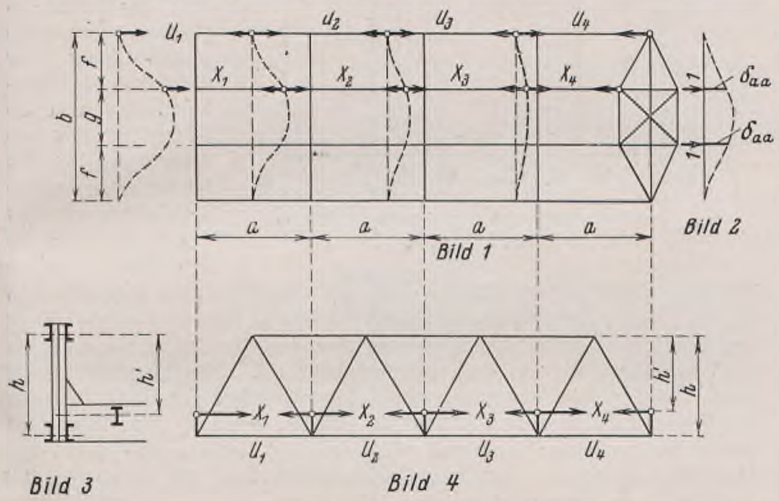


Bild 1 bis 4.

erheblich mit[1][2]). Es ist wohl ohne weiteres klar, daß der Grad der Kraftverteilung zwischen Fahrbahngurt und Fahrbahnrost von vier Umständen abhängig ist, nämlich:

1. von der Verlängerung der einzelnen Gurtstäbe durch eine Kraft 1 (ϱ_{gn});
2. von der Verlängerung der Längsträger durch eine in ihrem Anschlußschwerpunkt angreifende Kraft 1 (ϱ_l) (Bild 5);

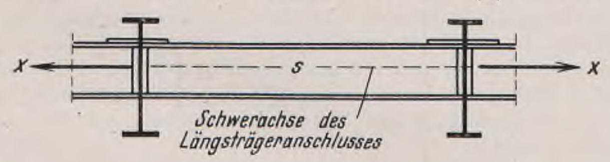


Bild 5.

3. von der waagerechten Verbiegung der Querträger unter einer Belastung 1 (Bild 2) δ_{aa} bzw. δ'_{aa} für den Endquerträger;
4. von dem Verhältnis der Höhenlage von Längsträger und Fahrbahngurt $\frac{h'}{h}$ (Bild 3).

Für ein Moment M_n eines Obergurtknotens besteht die Gleichung

$$M_n + U_n\,h + X_n\,h' \quad \text{oder}$$

$$\text{(1)} \qquad \frac{M_n}{h} = U_n + X_n \cdot \frac{h'}{h} = S_n,$$

wobei wir mit S_n die dem Fahrbahngurt ohne Mitwirkung des Fahrbahnrostes zukommende Stabkraft bezeichnen; bei Berechnung der Höhenlage h' sowie der Werte ϱ_l und δ_{aa} ist die Kraftlinie in Bild 5, d. h. der Schwerpunkt des Nietanschlusses des Längsträgers an den Querträger maßgebend. Liegt diese Kraftlinie in derselben Höhe wie der Schwerpunkt des Untergurtes, so geht Gl. (1) über in

$$\text{(1a)} \qquad U_n + X_n = S_n.$$

Auf die Berechnung der Werte ϱ_l und δ_{aa} soll später eingegangen werden. Nun ist die Verlängerung der Längsträger

$$\text{(2)} \qquad \begin{cases} \Delta_1 = X_1\,\varrho_l & \Delta_3 = X_3\,\varrho_l \\ \Delta_2 = X_2\,\varrho_l & \Delta_4 = X_4\,\varrho_l \end{cases}$$

und die Verlängerung der Gurtstäbe

$$\text{(3)} \qquad \begin{cases} \Delta_{u_1} = U_1\,\varrho_{g_1} & \Delta_{u_3} = U_3\,\varrho_{g_3} \\ \Delta_{u_2} = U_2\,\varrho_{g_2} & \Delta_{u_4} = U_4\,\varrho_{g_4}. \end{cases}$$

Nun ist aber (Bild 1)

$$\text{(4)} \qquad \begin{cases} \Delta_{u_1} - \Delta_1 = \delta'_{aa}\,X_1 - \delta_{aa}\,(X_2 - X_1) \\ \Delta_{u_2} - \Delta_2 = \delta_{aa}\,(2\,X_2 - X_1 - X_3) \\ \Delta_{u_3} - \Delta_3 = \delta_{aa}\,(2\,X_3 - X_2 - X_4) \\ \Delta_{u_4} - \Delta_4 = \delta_{aa}\,(X_4 - X_3). \end{cases}$$

Setzen wir nun noch gemäß Gl. (1) in Gl. (3)

$$U_n = S_n - X_n \cdot \frac{h'}{h},$$

so ergeben Gl. (3) u. (4):

$$\text{(5)} \qquad \begin{cases} X_1\left(\delta_{aa} + \delta'_{aa} + \varrho_l + \frac{h'}{h} \cdot \varrho_{g_1}\right) - X_2\,\delta_{aa} - S_1\,\varrho_{g_1} = 0 \\ X_2\left(2\,\delta_{aa} + \varrho_l + \frac{h'}{h} \cdot \varrho_{g_2}\right) - X_1\,\delta_{aa} - X_3\,\delta_{aa} - S_2\,\varrho_{g_2} = 0 \\ X_3\left(2\,\delta_{aa} + \varrho_l + \frac{h'}{h} \cdot \varrho_{g_3}\right) - X_2\,\delta_{aa} - X_4\,\delta_{aa} - S_3\,\varrho_{g_3} = 0 \\ X_4\left(\delta_{aa} + \varrho_l + \frac{h'}{h} \cdot \varrho_{g_4}\right) - X_3\,\delta\varDelta a - S_4\,\varrho_{g_4} = 0. \end{cases}$$

Setzen wir nun zur weiteren Vereinfachung noch

$$\delta_{aa} = \varphi\,\varrho_l \qquad \delta'_{aa} = \varphi'\,\varrho_l \qquad \varrho_{gn} = \psi_n\,\varrho_l,$$

so erhalten wir nach Kürzung durch ϱ_l:

$$\text{(5a)} \qquad \begin{cases} X_1\left(1 + \varphi + \varphi' + \psi_1 \cdot \frac{h'}{h}\right) - X_2\,\varphi - S_1\,\psi_1 = 0 \\ X_2\left(1 + 2\,\varphi + \psi_2 \cdot \frac{h'}{h}\right) - X_1\,\psi - X_3\,\varphi - S_2\,\psi_2 = 0 \\ X_3\left(1 + 2\,\varphi + \psi_3 \cdot \frac{h'}{h}\right) - X_2\,\varphi - X_4\,\varphi - S_3\,\psi_3 = 0 \\ X_4\left(1 + \varphi + \psi_4 \cdot \frac{h'}{h}\right) - X_3\,\varphi - S_4\,\psi_4 = 0. \end{cases}$$

Den Wert

$$1 + \varphi + \psi_n \cdot \frac{h'}{h} \text{ setzen wir gleich } \varkappa_n$$

und erhalten dann, nach X geordnet:

$$\text{(5b)} \qquad \begin{cases} (\varkappa_1 + \varphi')\,X_1 - \varphi\,X_2 - \psi_1\,S_1 = 0 \\ -\varphi\,X_1 + (\varkappa_2 + \varphi)\,X_2 - \varphi\,X_3 - \psi_2\,S_2 = 0 \\ -\varphi\,X_2 + (\varkappa_3 + \varphi)\,X_3 - \varphi\,X_4 - \psi_3\,S_3 = 0 \\ -\varphi\,X_3 + \varkappa_4\,X_4 - \psi_4\,S_4 = 0. \end{cases}$$

Sind mehr oder weniger als vier Längsträgerfelder vorhanden, so können Gl. (5b) auch hierfür ganz schematisch gebildet werden. Stets enthalten die erste und die letzte Gleichung zwei, die übrigen drei

---

[1]) Vgl. den Aufsatz des Verfassers: Stahlbau 1937, Heft 26, und seine Zuschrift: Bautechn. 1938, Heft 27.

[2]) Hartmann, Der Einfluß der Gurtdehnung von Hauptträgern stählerner Brücken auf die Fahrbahn, Bauing. 1938, Heft 19/20. — Kapsch, Über eine besondere Art von Nebenspannungen der Fahrbahnkonstruktionen von Eisenbahnbrücken, Bauing. 1922, Heft 22, 23, 24. — Engeßer, Zusatzkräfte und Nebenspannungen, Bd. II, S. 38.

unabhängige Glieder; wir erhalten also die Unbekannten X stets durch ein Gleichungssystem der Clapeyronschen Form, dessen Auflösung keinerlei Schwierigkeiten macht.

Sind mehrere Bremsverbände vorhanden, etwa nach Bild 6, wobei in der Regel die Längsträgerstränge, wie angedeutet, unterbrochen sein werden[3]), so werden die Teile 0—4, 4—6, 7—9, 9—0 für sich in derselben Weise behandelt in der Annahme, daß man die mit Bremsverbänden ausgerüsteten Querträger den übrigen Querträgern gegenüber als unendlich steif auffassen kann. Die Längsträger im Unterbrechungsfelde 6—7 beteiligen sich an der Mitwirkung nicht.



Bild 6.

Es bleibt nur noch einiges über die Ermittlung der Werte h', δ_{aa} und ϱ_l zu sagen. In der Regel werden Schwerachse von Längs- und Querträger nicht in derselben Höhe liegen, auch wird der Nietanschluß des Längsträgers nicht symmetrisch zu seiner Achse ausgebildet sein. Die Kraftlinien werden dann weder in der Achse des Längsträgers noch in der Achse des Querträgers liegen; ihre Höhenlage bestimmen wir in der Annahme, daß sie durch den Schwerpunkt des Nietanschlusses des Längsträgers an den Querträger geht. Sie liege im Abstand e über der Schwerachse des Querträgers und im Abstand c über der Schwerachse des Längsträgers (Bild 7). Die am Querträger angreifende Kraft 1 ersetzen

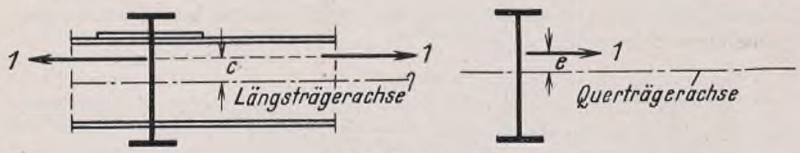


Bild 7 u. 8.

wir durch eine durch seinen Schwerpunkt gehende Kraft 1 und ein Kräftepaar $1\,e$ (Bild 8). Wir berechnen zunächst die Durchbiegungen ε_{aa} infolge der in der Schwerachse angreifend gedachten Kraft 1, wobei wir den Querträger als in der lotrechten Hauptträgerachse eingespannt annehmen (Bild 9). Außerdem greifen in den Punkten A und B gleichgerichtete Verdrehungsmomente $1\,e$ an. Das polare Trägheitsmoment des Trägers ist

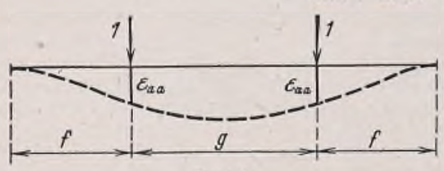


Bild 9.

$$J_p = \frac{4\,J_x\,J_y}{J_x + J_y}.$$

Der Verdrehungswinkel ist dann

$$\alpha = \mu \cdot \frac{M f}{J_p\,G} = \mu \cdot \frac{1\,e f}{J_p\,G},$$

wobei μ eine von dem Querschnitt abhängige Zahl ist, die bei I-Querschnitten etwa gleich 1,5 gesetzt werden kann. Daraus ergibt sich dann

$$(6) \qquad \delta_{aa} = \varepsilon_{aa} + \alpha\,e = \varepsilon_{aa} + \mu \cdot \frac{1\,e^2 f}{J_p\,G}.$$

Die den Längsträger beanspruchende Kraft 1 zerlegen wir in eine in seiner Achse angreifend gedachte Kraft 1 und ein Kräftepaar $1\,c$, welches den Träger auf seine ganze Länge a mit einem Moment $1\,c$ beansprucht (Bild 10).

Die in der Achse angreifende Kraft 1 verlängert den Träger um $\varrho_l' = \frac{1\,a}{E F}$, während das Moment den Träger verbiegt und seine Endquerschnitte um den Wert $\alpha = \frac{1\,c\,a}{E J}$ gegeneinander verdreht. Der Weg der angreifenden Kraft 1 ist dann

$$(7) \qquad \varrho_l = \varrho_l' + \alpha\,c = \frac{1\,a}{E F} + \frac{1\,c^2 a}{E J}.$$

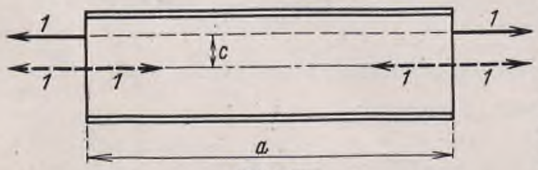


Bild 10.

In beiden Fällen, sowohl hinsichtlich des Querträgers als auch des Längsträgers, ist es natürlich gleichgültig, ob die Kraft oberhalb oder unterhalb der Schwerachse angreift.

Die vorstehende Berechnungsart der Werte δ_{aa} und ϱ_l ergibt natürlich im allgemeinen verschiedene Verdrehungswinkel des Querträgers und der Endquerschnitte des Längsträgers, setzt also gelenkigen Anschluß der Längsträger an die Querträger im Schwerpunkt des Nietanschlusses voraus, ebenso wie auch nach der ganzen Fachwerktheorie Gelenke in den gemeinsam mit den Längsträgern wirkenden Gurtungen vorausgesetzt werden.

Hat der Fachwerkträger abweichend von Bild 4 noch Hilfspfosten (Bild 11), wie es meistens der Fall ist, so ist natürlich infolge der Mitwirkung des Fahrbahnrostes die Spannungsverteilung in den Feldern 2 bis 3 und 3 bis 4 verschieden; infolge des Biegewiderstandes des Querträgers 3 ist in Feld 2 bis 3 die Untergurtspannung etwas größer und die Längsträgerspannung etwas kleiner als in Feld 3 bis 4.

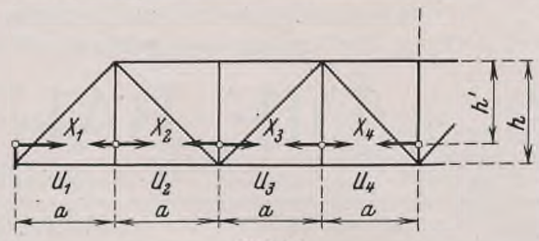


Bild 11.

Die Berechnung derartiger Tragwerke würde nun praktisch folgendermaßen durchzuführen sein.

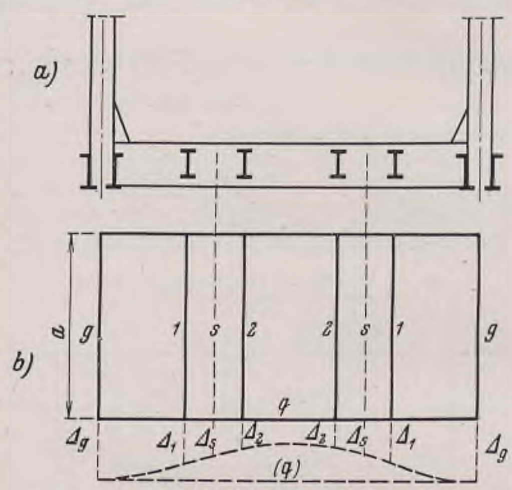


Abb. 12a u. b.

Man ermittelt zunächst für jeden Stab der Fahrbahngurtung die ohne Berücksichtigung der Mitwirkung des Fahrbahnrostes sich ergebenden Stabspannungen S_n für die ungünstigste Lastenzugstellung und für diese Stellung die sämtlichen Untergurtspannungen. Dann ermittelt man, wie angegeben, die Werte h', δ_{aa}, δ'_{aa}, ϱ_{gn} und ϱ_l, und man erhält dann aus den Gl. (5b) die Kraftverteilung und damit die größte Beanspruchung des betreffenden Untergurtstabes und der Längsträger in dem betreffenden Feld. Die Rechnung ist für jeden Untergurtstab besonders durchzuführen, wobei sich in Gl. (5b) nur die Werte S_n, also die unabhängigen Glieder, ändern. Man kann auch durch Belastung der einzelnen Knotenpunkte nacheinander mit 1 die Einflußlinien für die einzelnen Gurtstabkräfte und die Achskräfte der einzelnen Längsträger ermitteln.

Bei zweigleisigen Eisenbahnbrücken (Bild 12b) würden die vorhandenen vier Längsträgerstränge, welche in verschiedener Weise an der Lastaufnahme beteiligt sind, zu etwas umständlichen Rechnungen führen. Wenn auch diese Rechnungen ohne besondere Schwierigkeiten durchführbar sein würden, empfiehlt sich hier folgende Vereinfachung. Man denkt sich zunächst die beiden zusammengehörigen Längsträgerstränge 1 bis 2 (Bild 12b) in der Gleisachse zu einem Strang s vereinigt und führt dann die Rechnung genau in der oben angegebenen Weise durch. Die bei den für jedes Feld ermittelten größten Beanspruchungen sich ergebenden Verlängerungen der Gurtstäbe sowie der gedachten Längsträgerstränge Δs trägt man nach Bild 12b auf und ermittelt die durch die Verlängerungen Δg und Δs bedingte Biegelinie eines Querträgers q. Die in den Strängen s ermittelten Kräfte X verteilt man dann im Verhältnis der Ordinaten Δ_1 und Δ_2 dieser Biegelinie auf die einzelnen Längsträger 1 und 2.

Dieser Vereinfachung liegt die Annahme zugrunde, daß die Längsträgerstränge 1, 2 annähernd dieselben Biegelinien der Querträger erzeugen würden, wie die Ersatzstränge s.

Die Berechnung wird man im allgemeinen nur für die Verkehrslast durchführen, da ja in der Regel durch Montagemaßnahmen die Mitwirkung des Fahrbahnrostes an der Lastaufnahme des Fahrbahngurtes ausgeschaltet wird.

II. Beispiel.

Es wird die in Stahlbau 1937, Heft 26, angegebene Versuchsbrücke (Bild 13) bei größter Stabkraft S_{3-4} durch die Versuchslast untersucht.

Dabei ist $S_1 = S_2 = 50{,}1$ t $\qquad S_3 = S_4 = 103{,}6$ t.

Die Längsträger (Bild 14) haben den Querschnitt $F_e = 153$ cm².

Die Untergurtstäbe 1 und 2 haben $F_1 = F_2 = 180$ cm², 3 und 4 $F_3 = F_4 = 349$ cm².

Die Querträger (Bild 15a) haben

$J_x = 414\,600$ cm⁴ $\qquad J_y = 7730$ cm⁴ $\qquad J_p = 30\,300$ cm⁴.

Die entsprechenden Werte der Endquerträger (Bild 15b) sind

$J_x = 265\,700$ cm⁴ $\qquad J_y = 2675$ cm⁴ $\qquad J_p = 10\,590$ cm⁴.

[3]) Vgl. jedoch die Schlußbemerkung dieses Aufsatzes.

Die Querträger sind durch starke Windverbandsknotenbleche starr mit den Untergurten verbunden und als eingespannt anzusehen. Damit ergibt sich unter dem Lastenschema nach Bild 9

$$E J_y \varepsilon_{aa} = \frac{a^3}{6b}(2b - 3a) = 665\,000 \text{ cm}^3,$$

also für die inneren Querträger

$$\varepsilon_{aa} = \frac{665\,000}{2100 \cdot 7730} = 0{,}0410 \text{ cm/t}$$

und für den Endquerträger

$$\varepsilon'_{aa} = \frac{665\,000}{2100 \cdot 2675} = 0{,}1183 \text{ cm/t}.$$

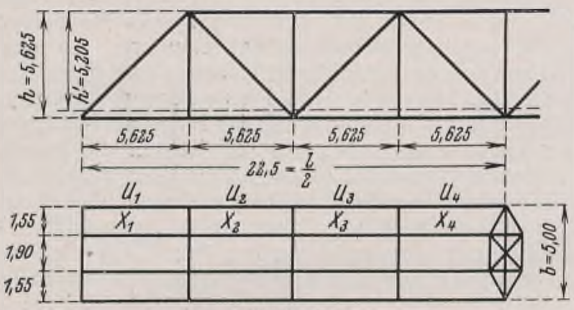


Bild 13.

Die Achse des Längsträgers liegt 11,5 cm über der Schwerachse des Querträgers, 6,5 cm über der des Endquerträgers; damit ergibt sich Gl. (6)

$$\alpha e = \mu \cdot \frac{1 \cdot e^2 f}{J_p G}$$

$$= 1{,}5 \cdot \frac{11{,}5^2 \cdot 155}{30\,303 \cdot 810} = 0{,}0012 \text{ cm/t beim Querträger}$$

$$\text{und } = 1{,}5 \cdot \frac{6{,}5^2 \cdot 155}{10\,590 \cdot 810} = 0{,}0015 \text{ cm/t beim Endquerträger.}$$

Damit ist

$$\delta_{aa} = 0{,}0410 + 0{,}0012 = 0{,}0422 \text{ cm/t}$$

$$\delta'_{aa} = 0{,}1183 + 0{,}0015 = 0{,}1198 \text{ cm/t}.$$

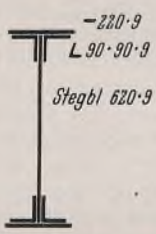


Bild 14.

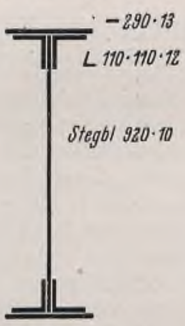


Bild 15a.

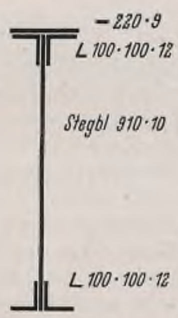


Bild 15b.

Da der Längsträger oben mit durchgehenden Laschen, unten durch starke Konsole an dem Querträger angeschlossen ist, liegt der Kraftangriff in seiner Schwerachse, und es ist

$$\varrho_l = \frac{562{,}5}{2100 \cdot 153{,}8} = 0{,}001\,79 \text{ cm/t}.$$

Die entsprechenden Werte für die Untergurtstäbe sind

$$\varrho_{g_1} = \varrho_{g_2} = \frac{562{,}5}{2100 \cdot 180} = 0{,}001\,49 \text{ cm/t}$$

$$\varrho_{g_3} = \varrho_{g_4} = \frac{562{,}5}{2100 \cdot 349} = 0{,}000\,767 \text{ cm/t}.$$

Aus den oben ermittelten Werten ergibt sich

$$\varphi = \frac{\delta_{aa}}{\varrho_l} = \frac{0{,}0422}{0{,}001\,79} = 23{,}55$$

$$\varphi' = \frac{\delta'_{aa}}{\varrho_l} = \frac{0{,}1198}{0{,}001\,79} = 66{,}95$$

$$\psi_1 = \psi_2 = \frac{\varrho_{g_1}}{\varrho_l} = \frac{0{,}001\,49}{0{,}001\,79} = 0{,}832$$

$$\psi_3 = \psi_4 = \frac{\varrho_{g_3}}{\varrho_l} = \frac{0{,}000\,767}{0{,}001\,79} = 0{,}428.$$

Der Wert $\beta = \frac{h'}{h}$ ist nach Bild 13

$$\beta = \frac{5{,}205}{5{,}625} = 0{,}926.$$

Also ist

$$\varkappa_1 = \varkappa_2 = 1 + \varphi + \psi_1 \beta = 1{,}00 + 23{,}55 + 0{,}77 = 25{,}32$$

$$\varkappa_3 = \varkappa_4 = 1 + \varphi + \psi_3 \beta = 1{,}00 + 23{,}55 + 0{,}369 = 24{,}95.$$

Demnach sind die Zahlenwerte der Gl. (5b)

$$92{,}27\,X_1 - 23{,}55\,X_2 \qquad - 0{,}832 \cdot 50{,}1 = 0$$

$$-23{,}55\,X_1 + 48{,}87\,X_2 - 23{,}55\,X_3 \qquad - 0{,}832 \cdot 50{,}1 = 0$$

$$-23{,}55\,X_2 + 48{,}50\,X_3 \qquad - 0{,}428 \cdot 103{,}6 = 0$$

$$-23{,}55\,X_3 + 24{,}95\,X_4 - 0{,}428 \cdot 103{,}6 = 0.$$

Die Lösung ist

$X_1 = 1{,}93$ t $\qquad X_2 = 5{,}85$ t $\qquad X_3 = 8{,}52$ t $\qquad X_4 = 9{,}80$ t.

Die dazugehörigen Untergurtkräfte sind nach Gl. (1a)

$U_1 = 48{,}3$ t $\qquad U_2 = 44{,}8$ t $\qquad U_3 = 95{,}9$ t $\qquad U_4 = 94{,}6$ t.

III. Schlußfolgerungen aus dem Beispiel durch Vergleich der theoretischen und praktischen Ergebnisse.

Das hier gewählte Beispiel, für welches auch Meßergebnisse zur Verfügung stehen[1]), ist in mehrfacher Hinsicht sehr bemerkenswert. Die Meßergebnisse haben einwandfrei gezeigt, daß die Untergurtstäbe diejenigen Spannungen aufweisen, die ihnen rechnungsmäßig zukommen, wenn man den vollen Querschnitt der Längsträger dem Querschnitt des Untergurts hinzurechnet. In unserem Falle ist also nach den Meßergebnissen

$$U_4 = \frac{S_4 F_{g_4}}{F_{g_4} + F_e} = \frac{103{,}6 \cdot 349}{349 + 153{,}8} = 72 \text{ t},$$

und der Rest, nämlich $103{,}6 - 72 = 31{,}6$ t, muß von anderen Teilen der Brücke aufgenommen worden sein. Nun ergibt aber die Theorie als Längskraft des Längsträgers nur $X = 9{,}8$ t.

Dazu ist folgendes zu bemerken: Gl. (5b) zeigen, daß der Grad der Mitwirkung der Längsträger in hohem Maße abhängig ist von der Verbiegung der Querträger, denn bei starren Querträgern mit $\delta_{aa} = 0$ würden wegen φ und $\varphi' = 0$ die Gleichungen ergeben, und zwar für alle Unbekannten X_n:

$$\varkappa_n X_n - \psi_n S_n = 0$$

oder mit

$$\varkappa_n = 1 + \psi_n \cdot \frac{h'}{h}$$

und mit

$$\psi_n = \frac{\varrho_{gn}}{\varrho_l} = \frac{F_e}{F_{gn}}$$

$$(8) \qquad \left(1 + \frac{F_e}{F_{gn}} \cdot \frac{h'}{h}\right) X_n - \frac{F_e}{F_{gn}} = 0 \qquad X_n = \frac{F_e}{F_{gn} + F_e \cdot \frac{h'}{h}}$$

ein ziemlich selbstverständliches Ergebnis, wonach wäre

$$X_4 = \frac{153{,}8}{349 + 0{,}926 \cdot 153{,}8} = 31{,}2 \text{ t},$$

was mit den Meßergebnissen gut übereinstimmen würde.

Nun sind aber starre Querträger keineswegs vorhanden, und insbesondere der schwache Endquerträger beeinflußt das Ergebnis wesentlich. Aber gerade der Grad der Nachgiebigkeit der Querträger ist theoretisch nur unsicher zu erfassen, da die ganze Fahrbahn im Zusammenhang mit den Hauptträgern wegen der biegungsfesten Anschlüsse auch der Längsträger als waagerecht liegender Stockwerksrahmen wirkt. Hinsichtlich der Verbiegung der Querträger sind die in Bild 16 skizzierten drei Hauptfälle mit allen möglichen Zwischenstufen denkbar, wobei aber Fall I und III nicht ganz erreichbare Grenzfälle darstellen. In dem Beispiel wurde der Fall II, der Bauart der Brücke entsprechend, gewählt. Da aber auch die Längsträger in waagerechtem Sinn sehr steif mit den Querträgern verbunden sind, ist eine Annäherung an den Fall III immerhin möglich, zumal ja bei Fall II die beiden Längsträgerstränge sich, wie in Bild 16 punktiert dargestellt, in entgegengesetztem Sinne verbiegen müßten, woran sie aber durch die fest aufgelagerten Schwellen verhindert werden. Nun würde aber selbst die Annahme des Falles III mit $\delta_{aa} = 0{,}019\,19$; $\delta'_{aa} = 0{,}0557$ für die Längsträgerkräfte nur folgende Werte ergeben:

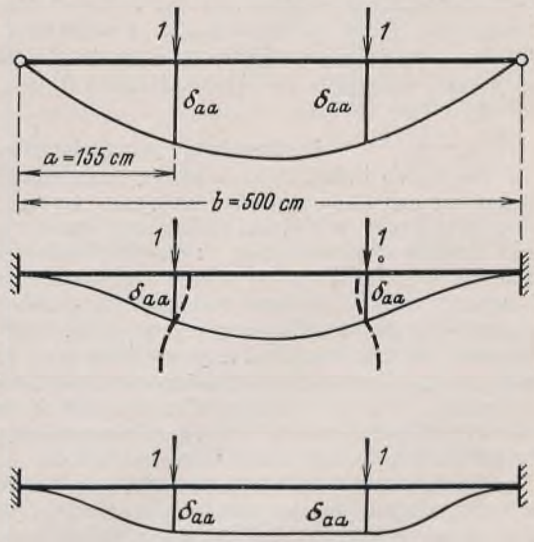


Bild 16.

$X_1 = 3{,}34$ t $\qquad X_2 = 9{,}45$ t $\qquad X_3 = 10{,}78$ t $\qquad X_4 = 11{,}95$ t,

also auch noch eine erhebliche Abweichung von dem Meßergebnis, welches für X_4 den Wert 31,2 t verlangen würde; es fragt sich, wie dieser Unter-

schied zwischen Theorie und Praxis aufzuklären ist. In geringem Maße tragen zur Entlastung des Untergurtes noch die gekreuzten Windverbandsstreben bei, ferner in noch geringerem Maße die gelenklose Ausbildung der Fachwerkknoten und der Längsträgerstränge. Es bleibt also nur die Erklärung, daß die Schienenstränge mit je einem Querschnitt von rd. 60 cm² sich erheblich an der Lastaufnahme beteiligt haben. Sie sind auf der Brücke verschweißt und haben an den Enden, aber erst außerhalb der Brücke, einige gelaschte Stöße, deren Nachgiebigkeit unsicher ist. Sie können sich wohl ziemlich unabhängig von Längs- und Querträger dehnen und insbesondere den schwachen Endquerträger an der Verbiegung mehr oder weniger hindern. Bezeichnen wir nun den Abstand des Schienenquerschnitts vom zugehörigen Obergurtknoten mit h'', so ergibt sich, da die gemessene Untergurtstabkraft U_4' etwa 72 t beträgt und der wirkliche Wert X_4 zwischen Fall II und III gemittelt mit rd. 11 t angenommen wird, für die von der Schiene aufzunehmende Kraft Z

$$Z h'' + U_4' h + X_4 h' = S_4 h$$

oder $$Z = \frac{(S_4 - U_4') h - X_4 h'}{h''} = \frac{(103{,}6 - 72)\, 562{,}5 - 11 \cdot 520{,}5}{455}$$

$$Z = 26{,}5 \text{ t},$$

wodurch die Schiene eine Längsbeanspruchung von 420 kg/cm² erfahren würde, was wohl durchaus denkbar ist, ohne daß die Schiene Schaden leidet.

Jedenfalls steht fest, daß in diesem Falle die Schiene sich ganz erheblich an der Kraftaufnahme beteiligt hat; in welchem Maße sie das bei höheren Belastungen (die Versuchslast ohne Stoßzahl beträgt nur etwa $^1/_4$ der N-Belastung einschließlich Stoßzahl) tun würde, ist unsicher; um eine einigermaßen klare Kraftverteilung zu erhalten, erscheint daher bei geschweißten Schienenstößen längsbewegliche Schwellenlagerung mit entsprechenden Ausdehnungsmöglichkeiten der Schiene an den Enden der Brücke unerläßlich.

Will man dann die Entlastung der Untergurtstäbe durch den Fahrbahnrost bei der Berechnung der Brücke berücksichtigen, so wäre das bei nach neueren Gesichtspunkten ausgebildeten Brücken in der Weise, wie im Beispiel geschehen, unter Annahme des Falles II (Bild 16) zulässig, darüber hinaus natürlich nicht. Bei der Berechnung der zusätzlichen Beanspruchung der Fahrbahnteile würde man aber, außer den ermittelten Längskräften für die Längsträger bei den Biegungsbeanspruchungen der Querträger, berücksichtigen müssen, in welchem Maße Einspannungen in Annäherung an Fall III (Bild 16) möglich sind, und die daraus sich ergebenden Biegungsbeanspruchungen der Längsträger und Querträger berücksichtigen müssen[2]).

Jedenfalls aber ergibt sich aus den vorstehenden Ausführungen, daß bei allen, in üblicher Weise konstruierten Fachwerkbrücken mit offener Fahrbahn die Verteilung der Kräfte, die man den Stäben des Fahrbahngurtes beizumessen pflegt, statisch recht unklar ist. Um eine richtige und wirtschaftlichere Baustoffverteilung im ganzen Bauwerk zu erzielen, dürfte es wohl vorteilhafter sein, durch steife waagerechte Verbände an den Endquerträgern die Längsträger zur vollen Mitwirkung an der Kraftaufnahme zu zwingen und so umständliche Rechnungen und Betrachtungen über die wirkliche Kraftverteilung zu vermeiden. Erforderlich ist dann aber ein einwandfrei zur Aufnahme von Zugkräften geeigneter Anschluß der Längsträger an die Querträger, wie ihn die neue Fassung der GE vorschreibt, die weiterhin auch eine Unterbrechung der Längsträgerstränge nach Bild 6 nicht mehr zuläßt, sondern bei größeren Brücken die Berechnung der dadurch bedingten Längskräfte in den Längsträgern vorschreibt.

Die Berechnung der in Längsträgersträngen, die ununterbrochen zwischen zwei Bremsverbänden durchlaufen, auftretenden Längskräfte ist sinngemäß nach Abschnitt I durchzuführen. Für eine Brücke mit n Feldern und **nachgiebigen** Bremsverbänden an beiden Enden geht dann Gl. (5b) durch schematische Weiterentwicklung über in:

$$(5\text{e}) \quad \begin{cases} (\varkappa_1 + \varphi') X_1 - \varphi X_2 - \psi_1 \varrho_1 = 0 \\ -\varphi X_1 + (\varkappa_2 + \varphi) X_2 - \varphi X_3 - \psi_2 \varrho_2 = 0 \\ \vdots \\ -\varphi X_{n-2} + (\varkappa_{n-1} + \varphi) X_{n-1} - \varphi X_n - \psi_{n-1} \varrho_{n-1} = 0 \\ -\varphi X_{n-1} + (\varkappa_n + \varphi') X_n - \psi_n \varrho_n = 0. \end{cases}$$

Für starre Endverbände ist $\varphi' = 0$.

Da im übrigen die neue Fassung der GE durch den Querträger durchschießende Laschen für den Längsträgeranschluß an Ober- und Unterflansch des Längsträgers oder unten kräftige Konsole verlangt, kann in Zukunft symmetrischer Längsträgeranschluß angenommen werden, bei dem die Längskräfte X in der Schwerachse des Längsträgers angreifen.

Die Reichsautobahnbrücke über die Tiefenbachschlucht bei Kassel.

Von Dr.-Ing. C. J. Hoppe, Rheinbrohl.

I. Allgemeines.

Die nord-südliche RAB.-Linie Hamburg—Frankfurt führt auf der Teilstrecke Göttingen—Kassel—Fulda hart östlich am Rande der Stadt Kassel vorbei. In Verbindung mit der in Vorbereitung befindlichen ost-westlichen Linie Erfurt—Ruhrgebiet wird Kassel zu einem wichtigen Kreuzungspunkt des RAB.-Liniennetzes. Die erstgenannte Nord-Süd-Teilstrecke, die inzwischen für den Verkehr freigegeben wurde, überschreitet in nächster Nähe Kassels verschiedene andere Verkehrswege, Fluß- und Bachläufe sowie Schluchten, die den Bau mehrerer Brücken erforderlich machten[1]). Hierzu gehört auch die in mehrfacher Hinsicht interessante Brücke über die Tiefenbachschlucht, deren nachfolgend näher beschriebene Stahlkonstruktion von der Firma **Hilgers** A.-G., Rheinbrohl, geliefert und eingebaut wurde.

II. Grundzüge des Entwurfes.

Der Entwurf (Bild 1) ist in seinen Grundzügen von der OBR Kassel bearbeitet und festgelegt. Die RAB.-Linie verläuft an der Brückenstelle in einem Bogen mit einem Halbmesser von 800 m und einer Steigung von Norden nach Süden von 1 : 60. Die Sohle der zu überbrückenden Schlucht liegt an der tiefsten Stelle etwa 20 m unter der Fahrbahn. Das Tragwerk ist als genietete Vollwandträgerbrücke auf vier Stützen mit parallel verlaufenden Gurtungen ausgebildet. Der den Untergrund der Schlucht bildende feste Fels legte die Wahl eines durchlaufenden Trägers nahe, zumal nach neueren Erkenntnissen der Einfluß etwaiger Stützensenkungen innerhalb gewisser Grenzen ohne Gefahr für den Bestand eines Durchlaufträgers ist. Bei einer Gesamtöffnung von 80 m, gemessen in Autobahnachse, sind die Stützweiten mit 24 + 32 + 24 m festgelegt. Da die Bauhöhe nicht beschränkt war, ergab sich für den Querschnitt eine Deckbrücke als wirtschaftlichste Lösung, die zugleich auch in ästhetischer Hinsicht ohne Zweifel am meisten befriedigt. Mit Rücksicht auf die durch die Kurvenlage bedingte 6 %ige Querneigung der Fahrbahnen sind die beiden Fahrstreifen auf getrennten Tragwerken überführt. Jeder Fahrstreifen ist 7,5 m breit, eingefaßt von beiderseitigen Schutzstreifen und Schrammbordbahnen, so daß sich eine lichte Weite zwischen den Geländern jedes Überbaues von 10,4 m ergibt; einschließlich eines dazwischenliegenden offen gelassenen Trennstreifens von 3,2 m beträgt die Breite der Reichskraftfahrbahn an der Brückenstelle 24 m.

Die vier Hauptträger folgen der bogenförmig gekrümmten RAB.-Achse; sie haben gleiche Abstände von je 6,8 m voneinander. Die Querträger und Auflagerlinien sind radial zum Bogenmittelpunkt angeordnet, so daß alle Hauptträger verschiedene Krümmungshalbmesser erhalten. Da die Untergurte in einer Höhe liegen, ergeben sich zufolge der quergeneigten Fahrbahn verschiedene Trägerhöhen für die Innen- und Außenträger.

Die der Querneigung von 6 % angepaßte Fahrbahn ruht auf Buckelblechen, die von einem Gerippe aus Längs- und Querträgern getragen wird. Es sind zwei mittlere und zwei besonders ausgebildete Randlängsträger angeordnet. Die Querträger haben einen mittleren Abstand von 4 m; infolge ihrer Radiallage nehmen die Feldweiten von außen nach innen zu ab, schließen demnach trapezförmige Felder ein.

Die lotrechten Auflagerkräfte werden an den Enden durch übliche Lager, an den mittleren Stützenpunkten durch Pendelstützen in die Unterbauten abgeleitet. Zur Aufnahme der waagerechten Windkräfte wird die Fahrbahnplatte herangezogen, die, da die Pendelstützen waagerechte Kräfte nicht aufnehmen können, als Träger zwischen den Widerlagern mit 80 m Stützweite aufzufassen ist. Zur Abgabe dieser Windkräfte sind besondere Windlager eingebaut. Der überdies vorhandene, in der Ebene der Querträgeruntergurte liegende K-förmige Waagerechtverband diente lediglich zur Queraussteifung während der Einbauarbeiten, verblieb aber nach Fertigstellung im Bauwerk.

Als Baustoff wurde für alle Überbauteile St 37, für die Hauptlager Stg 52.81 S bzw. St C 35.61 vorgesehen.

Die Überbauten wurden nach Brückenklasse I gemäß DIN 1072 und 1073 bemessen. Dabei wurden die ganzen, einschließlich der Schutzstreifen 8,9 m breiten Fahrbahnen (gemessen zwischen den Schrammborden) als verkehrsbelastet angenommen, während gleichzeitige Belastung der Schrammbordbahnen ausgeschlossen war. Für das Geländer wurde der bei RAB.-Brücken besonders vorgeschriebene waagerechte Holmdruck von 130 kg/m zugrunde gelegt.

III. Die Fahrbahn.

In Bild 2 ist der Querschnitt eines Überbaues dargestellt.

An den eigentlichen, 7,5 m breiten Fahrstreifen schließen sich auf beiden Seiten 0,4 bzw. 1 m breite Schutzstreifen an, so daß die befahrbare Nutzbreite zwischen den Schrammborden 8,9 m (in der Waagerechten gemessen) beträgt. Diese Fahrbahn wird noch von Schrammbordbahnen

[1]) **Zillinger**, Die Autobahnbrücke über das Werratal bei Hann.-Münden. Bauing. 1937, Heft 23/24, S. 319, u. **Oeser**, Das Werrabauwerk bei Hann.-Münden. Bautechn. 1938, Heft 23/24, S. 292; — **Schlüter**, Die Helderbachtalbrücke. Bauing. 1937, Heft 23/24, S. 334; — **Oeser**, Die Söhrebahnunterführung bei Ochshausen. Bauing. 1937, Heft 23/24, S. 339; — **Bachmann**, Stählerne Autobahnbrücken bei Kassel. Bauing. 1937, Heft 23/24, S. 350.

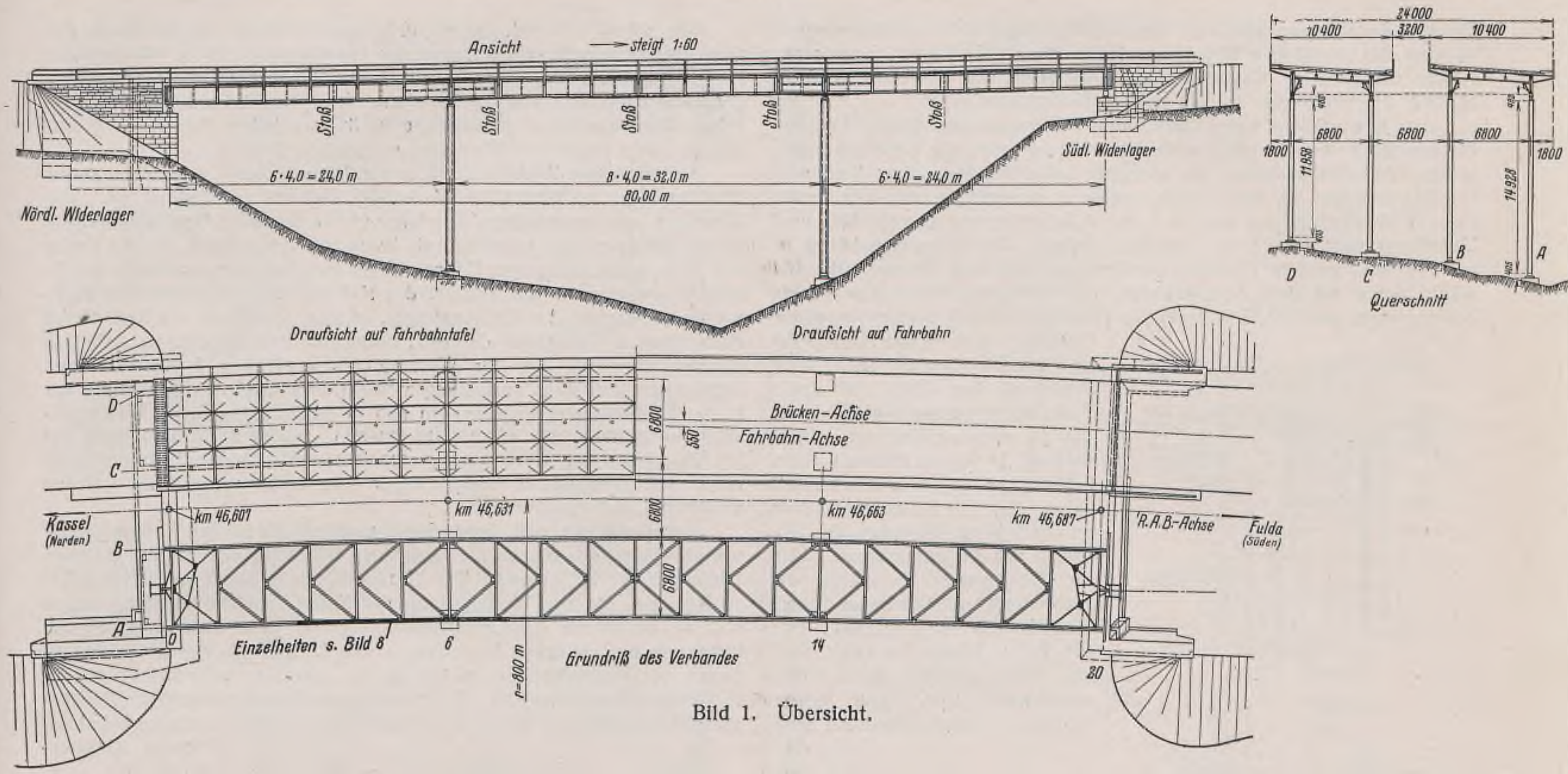


Bild 1. Übersicht.

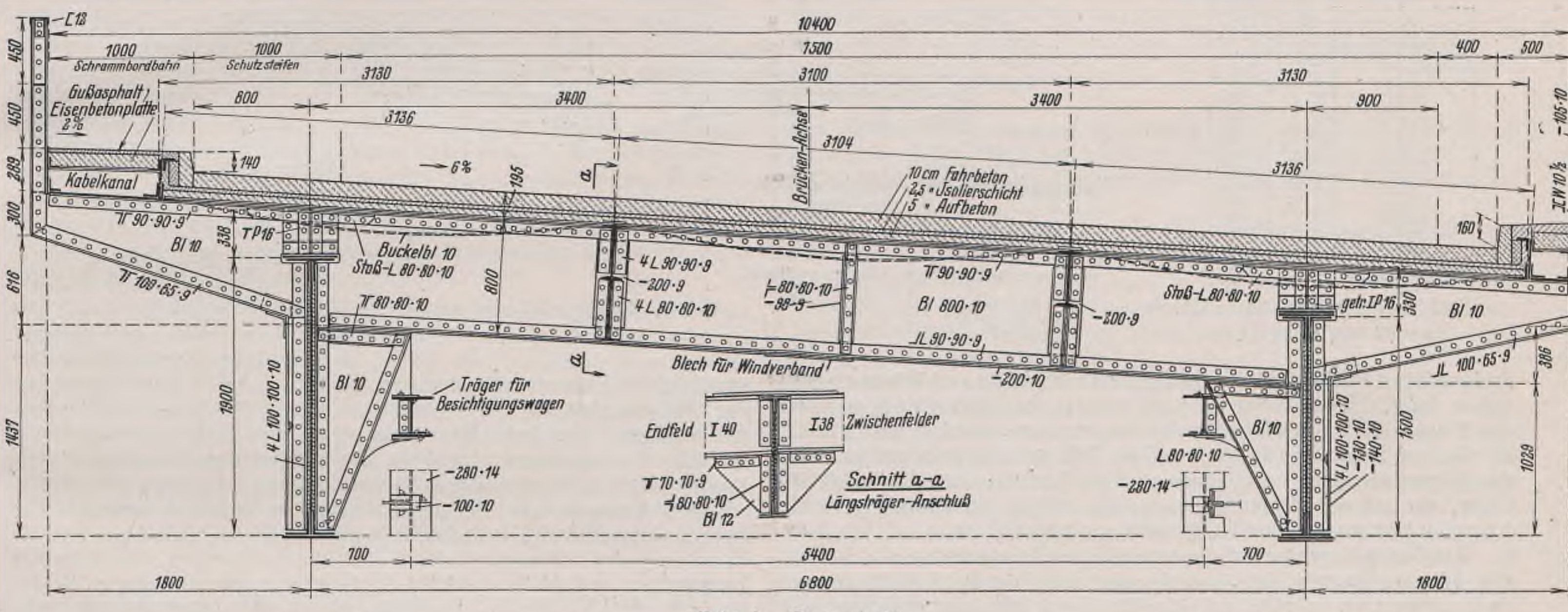


Bild 2. Querschnitt.

eingefaßt; hierdurch ergibt sich dann das lichte Maß zwischen den Geländern mit 10,4 m. Die Fahrbahndecke besteht aus 10 cm Fahrbeton, 2,5 cm Schutzschicht mit Dichtung und 5 cm Aufbeton über dem Füllbeton der Buckelbleche. Einschließlich deren Eigengewicht wiegt diese Tafel 0,62 t/m².

Die Buckelbleche von 10 mm Dicke werden in der Längsrichtung durch zwei mittlere und zwei Rand-Längsträger, in der Querrichtung durch die Querträger gestützt. Bei einem Waagerechtabstand der Längsträger von 3,13 + 3,10 + 3,13 m und einem mittleren Querträgerabstand von 4 m ergeben sich Buckelbleche von etwa 12 m² Größe; ihr Grundriß ist zufolge der Radiallage der Querträger trapezförmig. Die Längsträger stehen senkrecht zur geneigten Fahrbahndecke.

Die statische Berechnung dieser Fahrbahnteile bietet keine Sonderheiten. Sämtliche Längsträger sind mit durchschießenden Platten kontinuierlich ausgebildet und entsprechend bemessen. Während die mittleren Längsträger aus Normalprofilen bestehen, erforderten bauliche Gründe eine besondere Ausbildung der Randlängsträger, die aus Stehblechen und Winkeln zusammengesetzt sind. Auch diese Randlängsträger sind nur für lotrechte Lasten berechnet. Soweit bei Belastung der Buckelblechtafeln waagerechte Kraftwirkungen an den Auflagerrändern entstehen, dürften diese durch den in die Buckelungen eingebrachten Beton, der zudem durch eingeschweißte Streckmetalltafeln innigst mit den Blechen verbunden ist, mit Sicherheit aufgenommen werden[2]. Da die unteren Gurtungen der Randlängsträger gleichzeitig die Gurtungen der als Windverband aufgefaßten Buckelblechtafel bilden, wurden die aus Wind in ihnen entstehenden Zusatzspannungen nachgewiesen. Diese ergaben sich bei den vorgeschriebenen Windbelastungen als keineswegs geringfügig, wenn sie auch zufolge der für diesen Belastungsfall vorgeschriebenen zulässigen höheren Beanspruchungen die Bemessung nicht beeinflußten.

Die aus Stegblechen, Gurtwinkeln und Gurtplatten zusammengesetzten Querträger sind so hoch gelegt, daß Kopfniete im Hauptträgerobergurt bei Lockerwerden ausgewechselt werden können. Sie sind seitlich um 1,8 m ausgekragt; aus Montagegründen sind die Kragarme über den Hauptträgern gestoßen. An den Querträgeranschlüssen sind kräftige Eckbleche untergesetzt, so daß die Hauptträgeruntergurte, die beim Durchlaufträger ja vielfach Druckbeanspruchung erfahren, in waagerechtem Sinne gesichert sind. Geländerpfosten, Kragarme und die in ihrer Verlängerung angeordneten Hauptträgeraußensteifen erhalten gleiche Breitenabmessungen, wodurch eine einheitliche Linie von guter Sichtwirkung erzielt wird. Diese Ausführungsart ist in letzter Zeit ja häufig angewendet.

An den Querträgereckblechen sind die Fahrschienenträger für den Besichtigungswagen angeschlossen. Da die Räder innen auf den unteren Flanschen laufen, werden die Träger zusätzlich auf Verdrehung beansprucht. Das aus diesem Grunde zunächst vorgesehene Peiner Leichtprofil wurde wegen Beschaffungsschwierigkeiten durch einen geschweißten Träger ersetzt; auch die aus der Torsionsbeanspruchung sich ergebenden waagerechten Anschlußkräfte werden durch Schweißnähte aufgenommen.

[2]) Vgl. Schaechterle u. Leonhardt, Fahrbahnen der Straßenbrücken. Bautechn. 1938, Heft 23/24, S. 306.

Der von der Demag gelieferte Besichtigungswagen wird im Ruhezustand in eine am nördlichen Widerlager (Seite der festen Lager) ausgesparte Nische eingefahren. Diese Anordnung bedingte eine verschiedene Ausbildung der Windlager, auf die noch zurückzukommen ist.

Am beweglichen Lager sind infolge Wärmeschwankungen Längenänderungen von ± 3,4 cm zu erwarten. Hierzu treten die Verschiebungen infolge Verkehrsbelastung, die aber, da beim Durchlaufträger Zug- und Druckspannungen in den Gurten wechseln, geringfügig sind. Es wurde eine Größtverschiebung von ± 4 cm, d. h. also zwischen Höchst- und Tiefsttemperatur von 8 cm zugrunde gelegt. Als Übergangsplatten in der Fahrbahn wurden flußstählerne Schleppbleche von 40 mm Dicke gewählt, deren auf dem Abschlußträger der Stahlkonstruktion bzw. einem Schleppträger aus I P 22 auflagernde Teile fingerförmig ineinandergreifen (Bild 3). Aus Ersparnisgründen und zur Verringerung der Schlitzbreite ist hier also von einer Fingerkonstruktion aus Stahlguß, die ja meist üblich ist, abgewichen. In die nur 35 mm breiten Schlitze greifen die 25 mm breiten Finger ein. Die Breite von 35 mm gestattet ohne Bedenken ein Befahren mit Kleinkrafträdern. Um die Übergangsbleche griffig zu machen, sind quer zur Fahrrichtung 5 mm tiefe Nuten eingefräst. Für die 8,9 m breite Fahrbahn sind vier Tafeln gewählt, deren Stöße verschweißt sind. Die Finger liegen nicht unmittelbar auf dem Schleppträger, sondern auf einem gleichfalls mit Schlitzen versehenen 10 mm dicken Zwischenblech. Somit bleibt stets ein ausreichender Spalt unter den Fingern für die Abführung des Tageswassers gewahrt, selbst wenn die Spalten neben den Fingern mit der Zeit verschmutzen sollten. Bei den Schrammbordbahnen genügen einfache Schleifbleche. Der Abschlußträger, der auf die Hauptträger aufgesetzt und an den Längsträgern mit Konsolen zwischengestützt ist, besteht aus einem ⊏ 32.

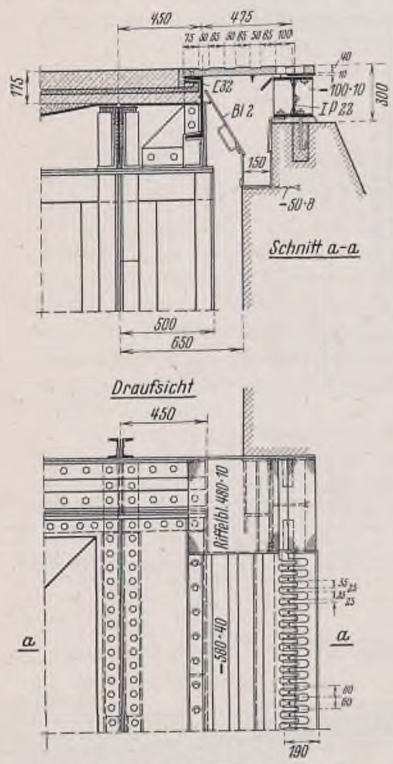


Bild 3. Übergangskonstruktion am beweglichen Lager.

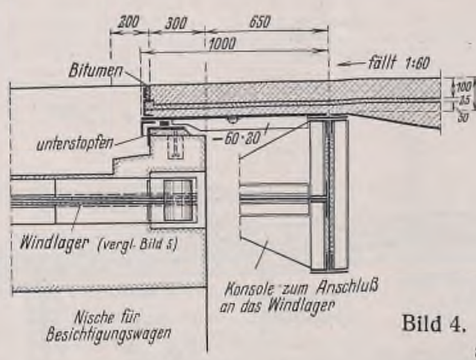
Am festen Lager ist auf Anordnung eines Abschlußträgers verzichtet. Die 16 mm dicken Schleppbleche laufen unter der Fahrbahndecke vom Endquerträger bis zu einer auf dem Widerlager aufgesetzten Gleitschiene durch. Um bei der sich so ergebenden größeren Stützweite keine unzulässigen Beanspruchungen im Blech zu erhalten, ist letzteres durch unten angeschweißte Rippen 60 × 20 in 200 mm Abstand versteift (Bild 4).

Wie schon erwähnt, ist ein K-förmiger Verband in der Ebene der Querträgeruntergurte angeordnet, der zur Queraussteifung während der Einbauzeit dient, wogegen die Windkräfte durch die Fahrbahntafel aufgenommen werden. Für die Ableitung der Windkräfte, die bei den üblichen Windbelastungsvorschriften etwa 30 t an jedem Brückenende ausmachen, sind besondere Windlager vorgesehen (Bild 5).

Am südlichen Widerlager, d. h. am beweglichen Lager, liegt dieses Windlager in der Ebene des Verbandes, wie es naheliegend ist. Ein Windbock mit waagerechten Anschlägen ist in das Widerlager eingelassen. Gegen die Anschläge stützt sich ein hammerartiger Bauteil, der die Kräfte mit Hilfe eines unter den Endquerträger gelegten biegungsfesten Blechträgers und eines in das Endfeld des K-Verbandes eingeschalteten Fachwerks weitergibt. Im Endquerträger, dessen Untergurt ein Teil dieses Fachwerkes ist, entstehen demnach zusätzliche Beanspruchungen, die sich ergeben einerseits aus der Wirkung des erwähnten Fachwerkes und andererseits aus dem Versetzungsmoment, das durch die Aufnahme der in der Fahrbahntafel angreifenden und in der tieferliegenden Windlagerebene aufgenommenen Windkräfte entsteht. Unter Berücksichtigung der bei Einschluß der Windwirkung zugelassenen höheren Beanspruchung reichte gleichwohl beim Endquerträger derselbe Querschnitt wie bei den mittleren Querträgern aus.

Am nördlichen, d. h. festen Lager verbietet die für den Besichtigungswagen ausgesparte Nische die Anordnung des Windbockes in der gleichen Höhe wie der K-Verband. Der Windbock, die in ihn eingreifenden Anschläge und die zur Weiterleitung der Kräfte bestimmten Stäbe liegen hier in der Ebene der Längsträgeruntergurte, d. h. also etwa 390 mm höher als am südlichen Widerlager. Die Längsträger des Endfeldes erhalten bei Weitergabe der Kräfte an das darunter befindliche, in der K-Verbandsebene liegende Fachwerk Zusatzbeanspruchungen, die aber gleichfalls im Rahmen der bei Berücksichtigung der Windkräfte zugelassenen höheren Spannungen bleiben.

Die Anordnung dieser Bauteile ähnelt, wie man sieht, der konstruktiven Behandlung von Bremsverbänden bei Eisenbahnbrücken, die mit dem Windverband vereinigt sind.



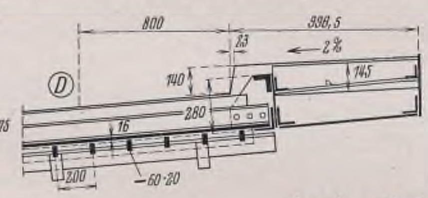


Bild 4. Übergangskonstruktion am festen Lager.

IV. Die Hauptträger.

Die vier Hauptträger sind, wie schon erwähnt, bogenförmig gekrümmt ausgeführt; sie liegen auf konzentrischen Kreisen, haben also verschiedene Krümmungshalbmesser. In Anpassung an die Querneigung der Fahrbahn sind, da die Untergurte in einer Höhe liegen, die inneren und äußeren Träger jedes Überbaues verschieden hoch ausgebildet.

Für die Berechnung der über vier Stützen durchlaufenden Hauptträger wurden zunächst folgende Voraussetzungen festgelegt. Die beiden, an der Bogenaußenseite liegenden Hauptträger sollten ebenso wie die beiden entsprechenden Innenträger je gleich bemessen werden. Für die Ermittlung der statischen Größen sind die Stützweiten des äußersten Hauptträgers mit 24,306 + 32,408 + 24,306 m zugrunde gelegt; die zugehörige gleichbleibende Feldweite, durch die Querträgerentfernung gegeben, ist 4,051 m. Das für die statischen Verhältnisse geringfügige Längsgefälle der Überbauten von 1 : 60 blieb außer Ansatz. Die Hauptträger wurden zunächst als gerade Balken berechnet und der Einfluß der

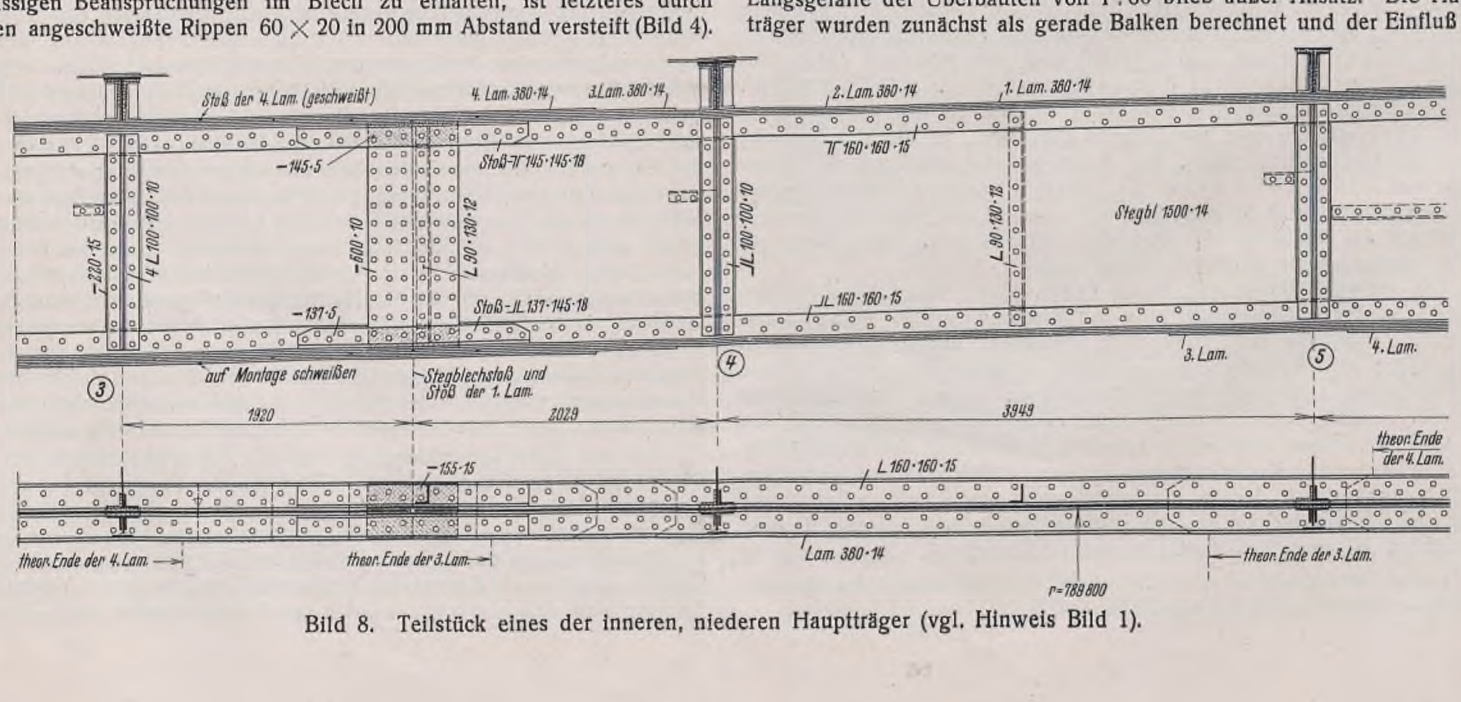


Bild 8. Teilstück eines der inneren, niederen Hauptträger (vgl. Hinweis Bild 1).

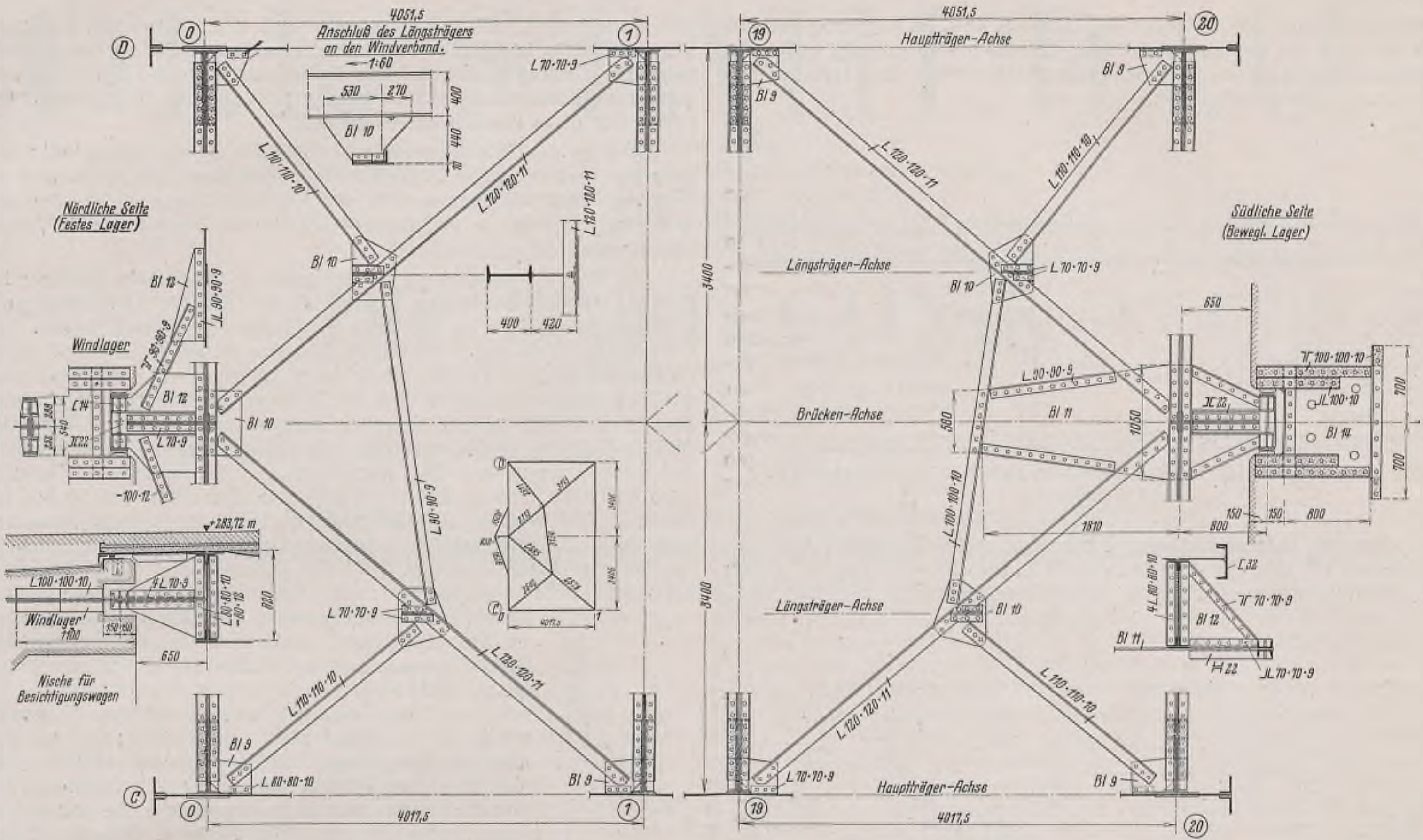


Bild 5. Endfelder des Windverbandes mit Windlagern.

Krümmung durch ein vereinfachtes Näherungsverfahren[3]) nachträglich ermittelt. Die verhältnismäßig flache Krümmung — die Überbaumittelachse hat einen Krümmungshalbmesser von $R = 800$ m — ließ dies Verfahren als ausreichend erscheinen, zumal eine genauere Berechnung bei dem an sich zweifach statisch unbestimmten System sehr umständlich geworden wäre. Bei den maßgebenden Biegungsmomenten liegt der Einfluß der Krümmung bei 1,5%.

Das Hauptträgersystem ist als Balken auf vier Stützen zweifach statisch unbestimmt; alle vier Stützpunkte sind als starr angenommen. Die Berechnung der Einflußlinien der für die Bemessung erforderlichen statischen Größen erfolgte in Anlehnung an ein bekanntes Lehrbuch[4]) unter Berücksichtigung der Veränderlichkeit der Trägheitsmomente und gestaltete sich zufolge der Symmetrie verhältnismäßig einfach. Nach Ermittlung der Einflußlinien für die als statisch unbestimmte Größen eingeführten Stützenmomente ließen sich die Einflußlinien der Feldmomente mit Hilfe der Spitzenkurve leicht bestimmen. Der Vergleich zwischen den in den Feldern als konstant angenommenen Trägheitsmomenten mit dem tatsächlichen, aus der Bemessung sich ergebenden Verlauf der Trägheitsmomente ergab befriedigende Übereinstimmung (Bild 6).

Die Auswertung der Einflußlinien erfolgte zweckmäßigerweise mit Knotenlasten.

Aus der Fahrbahndecke mit dem Einheitsgewicht von 0,62 t/m² und dem Gewicht der Längs- und Querträger folgte eine Knotenlast in den Querträgeranschlußpunkten von $G_f = 15{,}41$ t; unter Berücksichtigung des Gewichtes der sonstigen Stahlkonstruktionsteile (Hauptträger, Besichtigungswagenträger, Windverband) betrug die Gesamtknotenlast $G = 20$ t das ist etwa 5 t/lfdm Hauptträger.

Auch die nach DIN 1072, Brückenklasse I, festgelegten Verkehrslasten wurden auf Knotenlasten umgerechnet, wobei die Verkehrslast seitlich bis an die Schrammbordkante, also einschließlich des Schutzstreifens herausgerückt wurde. Aus der gleichmäßig verteilten Ersatzlast auf der Fahrbahn ergaben sich mit einer Stoßzahl $\varphi = 1{,}35$ für die dreispurige Brücke Knotenlasten $\varphi P' = 13{,}23$ t für alle Knotenpunkte, zu denen noch als Überlasten die gleichfalls auf die Knotenpunkte umgerechneten Lasten aus den Achsdrücken der vorbeschriebenen Einzelfahrzeuge mit $\varphi P'' = 21{,}44$ t und $\varphi P''' = 6{,}53$ t für zwei benachbarte Knotenpunkte hinzukamen.

Während gleichmäßige Erwärmung für das gewählte System ohne Einfluß war, wurde ungleiche Erwärmung von Unter- gegen Obergurt in

[3]) Bachmann, Stählerne Autobahnbrücken bei Kassel. Bauing. 1937, Heft 25/26, S. 384.

[4]) Kammer, Der durchlaufende Träger über ungleichen Öffnungen. Springer 1926.

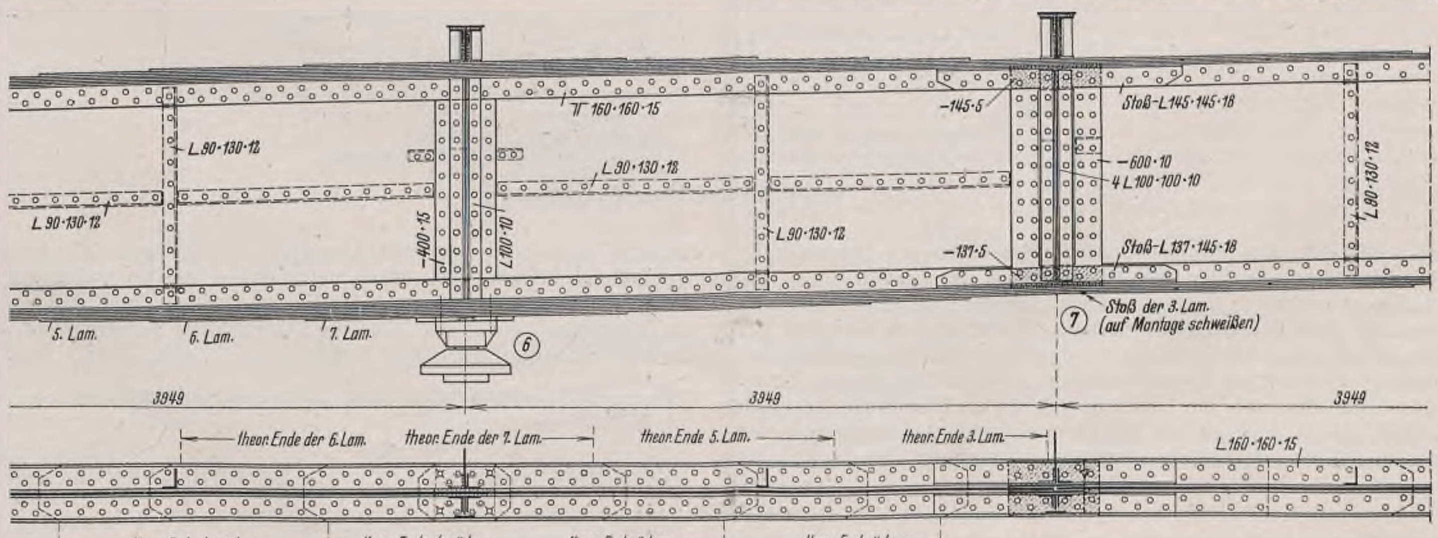


Bild 8.

Abweichung von DIN 1072 mit nur $\Delta t = \pm 5^\circ$ C in Rechnung gestellt, da die Lage der Brücke in waldiger, schattiger Gegend und außerdem Nord-Süd-Richtung eine scharfe, höhere Unterschiede verursachende Bestrahlung nicht erwarten ließ.

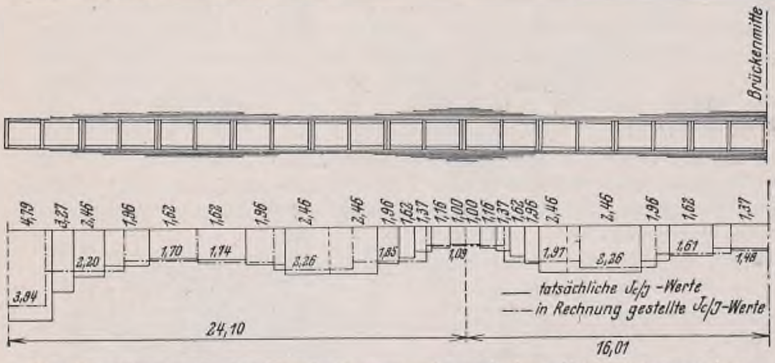


Bild 6. Vergleich der Trägheitsmomente zwischen Rechnungsannahme und Ausführung.

Für die äußeren, höheren Träger wurde ein Grundquerschnitt aus Stegblech ▭ 1900 · 12 und Gurtwinkeln L 160 · 160 · 15 gewählt. Dieser Querschnitt wurde nach dem Größtmomentenverlauf mit vier Gurt-

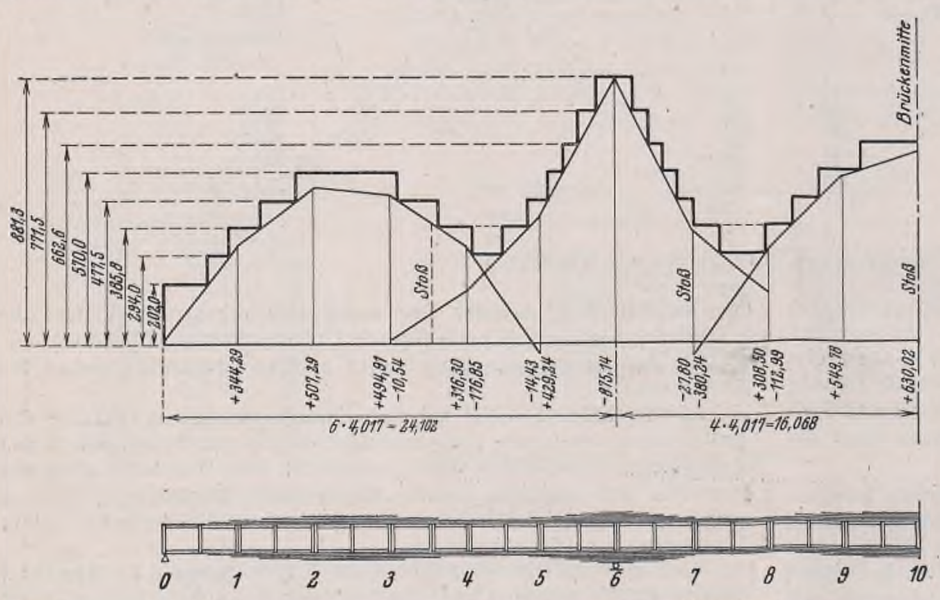


Bild 7. Baustoffverteilung der inneren, niederen Hauptträger.

platten ▭ 380 · 14 und einer fünften Platte ▭ 380 · 16 verstärkt. Die inneren, niederen Träger haben entsprechend ein Stegblech ▭ 1500 · 14, Gurtwinkel L 160 · 160 · 15, fünf Gurtplatten ▭ 380 · 14 und zwei

voll erreicht wird. Die senkrechten Steifen sind ebenso wie die Querträgeranschlüsse lotrecht, also nicht rechtwinklig zu den im Längsgefälle liegenden Gurten eingesetzt. Die Zwischensteifen sind zur Ersparung von Futterstücken über die Gurte gekröpft; bei den Querträgeranschlüssen ließen sich diese Futter nicht vermeiden.

Die Lage der Hauptträgerstöße ist durch den Einbauvorgang bestimmt; demnach sind stets alle Querschnittsteile gestoßen. Die Stöße sind so festgelegt, daß die Einzelprofile die Regelwalzlängen nicht oder nur geringfügig, ferner die einzubauenden Teile ein Gewicht von 12 t nicht überschreiten.

Die Stegblechstoßdeckung ist auf ganze Stegblechhöhe durchgeführt (Bild 8). Da diese Stoßbleche naturgemäß die Dicke der Gurtwinkel nicht benötigen, sind Futter an den Gurtwinkeldeckungen untergeschoben. Die Gurtwinkel laufen gegen die Stegblechlaschen stumpf an und sind durch Stoßwinkel gedeckt. Die als Ersatz der waagerechten Gurtwinkelschenkel am Stoß eingelegten Futter sind zur Deckung der ersten Gurtplatte mitgerechnet, so daß die hier sitzenden Stoßniete zweischnittig wirken. Alle übrigen Stoßniete sind einschnittig, teilweise unmittelbar, teilweise mittelbar wirkend gerechnet. Die Nietzahlen sind bei mittelbarer Deckung nach DIN 1079 erhöht. Da die Stöße (mit Ausnahme des Stoßes bei Punkt 10) im Bereich der Abstufung der Gurtplatten liegen, ergeben sich im allgemeinen keine symmetrischen Stoßbilder. Grundsätzlich ist die Stoßausbildung so erfolgt, daß beim Zusammenbau ein Einfädeln der Querschnittsteile vermieden wird; dafür mußte eine entsprechend größere Anzahl von Baustellennieten in Kauf genommen werden.

Die Gurtungen sind, den zusammenzufügenden Dicken entsprechend, mit Nieten von $d = 26$ mm $\varnothing$ genietet. DIN 1079 gemäß können hiermit Dicken bis $4{,}5\,d = 117$ mm geheftet werden. Dieser Grenzwert wurde in der Regel nicht überschritten; nur bei den niedrigen Hauptträgern mit den dickeren Gurten ergab sich über den Stützen, wo zu den Gurtwinkeln, den fünf Gurtplatten von 14 mm und zwei Gurtplatten von 16 mm noch 30 mm dicke Beilagen für die Lagerbefestigung hinzutreten, ein Maß von 147 mm. Um bei dieser Klemmlänge ein einwandfreies Ausfüllen der Nietlöcher sicherzustellen, wurden in diesem Bereich verstärkte Niete, deren Schaftdurchmesser nur 0,5 mm kleiner als der Lochdurchmesser war, eingezogen. Es wurden demnach diejenigen baulichen Grundsätze berücksichtigt, die in dem Januar 1938 erschienenen DIN-Blatt 1079 allgemein gültig festgelegt sind.

Die Hauptträger wurden um Maße überhöht, die sich aus der Biegelinie infolge ständiger Last ergaben. Die Überhöhung wurde durch entsprechenden Zuschnitt der Bleche, deren Begrenzungskanten jedoch geradlinig gelassen wurden, erzielt. Die Durchbiegungswerte sind für die niederen Hauptträger mit den kleineren Trägheitsmomenten ermittelt, die Überhöhung der höheren, demnach steiferen Hauptträger ist aber um die gleichen Maße erfolgt. Die Biegelinie aus ständiger Last, die in der Mitte des Mittelfeldes eine größte Senkung von etwa 15 mm ergibt, sowie die gewählte Überhöhungslinie ist in Bild 9 dargestellt. Die Überhöhung beträgt

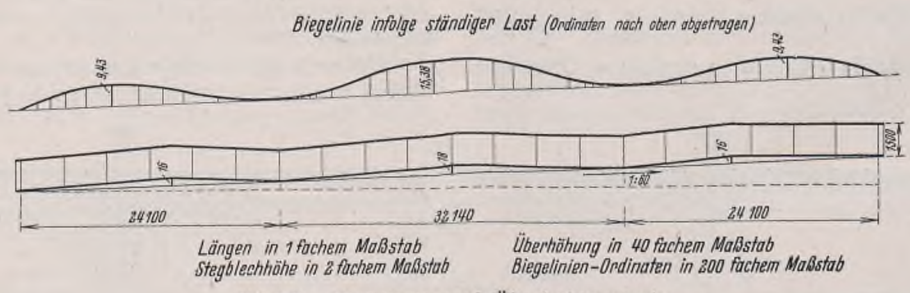


Bild 9. Biegelinie und Überhöhungsnetz.

Platten ▭ 380 · 16. Die Baustoffverteilung des letzteren Trägers zeigt Bild 7. Die Sicherung der Stegbleche gegen Ausbeulen, nach den „Vorläufigen Vorschriften für die Beulsicherheit der Stegbleche" ermittelt, erforderte in allen Feldern eine senkrechte Zwischensteife, dazu in den Feldern neben den Mittelstützen, in denen größte Biegungsmomente mit größten Querkräften zusammentreffen, waagerechte Steifen. Diese Zwischensteifen sind stets nur einseitig, d. h. an der Hauptträgerinnenseite angeordnet, um die Flächen der Trägerbleche möglichst wenig zu unterbrechen, zumal die erforderliche statische Wirkung durch einseitige Steifen

demnach beim Stoß der Seitenöffnungen 16 mm, beim Mittelstoß der Mittelöffnung 18 mm, diese Maße natürlich auf die im Verhältnis 1 : 60 ansteigende Gradiente bezogen. Die größte Durchbiegung infolge ruhender Verkehrslast, die in der Mitte der Mittelöffnung auftreten wird, ergibt sich beim niederen Hauptträger rechnerisch zu 27 mm. Dieser Wert liegt mit $\frac{l}{1186}$ fast doppelt unter dem zulässigen Grenzwert von $\frac{l}{600}$.

(Schluß folgt.)

Verantwortlich für den Inhalt: Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt. — Verlag von Wilh. Ernst & Sohn, Berlin W 9. — Druck: Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.

DER STAHLBAU

Schriftleitung:
Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt, Technische Hochschule
Fernsprecher: Darmstadt 7711, Apparat 599
Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61
Veröffentlichungsbeiträge an voranstehende Anschriften erbeten

Beilage zur Zeitschrift **DIE BAUTECHNIK** Fachschrift für das gesamte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

12. Jahrgang | BERLIN, 28. April 1939 | Heft 9

Ein Annäherungsverfahren zur Berechnung des Vierendeelträgers, gültig für beliebige Querschnittsverhältnisse und Belastung der Gurte auch außerhalb der Knotenpunkte.

Von Dr.-Ing. **Otto Braun**, Augsburg.

In meiner Dissertation[1]) habe ich die verschiedenen Möglichkeiten der Berücksichtigung nachträglicher Querschnittsänderungen bei der Berechnung statisch unbestimmter Tragwerke erläutert. Abgesehen von dem genauen Verfahren wurde hierbei auch die Möglichkeit erwähnt, die Spannungen des geänderten Tragwerkes aus denen des ursprünglichen verhältnismäßig leicht durch Annäherung zu errechnen. Ich habe dabei (S. 62 der Dissertation) die Vermutung ausgesprochen, für Querschnittsänderungen der Vertikalen des Vierendeelträgers werde dieses Annäherungsverfahren so gut konvergieren, daß sich darauf ein endgültiges Berechnungsverfahren aufbauen lasse, das gegenüber den sonst gebräuchlichen Vorteile biete. Das gilt insbesondere, wenn es sich um den allgemeinen Fall des Trägers mit nicht parallelen Gurten, beliebigen Querschnitten und Kraftangriff, gegebenenfalls auch außerhalb der Knotenpunkte, handelt. Es soll die Berechnung des Vierendeelträgers hier als Beispiel für die praktische Anwendung der in meiner Dissertation gegebenen Ableitungen angeführt werden, wobei diese Ableitungen nur so weit entwickelt werden, als es für die Berechnung dieser Trägerart notwendig ist. Die für jede beliebige Trägerart gültigen Ableitungen sind in meiner Dissertation zu finden.

Zur Berechnung wird vorausgesetzt, daß an den Vertikalen keine äußeren Lasten angreifen, eine Bedingung, die fast immer erfüllt sein wird. Die Untersuchung eines derartigen Lastfalles wäre zwar möglich, wird aber etwas umständlich und unterbleibt wegen seiner Seltenheit. Es wird sich im Verlauf der Untersuchung zeigen, daß man weitere Vereinfachungen erhält, wenn die Vertikalen symmetrisch zu ihrer Mitte (der horizontalen Achse) ausgebildet sind, was ebenfalls meist der Fall ist, und wenn man es als zulässig betrachtet, den Einfluß der Längung der Vertikalen (infolge Normalkräfte) als unwesentlich zu vernachlässigen. Die beiden letztgenannten Bedingungen sollen aber zunächst nicht als erfüllt gelten.

a) Erläuterung des Rechnungsganges.

Der Gedankengang, der zu dem Annäherungsverfahren führt, möge zunächst kurz erläutert werden:

Es wird zuerst statt des endgültigen Tragwerkes ein Ersatz-Vierendeelträger berechnet, der sich von dem endgültigen nur dadurch unterscheidet, daß seine Vertikalen starr sind. Dieses Ersatzsystem ist wesentlich einfacher zu berechnen als das vollelastische; denn wählt man die statisch unbestimmten Größen X_k, Y_k, Z_k wie in Bild 1 angegeben, wobei das Tragwerk mit einem in jedem Feld durchschnittenen Gurt statisch bestimmtes Hauptsystem ist, so erstrecken sich die M_k-Flächen infolge $X_k = 1$ bzw. $Y_k = 1$ bzw. $Z_k = 1$ jeweils nur über die Gurte des k^{ten} Feldes und die beiden Vertikalen, überdecken sich also mit den M_{k-1}-Flächen und M_{k+1}-Flächen der Nachbarfelder nur an den Vertikalen (vgl. a. Bild 2). Da diese starr sind ($J = \infty$), so werden in den Elastizitätsgleichungen die Verschiebungen $\delta_{k,\,k-1}$ und $\delta_{k,\,k+1}$ zu Null, d. h. die Elastizitätsgleichungen für X_k, Y_k, Z_k sind unabhängig von den übrigen. Wählt man außerdem diese drei Unbekannten X, Y, Z in jedem Felde so, daß auch δ_{xy}, δ_{xz} und δ_{yz} verschwinden, d. h. läßt man sie im elastischen Schwerpunkte des Einzelrahmens mit starren Vertikalen angreifen, so erhält man lauter voneinander unabhängige Elastizitätsgleichungen. Nach dieser Wahl der statisch unbestimmten Größen fällt jede weitere Gleichungsauflösung weg, und die Spannungen des Ersatzsystems könnten vermittels X, Y, Z berechnet werden. Diese Spannungen des Ersatzsystems unterscheiden sich noch von denen des endgültigen vollelastischen Systems. Es ist aber möglich, im Ersatzsystem den endgültigen Spannungszustand herzustellen, z. B. indem man sämtliche starren Vertikalen durchschneidet und die durch den Schnitt getrennten Querschnitte gegeneinander verschiebt. Bei jeder Vertikalen sind drei derartige Verschiebungen möglich, nämlich eine Längsverschiebung, eine Querverschiebung und eine Winkeldrehung der durch den Schnitt getrennten Querschnitte. Wenn sie bekannt wären, so könnte man aus den Elastizitätsgleichungen des Ersatzsystems die Spannungen des endgültigen vollelastischen Systems errechnen.

Um diese Verschiebungen, die der Querschnittsänderung von den starren zu den elastischen Vertikalen gleichwertig sind, zu bestimmen, könnte man Elastizitätsgleichungen aufstellen, welche die Verschiebungen als Unbekannte enthalten. Da hierbei Verschiebungen als Unbekannte auftreten, so gehören diese Gleichungen der Deformationsmethode an. Dieser exakte Weg ist in meiner Dissertation beschrieben. Er ist hier unzweckmäßig, weil die Gleichungen zu umfangreich werden, denn jede Vertikale liefert drei unbekannte Verschiebungen.

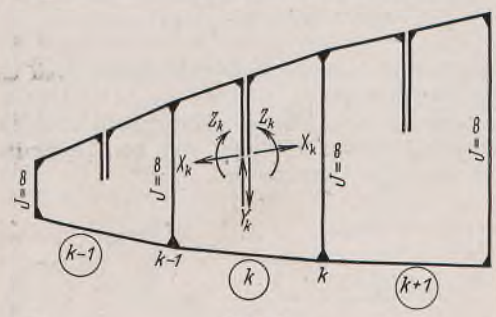


Bild 1.

Statt dieses umständlichen, genauen Verfahrens kommt man zu einem guten Annäherungsverfahren durch folgende Überlegung: Wegen des geringen Einflusses der Vertikalen werden die bekannten Spannungen des Ersatzsystems von den noch nicht bekannten endgültigen nicht sehr stark abweichen. Es läßt sich aber zeigen, daß die gesuchten Verschiebungen von den endgültigen Spannungen abhängig sind. Sie lassen sich als Funktionen der im Schnitt der Vertikalen auftretenden endgültigen Kräfte (Normalkräfte, Querkräfte und Biegungsmomente) ausdrücken. Da weiterhin die statisch unbestimmten Größen wieder von den Verschiebungen abhängen, so ist es möglich, die Änderung der statisch unbestimmten Größen selbst als Funktionen dieser endgültigen Schnittkräfte (der Vertikalen) auszudrücken. Formt man die erhaltenen Gleichungen noch etwas um, und setzt man für die Schnittkräfte zunächst diejenigen des Ersatzsystems ein, so erhält man Näherungswerte für die durch den Übergang von den starren zu den elastischen Vertikalen bedingten Änderungen der statisch unbestimmten Größen. Damit kann man wieder verbesserte Schnittkräfte errechnen und mit diesen dann wieder genauere statisch unbestimmte Größen usw., bis genügende Genauigkeit erreicht ist. Wie diese Annäherung im einzelnen zu erfolgen hat, um möglichst gute Konvergenz zu erreichen, ist später ausführlich angegeben.

Der Rechnungsgang wird kurz zusammengefaßt folgender: Man stellt die voneinander unabhängigen Elastizitätsgleichungen des Ersatzsystems mit starren Vertikalen auf und bestimmt die Kräfte für irgendeinen Querschnitt der Vertikalen, meist für die Mitte. Zur Berücksichtigung der Elastizität der Vertikalen, d. h. zur Berücksichtigung ihrer Querschnittsänderung drückt man die Änderung der statisch unbestimmten Größen als Funktion der endgültigen Schnittkräfte der Vertikalen aus

[1]) O. Braun, Nachträgliche Querschnitts- und Systemänderungen statisch unbestimmter Tragwerke, insbesondere Systeme mit veränderlicher Gliederung und abgespannte Konstruktionen. Ein Beitrag zur Deformationsmethode. Diss. Berlin 1936.

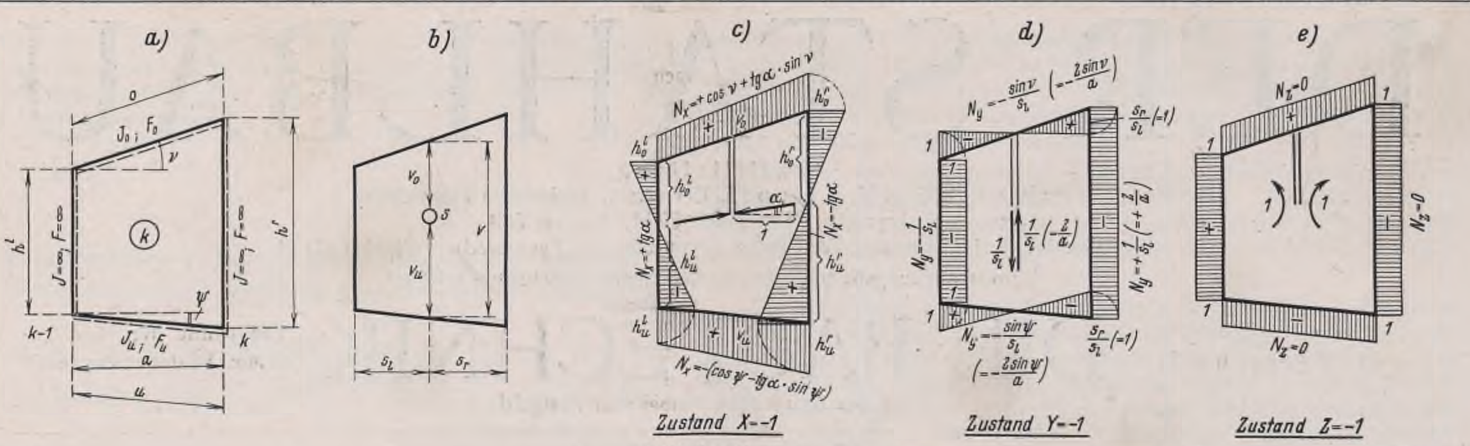


Bild 2a bis e.

und formt die Gleichungen etwas um. Die ersten Näherungswerte für die Änderung der Unbekannten erhält man, indem man als Schnittkräfte zunächst die des Ersatzsystems einsetzt. Die genauen Werte ergeben sich durch fortlaufende Verbesserung in der später angegebenen Reihenfolge.

b) Die Berechnung des Ersatzsystems.

Zur Aufstellung der voneinander unabhängigen Elastizitätsgleichungen des Ersatzsystems mit starren Vertikalen müssen die statisch unbestimmten Größen jeweils im elastischen Schwerpunkt des Einzelrahmens angreifen. Der Bestimmung des Schwerpunktes und der Art des Angriffes der Unbekannten diene Bild 2. Momente, die auf der gestrichelten Seite der Stäbe Zug erzeugen, seien positiv.

Für sämtliche Vertikalen ist $J=\infty$, also ergibt sich durchweg $h\cdot\frac{J_c}{J}=0$. Die Lage des Schwerpunktes hängt nur von den Gurtstäben ab. In dem einfachen, meist vorliegenden Fall, daß diese jeweils auf die Feldweite konstanten Querschnitt haben und nicht gekrümmt sind, wird man folgende Hilfswerte einführen:

$$o'=o\cdot\frac{J_c}{J_o} \quad \text{und} \quad u'=u\cdot\frac{J_c}{J_u}$$

sowie

$$o''=o\cdot\frac{J_c}{F_o} \quad \text{und} \quad u''=u\cdot\frac{J_c}{F_u},$$

wobei o und u die Stablängen sind. Die Lage des elastischen Schwerpunktes erhält man aus den Bedingungen $\delta_{xz}=0$ und $\delta_{yz}=0$. Da die Gurte infolge $Z=-1$ nur Biegungs-, keine Normal- oder Schubspannungen haben, so ist die Schwerpunktslage nur abhängig von den Trägheitsmomenten der Gurte, nicht von ihren Querschnitten.

Aus $\delta_{yz}=\int M_y\,M_z\,ds\cdot\frac{J_c}{J}=0$ folgt

$$(1)\qquad s_l=s_r=\frac{a}{2}.$$

Aus $\delta_{xz}=0$ folgt $u'\,v_u=o'\,v_o$ oder $\frac{v_u}{v_o}=\frac{o'}{u'}$.

Es ist $v_u+v_o=v$, also:

$$(2)\qquad v_u=\frac{o'}{o'+u'}\cdot v.$$

Hierbei ist $v=\frac{1}{2}\left(h^l+h^r\right)$.

Damit ist die Lage des elastischen Schwerpunktes bekannt, und man kann bereits δ_{yy} und δ_{zz} bestimmen. Bei Vernachlässigung des Einflusses der Querkräfte ist:

$$\delta_{yy}=\int M_y^2\,ds\cdot\frac{J_c}{J}+\int N_y^2\,ds\cdot\frac{J_c}{F}$$
$$=1^2\left(\frac{o'}{3}+\frac{u'}{3}\right)+o''\cdot\frac{4\cdot\sin^2\nu}{a^2}+u''\cdot\frac{4\cdot\sin^2\psi}{a^2}.$$

$$(3)\qquad \begin{cases}\delta_{yy}=\frac{o'+u'}{3}+\frac{4}{a^2}\left(o''\cdot\sin^2\nu+u''\cdot\sin^2\psi\right)\\ \delta_{zz}=o'+u'\end{cases}$$

Die Neigung α der Unbekannten X gegen die Horizontale ergibt sich aus der Bedingung $\delta_{xy}=\int M_x\,M_y\,ds\cdot\frac{J_c}{J}+\int N_x\,N_y\,ds\cdot\frac{J_c}{F}=0$. (Wenn es erforderlich erscheint, könnte auch der Einfluß der Querkräfte berücksichtigt werden.) Die Unbekannte sei so gewählt, daß im Zustand $X=1$ ihre Horizontalkomponente 1 ist. Dann ist die Vertikalkomponente gleichzeitig $\operatorname{tg}\alpha$. Man kann also den Zustand $X=-1$ des Bildes 2 in die in Bild 3 dargestellten beiden Teilzustände zerlegen, von denen der zweite der $(-s_l\cdot\operatorname{tg}\alpha)$-fache Zustand $Y=-1$ ist, während der erste mit $\bar{X}=-1$ bezeichnet sei.

Dementsprechend läßt sich δ_{xy} zusammensetzen aus:

$$\delta_{xy}=\delta_{\bar{x}y}-s_l\cdot\operatorname{tg}\alpha\,\delta_{yy}=0.$$

$$(4)\qquad \operatorname{tg}\alpha=\frac{\delta_{\bar{x}y}}{s_l\,\delta_{yy}}=\frac{2\,\delta_{\bar{x}y}}{a\,\delta_{yy}}.$$

Der Wert δ_{yy} wurde bereits ermittelt [Formel (3)]. Weiterhin wird

$$\delta_{\bar{x}y}=\int M_{\bar{x}}\,M_y\,ds\cdot\frac{J_c}{J}+\int N_{\bar{x}}\,N_y\,ds\cdot\frac{J_c}{F}$$
$$=d_o\cdot 1\cdot\frac{o'}{3}-d_u\cdot 1\cdot\frac{u'}{3}-o''\cdot\frac{2}{a}\cdot\sin\nu\cdot\cos\nu+u''\cdot\frac{2}{a}\cdot\sin\psi\cdot\cos\psi$$
$$\delta_{\bar{x}y}=\frac{1}{3}\left(d_o\,o'-d_u\,u'\right)+\frac{2}{a}\left(u''\cdot\sin\psi\cdot\cos\psi-o''\cdot\sin\nu\cdot\cos\nu\right),$$

hierbei ist $\quad d_o=\frac{a}{2}\cdot\operatorname{tg}\nu \qquad d_u=\frac{a}{2}\cdot\operatorname{tg}\psi.$

$$(5)\qquad \delta_{\bar{x}y}=\frac{a}{6}\left(o'\cdot\operatorname{tg}\nu-u'\cdot\operatorname{tg}\psi\right)+\frac{2}{a}\left(u''\cdot\sin\psi\cdot\cos\psi-o''\cdot\sin\nu\cdot\cos\nu\right).$$

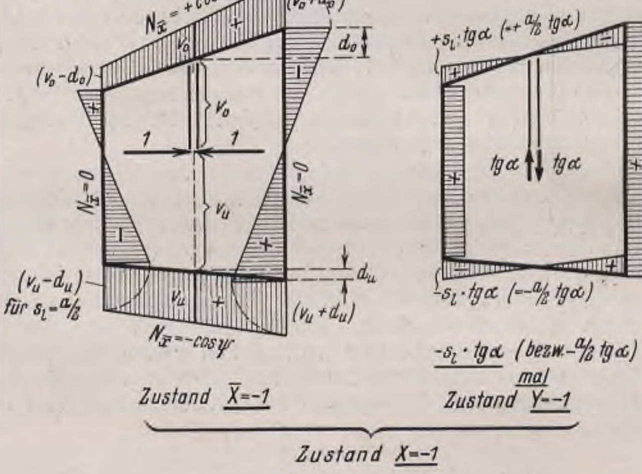


Bild 3.

Nachdem damit auch $\operatorname{tg}\alpha$ bekannt ist, läßt sich die M_x-Fläche von Bild 2 und δ_{xx} bestimmen. Man erhält zunächst:

$$(6)\qquad \begin{cases}h_u^r=v_u+\frac{a}{2}\cdot\operatorname{tg}\psi+\frac{a}{2}\cdot\operatorname{tg}\alpha=v_u+\frac{a}{2}\left(\operatorname{tg}\psi+\operatorname{tg}\alpha\right)\\ h_u^l=v_u-\frac{a}{2}\cdot\operatorname{tg}\psi-\frac{a}{2}\cdot\operatorname{tg}\alpha=v_u-\frac{a}{2}\left(\operatorname{tg}\psi+\operatorname{tg}\alpha\right)\\ h_o^r=h^r-h_u^r\\ h_o^l=h^l-h_u^l.\end{cases}$$

Dann ist: $\quad \delta_{xx}=\int M_x^2\,ds\cdot\frac{J_c}{J}+\int N_x^2\,ds\cdot\frac{J_c}{F}.$

$$(7)\qquad \begin{cases}\delta_{xx}=\frac{o'}{3}\left(h_o^{l2}+h_o^l\,h_o^r+h_o^{r2}\right)+\frac{u'}{3}\left(h_u^{l2}+h_u^l\,h_u^r+h_u^{r2}\right)+\\ \qquad+o''\left(\cos\nu+\operatorname{tg}\alpha\cdot\sin\nu\right)^2+u''\left(\cos\psi-\operatorname{tg}\alpha\cdot\sin\psi\right)^2.\end{cases}$$

Die Elastizitätsgleichungen für die drei Unbekannten von irgendeinem Feld des Vierendeelträgers mit starren Vertikalen lauten:

$$(8)\qquad X=\frac{\delta_{ox}}{\delta_{xx}} \qquad Y=\frac{\delta_{oy}}{\delta_{yy}} \qquad Z=\frac{\delta_{oz}}{\delta_{zz}},$$

δ_{ox}, δ_{oy} und δ_{oz} sind die δ-Werte infolge der äußeren Belastung, z. B. ist $\delta_{ox}=\int M_o\,M_x\,ds\cdot\frac{J_c}{J}+\int N_o\,N_x\,ds\cdot\frac{J_c}{F}+\;.\;.\;.\;.\;.$, wobei M_o und

N_o Momente und Normalkräfte des Vierendeelträgers mit aufgeschnittenem Gurt, d. h. eines Balkens auf zwei Stützen sind.

Nachdem die statisch unbestimmten Größen bekannt sind, wäre es möglich, alle Kräfte des Ersatzsystems zu ermitteln. Für die weitere Untersuchung benötigen wir lediglich die Kräfte in den Schnitten der Vertikalen, an denen wir die Verschiebungen vornehmen. Wenn die Querschnitte der Vertikalen zu ihrer Mitte (und zwar zur horizontalen Achse) symmetrisch sind, was fast immer der Fall sein wird, so durchschneiden wir die Vertikalen in der Mitte und bestimmen an jeder Schnittstelle die Querkraft und das Biegungsmoment. Den Einfluß der Normalkräfte wird man immer vernachlässigen können. Für die Mitte der k^{ten} Vertikalen ergibt sich nach Bild 2:

$$(9)\begin{cases} Q_k = Q_{ok} + X_k - X_{k+1} \\ M_k = M_{ok} - \frac{1}{2}\left(h_u^r - h_o^r\right)_k X_k + \frac{1}{2}\left(h_u^l - h_o^l\right)_{k+1} X_{k+1} + \\ \qquad + Y_k + Y_{k+1} + Z_k - Z_{k+1} \\ \text{gegebenenfalls} \\ N_k = N_{ok} + X_k \cdot \operatorname{tg}\alpha_k - X_{k+1} \cdot \operatorname{tg}\alpha_{k+1} - \frac{2}{a} \cdot Y_k + \frac{2}{a} \cdot Y_{k+1}. \end{cases}$$

Wenn die Vertikale nicht zu ihrer Mitte symmetrisch ist, so wird der Schnitt, wie weiter unten ausgeführt ist, an eine andere Stelle gelegt. Es ändert sich dann nur die Formel für M_k, die an Hand von Bild 2 leicht aufgestellt werden kann.

Sämtliche Formeln wurden abgeleitet unter der Voraussetzung, daß die Gurte zwischen den Knotenpunkten gerade sind und auf die Feldweite konstanten Querschnitt haben. Falls sie gekrümmt sind oder man ausnahmsweise eine Veränderlichkeit des Trägheitsmomentes innerhalb der einzelnen Felder berücksichtigen will, erhält man die elastischen Schwerpunkte und die $\operatorname{tg}\alpha$-, sowie die δ-Werte nach denselben Überlegungen. Auch der Einfluß der Schubspannungen läßt sich leicht berücksichtigen.

c) Die Berücksichtigung der Elastizität der Vertikalen.

Wie erwähnt, erhalten wir die Spannungen des endgültigen Systems aus denen des Ersatzsystems, indem wir seine sämtlichen starren Vertikalen durchschneiden und an jedem Schnitt drei ganz bestimmte Verschiebungen vornehmen. Wir nehmen an, diese der Querschnittsänderung gleichwertigen Verschiebungen seien uns bereits bekannt. Für den Schnitt irgendeiner starren Vertikalen seien sie bezeichnet mit δ_q, δ_m und δ_n (vgl. Bild 4).

Hierbei bedeutet δ_q die Querverschiebung in Richtung der am Schnitt vorhandenen Querkraft Q, δ_m die Winkeldrehung in Richtung des Momentes M und δ_n die Längsverschiebung in Richtung der Normalkraft N.

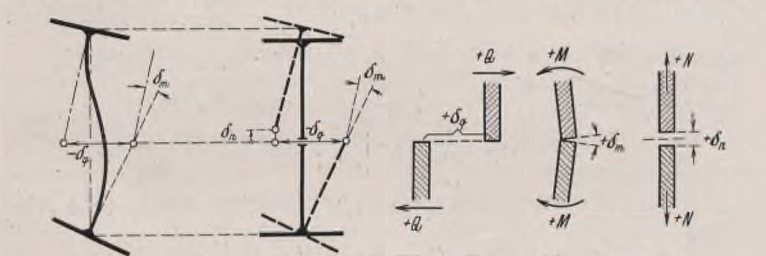


Bild 4.

Mehr als diese drei Verschiebungen sind an einem Schnitt nicht möglich. (Für die Kräfte Q, M, N werden hier, wie üblich, große Buchstaben verwendet, im Gegensatz zu meiner Dissertation, wo die Kräfte, um bei anderen Ableitungen eine klarere Schreibweise zu erhalten, mit den kleinen Buchstaben a bis r bezeichnet worden waren.)

Nun soll festgestellt werden, welchen Einfluß diese drei Verschiebungen im Ersatzsystem auf die benachbarten statisch unbestimmten Größen haben. Wir hatten z. B. für die statisch unbestimmte Größe X ermittelt $X = \frac{\delta_{ox}}{\delta_{xx}}$ oder $\delta_{xx} X = \delta_{ox}$, wobei δ_{ox} die Verschiebung des statisch bestimmten Hauptsystems in Richtung von $-X$ infolge der äußeren Belastung ist. Würde es sich um ein System handeln, bei dem Auflagersenkungen von Einfluß sind, so würde die Elastizitätsgleichung lauten: $\delta_{xx} X = \delta_{ox} + L_x$, wobei L_x den Einfluß der Auflagersenkungen darstellt. L_x ist hierbei die Verschiebung des Angriffspunktes von X in Richtung von $-X$, verursacht durch die Auflagersenkungen, und zwar im statisch bestimmten Hauptsystem. Am einfachsten ist die Verschiebung L_x nach der Arbeitsgleichung zu bestimmen. Sind die bekannten Lagersenkungen bezeichnet mit δ_q, δ_m und δ_n und haben die zugehörigen Auflagerkräfte infolge $X = -1$ die Größe Q_x, M_x und N_x, so ist nach der Arbeitsgleichung die Verschiebung des statisch bestimmten Hauptsystems in Richtung von $-X$: $1\, L_x = Q_x\,\delta_q + M_x\,\delta_m + N_x\,\delta_n$. In meiner Dissertation wurde L noch in etwas anschaulicherer Weise an Hand der Stützensenkungen eines durchlaufenden Trägers abgeleitet (vgl. S. 5 u. f.). Nach Bestimmung von L_x ergibt sich die Änderung der statisch unbestimmten Größe infolge der Stützensenkungen δ_q, δ_m und δ_n aus $\delta_{xx} X' = L_x = Q_x\,\delta_q + M_x\,\delta_m + N_x\,\delta_n$. (Die Änderung der Unbekannten ist mit X' bezeichnet.) Sind δ_q, δ_m und δ_n nicht Stützensenkungen, sondern die als bekannt vorausgesetzten Verschiebungen am Schnitt einer der Vertikalen und Q_x, M_x und N_x die an diesem Schnitt vorhandenen Kräfte infolge $X = -1$, so läßt sich X' in gleicher Weise ableiten.

Wie aus Bild 2 zu ersehen ist, treten infolge $X = -1$ nur in zwei Vertikalen Spannungen auf. Die Momente erstrecken sich nur über ein Rahmenfeld. Da in den weiter weg liegenden Vertikalen infolge $X = -1$ keine Kräfte auftreten, d. h. $Q_x = M_x = N_x = 0$ sind, so sind Verschiebungen in diesen Stäben ohne Einfluß auf X'. Die Änderung der Unbekannten ist nur abhängig von den Verschiebungen der beiden zum Rahmenfeld gehörigen Pfosten. Unterscheiden wir die zur linken bzw. rechten Vertikalen des Feldes gehörigen Werte durch die Beiziffern l bzw. r, so ergibt sich die Änderung X' der statisch unbestimmten Größe aus:

$$(10)\begin{cases} \delta_{xx} X' = (Q_x\,\delta_q + M_x\,\delta_m + N_x\,\delta_n)_l + (Q_x\,\delta_q + M_x\,\delta_m + N_x\,\delta_n)_r\,. \\ \text{In gleicher Weise läßt sich ableiten:} \\ \delta_{yy} Y' = (Q_y\,\delta_q + M_y\,\delta_m + N_y\,\delta_n)_l + (Q_y\,\delta_q + M_y\,\delta_m + N_y\,\delta_n)_r \\ \delta_{zz} Z' = (Q_z\,\delta_q + M_z\,\delta_m + N_z\,\delta_n)_l + (Q_z\,\delta_q + M_z\,\delta_m + N_z\,\delta_n)_r\,. \end{cases}$$

Hierbei ist z. B. Q_y in der Klammer mit der Beiziffer l die Querkraft am Schnitt der linken Vertikalen infolge $Y = -1$.

Wenn sämtliche Verschiebungen δ_q, δ_m und δ_n bekannt wären, könnte man die dadurch bedingte Änderung der statisch unbestimmten Größen mit den vorstehenden Gleichungen errechnen. Es sind also jetzt diese der Querschnittsänderung von den starren zu den elastischen Vertikalen gleichwertigen Verschiebungen zu bestimmen.

Die Verschiebungen sind so zu wählen, daß die Spannungen im Ersatzsystem und im endgültigen System gleich sind. Beide Systeme unterscheiden sich nur in der Elastizität der Vertikalen. Die Gurte sind gleich. Unter dem Einfluß derselben Spannungen müssen somit die Gurte beider Systeme auch die gleichen Formänderungen aufweisen, vor allem müssen die Ober- und Untergurtknotenpunkte beider Systeme dieselben Verschiebungen und Winkeldrehungen ausführen. Wir können also auch sagen: Die Verschiebungen am Schnitt der starren Vertikalen sind so zu wählen, daß die Knotenpunkte des belasteten Ersatzsystems dieselbe Lage haben wie die des belasteten endgültigen Systems. Dann treten in den Gurten und zwangläufig auch in den Vertikalen des Ersatzsystems dieselben Spannungen auf wie im endgültigen.

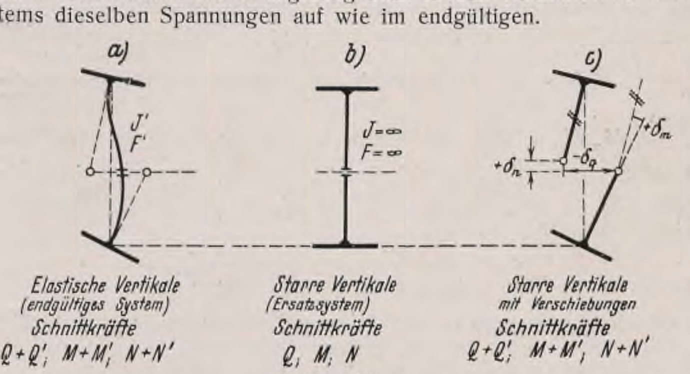


Bild 5a bis c.

Welche Verschiebungen am Schnitt der starren Vertikalen vorzunehmen sind, damit die Ober- und Untergurtknotenpunkte des Ersatzsystems dieselbe Lage haben wie die des endgültigen, kann man sich am besten an Hand von Bild 5 klarmachen. (Auch in Bild 4 sind diese Verschiebungen bereits angedeutet worden.)

Bild 5a zeigt die Lage einer Vertikalen des endgültigen vollelastischen Systems mit anschließendem Ober- und Untergurt unter dem Einfluß der äußeren Belastung. Bild 5b zeigt die Lage der starren Vertikalen des Ersatzsystems unter dem Einfluß derselben äußeren Belastung. Die beliebig gewählte Schnittstelle, an der die Verschiebungen vorgenommen werden sollen, ist bereits angedeutet. Bild 5c zeigt, welche Verschiebungen erforderlich sind, damit die Gurte dieselbe Lage haben wie in Bild 5a.

Am einfachsten ist die Längsverschiebung δ_n zu bestimmen. Die Normalkraft der Vertikalen des Ersatzsystems ist N. Sie wurde am Schluß von Abschnitt b errechnet [Gl. (9)]. Da die Vertikale starr ist, so hat sie sich unter dem Einfluß von N nicht gelängt. Die Normalkraft der Vertikalen des endgültigen Systems unterscheide sich von der des Ersatzsystems um N', sie ist also $N + N'$. Unter ihrem Einfluß längt sich die elastische Vertikale um $(N + N')\frac{h}{EF'}$. Hierbei ist h die Stablänge, F' der Querschnitt der endgültigen Vertikalen. Die starre Vertikale muß also am Schnitt um $\delta_n = (N + N')\frac{h}{EF'}$ auseinandergedrückt (verlängert) werden, um dieselbe Länge zu haben wie die elastische. Beim Auf-

stellen der Elastizitätsgleichungen des Ersatzsystems wurde mit den EJ_c-fachen δ-Werten gerechnet. Es ist also auch hier mit der EJ_c-fachen Verschiebung zu rechnen. Es wird $\delta_n = (N + N')\, h \cdot \frac{J_c}{F'}$. Wie bei den Gurtstäben, führen wir auch hier für $h \cdot \frac{J_c}{F'}$ die Bezeichnung h'' ein. Also ist $\delta_n = (N + N')\, h''$, wobei $h'' = h \cdot \frac{J_c}{F'}$ ist.

Die Querverschiebung δ_q und die Winkeldrehung δ_m sind beide sowohl von der Querkraft an der Schnittstelle als auch vom Moment abhängig, aber nicht von der Normalkraft, die beim geraden Stab nur auf die Längung einen Einfluß hat. Am Schnitt der Vertikalen des Ersatzsystems habe die Querkraft die Größe Q, das Moment die Größe M [Gl. (9)]. Da die Vertikale starr ist, so hat sie sich nicht verformt (vgl. Bild 5b). Beim Übergang zum endgültigen System mit elastischen Vertikalen ändert sich Q um Q' und M um M'. Die endgültige Querkraft und das endgültige Moment an der Schnittstelle sind dann $Q + Q'$ bzw. $M + M'$. Unter dem Einfluß dieser Kräfte hat sich die elastische Vertikale entsprechend Bild 5a verformt. Wir können sie uns in derselben Lage an den Enden (den Gurten) eingespannt und an der gleichen Stelle wie die starre Vertikale durchschnitten denken (vgl. Bild 6a). Am Schnitt greifen die inneren Kräfte $Q + Q'$ und $M + M'$ als äußere Kräfte an. Es entstehen zwei Kragarme, die die Biegelinie der elastischen Vertikalen haben und mit deren Hilfe sich δ_q und δ_m ableiten lassen.

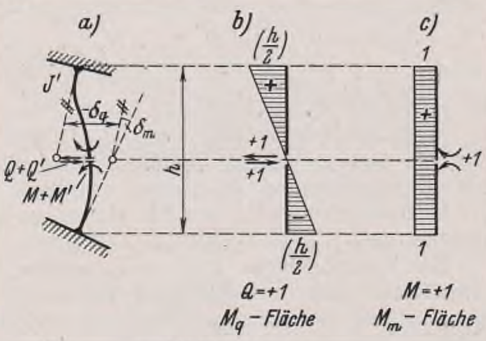


Bild 6a bis c.

Es möge zunächst $Q = +1$ angreifen. Dann erhält man die Momentenfläche von Bild 6b und die Querverschiebung $\delta'_{qq} = \int M_q^2\, ds \cdot \frac{J_c}{J'}$, wenn J' das Trägheitsmoment der Vertikalen ist und mit den EJ_c-fachen δ-Werten gerechnet wird. (Es könnte notfalls auch der Einfluß der Querkräfte leicht berücksichtigt werden.) Läßt man $M = +1$ angreifen, so erhält man die Momentenfläche von Bild 6c und die Winkeldrehung $\delta'_{mm} = \int M_m^2\, ds \cdot \frac{J_c}{J'}$. Gleichzeitig tritt hierbei eine Querverschiebung $\delta'_{qm} = \int M_q\, M_m\, ds \cdot \frac{J_c}{J'}$ auf, ebenso wie infolge der Querkraft $Q = +1$ eine Winkeldrehung $\delta'_{mq} = \delta'_{qm}$ auftrat. Ist die Querkraft nicht $+1$, sondern $Q + Q'$ und das Moment $M + M'$, so sind die Verschiebungen entsprechend größer, nämlich

$$\delta_q = (Q + Q')\,\delta'_{qq} + (M + M')\,\delta'_{qm}$$

und

$$\delta_m = (Q + Q')\,\delta'_{mq} + (M + M')\,\delta'_{mm}.$$

Die Gleichungen werden vereinfacht, wenn man den Schnitt so legt, daß $\delta'_{qm} = \delta'_{mq} = 0$ wird. Ist die Vertikale symmetrisch zur horizontalen Achse, so muß der Schnitt in ihrer Mitte liegen. Würde ausnahmsweise keine Symmetrie vorliegen, ein Fall, der wohl kaum vorkommt, so wäre die Lage der Schnittstelle aus der Bedingung $\delta'_{qm} = 0$ zu ermitteln, indem man zunächst den Schnitt an einen der Knotenpunkte legt, dafür δ'_{qm} und den gleichzeitig endgültigen Wert δ'_{mm} berechnet und daraus bestimmt, um wieviel die Schnittstelle verschoben werden muß, damit δ'_{qm} verschwindet. Nachdem $\delta'_{qm} = \delta'_{mq} = 0$ ist, ergibt sich für die Verschiebungen:

$$(11) \qquad \delta_q = (Q + Q')\,\delta'_{qq} \quad \text{und} \quad \delta_m = (M + M')\,\delta'_{mm}.$$

Außerdem war

$$\delta_n = (N + N')\, h''.$$

Mit diesen Verschiebungen lassen sich die Änderungen der statisch unbestimmten Größen nach den oben abgeleiteten Gleichungen (10) ermitteln. Es war

$$(10) \qquad \delta_{xx} X' = (Q_x\, \delta_q + M_x\, \delta_m + N_x\, \delta_n)_l + (Q_x\, \delta_q + M_x\, \delta_m + N_x\, \delta_n)_r.$$

Entsprechend lauten die Gleichungen für Y' und Z'.

Q_x, Q_y usw., d. h. die Kräfte infolge $X = -1$, $Y = -1$ und $Z = -1$ sind aus Bild 2 zu entnehmen. Für die linke Vertikale ist: $Q_x = +1$; M_x ist verschieden, je nach Lage des Schnittes. [Für Schnitt in Vertikalenmitte wäre

$$M_x = -\frac{1}{2}\left(h_u^l - h_o^l\right)] \qquad N_x = +\operatorname{tg}\alpha$$

$$Q_y = 0 \qquad M_y = -1 \qquad N_y = -\frac{1}{s_l}$$

$$Q_z = 0 \qquad M_z = +1 \qquad N_z = 0.$$

Für die rechte Vertikale ist entsprechend:

$$Q_x = -1 \quad \left[\text{im Fall } M_x = +\frac{1}{2}\left(h_u^r - h_o^r\right)\right] \quad N_x = -\operatorname{tg}\alpha$$

$$Q_y = 0 \qquad M_y = -\frac{s_r}{s_l} \qquad N_y = +\frac{1}{s_l}$$

$$Q_z = 0 \qquad M_z = -1 \qquad N_z = 0.$$

Mit diesen Werten lauten Gl. (10):

$$\delta_{xx} X' = (\delta_q + M_x\, \delta_m + \operatorname{tg}\alpha\, \delta_n)_l + (-\delta_q + M_x\, \delta_m - \operatorname{tg}\alpha\, \delta_n)_r$$

$$\delta_{yy} Y' = \left(-\delta_m - \frac{1}{s_l} \cdot \delta_n\right)_l + \left(-\frac{s_r}{s_l} \cdot \delta_m + \frac{1}{s_l} \cdot \delta_n\right)_r$$

$$\delta_{zz} Z' = \delta_{m_l} - \delta_{m_r}.$$

Setzt man für δ_q, δ_m, δ_n die oben ermittelten Werte (11) ein, so erhält man

$$(12) \left\{ \begin{aligned} \delta_{xx} X' &= [(Q + Q')\,\delta'_{qq} + M_x (M + M')\,\delta'_{mm} + \operatorname{tg}\alpha (N + N')\, h'']_l + \\ &\quad + [-(Q + Q')\,\delta'_{qq} + M_x (M + M')\,\delta'_{mm} - \operatorname{tg}\alpha (N + N')\, h'']_r \\ \delta_{yy} Y' &= \left[-(M + M')\,\delta'_{mm} - \frac{1}{s_l}(N + N')\, h''\right]_l + \\ &\quad + \left[-\frac{s_r}{s_l}(M + M')\,\delta'_{mm} + \frac{1}{s_l}(N + N')\, h''\right]_r \\ \delta_{zz} Z' &= [(M + M')\,\delta'_{mm}]_l - [(M + M')\,\delta'_{mm}]_r. \end{aligned} \right.$$

Die Gleichungen (12) gelten noch ganz allgemein. Es können also die Gurte auch zwischen den Knotenpunkten gekrümmt sein oder veränderliches Trägheitsmoment haben. Desgleichen können die Vertikalen veränderlichen Querschnitt haben. Ebenso wie in Abschnitt b soll aber die weitere Untersuchung für ein Tragwerk erfolgen, dessen Gurte zwischen den Knotenpunkten gerade sind und auf die Feldweite konstanten oder wenigstens zur Feldmitte symmetrischen Querschnitt haben, so daß also die elastischen Schwerpunkte des Ersatzsystems jeweils in Feldmitte liegen. Außerdem sollen die Vertikalen auf ihre Höhe gleichbleibendes Trägheitsmoment haben, damit der Schnitt der Vertikalen, für den $\delta'_{qm} = 0$ ist, in ihrer Mitte liegt. Soweit die gemachten Voraussetzungen ausnahmsweise nicht erfüllt sind, müßten die weiteren Ableitungen entsprechend geändert werden.

Wenn der elastische Schwerpunkt in Feldmitte liegt, wird $s_l = s_r = \frac{a}{2}$, $\frac{1}{s_l} = \frac{2}{a}$ und $\frac{s_r}{s_l} = 1$. Bei in der Mitte geschnittener Vertikale ist, wie oben schon angegeben,

$$\text{links } M_x = -\frac{1}{2}\left(h_u^l - h_o^l\right) \text{ und rechts } M_x = +\frac{1}{2}\left(h_u^r - h_o^r\right).$$

Weiterhin ergibt sich dann nach Bild 6b: $\delta'_{qq} = \frac{h^2 h'}{12}$ und nach Bild 6c: $\delta'_{mm} = h'$. Setzt man diese Werte in Gl. (12) ein, so erhält man:

$$(13) \left\{ \begin{aligned} \delta_{xx} X' &= \left[\frac{h^2 h'}{12}(Q + Q') - \frac{h'}{2}(h_u - h_o)(M + M') + \right. \\ &\quad \left. + h'' \cdot \operatorname{tg}\alpha (N + N')\right]_l + \left[-\frac{h^2 h'}{12}(Q + Q') + \right. \\ &\quad \left. + \frac{h'}{2}(h_u - h_o)(M + M') - h'' \cdot \operatorname{tg}\alpha (N + N')\right]_r \\ \delta_{yy} Y' &= \left[-h'(M + M') - \frac{2}{a} \cdot h''(N + N')\right]_l + \\ &\quad + \left[-h'(M + M') + \frac{2}{a} \cdot h''(N + N')\right]_r \\ \delta_{zz} Z' &= [h'(M + M')]_l - [h'(M + M')]_r. \end{aligned} \right.$$

Wenn man diese Gleichungen für das Annäherungsverfahren zur Bestimmung von X', Y' und Z' benutzen will, wird man meist die Erfahrung machen, daß das Verfahren entgegen der Erwartung sehr schlecht oder überhaupt nicht konvergiert. Der Grund dafür ist der, daß die Kraftänderungen Q', M' und N' selbst wieder Funktionen der gesuchten X', Y' und Z' sind, wobei diese letzteren einen so großen Anteil haben, daß die Konvergenz zu schlecht ist. Zum Beispiel ist in der ersten Gleichung X' eine Funktion von sich selbst, weil es in Q' und M' enthalten ist. Zur Verbesserung der Konvergenz wird deshalb der auf der rechten Seite der ersten Gleichung enthaltene Anteil von X' eliminiert und mit $\delta_{xx} X'$ auf der linken Seite zusammengefaßt. Um X' auf der rechten Seite zu entfernen, müssen wir feststellen, wie groß der Anteil von X' in Q' und M' ist. Der in N' enthaltene Anteil wird nicht entfernt, weil er zu klein und unbedeutend ist. Die Gleichungen für Y' und Z' werden in entsprechender Weise umgeformt.

Aus Bild 2c ergibt sich infolge X' eine Querkraft in der linken Vertikalen $Q_l' = -X'$, in der rechten $Q_r' = +X'$. Die Momente infolge X' sind $M_l' = +\frac{1}{2}(h_u - h_o)_l\, X'$ und $M_r' = -\frac{1}{2}(h_u - h_o)_r\, X'$.

In Q_l' steckt also der Anteil $-X'$. Man muß, um aus $(Q + Q')_l$ den Anteil von X' zu entfernen, $-X'$ subtrahieren und erhält $\{(Q + Q')_l + X'\} - X'$. In dem eingeklammerten Teil ist der Wert X'

jetzt nicht mehr enthalten. Entsprechend schreibt man statt $(Q+Q')_r$ jetzt $\{(Q+Q')_r - X'\} + X'$. Weiterhin:

$$(M+M')_l = \left\{(M+M')_l - \frac{1}{2}(h_u - h_o)_l X'\right\} + \frac{1}{2}(h_u - h_o)_l X'$$

$$(M+M')_r = \left\{(M+M')_r + \frac{1}{2}(h_u - h_o)_r X'\right\} - \frac{1}{2}(h_u - h_o)_r X'.$$

Der eingeklammerte Teil ist hierbei jeweils unabhängig von X'.

Setzt man diese Werte in die erste der Gleichungen (13) ein, so ergibt sich:

$$\begin{aligned}\delta_{xx} X' = \\ = \Big[\frac{h^2 h'}{12}\{(Q+Q')+X'\} - \frac{h'}{2}(h_u - h_o)\left\{(M+M') - \frac{1}{2}(h_u - h_o) X'\right\} + \\ + h''\cdot \operatorname{tg}\alpha(N+N') - \frac{h^2 h'}{12}\cdot X' - \frac{h'}{4}(h_u - h_o)^2 X'\Big]_l + \\ + \Big[-\frac{h^2 h'}{12}\{(Q+Q')-X'\} + \frac{h'}{2}(h_u - h_o)\left\{(M+M') + \frac{1}{2}(h_u - h_o) X'\right\} - \\ - h''\cdot \operatorname{tg}\alpha(N+N') - \frac{h^2 h'}{12}\cdot X' - \frac{h'}{4}(h_u - h_o)^2 X'\Big]_r\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}X'\left[\delta_{xx} + \left\{\frac{h^2 h'}{12} + \frac{h'}{4}(h_u - h_o)^2\right\}_l + \left\{\frac{h^2 h'}{12} + \frac{h'}{4}(h_u - h_o)^2\right\}_r\right] = \\ = \left[\frac{h^2 h'}{12}(Q+Q') - \frac{h'}{2}(h_u - h_o)(M+M') + h''\cdot\operatorname{tg}\alpha(N+N')\right]_l + \\ + \left[-\frac{h^2 h'}{12}(Q+Q') + \frac{h'}{2}(h_u - h_o)(M+M') - h''\cdot\operatorname{tg}\alpha(N+N')\right]_r + \\ + X'\left[\left\{\frac{h^2 h'}{12} + \frac{h'}{4}(h_u - h_o)^2\right\}_l + \left\{\frac{h^2 h'}{12} + \frac{h'}{4}(h_u - h_o)^2\right\}_r\right].\end{aligned}$$

Statt dessen kann man auch schreiben:

$$\text{(14a)}\left\{\begin{aligned}&X'[\delta_{xx} + \Delta\delta_{xx}] = \left[\frac{h^2 h'}{12}(Q+Q') - \frac{h'}{2}(h_u - h_o)(M+M') + \right. \\ &\left. + h''\cdot\operatorname{tg}\alpha(N+N')\right]_l + \left[-\frac{h^2 h'}{12}(Q+Q') + \right. \\ &\left. + \frac{h'}{2}(h_u - h_o)(M+M') - h''\cdot\operatorname{tg}\alpha(N+N')\right]_r + X'\,\Delta\delta_{xx}. \\ &\text{Hierbei ist} \\ &\Delta\delta_{xx} = \left\{\frac{h^2 h'}{12} + \frac{h'}{4}(h_u - h_o)^2\right\}_l + \left\{\frac{h^2 h'}{12} + \frac{h'}{4}(h_u - h_o)^2\right\}_r.\end{aligned}\right.$$

$\Delta\delta_{xx}$ ist nichts anderes als der Anteil der elastischen Vertikalen an δ_{xx}, wie sich leicht nachweisen läßt. Diese Gleichung enthält auf ihrer rechten Seite den Wert X' nicht mehr (bzw. nur noch einen unwesentlichen Anteil, der in $N+N'$ steckt).

In gleicher Weise wird die zweite der Gl. (13), die für Y' gilt, umgeformt. Aus Bild 2d ergibt sich infolge Y' in der linken Vertikalen ein Moment $M_l' = +Y'$ und in der rechten $M_r' = +Y'$. Um Y' aus $(M+M')$ zu entfernen, muß man es also subtrahieren. Es ist somit statt $(M+M')_l$ einzusetzen $\{(M+M')_l - Y'\} + Y'$, wobei der eingeklammerte Wert unabhängig von Y' ist. Entsprechend ist $(M+M')_r = \{(M+M')_r - Y'\} + Y'$. Der in N' enthaltene Anteil von Y' wird wegen seiner Bedeutungslosigkeit nicht entfernt. Nach Einsetzen in Gl. (13) erhält man:

$$\begin{aligned}\delta_{yy} Y' = \left[-h'\{(M+M') - Y'\} - \frac{2}{a}\cdot h''(N+N') - h' Y'\right]_l + \\ + \left[-h'\{(M+M') - Y'\} + \frac{2}{a}\cdot h''(N+N') - h' Y'\right]_r.\end{aligned}$$

$$\text{(14b)}\left\{\begin{aligned}&Y'[\delta_{yy} + \Delta\delta_{yy}] = \left[-h'(M+M') - \frac{2}{a}\cdot h''(N+N')\right]_l + \\ &\qquad + \left[-h'(M+M') + \frac{2}{a}\cdot h''(N+N')\right]_r + Y'\,\Delta\delta_{yy}. \\ &\text{Hierbei ist } \Delta\delta_{yy} = h_l' + h_r'.\end{aligned}\right.$$

$\Delta\delta_{yy}$ ist auch hier der Beitrag, den die elastischen Vertikalen zu δ_{yy} liefern würden.

Es folgt die Umformung der letzten von den Gleichungen (13). Man erhält aus Bild 2e infolge Z' in der linken Vertikalen $M_l' = -Z'$, in der rechten $M_r' = +Z'$. Es ist dann statt $(M+M')_l$ einzusetzen:

$$\{(M+M')_l + Z'\} - Z' \text{ und } (M+M')_r = \{(M+M')_r - Z'\} + Z',$$

wobei der eingeklammerte Teil unabhängig von Z' ist. Eingesetzt in die letzte der Gleichungen (13) erhält man:

$$\delta_{zz} Z' = \left[h'\{(M+M') + Z'\} - h' Z'\right]_l - \left[h'\{(M+M') - Z'\} + h' Z'\right]_r.$$

$$\text{(14c)}\left\{\begin{aligned}&Z'[\delta_{zz} + \Delta\delta_{zz}] = [h'(M+M')]_l - [h'(M+M')]_r + Z'\,\Delta\delta_{zz}, \\ &\text{wobei } \Delta\delta_{zz} = h_l' + h_r' \text{ ist.}\end{aligned}\right.$$

$\Delta\delta_{zz}$ ist auch hier der Beitrag, den die elastischen Vertikalen zu δ_{zz} liefern würden. Ein Vergleich mit $\Delta\delta_{yy}$ zeigt, daß bei dieser Wahl der Unbekannten $\Delta\delta_{zz} = \Delta\delta_{yy}$ ist.

Wie schon mehrfach erwähnt, ist der Einfluß der Normalkräfte der Vertikalen so gering, daß er vernachlässigt werden kann. Die Normalkräfte boten aber bisher den Vorteil, bei der Ableitung der zusätzlichen Verschiebungen besonders anschaulich zu sein und wurden deshalb und auch der Vollständigkeit halber mitgeschleppt. Zur besseren Übersichtlichkeit sollen die für das Annäherungsverfahren zu verwendenden Gleichungen nochmals ohne Normalkräfte zusammengestellt werden, wobei mit Rücksicht auf die einfachere Durchführung des Annäherungsverfahrens die Gleichungen jeweils durch $\Delta\delta$ dividiert werden:

$$\text{(15)}\left\{\begin{aligned}&X'\left[\frac{\delta_{xx}}{\Delta\delta_{xx}} + 1\right] = \left[\frac{h^2 h'}{12\,\Delta\delta_{xx}}(Q+Q') - \frac{h'(h_u - h_o)}{2\,\Delta\delta_{xx}}(M+M')\right]_l + \\ &\qquad + \left[-\frac{h^2 h'}{12\,\Delta\delta_{xx}}(Q+Q') + \frac{h'(h_u - h_o)}{2\,\Delta\delta_{xx}}(M+M')\right]_r + X'. \\ &\text{Hierbei ist} \\ &\Delta\delta_{xx} = \left\{\frac{h^2 h'}{12} + \frac{h'}{4}(h_u - h_o)^2\right\}_l + \left\{\frac{h^2 h'}{12} + \frac{h'}{4}(h_u - h_o)^2\right\}_r. \\ &Y'\left[\frac{\delta_{yy}}{\Delta\delta_{yy}} + 1\right] = -\left[\frac{h'}{\Delta\delta_{yy}}(M+M')\right]_l - \left[\frac{h'}{\Delta\delta_{yy}}(M+M')\right]_r + Y'. \\ &\text{Hierbei ist } \Delta\delta_{yy} = h_l' + h_r'. \\ &Z'\left[\frac{\delta_{zz}}{\Delta\delta_{zz}} + 1\right] = +\left[\frac{h'}{\Delta\delta_{zz}}(M+M')\right]_l - \left[\frac{h'}{\Delta\delta_{zz}}(M+M')\right]_r + Z'. \\ &\text{Hierbei ist } \Delta\delta_{zz} = h_l' + h_r' = \Delta\delta_{yy}. \\ &\text{Die Beiwerte } \frac{h'}{\Delta\delta_{yy}} \text{ sind also gleich } \frac{h'}{\Delta\delta_{zz}}.\end{aligned}\right.$$

Ich wiederhole nochmals, unter welchen Voraussetzungen diese Gleichungen gelten: Die elastischen Schwerpunkte des Ersatzsystems liegen jeweils in Feldmitte (horizontal gemessen), d. h. die Gurte sind zwischen den Knotenpunkten gerade und haben auf die Feldweite konstanten oder mindestens zur Feldmitte symmetrischen Querschnitt. Die Vertikalen haben auf ihre Höhe konstanten Querschnitt, sind aber unter sich verschieden. Der Einfluß ihrer Normalkräfte ist vernachlässigt. Die Belastung greift nur an den Gurten, nicht an den Vertikalen an.

Zur Auflösung der Gleichungen, die letzten Endes nichts anderes sind als Elastizitätsgleichungen, suchen wir einen Weg, der möglichst gute Konvergenz erwarten läßt. Wir stellen dazu folgende Betrachtung an: Falls die Steifigkeit von Obergurt und Untergurt gleich ist, liegen die elastischen Schwerpunkte des Ersatzsystems in halber Höhe des Trägers. Nach Bild 2c würden dann die Nullpunkte der M_x-Flächen in halber Höhe der Vertikalen liegen. Es wäre $h_u = h_o$, und $(M+M')$ wäre unabhängig von X' und umgekehrt; d. h. die Gleichungen für X' wären unabhängig von denen für Y' und Z' und umgekehrt. [Da $(Q+Q')$ nur von X' abhängt, würden die bekannten dreigliedrigen Gleichungen für X' entstehen.] Der Gedanke ist naheliegend, daß auch dann, wenn die Gurte in der Steifigkeit stark verschieden sind, die Unbekannten X' von den übrigen Unbekannten Y' und Z' nur verhältnismäßig wenig beeinflußt werden, und daß X' in der Hauptsache von den X' der Nachbarfelder, d. h. von $(Q+Q')$ abhängt. Das nachfolgende Zahlenbeispiel bestätigt diese Vermutung. Obwohl bei dem gewählten Träger ungünstigerweise der Untergurt mehr als doppelt so steif angenommen ist wie der Obergurt, haben die $M+M'$ nur unwesentlichen Einfluß auf X', besonders solange die Lasten nur an den Knotenpunkten angreifen. Man bestimmt deshalb den ersten Näherungswert der X' nur aus $(Q+Q')$, indem man dafür die Querkraft Q des Ersatzsystems einsetzt und auf der rechten Seite $X'=0$. Die erhaltenen Werte X' werden dann nochmals verbessert, und zwar ebenfalls ohne Berücksichtigung der Momente. Erst dann errechnet man aus den erhaltenen $X+X'$ sowie aus Y und Z des Ersatzsystems Näherungswerte $(M+M')$, die der Ermittlung der ersten Näherungswerte Y' und Z' dienen sollen.

Hierbei zeigt es sich, daß es das zweckmäßigste ist, zunächst einen möglichst genauen Näherungswert für Y' zu berechnen. Da infolge des Aussehens der M_y-Flächen (Bild 2d) zu erwarten ist, daß sich die Unbekannten Y' der benachbarten Felder gegenseitig besonders stark beeinflussen, so erfolgt die Annäherung fortschreitend. Es wird also z. B. zunächst Y_1' bestimmt. Infolge des erhaltenen Wertes Y_1' ändert sich das Moment der rechten Vertikalen des ersten Feldes um $\Delta M_1' = Y_1'$. Diese Momentenänderung wird bei der Berechnung von Y_2' bereits berücksichtigt usw. In dieser Weise fährt man bis zum Schluß fort und wiederholt am besten zur möglichst genauen Bestimmung der Y' das Verfahren nochmals. Erst aus den dann erhaltenen Momenten $M+M'$ werden die ersten Näherungswerte Z' bestimmt. Man hat damit schon verhältnismäßig genaue Werte der Unbekannten.

Bei der weiteren Annäherung wird man zur Verbesserung von X' auch die Momente benutzen, wobei jetzt eine einmalige Verbesserung

genügt. Y' wird wieder, wie oben beschrieben, zweimal verbessert und schließlich Z' einmal. Die Annäherung noch weiter zu treiben, wird wohl nie nötig sein.

Im Brückenbau, und der kommt hier in erster Linie in Frage, sind Einflußlinien zu bestimmen. Man belastet hierzu die Knotenpunkte der Reihe nach mit der Last 1. Bei einem symmetrischen Träger mit acht Feldern wären nur vier Lastfälle zu untersuchen. Bei der gesamten Untersuchung vereinfacht sich das Annäherungsverfahren noch, weil die Unbekannten jeweils an Hand des vorhergehenden Lastfalles schon recht genau geschätzt werden können. Im dritten Feld neben dem belasteten Knotenpunkt und in den weiter ab liegenden Feldern ist diese Schätzung praktisch genau.

Greifen auch Querträger außerhalb der Knotenpunkte an, so zerlegt man die Last 1 in zwei an den benachbarten Knotenpunkten angreifende Lasten, für die man die Unbekannten schon berechnet hat. Es ist dann nur noch notwendig, für die sich über das belastete Feld erstreckende dreieckige Momentenfläche die Unbekannten zu bestimmen, wobei der Einfluß im dritten Feld neben dem belasteten praktisch nicht mehr zu merken ist. Bei diesem Lastfall erfolgt die Annäherung in etwas anderer Reihenfolge als oben beschrieben, weil sich die Unbekannten Y' und Z' hier verhältnismäßig stark gegenseitig beeinflussen.

Wie das Annäherungsverfahren im einzelnen praktisch durchzuführen ist, sieht man am besten an Hand des folgenden Zahlenbeispiels.

(Fortsetzung folgt.)

Die Reichsautobahnbrücke über die Tiefenbachschlucht bei Kassel.

Von Dr.-Ing. C. J. Hoppe, Rheinbrohl.

(Schluß aus Heft 8.)

V. Die Pendelstützen und Lager.

Die Auflagerkräfte, die infolge der verhältnismäßig hohen ständigen Last auch an den Enden stets positiv bleiben, haben die Größe von 113 t in den End- und 298 t in den Mittelstützpunkten.

Die Mittelstützpunkte werden durch Pendelstützen gebildet. Infolge der unregelmäßigen Bodenverhältnisse erhalten die acht Pendelstützen jede einen eigenen Betonunterbau; auch sind die Längen aller acht Stützen verschieden und liegen, gemessen zwischen den Berührungspunkten der oberen und unteren Kugelflächenlager, zwischen 10,805 und 15,308 m. Der Stützenquerschnitt besteht aus zwei ⊏ 40 mit Beiblechen ▭ 600 · 14 (Bild 10) und ist demnach geschlossen. In angemessenen Abständen sind lotrecht stehende Aussteifungsschotten aus I P 40 eingesetzt; diese Schotten sind angeschweißt, um die Störung der glatten Außenflächen durch einzelne Nietgruppen zu vermeiden. Zur Verhinderung von Rostansätzen an den unzugänglichen Innenflächen sind die Stützen ausbetoniert.

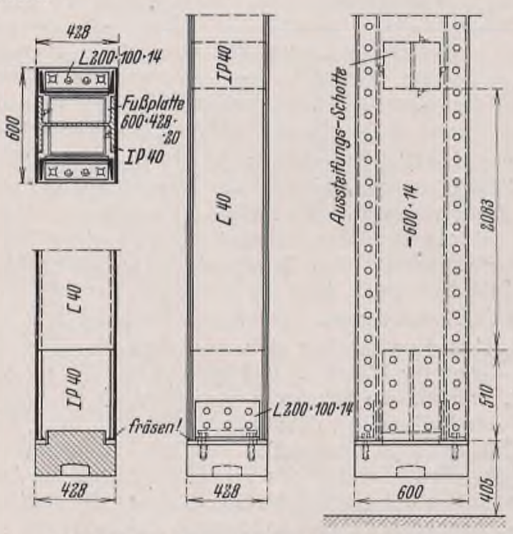


Bild 10. Fußpunkt der Pendelstützen.

da bei der immerhin nicht geringen Hauptträgerhöhe der Einfluß der Wärmeschwankungen auf die Fahrbahnhöhenlage und damit das einwandfreie Aufliegen der Fahrbahnübergänge nicht übersehen werden durfte. Sämtliche am Hauptträgeruntergurt angeschlossenen Lageroberteile sind der

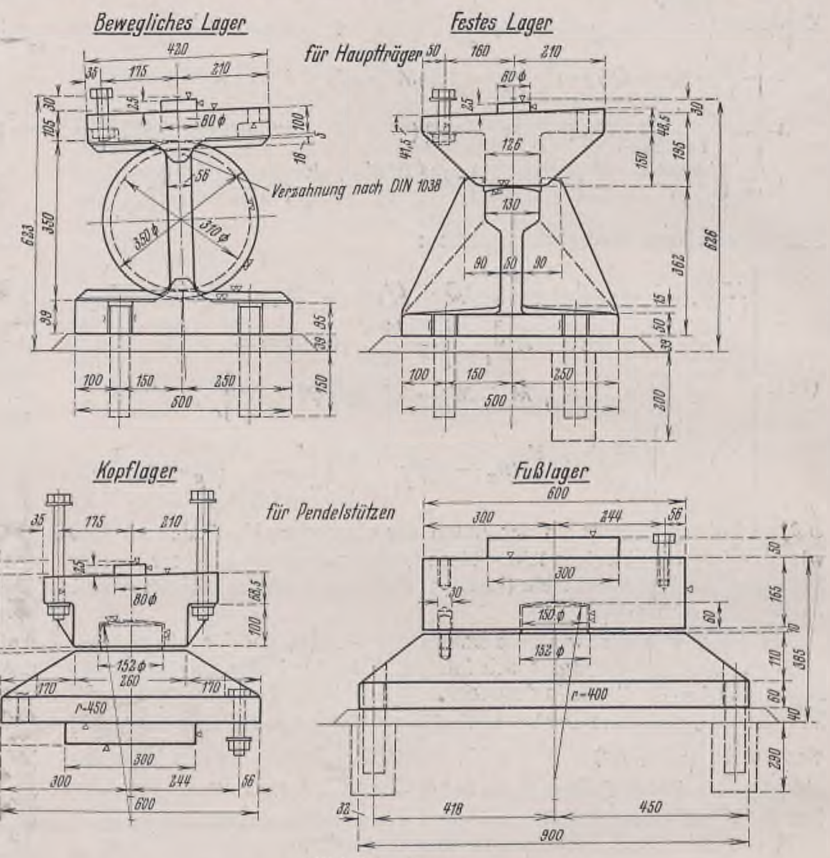


Bild 11. Lager.

Dieser Arbeitsvorgang wurde bereits in der Werkstatt ausgeführt. Die Stahlgußlagerteile greifen an Kopf und Fuß mit quadratischen Ansätzen in die Stützen hinein und sind mit diesen verschraubt. Die oberen und unteren Lagerhälften berühren sich in Kugelflächen mit Halbmessern von 450 bzw. 400 mm. Festhaltebolzen in den Fußlagern verhindern eine Verdrehung der Stützen.

An den Brückenenden sind übliche Lager verwendet, an der festen Seite als Linienkipplager, an der beweglichen Seite als Einrollenlager ausgebildet. Bei letzteren wurden die Grundplatten keilförmig gestaltet,



Bild 13. Unterblick unter die fertige Brücke.

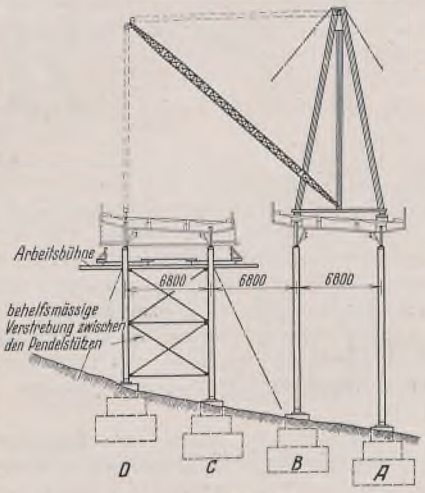
Hauptträgerlängsneigung 1 : 60 entsprechend keilförmig ausgebildet, so daß die Kraftübertragung genau in der theoretischen Wirkungslinie erfolgt (Bild 11).

VI. Der Einbauvorgang.

Der Einbauvorgang war im wesentlichen durch die Anfuhrmöglichkeit der in der Werkstatt zu fertigen Einheiten zusammengebauten Teile bedingt. Die Brückenstelle liegt etwa 8 km von der nächsten geeigneten Bahnstation Kassel-Bettenhausen entfernt; von dort konnten die Teile durch Lastwagen mit Drehschemeln auf Fahrstraßen bis etwa 200 m an die Baustelle herangefahren werden.

Diese Beförderungsart begrenzte gleichzeitig die Länge und das Gewicht der Einzelstücke mit etwa 13 m bzw. 21 t. Von der Straße wurde auf Feldbahngleis mit Hilfe eines kleineren Schwenkmastes umgeladen und hiermit zur Schlucht gefahren.

Zunächst wurde der talwärts gelegene Überbau errichtet. Die Schlucht wurde mit stählernen Böcken, auf die eine geschlossene Bühne aufgelegt wurde, eingerüstet. Beginnend mit dem südlichen, beweglichen Ende wurden die Hauptträgerteile Stück für Stück eingelegt und sogleich in jedem Abschnitt Quer- und Längsträger mit den Buckelblechen



Zu Bild 12.

VII. Baustoffverbrauch und Arbeitsaufwand.

Das gesamte eingebaute Stahlgewicht der beiden Überbauten beträgt 647 t. Dieses Gewicht gliedert sich wie folgt:

für Hauptträger	213 t =	32,9 %
für Querträger mit Kragarmen	84 t =	13,0 %
für mittlere und Randlängsträger	96 t =	14,8 %
für Buckelbleche und Streckmetall	127 t =	19,6 %
für Waagerechtverband	15 t =	2,3 %
für Geländer	16 t =	2,5 %
für Besichtigungswagenträger	29 t =	4,5 %
für Fahrbahnübergänge	14 t =	2,2 %
für Pendelstützen und Verankerung	35 t =	5,4 %
St 37	629 t =	97,2 %
für Lager . . Stg 52,81 S + St C 35,61	18 t =	2,8 %
Gesamtgewicht	647 t =	100,0 %.

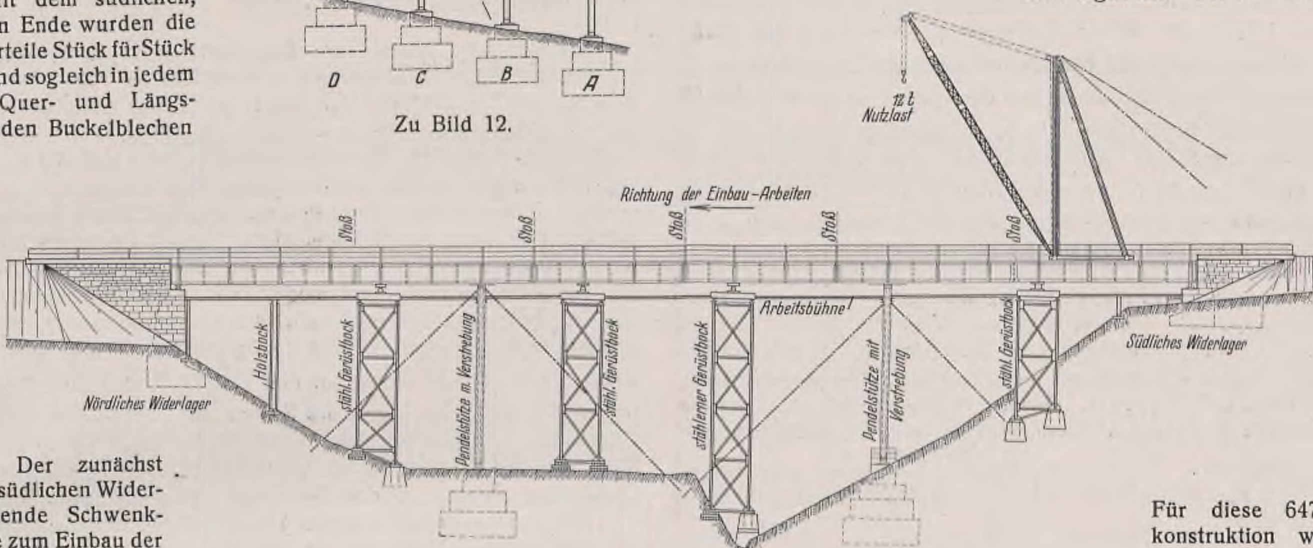


Bild 12. Einbauvorgang.

eingebaut. Der zunächst hinter dem südlichen Widerlager stehende Schwenkmast wurde zum Einbau der weiteren Stücke auf dem Obergurt der Hauptträger aufgesetzt und abschnittweise vorgerückt. Gleichfalls mit Hilfe des Mastes wurden auch die Pendelstützen gestellt; diese erhielten während der Einbauarbeiten eine behelfmäßige Verstrebung. Um die Durchbiegung bei dem einseitigen Vorbau auszugleichen, waren Pumpen zum Anheben auf den Gerüstböcken untergesetzt.

Nach Errichtung dieses ersten Überbaues wurden mit Hilfe des Schwenkmastes die Böcke in die Achslinie des zweiten, bergwärts stehenden Überbaues umgestellt. Der Einbauvorgang wiederholte sich dann in sinngemäß gleicher Weise; nur blieb der Schwenkmast auf dem bereits aufgestellten Überbau stehen und legte von hier aus die einzelnen Teile auf (Bild 12). Ebenso wurden mit seiner Hilfe zum Schluß die Gerüstböcke zum Abtransport heraufgezogen.

Die Bilder 13 u. 14 geben die fertiggestellte Brücke und ihre gute Wirkung in der Landschaft wieder.



Bild 14. Ansicht der fertiggestellten Brücke.

Für diese 647 t Fertigkonstruktion waren etwa 26 t Niete = 4,0 % des Fertiggewichts erforderlich.

Der Aufwand des technischen Büros war durch die Ungleichheit der vier Hauptträger und die sonstigen Verschiedenheiten der Überbauten verhältnismäßig groß. Auch bei den Werkstattarbeiten, die in den Stahlbauwerkstätten Neuwied der Firma Hilgers vorgenommen wurden, machten sich die gleichen Ursachen sehr bemerkbar. Insgesamt waren etwa 61 000 Niete von 20 bis 26 mm ⌀ in der Werkstatt, das sind 94 Stück/t und 38 000 Niete auf der Baustelle, das sind 59 Stück/t zu schlagen. In dieser letzteren Zahl sind die etwa 21 000 Niete eingeschlossen, die zum Befestigen der Buckelbleche auf dem Fahrbahngerippe notwendig waren. An Montagegerät und Gerüsten wurden 275 t auf der Baustelle benötigt.

Die Stahlkonstruktion konnte von der OBR Kassel am 6. April 1938 abgenommen werden.

Die Stabilität des mehrfeldrigen, elastisch gestützten Stabes.[1]

Von Dr.-Ing. A. Schleusner, Berlin.

Die Berechnung der Knickbelastung eines geraden, punktweis elastisch gestützen Stabes ist an sich seit langem bekannt. Man stellt drei Gruppen von Gleichungen auf: erstens für jedes Feld die Bedingung für das Gleichgewicht der Momente; zweitens für jeden Knoten die Bedingung für die Stetigkeit der Tangente an die elastische Linie und drittens für jeden elastisch gestützten Punkt die Bedingung für das Gleichgewicht der Vertikalkräfte. Dabei kann man ohne Schwierigkeit feldweise Verschiedenheit von Trägheitsmoment und Stabkraft berücksichtigen.

Um die Begriffe zu fixieren, wollen wir annehmen, daß der Stab n Felder habe und daß die Endpunkte jedes Feldes gestützt seien, daß also alle Öffnungen einfeldrig seien. Ferner wollen wir die Enden des Stabes als gelenkig fest gestützt annehmen. Selbstverständlich macht es keine Mühe, jede andere Art von Stützbedingungen ebenso wie mehrfeldrige Öffnungen zu berücksichtigen.

---

[1] Auszug aus dem auf der Wissenschaftlichen Tagung des Deutschen Stahlbau-Verbandes am 6. Oktober 1938 gehaltenen Vortrage.

Benutzt man die besonders einfache dritte Gruppe der obenerwähnten Gleichungen zur Elimination der Querkräfte, so führt das Verfahren unter den getroffenen Voraussetzungen zu $2n-1$ Gleichungen mit ebenso vielen Unbekannten, nämlich $n-1$ Knotenpunktmomenten und n Neigungen der Feldsehnen. Diese Gleichungen sind stets dadurch zu befriedigen, daß man sämtliche Unbekannte gleich Null setzt. Diesem Lösungssystem entspricht die gerade, unverformte Gestalt des Stabes. Andere als die Lösungen Null kann das Gleichungssystem nur haben, wenn die Determinante seiner Beiwerte verschwindet. Führt man sämtliche Stabkräfte S_ν ($\nu = 1, 2, \ldots, n$) mit einem gemeinsamen, zunächst unbekannten Proportionalitätsfaktor λ multipliziert in die Rechnung ein, so ergibt das Verschwinden der erwähnten Determinante eine Gleichung zur Bestimmung von λ. Der kleinste, nicht verschwindende, positive Wert von λ, den man aus dieser Gleichung findet (er möge mit $\lambda^{(1)}$ bezeichnet werden), bestimmt das kleinste Vielfache der Stabkräfte, bei dem eine andere Gleichgewichtsgestalt des Stabes als die unverformte, geradlinige Gestalt möglich ist. $\lambda^{(1)} S_\nu$ ist also die Knickbelastung des Stabes. Ergibt sich $\lambda^{(1)} > 1$, so ist das System bei der gegebenen Belastung S_ν stabil. Ergibt sich $\lambda^{(1)} = 1$, so befindet sich das System bei der Belastung S_ν an der Knickgrenze. Ergibt sich $\lambda^{(1)} < 1$, so knickt das System bei der gegebenen Belastung S_ν aus. Wird k-fache Sicherheit verlangt, so besitzt das System bei $\lambda^{(1)} \geqq k$ die verlangte Sicherheit, bei $\lambda^{(1)} < k$ dagegen nicht.

Statt die erwähnten Gleichgewichts- und Stetigkeitsbedingungen aufzustellen, kann man die Bestimmungsgleichung für λ auch dadurch erhalten, daß man den Ausdruck für die potentielle Energie Π des Stabes aufstellt und verlangt, daß diese ein Minimum wird. Bezeichnet L die Länge des Stabes, x die Abszisse längs des Stabes, y die Ordinate der Biegungslinie, η_ν die Durchbiegung am Stützpunkt ν, A_ν den Stützenwiderstand der Stütze ν und nimmt man Stabkraft S, Trägheitsmoment J und Elastizitätsmodul E längs des Stabes beliebig veränderlich an, so ist die potentielle Energie des Gesamtsystems bei λ-facher Belastung

$$(1) \quad \Pi = \frac{1}{2}\int_0^L E(x)\, J(x)\, y''^2\, dx - \frac{1}{2} \cdot \lambda \int_0^L S(x)\, y'^2\, dx + \frac{1}{2} \cdot \sum_{\nu=1}^{n-1} A_\nu\, \eta_\nu^2.$$

Das erste Integral ist die Arbeit der Biegungsmomente, das zweite die Arbeit der λ-fachen Stabkräfte, die Summe ist die Arbeit der Stützenwiderstände. Die Arbeit der Querkräfte ist, wie üblich, vernachlässigt. Die notwendige Bedingung dafür, daß die potentielle Energie ein Minimum ist, wird durch das Verschwinden der ersten Variation ausgedrückt:

$$\delta \Pi = 0,$$

führt also auf ein Problem der Variationsrechnung. Wir erhalten, wie gesagt, dieselbe Gleichung für λ wie die obenerwähnte Determinantengleichung. Diese Determinante ist unter den getroffenen Voraussetzungen $(2n-1)$-reihig, bei sechs Feldern z. B. elfreihig. Ihre kleinste positive Wurzel $\lambda^{(1)}$ kann man nur durch Probieren finden. Man muß also bei größerer Felderzahl eine Determinante hoher Ordnung mehrfach auswerten. Diese Rechenarbeit ist schon bei einer elfreihigen Determinante, also bei sechs Feldern, praktisch nicht mehr zu bewältigen, wenn der Stab nicht symmetrisch ist.

Dagegen wird auch in solchen Fällen die Rechenarbeit durch ein neues, von F. u. H. Bleich begründetes und von mir weiterentwickeltes Verfahren praktisch durchführbar gemacht. In den Fällen, die man auch mit dem alten Verfahren bewältigen kann, wird bei dem neuen Verfahren die Rechenarbeit ganz geringfügig.

Wir wiederholen zunächst noch einmal die Fragestellung des bisherigen Verfahrens. Sie lautet: Um das Wievielfache müssen die Stabkräfte vergrößert werden, um den Stab bei gegebenen Stützenwiderständen an die Knickgrenze zu führen?

Das neue Verfahren kehrt diese Problemstellung um und fragt: Um das Wievielfache müssen die Stützenwiderstände geschwächt werden, um den Stab bei gegebenen Stabkräften an die Knickgrenze zu führen?

Wir versehen also jetzt sämtliche Stützenwiderstände A_ν mit einem gemeinsamen, zunächst unbekannten Divisor β. Der Ausdruck für die potentielle Energie lautet dann:

$$(2) \quad \Pi = \frac{1}{2}\int_0^L E(x)\, J(x)\, y''^2\, dx - \frac{1}{2}\int_0^L S(x)\, y'^2\, dx + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\beta} \cdot \sum_{\nu=1}^{n-1} A_\nu\, \eta_\nu^2,$$

und es wird nach dem kleinsten, nicht verschwindenden, positiven Wert von β gefragt, der Π zu einem Minimum macht, also die erste Variation von Π zum Verschwinden bringt:

$$\delta \Pi = 0.$$

Diese Aufgabe wird nach dem Ritzschen Verfahren gelöst. Man denkt sich die Biegelinie y in eine unendliche Reihe nach den Eigenfunktionen $\varphi^{(i)}(x)$ eines geeignet gewählten Hilfsproblems entwickelt:

$$(3) \quad y = a_1\, \varphi^{(1)}(x) + a_2\, \varphi^{(2)}(x) + a_3\, \varphi^{(3)}(x) + \ldots \text{ in inf.}$$

Darin sind die Entwicklungsbeiwerte a_i zunächst unbekannt. Als Funktionenfolge $\varphi^{(i)}(x)$ werden die Eigenfunktionen des folgenden Hilfsproblems gewählt:

$$(4) \quad \delta \Pi^* = 0; \quad \Pi^* = \frac{1}{2}\int_0^L E(x)\, J(x)\, \varphi''^2(x)\, dx - \frac{1}{2} \cdot \lambda \int_0^L S(x)\, \varphi'^2(x)\, dx.$$

Wie ein Vergleich mit dem Energieansatz (1) zeigt, ist dieses Hilfsproblem der von uns untersuchte Stab nach Entfernung sämtlicher elastischer Stützen. Der Ansatz (3) bedeutet also, daß wir die Biegelinie des elastisch gestützten Stabes durch die Überlagerung aller möglichen Biegelinien gewinnen, die derselbe Stab nach Entfernung sämtlicher elastischer Stützen annehmen kann. Praktisch muß man sich natürlich näherungsweise mit einer endlichen Anzahl von Gliedern in dem Ansatz (3) begnügen. Es zeigt sich, daß man im allgemeinen mit einem dreigliedrigen Ansatz Ergebnisse von hinreichender Genauigkeit erhält.

Nehmen wir zunächst die Eigenfunktionen $\varphi^{(i)}$ des Hilfsproblems als bekannt an und führen einen dreigliedrigen Ansatz $y = a_p\, \varphi^{(p)}(x) + a_q\, \varphi^{(q)}(x) + a_r\, \varphi^{(r)}(x)$ in den Ansatz (2) für die potentielle Energie des wirklichen Stabes ein, so liefert die Bedingung $\delta \Pi = 0$ drei homogene lineare Gleichungen für die drei Entwicklungsbeiwerte a_p, a_q, a_r. Damit andere Lösungen als die triviale Lösung Null existieren, muß die Determinante dieser drei Gleichungen verschwinden. Damit erhalten wir eine kubische Gleichung für β. Unter allen möglichen dreigliedrigen Ansätzen für y ist nun derjenige zu suchen, der die kleinste positive Wurzel β, die mit $\overline{\beta}$ bezeichnet werden möge, liefert. $\overline{\beta}$ gibt dann unmittelbar die Stützensicherheit an. Ergibt sich $\overline{\beta} > 1$, so ist das System bei der gegebenen Belastung $S(x)$ und den gegebenen Stützenwiderständen A_ν stabil; ergibt sich $\overline{\beta} = 1$, so befindet sich das System an der Knickgrenze; ergibt sich $\overline{\beta} < 1$, so knickt das System aus. Ist k-fache Knicksicherheit gefordert, so muß man von vornherein die Stabkräfte $k\, S(x)$ statt der Stabkräfte $S(x)$ in den Ansatz (2) einführen. Bei $\overline{\beta} \geqq 1$ hat dann das System die verlangte k-fache Sicherheit, bei $\overline{\beta} < 1$ nicht.

Die damit verbundene Arbeit ist geringfügig. Die Hauptarbeit besteht bei dem neuen Verfahren in der Lösung des Hilfsproblems. Die Gleichungen für den Hilfsstab gewinnt man in der üblichen, eingangs skizzierten Weise. Zur Bestimmung der Eigenwerte $\lambda^{(i)}$ des Hilfsproblems erhält man dabei eine n-reihige Determinante an Stelle der $(2n-1)$-reihigen, auf die das Hauptproblem bei der gleichen Behandlung führen würde. Von dieser n-reihigen Determinante ist allerdings nicht nur die kleinste positive Wurzel $\lambda^{(1)}$, sondern mehrere Wurzeln $\lambda^{(1)}, \lambda^{(2)}, \ldots$ zu bestimmen. Von großer Bedeutung für die praktische Rechnung ist, daß man zeigen kann, daß bei dreigliedrigen Ansätzen nicht mehr als die ersten $\lambda^{(p+2)}$-Eigenwerte des Hilfsproblems bestimmt zu werden brauchen, wenn $\lambda^{(p)}$ der größte Eigenwert ist, der kleiner als die vorgeschriebene Knicksicherheit k ist: $\lambda^{(p)} < k \leqq \lambda^{(p+1)}$.

Sind E, J und S längs des ganzen Stabes konstant, so macht das Hilfsproblem gar keine Arbeit, da man seine Eigenwerte und Eigenfunktionen ohne jede Rechnung sofort anschreiben kann. In diesem Fall führt also das neue Verfahren mühelos zum Ziel. Das ist um so bedeutsamer, als man auch in anderen Fällen häufig durch die Annahme konstanter mittlerer Werte für E, J und S brauchbare Näherungslösungen wird gewinnen können.

Eine Änderung der Sicherheit k läßt sich bei der Rechnung in einfachster Weise berücksichtigen. Man kann daher mit wenig Rechenarbeit auch die Frage beantworten, für welchen Wert von k sich $\overline{\beta} = 1$ ergibt, d. h. bei welchem Vielfachen der Stabkräfte der Stab bei den Stützenwiderständen $\frac{1}{l} \cdot A_\nu = A_\nu$, also bei den gegebenen Stützenwiderständen, ausknickt. Damit wäre man dann am Ende der Rechnung von der Bleichschen zu der ursprünglichen Fragestellung zurückgekehrt.

Endlich ist zu beachten, daß bei einer beliebig geänderten Verteilung der Stützenwiderstände das Hilfsproblem, das im allgemeinen die Hauptarbeit erfordert, das gleiche bleibt. Mit wenig Rechenarbeit kann man also, wenn das Hilfsproblem einmal gelöst ist, den Einfluß der Stützung auf die Sicherheit des Systems untersuchen und dadurch unter Umständen auch zu weittragenden konstruktiven Folgerungen gelangen.

Das neue Verfahren macht also nicht nur die Rechenarbeit praktisch durchführbar in solchen Fällen, wo die bisher bekannten Verfahren praktisch unbrauchbar werden, sondern es gestattet auch neue Einblicke in die Probleme des elastisch gestützten Stabes.

Verantwortlich für den Inhalt: Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt.
Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin W 9.
Druck der Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.

DER STAHLBAU

Schriftleitung:
Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt, Technische Hochschule
Fernsprecher: Darmstadt 7711, Apparat 599
Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61
Veröffentlichungsbeiträge an voranstehende Anschriften erbeten

Beilage zur Zeitschrift DIE BAUTECHNIK Fachschrift für das gesamte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

12. Jahrgang | BERLIN, 12. Mai 1939 | Heft 10

Beitrag zur Verformungstheorie unter Verwendung von Einflußlinien.

Von Oberreichsbahnrat Dr.-Ing. **Krabbe**, München.

I. Grundlegende Betrachtungen über den Einfluß der Verformung.

Es ist bekannt, daß bei sehr schlanken Stahlkonstruktionen, schlanken Bogen- oder Hängebrücken, die durch die jeweilige Belastung hervorgerufenen Verformungen des Tragwerkes nicht vernachlässigt werden dürfen, wenn man die Beanspruchung genau ermitteln will. Es wird hiervon besonders bei Hängebrücken Gebrauch gemacht, da hier die Verformung die größten Beanspruchungen im allgemeinen günstig beeinflußt; bei Bogenbrücken tritt jedoch das Gegenteil ein.

Zur Erklärung des Vorganges bedienen wir uns des einfachsten Beispieles dieser Art, des in Bild 1 dargestellten Galgens, durch eine Last P beansprucht. Er entspricht der Hälfte eines nur durch eine Horizontalkraft H beanspruchten Zweigelenkrahmens. Seine Berechnung, d. h. die Ermittlung seiner Beanspruchung und Verformung, erfolgt nach der üblichen Theorie unter der Annahme, daß seine Momentenfläche die schraffierte Fläche sei; die lotrechte Verschiebung des Angriffspunktes von P ist dann:

$$\delta = P\left(h\,a^2 + \frac{a^2}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot a\right)\frac{1}{EJ} \quad \text{oder}$$

$$(1) \qquad \delta = \frac{P\,a^2}{3\,EJ}(3\,h + a).$$

Die waagerechte Verschiebung des Angriffspunktes von P ist:

$$\varepsilon = P\,a\,h\cdot\frac{h}{2}\cdot\frac{1}{EJ} \quad \text{oder}$$

$$(2) \qquad \varepsilon = \frac{P\,a\,h^2}{2\,EJ}.$$

(Statisches Moment der Momentenfläche, bezogen auf die lotrechte bzw. waagerechte Achse durch den Angriffspunkt von P.) Bild 1 zeigt aber, daß bei nicht zu vernachlässigender Verformung die Momentenfläche des lotrechten Pfostens nur am oberen Ende die Ordinate Pa hat, am unteren Ende dagegen $P(a+\varepsilon)$, und daß sie, der Verbiegung des Pfostens entsprechend, parabelförmig verläuft. Verdoppeln wir die Belastung, so ist das Moment am unteren Ende unter Vernachlässigung kleiner Einflüsse höherer Ordnung $2\,P(a + 2\,\varepsilon)$; es ist also mehr als doppelt so groß als unter der Last P. Es besteht also, genau genommen, zwischen Belastung und Beanspruchung keine Verhältnisgleichheit. Wir sehen auch, daß die nach Gl. (1) und (2) berechneten Werte δ und ε zu klein berechnet sind, denn der genauen Berechnung müßte die (vor Ausführung der ersten Rechnung jedoch unbekannte) punktiert angedeutete Momentenfläche des Pfostens zugrunde gelegt werden, was also nur schrittweise geschehen könnte. Das Ergebnis ist dann immer noch nicht genau, denn es würden sich nun statt der Werte δ und ε die Werte $\delta + \Delta\delta$ und $\varepsilon + \Delta\varepsilon$ ergeben, die wiederum das Einspannmoment und die Verschiebungen vergrößern würden; das endgültige Ergebnis ist dann also eine unendliche, allerdings stark konvergierende Reihe.

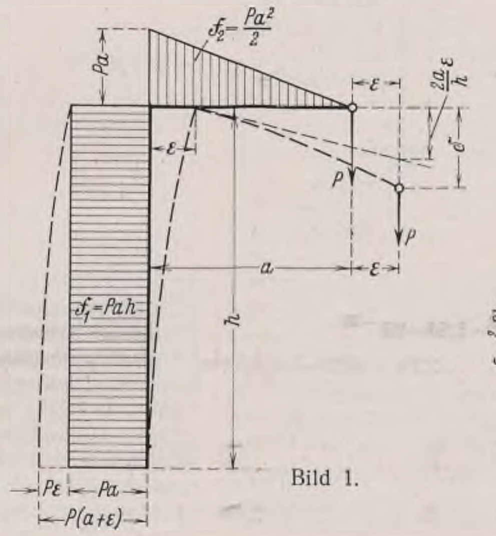


Bild 1.

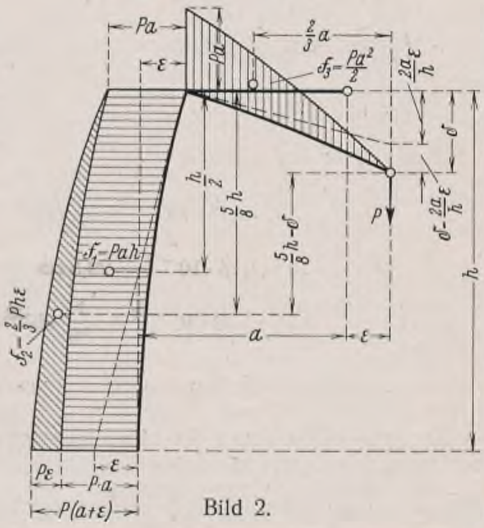


Bild 2.

Wir wollen diese Verhältnisse an diesem einfachen Beispiel eingehender verfolgen. Nach Ausführung der ersten Rechnung, die das Moment $P\,a$ und Gl. (1) und (2) ergab, gestaltet sich nun die Momentenbelastung nach Bild 2. Nach den dort eingetragenen Maßen ergibt sich nun nach Ausführung einiger einfacher Integrationen:

$$(3) \qquad \Delta\delta = \frac{P}{EJ}\cdot\frac{h}{15}(20\,a\,\varepsilon + 8\,\varepsilon^2).$$

Dabei ist für die Momentenfläche $\mathfrak{F}_1$ nur die Vergrößerung des Hebelarmes um $\varepsilon\left(1 - \frac{x^2}{h^2}\right)$ eingesetzt, während die Fläche $\mathfrak{F}_2$ mit ihrem ganzen Hebelarm $a + \varepsilon\left(1 - \frac{x^2}{h^2}\right)$ eingesetzt wurde. Die Veränderung der Fläche $\mathfrak{F}_3$ hat auf $\Delta\delta$ keinen Einfluß.

$$(4) \qquad \Delta\varepsilon = \frac{P}{EJ}\left[\frac{1}{60}\left(25\,h^2 + 8\,a^2\cdot\frac{a}{h}\right)\varepsilon - \frac{a}{24}(24\,h + 7\,a)\,\delta - \frac{2}{3}\cdot h\,\delta\,\varepsilon\right].$$

Dabei ist die Fläche $\mathfrak{F}_3$ mit ihrem Hebelarm

$$-\left[\delta - \frac{2\,a}{h}\cdot\varepsilon\cdot\frac{x}{a} - \left(\delta - \frac{2\,a}{h}\cdot\varepsilon\right)\left(\frac{3}{2}\cdot\frac{x^2}{a^2} - \frac{1}{2}\cdot\frac{x^3}{a^3}\right)\right]$$

und die Fläche $\mathfrak{F}_2$ mit ihrem Hebelarm $\frac{5}{8}\cdot h - \delta$ eingesetzt; bei Berechnung von ε war deren Hebelarm $= 0$. Die Verschiebung der Fläche $\mathfrak{F}_1$ hat auf $\Delta\varepsilon$ keinen Einfluß.

Setzen wir nun aus Gl. (1) und (2) die Werte für δ und ε ein mit

$$\delta = \frac{P}{EJ}\cdot\frac{a^2}{3}(3\,h + a)$$

$$\varepsilon = \frac{P}{EJ}\cdot\frac{a\,h^2}{2},$$

so erhalten wir:

$$(5) \qquad \Delta\delta = \frac{2}{3}\cdot a^2\,h^3\left(\frac{P}{EJ}\right)^2 + \frac{2}{15}\cdot a^2\,h^5\left(\frac{P}{EJ}\right)^3$$

$$(6) \qquad \Delta\varepsilon = \left(\frac{5}{24}\cdot a\,h^4 - a^3\,h^2 + \frac{5}{8}\cdot a^4\,h - \frac{7}{72}\cdot a^5\right)\left(\frac{P}{EJ}\right)^2 - \left(\frac{1}{3}\cdot a^3\,h^4 + \frac{1}{9}\cdot a^4\,h^3\right)\left(\frac{P}{EJ}\right)^3.$$

Setzen wir noch $a = \alpha\,h$, so ist:

$$(5\text{a}) \qquad \Delta\delta = \frac{2}{3}\cdot\alpha^2\,h^5\left(\frac{P}{EJ}\right)^2 + \frac{2}{15}\cdot\alpha^2\,h^7\left(\frac{P}{EJ}\right)^3$$

$$(6\text{a}) \qquad \Delta\varepsilon = \left(\frac{5}{24}\cdot\alpha - \alpha^3 + \frac{5}{8}\cdot\alpha^4 - \frac{7}{72}\cdot\alpha^5\right)h^5\left(\frac{P}{EJ}\right)^2 - \frac{1}{3}\left(\alpha^3 + \frac{1}{3}\cdot\alpha^4\right)h^7\left(\frac{P}{EJ}\right)^3;$$

ferner: $\delta = \frac{\alpha^2}{3}(3 + \alpha)\,h^3\cdot\frac{P}{EJ}$; $\quad \varepsilon = \frac{\alpha}{2}\cdot h^3\cdot\frac{P}{EJ}$.

Danach ergeben sich die Gesamtwerte der Verschiebungen in der Form:

$$(7) \qquad \delta' = \delta + \varDelta\delta = a_1 h^3 \cdot \frac{P}{EJ} + a_2 h^5 \left(\frac{P}{EJ}\right)^2 + a_3 h^7 \left(\frac{P}{EJ}\right)^3$$

$$(8) \qquad \varepsilon' = \varepsilon + \varDelta\varepsilon = b_1 h^3 \cdot \frac{P}{EJ} + b_2 h^5 \left(\frac{P}{EJ}\right)^2 + b_3 h^7 \left(\frac{P}{EJ}\right)^3,$$

wobei a_1, a_2, a_3 und b_1, b_2, b_3 reine Zahlenwerte sind.

Für das Einspannmoment ergibt sich daraus

$$(8\text{a}) \; M' = P(\varepsilon + \varDelta\varepsilon) = P\left[\alpha h + b_1 h^3 \cdot \frac{P}{EJ} + b_2 h^5 \left(\frac{P}{EJ}\right)^2 + b_3 h^7 \left(\frac{P}{EJ}\right)^3\right].$$

Gl. (5) bis (8a) gelten nun natürlich für jede beliebige Last P. Wir sehen also, daß die Durchbiegungen nicht nur von $\frac{P}{EJ}$, sondern auch von den höheren Potenzen dieses Wertes abhängig sind, und dementsprechend auch die Momente nicht nur von P, sondern auch von $\frac{P}{EJ}$ und dessen höheren Potenzen abhängig sind. Würden wir weiter entwickeln, so würden natürlich noch höhere Potenzen von $\frac{P}{EJ}$ erscheinen; es ist das aber nicht erforderlich. Die Gleichungen gelten auch dann, wenn die Last P nach oben gerichtet, also negativ ist. Dann ist in Gl. (7) und (8) das erste Glied negativ, das zweite positiv und das dritte negativ; in Gl. (8a) ist dann das erste und dritte Glied negativ, das zweite und vierte positiv. Wir wollen die Auswirkung dieser Abhängigkeiten an einem Zahlenbeispiel prüfen.

Wir wählen einen schlank ausgebildeten Galgen aus zwei I P 22, St 52, $h = 10$ m, $a = 5$ m. Belastung 4 t (Bild 3).

$$i_x = 9{,}37; \quad \lambda = 2 \cdot \frac{1000}{9{,}37} = 212; \quad \omega = 15{,}94.$$

Dann ist nach der üblichen Rechnung

$$M = 4 \cdot 500 = 2000 \text{ tcm}$$

$$\sigma = \frac{2\,000\,000}{2 \cdot 732} \pm \frac{4000 \cdot 15{,}94}{2 \cdot 91{,}2} = 1366 + 348 = 1714 \text{ kg/cm}^2.$$

Es ist nun

$$\frac{P}{EJ} = \frac{4}{2 \cdot 2100 \cdot 8050} = 1{,}18 \cdot 10^{-7}$$

$$\left(\frac{P}{EJ}\right)^2 = 1{,}39 \cdot 10^{-14}$$

$$\left(\frac{P}{EJ}\right)^3 = 1{,}64 \cdot 10^{-21}.$$

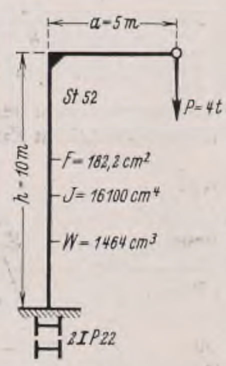


Bild 3.

Damit wird mit $\alpha = \frac{1}{2}$:

$$\delta = \frac{7}{24} \cdot 10^9 \cdot 1{,}18 \cdot 10^{-7} = 34{,}4 \text{ cm}$$

$$\varepsilon = \frac{1}{4} \cdot 10^9 \cdot 1{,}18 \cdot 10^{-7} = 29{,}5 \text{ cm}$$

$$\varDelta\delta = \frac{1}{6} \cdot 10^{15} \cdot 1{,}39 \cdot 10^{-14} + \frac{1}{30} \cdot 10^{21} \cdot 1{,}64 \cdot 10^{-21} = 2{,}32 + 0{,}05 = 2{,}37 \text{ cm}$$

$$\varDelta\varepsilon = 0{,}016 \cdot 10^{15} \cdot 1{,}39 \cdot 10^{-14} - 0{,}049 \cdot 10^{21} \cdot 1{,}64 \cdot 10^{-21} = 0{,}22 - 0{,}08 = 0{,}14 \text{ cm}$$

$$M' = 4\,(500 + 29{,}5 + 0{,}14) = 2119 \text{ tcm}.$$

Die Zunahme des Momentes von 2000 auf 2123 tcm beträgt also 6%. Hätten wir die Glieder mit $\left(\frac{P}{EJ}\right)^3$ vernachlässigt, so würde sich ergeben haben:

$$\varDelta\delta = 2{,}32 \text{ cm}$$

$$\varDelta\varepsilon = 0{,}22 \text{ cm}$$

$$M' = 4\,(500 + 29{,}5 + 0{,}22) = 2119 \text{ tcm}.$$

Wir sehen also, daß diese Glieder schon von ganz unwesentlichem Einfluß sind und daß die Entwicklung keinesfalls weitergetrieben zu werden braucht. Es hat also keinen Zweck, die Reihenentwicklung weiter zu verfolgen. Es zeigt sich aber, daß der unter Zugrundelegung des unverformten Systems ermittelte Wert δ um 6% und ε um 0,5% zu klein waren. Wir ermitteln also zunächst das Moment und die Durchbiegungen in der üblichen Weise, ermitteln dann die zusätzlichen Durchbiegungen auf Grund der Momentenbelastung des verbogenen Tragwerkes; diese Durchbiegungen betrachten wir also endgültig und legen sie der endgültigen Momentenermittlung zugrunde. Es ist grundsätzlich gleichgültig, ob ein statisch bestimmtes System wie in diesem Beispiel, oder ein statisch unbestimmtes System, vorliegt. Die Berücksichtigung der Verformung kann sich, je nach der Anordnung des Systems, in günstigem oder in ungünstigem Sinne auswirken. Bei Balkenbrücken hat sie keinen nennenswerten Einfluß, beim Bogen mit Zugband oder dem Langerschen Balken sowie bei der in sich selbst verankerten Hängebrücke, wie wir sehen werden, auch nicht; diese Systeme gehören also in diesem Sinne auch zu den Balkenbrücken.

Da Verhältnisgleichheit zwischen Belastung einerseits und Beanspruchung und Verformung andererseits nicht besteht, nimmt man allgemein an, daß zur Berücksichtigung der Verformung Einflußlinien ungeeignet seien. Es soll jedoch im folgenden gezeigt werden, daß gerade die Einflußlinie ein sicheres und leicht zu übersehendes Merkmal dafür ist, in welcher Weise die Verformung sich auswirkt und ob sie sich überhaupt nennenswert auswirken kann. Auch für die Berechnung sind Einflußlinien sehr brauchbar; nur müssen wir deren Ermittlung das unter der in Frage kommenden Belastung verformte System zugrunde legen; das heißt für jede Kraftgröße, die wir ermitteln wollen, gibt es nicht eine, sondern für jeden Belastungsfall eine Einflußlinie, die allerdings eine Einflußlinie im üblichen Sinne nicht mehr ist. Sie gibt aber bei der zugrunde gelegten Gesamtbelastung den Einfluß jeder Einzellast dieser Gesamtbelastung richtig an.

II. Verwendbarkeit von Einflußlinien.

1. Allgemeine Gültigkeit der Einflußlinien.

Wir betrachten als einfachstes und übersichtlichstes, praktisch in Frage kommendes System einen ziemlich schlank gedachten Zweigelenkbogen mit festen Kämpfergelenken (Bild 4a), dessen Einflußlinie für das Moment in m wir nach dem Formänderungsgrößenverfahren (nicht zu verwechseln mit der hier behandelten Verformungstheorie) ermitteln wollen[1]).

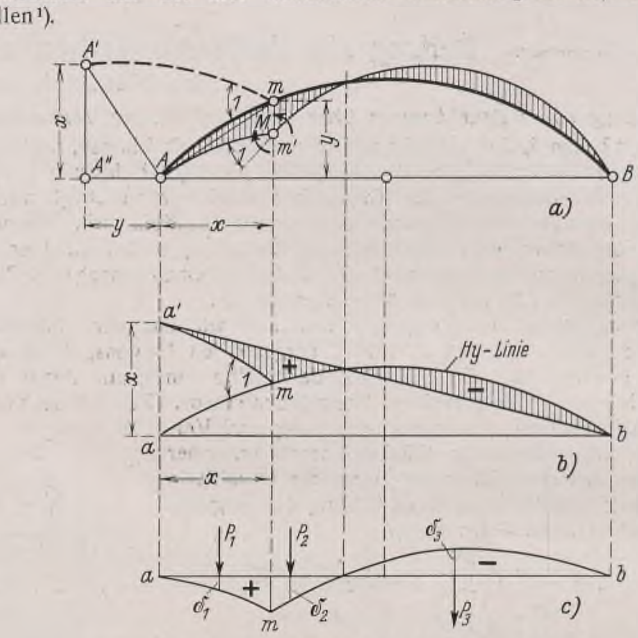


Bild 4a bis c.

Wir knicken den Bogen in m um den Drehwinkel „Eins", wodurch der Auflagerpunkt A nach A' gelangt; den geknickten Bogen drehen wir (ohne Arbeitsaufwand) um B, bis A nach A'' gelangt. Um die gestörte Auflagerbedingung bei A wiederherzustellen, verschieben wir nun unter der Anwendung einer Kraft H A'' nach A unter Aufwendung der Arbeit Hy. Die dadurch entstandene Biegelinie des Bogens ist die y-fache H-Linie des Bogens, denn die H-Linie ist erklärt als die Biegelinie des Bogens, welche durch waagerechte Verschiebung von A um den Wert „Eins" entsteht (Bild 4b). Da aber der Bogen in m den Knick „Eins" hatte, behält diese Biegelinie natürlich denselben bei, wodurch a nach a' gelangt. Ziehen wir nun a'—b, so ist a'—m—b, oder darunter als a—m—b gezeichnet (Bild 4c), die durch den Knick „Eins" in m verursachte Biegelinie des Bogens, also die Einflußlinie für das Moment in m. Sie ist in Bild 4a nochmals in ihrer Lage zum Bogen selbst gezeichnet.

Der Beweis kann in folgender Weise geführt werden. Durch ein unbekanntes, in m aufgewandtes Moment (Bild 4a), dessen Größe hier ohne Belang ist, ist dort der Drehwinkel „Eins" erzeugt worden. Das wirkliche, im Bogen durch die Lasten P_1, P_2, P_3 in m erzeugte Moment sei M_m. Es steht im statischen Gleichgewicht mit den Kräften P_1, P_2, P_3 und den Auflagerkräften in A und B, welche indessen wegen der festen Auflager keine Arbeit verrichten. Denken wir uns nun das Moment M_m in dem vorübergehend gelenkig gedachten Punkt m als äußere Kraft angreifend, wo durch die künstliche Verformung der Drehwinkel „Eins" erzeugt wurde, so ist an dem Bogen die virtuelle Arbeit der äußeren Kräfte $\overline{M_m} \cdot \overline{\overline{1}}$ geleistet worden, wobei durch die einfache und doppelte Überstreichung gekennzeichnet werden soll, daß Kraftgrößen und Verschiebungsgrößen nicht zusammengehören; im Bogen ist also die innere virtuelle Arbeit $\int_A^B \overline{\mathfrak{M}}\, \overline{\overline{d\vartheta}}$ entstanden, wobei $\overline{\mathfrak{M}}$ die durch das am Gelenk in m angreifende Moment M_m im Bogen erzeugten Momente $\overline{\mathfrak{M}}$ bedeutet;

[1]) Vgl. Krabbe, Allgemeine, unmittelbare Darstellung von Einflußlinien durch Biegelinien nach dem Verformungsverfahren. Stahlbau 1933, Heft 2.

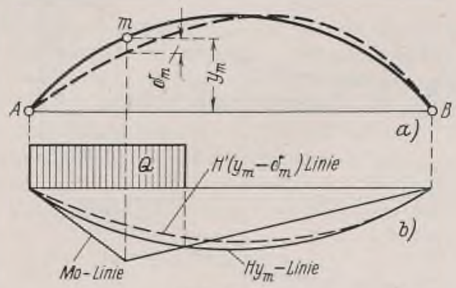


Bild 5a u. b.

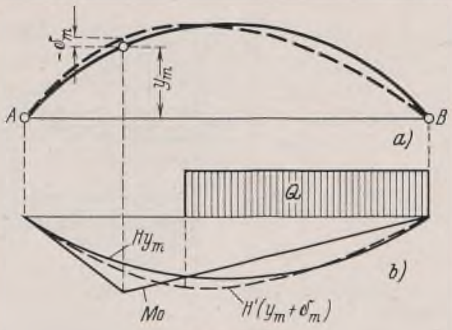


Bild 6a u. b.

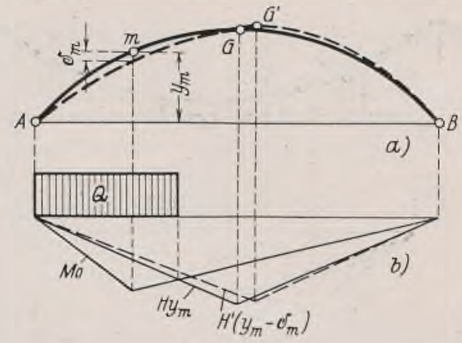


Bild 7a u. b.

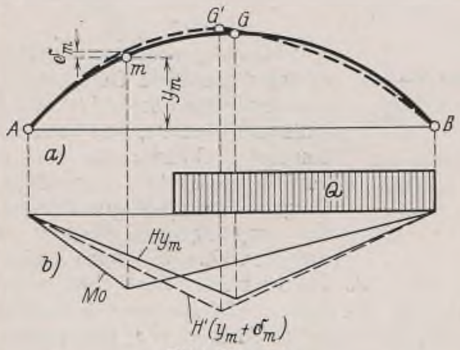


Bild 8a u. b.

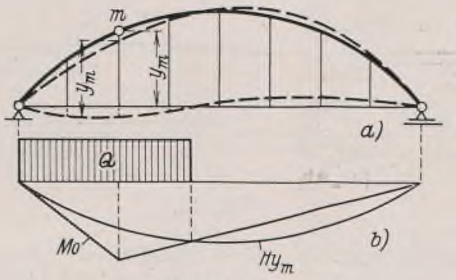


Bild 9a u. b.

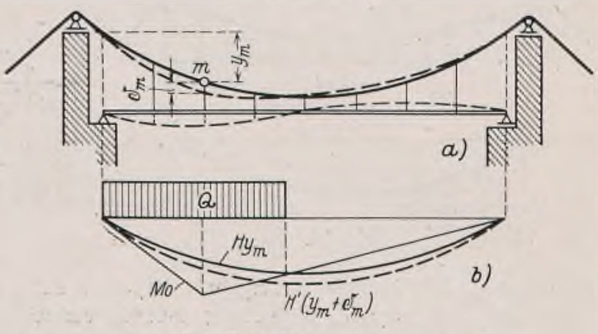


Bild 10a u. b.

$\overline{d\vartheta}$ aber die der Verdrehung „Eins" in m entsprechenden, kontinuierlichen Winkeländerungen innerhalb des Bogens. Die wirkliche Größe der Momente $\mathfrak{M}$ und der Winkeländerungen interessiert uns jedoch nicht. Die innere virtuelle Arbeit ist also

$$\mathfrak{A}_i = \int_A^B \mathfrak{M}\, \overline{d\vartheta} = \overline{M}_m \cdot \overline{1}.$$

Da nun M_m, P_1, P_2, P_3 (und die Auflagerkräfte A und B) ein im Gleichgewicht stehendes Kräftesystem, der Drehwinkel „Eins" mit den Verschiebungen δ_1, δ_2, δ_3 ein mögliches Verschiebungssystem darstellen, ist nach dem Prinzip der virtuellen Verschiebungen

$$(9) \qquad \Sigma P \overline{\delta} = \mathfrak{A}_i = \overline{M}_m \cdot \overline{1}.$$

Gl. (9) sagt aber aus, daß die durch den Knick „Eins" in m erzeugte Biegelinie des Bogens die Einflußlinie für das Moment M_m ist. Dieser Beweis gilt ganz allgemein, wobei natürlich die Anwendbarkeit des Prinzips der virtuellen Verschiebungen voraussetzt, daß der Knick „Eins" in Wirklichkeit unendlich klein im Verhältnis zu den Abmessungen des Systems ist, und er ist auch hier kinematisch als solcher behandelt worden, denn in Gl. (9) geben die Verschiebungswerte $\overline{\delta}$ und $\overline{1}$ die durch den Drehwinkel „Eins" verursachten Verformungen des Systems an ohne Zusammenhang mit irgendwelchen Belastungen; dieser Verformung zu unterziehen ist natürlich dasjenige System, welches der Verformung durch die jeweils darauf wirkenden Kräfte entspricht. Sie gilt also, streng genommen, nur für die Systemform, die durch die äußere Belastung entstanden ist. Die Anwendung von Einflußlinien bleibt also auch bei der Berücksichtigung der Verformung einwandfrei.

2. Allgemeine Betrachtungen über den Einfluß der Verformung bei verschiedenen Brückensystemen mittels deren Einflußlinien.

Um den Einfluß der Systemverformung besser zu erkennen, denken wir uns nun (Bild 5) die für M_m gewonnene Einflußlinie in der üblichen Weise durch Überlagerung der $M_{m\,0}$-Linie und der $H\,y_m$-Linie entstanden, und den Bogen auf der positiven Beitragstrecke für M_m belastet. Dadurch verformt er sich etwa in der in Bild 5a punktiert dargestellten Weise; da die Werte y links kleiner, rechts aber größer werden, werden auch die durch eine waagerechte Kraft $H = 1$ erzeugten Momente links kleiner, rechts größer und die $H\,y_m$-Linie wird wegen Verringerung des Wertes y_m im ganzen etwas kleinere Ordinaten, links aber wegen der allgemein verringerten Werte y wesentlich kleinere Ordinaten erhalten als die ursprüngliche $H\,y_m$-Linie; sie ist in Bild 5b punktiert eingetragen. Die positiven größten Momente werden also größer als ohne Berücksichtigung der Verformung; für die negativen größten Momente ist Bild 5 ohne Belang, da der Belastungsfall dafür unzutreffend ist. Der hierfür zutreffende Belastungs- und Verformungsfall ist in Bild 6 dargestellt. Die $H\,y_m$-Linie wird wegen des vergrößerten y_m im ganzen etwas größere Ordinaten, links erheblich größere und rechts wegen entgegengesetzter Wirkung der hier verkleinerten y-Werte und des vergrößerten Wertes y_m wenig veränderte Ordinaten erhalten. An dem größten negativen Moment M verändert sich also nur wenig; im allgemeinen wird es wenig größer werden wie das ohne Berücksichtigung der Verformung errechnete. Beim Zweigelenkbogen wirkt sich die Berücksichtigung der Verformung also durchweg ungünstig aus. Die Größe von H bei voller Belastung wird durch die Berücksichtigung der Verformung kaum merklich beeinflußt.

Beim statisch bestimmten Dreigelenkbogen gestatten die Einflußlinien besonders klaren Einblick in die Einflüsse der Verformung. Unter dem Einfluß der für die positive Beitragstrecke maßgebenden Belastung q (Bild 7a) verformt sich der Bogen, wie punktiert dargestellt, das Scheitelgelenk rückt etwas nach rechts; die $H\,y_m$-Linie nimmt die in Bild 7b punktiert dargestellte gestrichelte Form an; ihre Ordinaten werden wegen der Verringerung von y_m durchschnittlich etwas kleiner und der positive Teil der Einflußfläche wird, ähnlich wie beim Zweigelenkbogen, vergrößert.

Bei Belastung der für den negativen Teil maßgebenden Strecke (Bild 8a) rückt das Scheitelgelenk etwas nach links; wegen der Vergrößerung der Werte y_m werden die Ordinaten der $H\,y_m$-Linie, in Bild 6b punktiert dargestellt, im Durchschnitt etwas größer; der negative Teil der Einflußfläche verändert sich wenig und vergrößert sich im allgemeinen um einen kleinen Beitrag. Der Einfluß der Verformung macht sich also beim Dreigelenkbogen in ganz dem Zweigelenkbogen entsprechender Weise, durchweg ungünstig, bemerkbar. Wesentlich anders liegen die Verhältnisse beim Zweigelenkbogen oder Dreigelenkbogen mit Zugband (Bild 9). Unter dem Einfluß der Belastung der positiven Beitragstrecke für M_m verformen sich Bogen und Zugband in der punktiert dargestellten Weise. Weder y_m noch die übrigen Ordinaten y ändern, abgesehen von der geringfügigen Längenänderung der Zugstangen, ihre Größe, und die $H\,y_m$-Linie ändert sich nicht merklich; für den Langerschen Balken liegen die Verhältnisse ebenso, woraus zu schließen ist: Beim Zweigelenkbogen mit Zugband hat die Verformung auf die Beanspruchungen des Bogens keinen nennenswerten Einfluß. Dasselbe gilt für den Langerschen Balken.

Schließlich sollen die Einflüsse der Verformung bei dem für die Praxis wichtigsten Fall der Hängebrücke untersucht werden (Bild 10). Unter dem Einfluß der Belastung der positiven Beitragstrecke für M_m verformen sich Balken und Kabel in der punktiert dargestellten Weise. y_m vergrößert sich; die Ordinaten der $H\,y_m$-Linie werden im Durchschnitt größer; vergrößern sich weiterhin links und verkleinern sich rechts (Bild 10b). Die positive Beitragfläche wird in weit stärkerem Maße kleiner, als sie beim Bogen größer wurde, was sich aus ihrer allgemeinen Form ergibt. $\max M_m$ wird unter dem Einfluß der Verformung wesentlich kleiner.

Unter dem Einfluß der Belastung des negativen Teiles der Beitragstrecke von M_m nehmen Kabel und Balken die in Bild 11a punktiert dargestellte Form an. y_m und damit der durchschnittliche Wert der Ordinaten der $H\,y_m$-Linie verkleinert sich. Im übrigen verkleinern sich die Ordinaten links und vergrößern sich rechts; also links wesentliche Verkleinerung, rechts keine wesentliche Änderung; aber die negative Beitragstrecke wird kleiner; im ganzen also geringe Verkleinerung der negativen

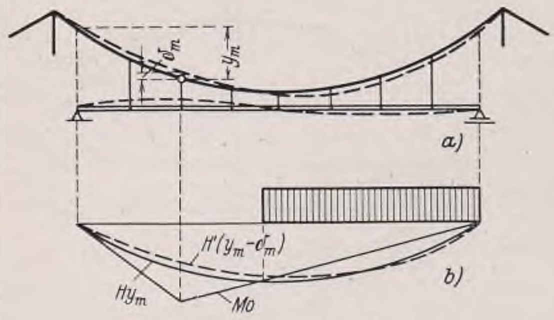


Bild 11a u. b.

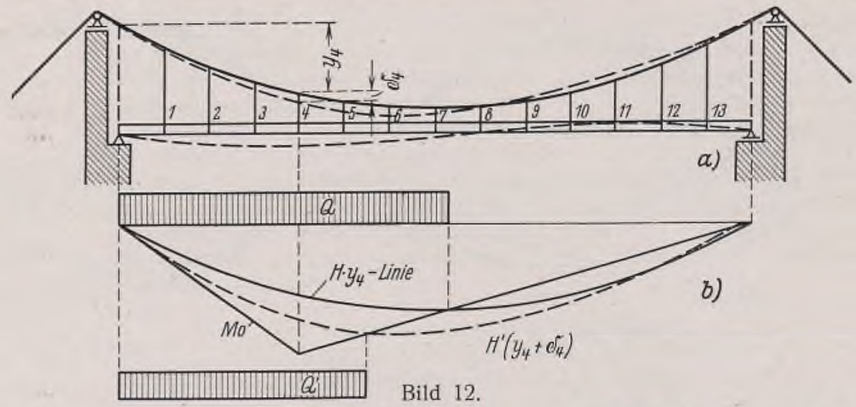


Bild 12.

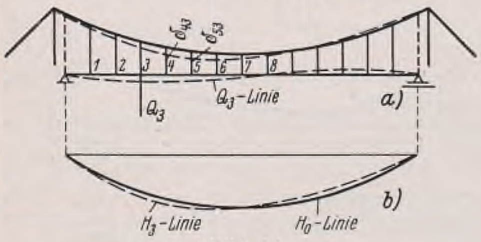


Bild 14.

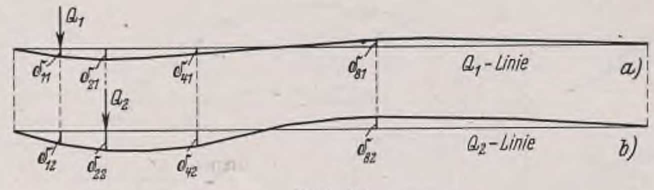


Bild 13.

M_m-Fläche. Das gesamte Endergebnis ist also: Bei der Hängebrücke verkleinert sich max M_m wesentlich; min M_m verkleinert sich (absolut genommen) auch etwas. Bei der Hängebrücke wirkt sich der Einfluß der Verformung im allgemeinen günstig aus.

Ist jedoch, abweichend von Bild 10, das Kabel im Versteifungsträger verankert, so wird dieser durch eine waagerechte Druckkraft H beansprucht; Versteifungsträger und Kabel biegen sich, abgesehen von der Längenänderung der Hängestangen, um dieselben Maße δ durch, und einer Vergrößerung der durch den Kabelzug verursachten negativen Momente um $H\,\delta$ entsprechen hinzukommende, gleiche positive Momente $H\,\delta$. Die H-Linie bzw. die $H y_m$-Linie ändert sich also infolge der Verformung nicht. Daraus folgt: Bei in sich verankerten Hängebrücken hat die Verformung keinen Einfluß auf die Beanspruchung, abgesehen von dem geringen Einfluß der Längenänderung der Hängestangen, der übrigens max M_m vergrößert.

Auf mehrfach statisch unbestimmte Formen der Bogen- und Hängebrücken soll hier nicht näher eingegangen werden. Die Verhältnisse ändern sich dabei, da auch hier stets der Einfluß von H ausschlaggebend ist, nicht grundsätzlich.

Gewählt wurde bei der Betrachtung durchweg das Moment etwa im Viertelpunkt der Brücke, wo die Momente am größten zu werden pflegen; die Wahl eines anderen Punktes, etwa in der Mitte der Brücke, würde die hier gekennzeichneten Verhältnisse des Einflusses der Verformung nicht wesentlich ändern.

3. Die praktische Anwendbarkeit der Einflußlinien.

Die Betrachtung der allgemeinen Form der Einflußlinie gibt uns also ein übersichtliches Merkmal für den Einfluß der Verformung bei den verschiedenen Brückenformen für die Beanspruchung. Es bleibt nun die Frage zu beantworten, ob Einflußlinien auch bei Berücksichtigung des Einflusses der Verformung mit Vorteil verwendet werden können. Hauptsächlich pflegt man von dem Einfluß der Verformung auf die Beanspruchung bei größeren Hängebrücken Gebrauch zu machen, bei denen unter Berücksichtigung der Verformung die größten positiven Momente des Versteifungsträgers zum Teil erheblich kleiner werden, während sich der Einfluß auf die größten negativen Momente zwar im allgemeinen auch günstig, jedoch weniger auswirkt. Es soll also hier das Beispiel der Hängebrücke betrachtet werden. Es fragt sich allerdings, ob nicht bei großen, schlanken Zweigelenkbogen oder eingespannten Bogen, bei welchen die Verformung die größten Momente in ungünstigem Sinne beeinflußt, auch die Berücksichtigung der Verformung geboten erscheint. Das einzuschlagende Verfahren ist jedoch grundsätzlich dasselbe wie bei Hängebrücken, so daß es hierfür später nur eines kurzen Hinweises bedarf.

Wir betrachten eine einfache Hängebrücke, etwa wie in Bild 10 dargestellt (Bild 12a). Nach der üblichen Berechnungsweise würde die Einflußlinie für das Moment M_4 des Balkens die in Bild 12b dargestellte, durch Überlagerung der M_{40}-Linie und der $H y_4$-Linie entstandene Form haben, während bei Berücksichtigung der durch die Belastung hervorgerufenen Verformung die Einflußlinie, entstanden durch Überlagerung der unverändert bleibenden M_{40}-Linie mit der $H'(y_4 + \delta_4)$-Linie, wesentlich anders sein würde, wie in Bild 12b punktiert dargestellt. Nun treten aber zwei Schwierigkeiten auf, nämlich:

1. Die Belastungsscheide hat sich wesentlich nach links verschoben, so daß nun nicht mehr die Belastung Q, sondern Q' maßgebend ist.

2. Auch wenn man die neue Belastungsscheide zuvor richtig abschätzen könnte, so wäre doch die unter der Belastung Q' unter Zugrundelegung des ursprünglichen Systems ermittelte Durchbiegung und damit die neue $H'(y_4 + \delta_4)$-Linie nicht richtig, und zwar aus demselben Grunde, aus dem an dem in Abschnitt I behandelten Galgen die unter Zugrundelegung des ursprünglichen Systems ermittelten Verschiebungen δ und ε nicht richtig waren, sondern um 4 bis 6% zu klein. Der Fehler würde sich aber bei der Hängebrücke wesentlich einflußreicher bemerkbar machen als bei dem Galgen, da hier nicht das Moment $H y_4$ entsprechend dem Moment $P\,a$ beim Galgen, sondern die Differenz $M_{40} - H y_4$ maßgebend ist; weil aber ferner das Moment $H y_4$ allein den Träger weit über σ_{zul} beanspruchen würde, während im Falle des Galgens dieser Wert natürlich eingehalten werden mußte. Hierauf beruht der wesentliche Einfluß der Verformung bei schlanken Bogen- und Hängebrücken, bedingt durch die charakteristische Form der Einflußlinie, besonders ihrer positiven Beitragstrecke. Wir müßten also nachträglich durch eine ähnliche Reihenentwicklung, wie sie an dem einfachen Beispiel des Galgens durchgeführt wurde, berichtigen. Hier weisen aber die Eigenschaften der Einflußlinie einen wesentlich einfacheren Weg, der noch dazu den Vorzug hat, das Ergebnis nicht auf dem Annäherungswege, sondern unmittelbar streng genau zu liefern und gleichzeitig auch die richtige Belastungsscheide.

Bei großen Brücken, wie sie hier in Frage kommen, wird man ohnehin zweckmäßig die Einzellasten durch eine gleichmäßig über die maßgebende Belastungsstrecke verteilte Last Q ersetzen, was zunächst angenommen werden soll. In welcher Weise auch mit Einzellasten gerechnet werden kann, soll später gezeigt werden. Wir ermitteln nacheinander die Biegelinien, welche bei Belastung der einzelnen Punkte 1 bis 13 mit der ihnen zufallenden Teilbelastung von Q entstehen, die wir mit $Q_1, Q_2, \ldots Q_{13}$ bezeichnen wollen (Bild 13). Die Ordinaten bezeichnen wir

bei Belastung in Punkt 1: $\delta_{1\,1}, \ \delta_{2\,1} \ \ldots \ \delta_{13\,1}$
„ „ „ „ 2: $\delta_{1\,2}, \ \delta_{2\,2} \ \ldots \ \delta_{13\,2}$
„ „ „ „ 13: $\delta_{1\,13}, \ \delta_{2\,13} \ \ldots \ \delta_{13\,13}$

(Für die Belastung in Punkt 3 in Bild 14a dargestellt.) Dabei ist natürlich stets $\delta_{ik} = \delta_{ki}$ auf Grund des Maxwellschen Satzes und bei Symmetrie des Systems auch $\delta_{11} = \delta_{13\,13}$; $\delta_{3\,4} = \delta_{11\,13}$ usw. Ferner bestimmen wir die H-Linie des unverformten Systems, die H_0-Linie. Sodann bestimmen wir nacheinander einzeln die H-Linien des durch je eine Einzellast Q_1, $Q_2 \ldots Q_{13}$ verbogenen Systems (für Last Q_5 in Bild 14b dargestellt), die wir mit H_1- bis H_{13}-Linie bezeichnen wollen. Dabei ist zu beachten, daß sich außer den y-Werten auch die Werte δ_{aa} ändern, welche wir zur Bestimmung der einzelnen H-Linien gebrauchen und die bekanntlich von den Quadraten der veränderten y-Werte abhängig sind. Wir haben also bei dem vorliegenden System, Symmetrie vorausgesetzt, sieben Biegelinien nach Bild 13 und sieben H-Linien nach Bild 14 zu ermitteln; das sind aber alle Biegelinien, die wir zur Behandlung des ganzen Systems benötigen. Bemerkt sei dabei, daß die Biegelinien und H-Linien nach Bild 13 u. 14 natürlich nicht streng richtig sind, da sie unter Zugrundelegung des unverformten Systems ermittelt wurden; wir werden aber sehen, daß wir sie ohne gleichzeitige einwandfreie Berichtigung auch nicht verwenden werden.

Wir wollen die Einflußlinie für den positiven Belastungsbereich des Moments M_4 (Bild 15a) ermitteln. Wir zeichnen nun zunächst durch Überdeckung der $M_{4\,0}$-Linie und der $H_0 y_4$-Linie die Einflußlinie, gültig für das unverformte System. Es ist für ihre Gestalt und Abmessungen gänzlich gleichgültig, ob wir sie in dieser Weise oder nach dem unter Ziffer 1 dargelegten kinematischen Verfahren ermittelt haben; wir stellen sie hier aber in der angegebenen Weise dar, um der Gleichung entsprechend

$$M_4 = M_{4\,0} - H_0 y_4$$

den von der Verformung unabhängigen Teil der Einflußlinie M_{40} von dem durch die Verformung allein beeinflußten Teil $H_0 y_4$ getrennt zu erhalten. Sie ist nach den Erläuterungen zu Gl. (9) die völlig einwandfreie Einflußlinie unter der Voraussetzung, daß das ursprüngliche System

nicht verformt, also auch nicht belastet ist; sie ist also eine „Einflußlinie", die streng genommen nicht geeignet ist, den Einfluß irgendeiner Belastung auf das Moment M_4 richtig anzugeben. (Dasselbe ist, ganz streng genommen, mit wenigen Ausnahmen bei den Einflußlinien aller Systeme, selbst denen des einfachen Balkens, der Fall. Belasten wir (Bild 16) einen einfachen Balken, hier der Einfachheit halber in der Mitte, mit P, so ist nach üblichen Annahmen die Einflußlinie für das Moment M_m das dargestellte Dreieck mit der Ordinate $l/4$ unter P. In Wirklichkeit hat sich aber unter der Verformung durch die Last P die unterste Zugfaser verlängert und

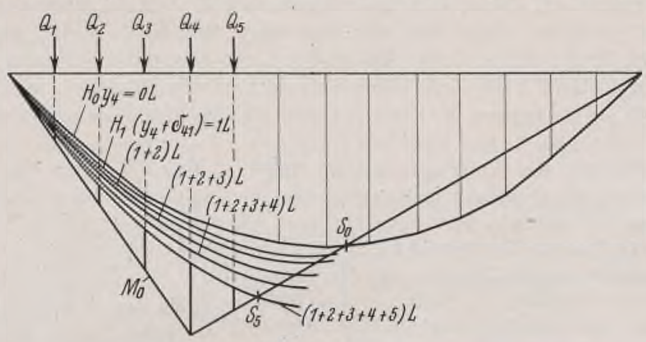


Bild 15a.

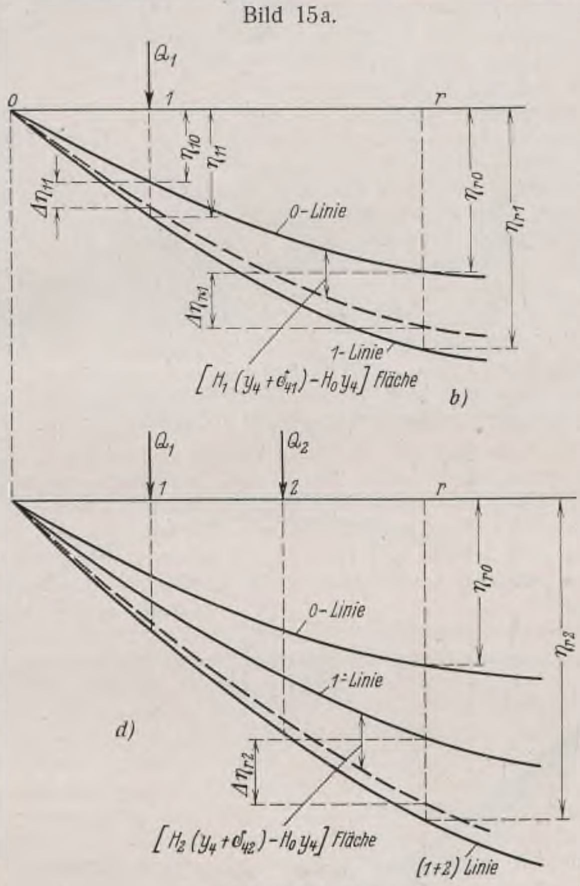


Bild 15b u. d.

damit die Stützweite um $\varDelta l$ vergrößert, und die Ordinate unter P ist $\frac{l+\varDelta l}{4}$; das Moment also $P \cdot \frac{l+\varDelta l}{4}$. Belasten wir mit $2P$, so ist die Verlängerung $2\varDelta l$ und das Moment $2P \cdot \frac{l+\varDelta l}{4}$, also mehr als doppelt so groß. Derartige winzige Einflüsse lassen wir aber, als praktisch gänzlich belanglos, unberücksichtigt.) Nun belasten wir mit Q_1. Wollen wir nun unter Zugrundelegung des unverformten Systems die durch Q_1 bedingte Verformung bestimmen, so erhalten wir als neue obere Begrenzung der Einflußfläche die $H_1(y_4+\delta_{41})$-Linie, die in Punkt 1 eine um $\varDelta\eta_{11}$ größere Ordinate hätte wie die $H_0 y_4$-Linie (dabei soll der erste Zeiger 1 von $\varDelta\eta$ den Ort, der zweite Zeiger 1 die Ursache, nämlich die benutzte H_1-Linie andeuten), Bild 15b. Die $H_1(y_4+\delta_{41})$-Linie ist dort punktiert dargestellt. Die zwischen ihr und $H_0 y_4$ eingeschlossene Fläche ist also die $[H_1(y_4+\delta_{41})-H_0 y_4]$-Fläche. Die Zugrundelegung des unverformten Systems für diese Ermittlung ist aber nicht richtig; die richtige obere Begrenzung liegt also anders und möge durch die Ordinate η_{11} gegeben sein. Dann ist aber der Einfluß von Q_1 auf das Moment Hy im Verhältnis $\frac{\eta_{11}}{\eta_{10}}$ göẞer als im unverformten System; also muß auch die unter Zugrundelegung des unverformten Systems ermittelte zusätzliche Ordinate $\varDelta\eta_{11}$ in demselben Verhältnis größer werden, wenn wir die unbekannte, aber richtige Verformung zugrunde legen. Es muß also sein:

$$\frac{\eta_{11}-\eta_{10}}{\varDelta\eta_{11}} = \frac{\eta_{11}}{\eta_{10}} \quad \text{oder} \quad \frac{(\eta_{11}-\eta_{10})}{\varDelta\eta_{11}} = \frac{(\eta_{11}-\eta_{10})+\eta_{10}}{\eta_{10}},$$

woraus sich ergibt:

(10) $$\eta_{11}-\eta_{10} = \varDelta\eta_{11} \cdot \frac{\eta_{10}}{\eta_{10}-\varDelta\eta_{11}}\ ^{2)},$$

d. h. die Ordinate der $[H_1(y_4+\delta_{41})-H_0 y_4]$-Fläche im Punkt 1, welche wir mit $\varDelta\eta_{11}$ bezeichneten, ist mit dem Beiwert

(11) $$\mu_{11} = \frac{\eta_{10}}{\eta_{10}-\varDelta\eta_{11}}$$

zu vervielfältigen.

In ganz entsprechender Weise bilden wir die Werte $\mu_{21}, \mu_{31} \ldots \mu_{71}$ (hier können wir aufhören, da ja die Einflußfläche für max M_4 keinesfalls über den Punkt 7, die Lastenscheide des ursprünglichen Systems, reichen wird). Allgemein werden dann die Ordinaten r der neuen, richtigen oberen Begrenzung der M_4-Fläche dadurch erhalten, daß wir zu den Ordinaten der $H_0 y_4$-Linie die Ordinaten der mit

(12) $$\mu_{r_1} = \frac{\eta_{r_0}}{\eta_{r_0}-\varDelta\eta_{r_1}}$$

vervielfachten Ordinaten $\varDelta\eta_{r_1}$ der $[H_1(y_{11}+\delta_{41})-H_0 y_4]$-Fläche zuzählen (Bild 15c). Die so erhaltene Linie, die wir zum Unterschied von der ursprünglichen, mit 0-Linie zu bezeichnenden $H_0 y_4$-Linie die 1-Linie nennen wollen, ergibt nun die strenge richtige Einflußlinie für M_4 für das mit Q_1 belastete und dadurch verformte System. Sie ist aber, im Gegensatz zu der ursprünglichen Einflußlinie, die den Einfluß keiner Belastung anzugeben vermochte, imstande, den Einfluß der Belastung Q_1 in Punkt 1, aber nur diesen, richtig anzugeben; für andere Belastungen gilt sie nicht, und wenn wir sie dafür verwenden wollten, hätten wir fälschlich der Berechnung das durch Q_1 verformte System zugrunde gelegt.

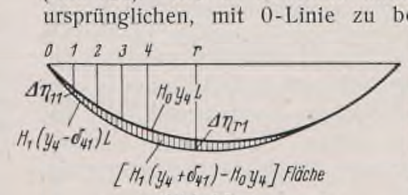


Bild 15c.

Wir bringen nun zu der Last Q_1 die Last Q_2 auf (Bild 15d). Wenn wir den Einfluß der Last Q_2 unter Zugrundelegung des unverformten Systems, also der 0-Linie entsprechend, untersuchen würden, so würden wir, diesmal von der 1-Linie aus, zusätzlich die Ordinaten $\varDelta\eta_{r2}$ der $[H_2(y_4+\delta_{42})-H_0 y_4]$-Fläche auftragen müssen, um die neue obere Begrenzung der Einflußfläche für das durch Q_1+Q_2 verformte System erhalten (in Bild 15d punktiert dargestellt). Wir müssen aber nicht das ursprüngliche System, sondern das durch die Belastung Q_1+Q_2 verformte System zugrunde legen. Die sich dann ergebenden richtigen Ordinaten seien $\eta_{12}, \eta_{22} \ldots \eta_{72}$, allgemein η_{r_2}. Dann ergibt sich aber, daß sich der Einfluß der Belastung Q_2 auf das Moment Hy gegenüber dem aus dem unverformten System ermittelten Einfluß im Verhältnis $\frac{\eta_{r_2}}{\eta_{r_0}}$ vergrößert hat; in demselben Verhältnis müssen auch die Ordinaten $\varDelta\eta_{r_2}$ vergrößert werden, und es ergibt sich:

$$\frac{\eta_{r_2}-\eta_{r_1}}{\varDelta\eta_{r_2}} = \frac{\eta_{r_2}}{\eta_{r_0}} \quad \text{oder} \quad \frac{(\eta_{r_2}-\eta_{r_1})}{\varDelta\eta_{r_2}} = \frac{(\eta_{r_2}-\eta_{r_1})+\eta_{r_1}}{\eta_{r_0}}$$

(13) $$\eta_{r_2}-\eta_{r_1} = \varDelta\eta_{r_2} \cdot \frac{\eta_{r_1}}{\eta_{r_0}-\varDelta\eta_{r_2}},$$

d. h. die von der 1-Linie aus aufzutragenden Ordinaten der

$$[H_2(y_4+\delta_{42})-H_0 y_4]\text{-Fläche} = \varDelta\eta_{r_2}$$

müssen mit

(14) $$\mu_{r_2} = \frac{\eta_{r_1}}{\eta_{r_0}-\varDelta\eta_{r_2}}$$



Bild 16a u. b.

[2]) Das ist die Summe der unendlichen, konvergenten geometrischen Reihe $\varDelta\eta_{11}\left[1+\frac{\varDelta\eta_{11}}{\eta_{10}}+\left(\frac{\varDelta\eta_{11}}{\eta_{10}}\right)^2 \cdots + \left(\frac{\varDelta\eta_{11}}{\eta_{10}}\right)^n\right]$, deren Herleitung im Abschnitt III in anderer Form wiedergegeben wird.

vervielfacht werden, um die richtige Begrenzung der Einflußfläche für M_4 unter Zugrundelegung des mit $Q_1 + Q_2$ belasteten und entsprechend verformten Systems zu erhalten. Wir nennen diese neue Begrenzung die $(1+2)$-Linie. Fahren wir so fort und bringen weiter hinzu die Lasten Q_3, Q_4 usw. bis Q_k, so ergibt sich allgemein

$$(15) \qquad \eta_{rk} - \eta_{r(k-1)} = \varDelta \eta_{rk} \cdot \frac{\eta_{r(k-1)}}{\eta_{r_0} - \varDelta \eta_{rk}}$$

$$(16) \qquad \mu_{rk} = \frac{\eta_{r(k-1)}}{\eta_{r_0} - \varDelta \eta_{rk}}$$

und damit allgemein die Regel:

Um die Hy-Linie für das durch $Q_1, Q_2 \ldots Q_k$ belastete und verformte System zu finden, trägt man von der Hy-Linie für das durch $Q_1, Q_2 \ldots Q_{k-1}$ belastete und verformte System aus die Ordinaten $\varDelta \eta_{rk}$ der $[H_k(y_4 + \delta_{4k}) - H_0 y_4]$-Fläche auf, welche mit den Beiwerten

$$\mu_{rk} = \frac{\eta_{r(k-1)}}{\eta_{r_0} - \varDelta \eta_{rk}}$$

zu vervielfachen sind. Dabei bedeutet: $\eta_{r(k-1)}$ die r-Ordinate der Hy-Fläche in dem durch $Q_1, Q_2 \ldots Q_{k-1}$ verformten System, η_{r_0} die r-Ordinate der Hy-Fläche des ursprünglichen Systems, $\varDelta \eta_{rk}$ die Ordinate der $[H_k(y_4 + \delta_{4k}) - H_0 y_4]$-Fläche. Gl. 10 u. 11 sind darin natürlich mit einbegriffen, nur daß hier die Ausgangsfläche mit den Ordinaten $\eta_{r(k-1)}$ mit der Hy-Fläche des ursprünglichen Systems zusammenfällt, also mit $k = 1$ $\eta_{r(k-1)} = \eta_{r_0}$ wird.

In dieser Weise ermitteln wir (Bild 15a) nun nacheinander die 0-Linie, die 1-Linie, die $(1+2)$-Linie bis zur $(1+2+3+4+5)$-Linie. Hier zeigt sich, daß die nächste Last Q_6 außerhalb des positiven Einflußbereiches liegen würde, das Verfahren also mit der Last Q_5 abzuschließen ist. Wir haben dann die richtige Einflußfläche für das Moment $\max M_4$ unter Zugrundelegung des durch die Lasten Q_1 bis Q_5 belasteten und verformten Systems. Sie gilt nur für diese Belastung, also die gesamte für $\max M_4$ in Frage kommende Belastung, und gibt dabei den Einfluß jeder einzelnen der Lasten Q_1 bis Q_5 auf das Moment M_4 richtig an.

Wir haben nun also nicht eine, sondern eine ganze Anzahl von Einflußflächen für $\max M_4$ erhalten, nämlich die durch die 0-Linie begrenzte Fläche und ferner die durch die 1-Linie, die $(1+2)$-Linie, die $(1+2+3)$-Linie, die $(1+2+3+4)$-Linie und schließlich die durch die $(1+2+3+4+5)$-Linie begrenzte Fläche.

Alle diese Flächen sind Einflußflächen für $\max M_4$ des vorliegenden Systems, sie entsprechen nur verschiedenen Verformungszuständen, nämlich nacheinander: der Verformung Null, der Verformung durch die Last Q_1, der Verformung durch die Lasten $Q_1 + Q_2$ usw., die letzte der Verformung durch die Lasten $Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5$. Alle diese Einflußflächen könnten wir schließlich, wenn wir Ungenauigkeiten in Kauf nehmen wollten, in üblicher Weise als Einflußflächen benutzen; die schlechteste davon, nämlich für keine Belastung genau richtig, wäre die ursprüngliche Einflußfläche, die sich nach und nach verbessert. Streng richtig ist die 1-Linie nur für den Belastungszustand Q_1; die $(1+2)$-Linie für den Belastungszustand $Q_1 + Q_2$ und schließlich die $(1+2+3+4+5)$-Linie für den Belastungszustand $Q_1 + Q_2 \ldots + Q_5$, wobei jeder Last ihr ganz bestimmter Ort und ihre ganz bestimmte Größe zugewiesen ist. Unter diesen Voraussetzungen gibt diese Einflußfläche jedoch den Einfluß jeder einzelnen der fünf Lasten auf das Moment M_4 richtig an. Nur der letztere Belastungszustand ist für uns von Belang, weil er die ungünstigste Belastung für das positive Moment M_4 darstellt, d. h. den streng richtigen Wert $\max M_4$ ergibt. Für diesen Wert ist also die durch die $(1+2+3+4+5)$-Linie begrenzte Einflußfläche die „echte Einflußfläche".

Schließlich könnte man das Verfahren folgendermaßen ändern: Unter der Voraussetzung, daß es vorher möglich ist, auf Grund von Erfahrungen die richtige Belastungsscheide, also die für die $\max M_4$ richtige Belastung, einigermaßen abzuschätzen, würde man zunächst in üblicher Weise die durch die Nullinie begrenzte Einflußfläche ermitteln. Dann ermittelt man die unter dem Einfluß der abgeschätzten Belastung entstandene Biegelinie des Systems, woraus sich zunächst der Wert δ_4 ergeben würde. Dann ermittelt man die dieser Verformung des Systems entsprechende H-Linie, die als H'-Linie bezeichnet werden soll. Daraus bildet man die $H'(y_4 + \delta_4)$-Linie und weiter die $[H'(y_4 + \delta_4) - H_0 y_4]$-Fläche mit den Ordinaten $\varDelta \eta_r$. Sind nun die Ordinaten der $H_0 y_4$-Fläche η_{r_0} und die Ordinaten der richtigen $H y_4$-Fläche die noch unbekannten Werte η_r, so ergibt sich, ganz entsprechend der Gl. (10):

$$(10\text{a}) \qquad \eta_r - \eta_{r_0} = \varDelta \eta_r \cdot \frac{\eta_{r_0}}{\eta_{r_0} - \varDelta \eta_r}.$$

Diese Werte sind zusätzlich von der Nullinie aus aufzutragen, und es ergibt sich, unter Voraussetzung richtiger vorheriger Abschätzung der maßgebenden Belastung, die echte Einflußfläche für $\max M_4$.

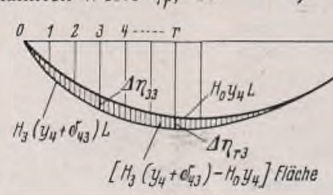


Bild 17d.

Auch dieses Verfahren wäre streng richtig; nur würde man dabei für jede Einflußfläche besondere Biege- und H-Linien ermitteln müssen, und es bleibt dabei die unangenehme Beigabe des vorherigen Abschätzens der Belastungsscheide; erspart wird allerdings die bei einzelner Ermittlung der Einflußflächenbegrenzungen entstehende Arbeit der Zwischenrechnungen.

Zu beachten ist das Vorzeichen von $\varDelta \eta_{rk}$. Wir haben es hier, wie es bei der Hängebrücke im allgemeinen der Fall sein wird, durchweg als positiv angenommen, und die Werte nach Gl. (16) werden damit stets größer als 1, die Ordinaten der Hy-Linie nehmen mit jeder neu aufgebrachten Last Q zu, und zwar fortschreitend stark zu, also in divergierender Reihe. Tritt aber der Fall ein, daß Werte $\varDelta \eta_{rk}$ negativ werden, d. h., wenn die $H_k(y_4 + \delta_{4k})$-Linie ganz oder teilweise über der $H_0 y_4$-Linie liegt, was besonders dann vorkommen wird, wenn δ_{4k} negativ ist, so nehmen die Ordinaten der Hy-Fläche ab und der Wert μ_{rk} wird kleiner als 1, und zwar mit jeder neuen Last schneller abnehmend. Wir könnten das Verfahren gemäß Bild 15a natürlich über die neue Lastenscheide S_5 hinaus fortsetzen, wenn wir den Einfluß der Verformung für das vollbelastete, also etwa mit dem Eigengewicht belastete System ermitteln wollen. Wir würden dann rückschreitende Verlegung der Hy-Linie beobachten, indem Lasten auf der rechten Seite des Systems im allgemeinen negative δ_4-Werte, damit auch μ-Werte < 1 erhalten. Wir müßten dann andere Lasten Q, dem Eigengewicht entsprechend, einführen und dementsprechend die in Bild 13 u. 14 angedeuteten Biegelinien, den veränderten Lasten Q entsprechend, neu berechnen, wobei sich die H-Linien nicht verhältnisgleich ändern. Der hier angedeutete Gang des weiteren Verfahrens aber zeigt schon, daß der Einfluß der Verformung durch das Eigengewicht nicht erheblich sein wird.

Wollen wir den Einfluß der Verformung für $\min M_4$ ermitteln, so geschieht das in derselben Weise wie die Ermittlung von $\max M_4$, nur rechts beginnend und nach der Mitte bis zur neuen Belastungsscheide fortschreitend. Wir würden dann zunächst negative Werte für δ_4 erhalten, dementsprechend μ-Werte kleiner als 1 und langsame Verkleinerung der für $\min M_4$ maßgebenden Einflußfläche, jedoch ist dann der Einfluß wesentich geringer wie für $\max M_4$; immerhin zeigt sich aber, daß auch auf $\min M_4$ die Berücksichtigung der Verformung im allgemeinen einen günstigen Einfluß ausüben wird, wobei auch auf die allgemeinen Betrachtungen unter Ziffer 2 verwiesen sei.

Es soll nun noch kurz auf die Behandlung weitgespannter, schlank ausgebildeter Bogenbrücken eingegangen werden (Bild 17a). Die Biege-

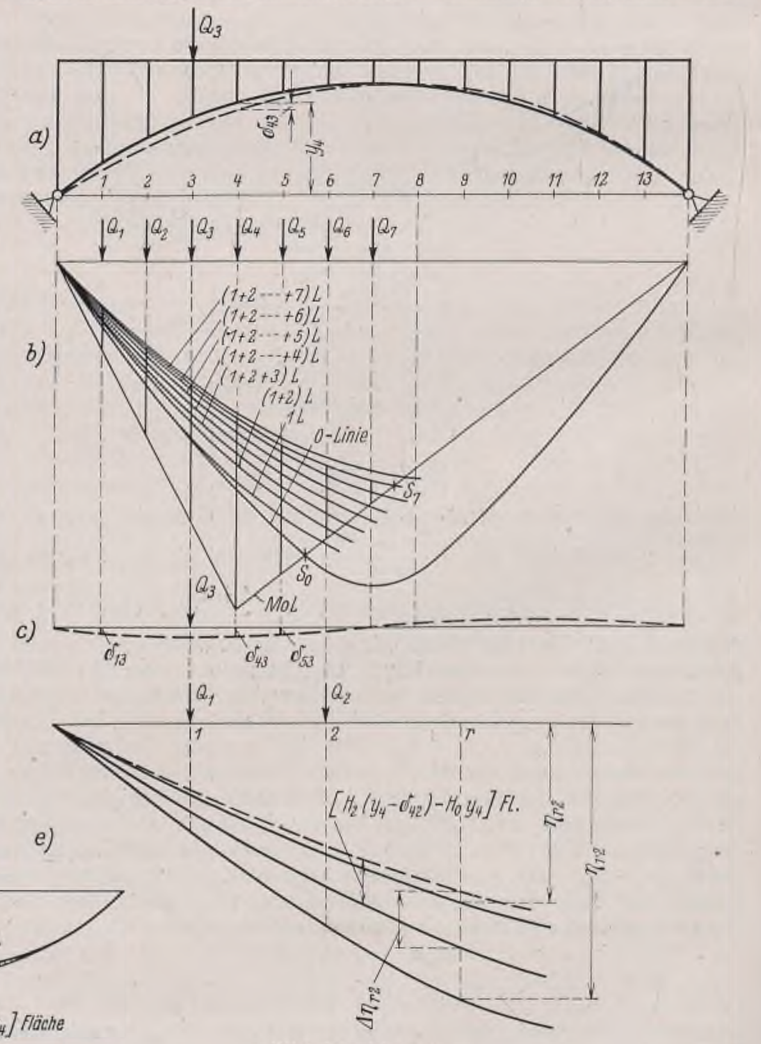


Bild 17a bis c u. e.

linien für Q_1, Q_2 usw. werden ähnlich denjenigen des Bildes 13 ausfallen (Bild 17c), die H_1-, H_2- usw. Linien (Bild 15d) dagegen in entgegengesetzter Weise ausschlagen, wie bei der Hängbrücke.

Wir bilden wieder die ursprünglichen Einflußlinien (Bild 17b) in gewohnter Weise.

Bei Belastung mit Q_1 müssen wir nun aber die $H_1(y_4-\delta_{41})$-Linie bilden, die also flacher ausfallen wird wie die $H_0 y_4$-Linie, und die Ordinaten $\varDelta\eta_{r_1}$ der $[H_1(y_4-\delta_{41})-H_0 y_4]$-Fläche werden im allgemeinen negativ ausfallen und ebenso diejenigen der später zu bildenden $[H_k(y_4-\delta_{4k})-H_0 y_4]$-Flächen (Bild 17e). Wir wollen annehmen, daß die 0-Linie und die 1-Linie bereits gefunden seien und wir die $(1+2)$-Linie nach Aufbringen der Last Q_2 suchen. Dann tragen wir von der 1-Linie aus den in diesem Falle negativen Wert $\varDelta\eta_{r_2}$ also nach oben auf und erhalten nach Gl. (14) in den Ordinaten r:

$$\mu_{r_2}=\frac{\eta_{r_1}}{\eta_{r_0}-\varDelta\eta_{r_2}},$$

wobei $\varDelta\eta_{r_0}$, wie schon erwähnt, negativ ist, also absolut genommen zu η_{r_0} zu addieren ist. Die Werte sind also im allgemeinen kleiner als 1 und nehmen mit jeder neu hinzukommenden Last schneller ab. Die Hy-Linie rückt also stets nach oben, aber mit zunehmender Belastung in konvergierender Reihe.

Das Verfahren setzen wir nach Bild 17b so lange fort, bis wir eine $(1+2+3+\ldots k)$-Linie erhalten, welche die Last k aber noch nicht in den positiven Bereich einschließt (im Bild hier die Last 8 angenommen). Dann ist mit der $(1+2+3+\ldots k-1)$-Linie, in unserem Fall mit der $(1+2+3+\ldots 7)$-Linie das Verfahren abzuschließen. Wir sehen, daß hier mit jeder neuen Last, jedoch in konvergenter Reihe, die positive Einflußfläche größer wird, also umgekehrt wie bei der Hängebrücke. Immerhin zeigt der Gang des Verfahrens, daß hier erhebliche Erhöhung von max M_4 durch die Verformung eintreten kann. Allerdings muß dabei berücksichtigt werden, daß bei Hängebrücken, auch abgesehen von der divergierenden Entwicklung der μ-Werte, der Einfluß größer ist wie bei der Bogenbrücke, da diese aus Flußstahl, das Kabel der Hängebrücke dagegen aus sehr hoch beanspruchtem Baustoff besteht, der sogar, soweit Verschlußkabel verwendet werden, einen erheblich kleineren Elastizitätsmodul hat wie der Baustahl der Bogenbrücke. Immerhin scheint bei weitgespannten Bogenbrücken in dieser Hinsicht Vorsicht geboten.

Handelt es sich um die positive Einflußfläche für einen in der Nähe der Mitte gelegenen Punkt, etwa 6 (Bild 18), dessen Momenteneinflußfläche im ursprünglichen System durch die ausgezogene Linie gegeben ist und dessen endgültige Einflußfläche etwa die Form der durch die punktierte H-Linie abgegrenzten Fläche annimmt, so beginnt man zweckmäßig mit der Last Q_6 und fügt abwechselnd nach beiden Seiten hin nacheinander die Lasten Q_6, Q_5, Q_8 usw. zu; für die beiden getrennt liegenden negativen Beitragstrecken müßte man getrennt von beiden Enden des Trägers ausgehen.

Will man auch die Verlängerung der Hängestangen berücksichtigen, so muß das bei Ermittlung der Biegelinien und H-Linien geschehen. Auf die hier beschriebenen Verfahren hat das weiter keinen Einfluß. Zu beachten ist aber, daß die Werte δ, die in dieser Abhandlung gebraucht werden, sich stets auf den Bogen oder das Kabel, also bei Berücksichtigung der Verformung der Hängestangen sich nicht auf die Fahrbahn beziehen.

Bei mehrfach statisch unbestimmten Systemen ändern sich die dargelegten Verhältnisse und das demnach anzuwendende Verfahren grundsätzlich nicht. Es sei dies noch kurz an dem Beispiel der dreifach statisch unbestimmten Hängebrücke (Bild 19a) erläutert. Die Einflußlinie für das Moment M_0 des Versteifungsträgers, eines Balkens auf vier Stützen, ändert sich durch die Verformung nicht; dadurch wird auch hier nur die Form der $y$fachen H-Linie beeinflußt. Deren Veränderung unter der für die positiven Beitragsstrecken maßgebenden Belastung ist in Bild 19 punktiert angedeutet. Die positiven Beitragsstrecken sowohl zwischen BC als auch zwischen CD werden kleiner, unter Umständen erheblich. Der weniger wichtige Einfluß auf das größte negative Moment kann hier unerörtert bleiben.

Sieht man sich genötigt, anstatt mit einer gleichmäßig verteilten Ersatzlast mit Einzellasten zu rechnen, so kann man das Verfahren auch anwenden. Man wird dann immer den Lastenzug so aufstellen können, daß seine Stellung auch infolge Änderung der Einflußfläche und der Lastenscheide nicht geändert zu werden braucht. Dann verteile man die Einzellasten nach dem Hebelgesetz auf die einzelnen Querträgeranschlußpunkte. Wir haben dann für die einzelnen Lastpunkte nicht mit gleichbleibenden Lasten Q_1, Q_2 usw. zu rechnen, sondern mit Lasten P_1, P_2 usw. von verschiedener Größe. Das erschwert das Verfahren nur insofern, als nun die H-Linien nach Bild 14 für verschieden große Lasten ermittelt werden müssen, was zeitraubend ist, da Verhältnisgleichheit für verschieden große Lasten nicht besteht. Bei Berechnung der δ-Werte nach Bild 13 herrscht jedoch Verhältnisgleichheit (vgl. jedoch hierzu Abschnitt III).

III. Schlußbetrachtungen.

Das Wesentliche des in Abschnitt II dargelegten Verfahrens beruht darauf, daß die Einflußlinien uns die Möglichkeiten geben, die Einflußflächen für ein unter irgendeiner Belastung verformtes System ohne umständliche Reihenentwicklung oder Annäherungsverfahren genau zu ermitteln unter gleichzeitiger Festlegung der richtigen Belastungsscheide. Hierauf soll zum Schluß noch etwas näher eingegangen werden, wobei sich auch noch erweiterte Anwendungsmöglichkeiten ergeben werden.

Wir müssen uns dabei vergegenwärtigen, daß die in unseren Ableitungen benutzten Hy-Linien Biegelinien sind, nämlich entstanden durch die Belastung des Systems, etwa des Zweigelenkbogens, mit $H=1$, wodurch die Momentenbelastung $1\,y_r$ und die dadurch bedingte Biegelinie entsteht, deren Ordinaten aber durch $\delta_{aa}=\Sigma\, y_r^2\,\varDelta s$ zu dividieren sind. Der Berechnung dieser Biegelinien muß aber die durch die Biegelinie selbst gegebene Systemverformung zugrunde gelegt werden. Unsere Ordinaten $\eta_{11}-\eta_{10}$ (Gl. 10) oder allgemeiner $\eta_{r_1}-\eta_{r_0}$ sind nun die Ordinaten der $[H_1(y_4+\delta_{41})-H_0 y_4]$-Linie. $H_0 y_4$ ist von keiner Belastung abhängig, $H_1(y_4+\delta_{41})$ jedoch in doppelter Weise von der Belastung Q_1; nämlich zunächst sind die Ordinaten der H_1-Linie unter zugrunde liegender Veränderung der Systemordinaten von y_r zu $y_r+\delta_r$ ermittelt, wobei δ_r von Q_1 linear abhängig ist. Offenbar ist also jede Ordinate r der H_1-Linie eine Funktion von Q_1 von der Form

$$\eta_r=\frac{a_1+a_2\,Q_1}{(b_1+b_2\,Q_1)^2}.$$

Der Wert $y_4+\delta_{41}$ ist auch eine Funktion von Q_1 in der Form $c_1+c_2\,Q_1$. Damit ergeben sich die Ordinaten der $H_1(y_4-\delta_{41})$-Linie in der Form:

$$\eta_{r_1}=\frac{\alpha_1+\alpha_2\,Q_1+\alpha_3\,Q_1^2}{\beta_1+\beta_2\,Q_1+\beta_3\,Q_1^2}.$$

Da nun die von Q_1 abhängigen Summanden verhältnismäßig sehr klein sind, kann man auch schreiben

$$\eta_{r_1}=\frac{1}{\beta_1}(\alpha_1+\alpha_2\,Q_1+\alpha_3\,Q_1^2)\left(1-\frac{\beta_2}{\beta_1}\,Q_1-\frac{\beta_3}{\beta_1}\,Q_1^2\right)$$

oder

$$\eta_{r_1}=k_1+k_2\,Q_1+k_3\,Q_1^2+k_4\,Q_1^3+k_5\,Q_1^4.$$

Damit wird

$$(17)\qquad \varDelta\eta_{r_1}=(k_1-\eta_{r_0})+k_2\,Q_1+k_3\,Q_1^2\ \ldots\ +k_5\,Q_1^4$$

oder, allgemein geschrieben,

$$(18)\qquad \varDelta\eta_{r_1}=\Phi(Q_1).$$

$\varDelta\eta_{r_1}$ ist also eine Funktion 4ten oder bei Weiterentwicklung der Reihe (17) n^{ten} Grades von Q_1, welche von den Veränderungen aller übrigen Ordinaten $\varDelta\eta_{i_1}$ beeinflußt ist.

Der Ermittlung von $\varDelta\eta_{r_1}$ nach Gl. (17) wurde aber die Verformung des ursprünglichen Systems durch Q_1 zugrunde gelegt, wobei die Ordinaten

$$(19)\qquad \eta_{r_0}+\varDelta\eta_{r_1}=\eta_{r_0}\left(1+\frac{\varDelta\eta_{r_1}}{\eta_{r_0}}\right)$$

entstehen, und die Vergrößerung der Ordinaten η_{r_0} in der Form $\eta_{r_0}\cdot\frac{\varDelta\eta_{r_1}}{\eta_{r_0}}$. Genauer genommen hätten aber nicht die Ordinaten η_{r_0}, sondern entsprechend der gewonnenen Biegelinie $\eta_{r_0}\left(1+\frac{\varDelta\eta_{r_1}}{\eta_{r_0}}\right)$ zugrunde gelegt werden müssen, und es ergibt sich

$$(20)\qquad \eta_{r_1}-\eta_{r_0}=\eta_{r_0}\left(1+\frac{\varDelta\eta_{r_1}}{\eta_{r_0}}\right)\left(\frac{\varDelta\eta_{r_1}}{\eta_{r_0}}\right)=\varDelta\eta_{r_1}\left(1+\frac{\varDelta\eta_{r_1}}{\eta_{r_0}}\right).$$

Dann entstehen aber die Ordinaten

$$(19\text{a})\qquad \eta_{r_0}+\varDelta\eta_{r_1}'=\eta_{r_0}+\varDelta\eta_{r_1}\left(1+\frac{\varDelta\eta_{r_1}}{\eta_{r_0}}\right);$$

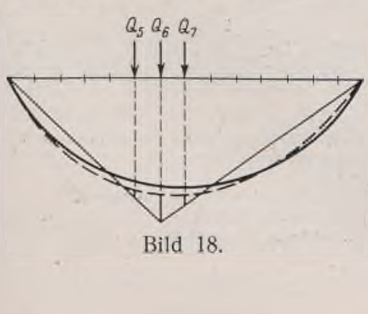


Bild 18.

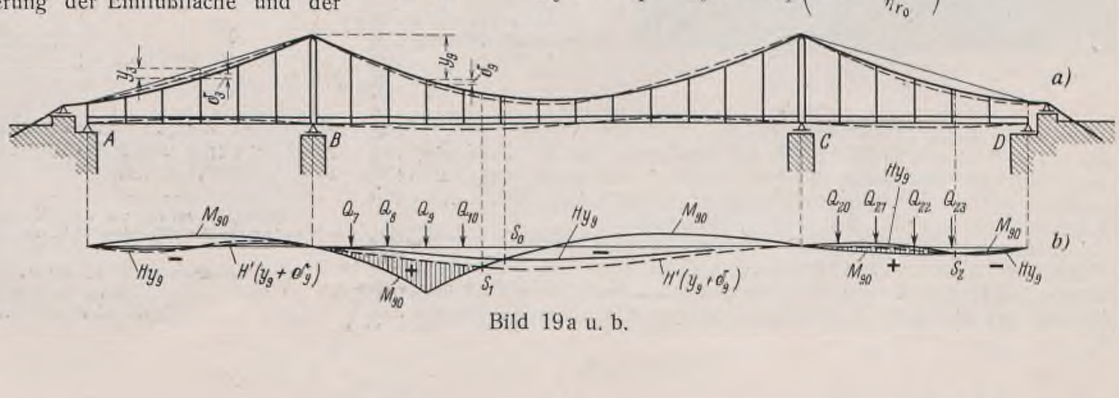


Bild 19a u. b.

wir erhalten also den nächst genaueren Wert für $\eta_{r_1} - \eta_{r_0}$

$$(\eta_{r_1} - \eta_{r_0})' = \left[\eta_{r_0} + \varDelta\eta_{r_1}\left(1 + \frac{\varDelta\eta_{r_1}}{\eta_{r_0}}\right)\right]\frac{\varDelta\eta_{r_1}}{\eta_{r_0}}$$

oder

$$(20\text{a})\qquad (\eta_{r_1} - \eta_{r_0})' = \varDelta\eta_{r_1}\left[1 + \frac{\varDelta\eta_{r_1}}{\eta_{r_0}} + \left(\frac{\varDelta\eta_{r_1}}{\eta_{r_0}}\right)^2\right].$$

Bei Fortsetzung der Entwicklung ergibt sich mit $n = \infty$ genau:

$$(21)\qquad \eta_{r_1} - \eta_{r_0} = \varDelta\eta_{r_1}\left[1 + \frac{\varDelta\eta_{r_1}}{\eta_{r_0}} \ldots + \left(\frac{\varDelta\eta_{r_1}}{\eta_{r_0}}\right)^n\right],$$

also eine stark konvergierende, unendliche geometrische Reihe mit der Summe

$$(22)\qquad \eta_{r_1} - \eta_{r_0} = \varDelta\eta_{r_1}\cdot\frac{1}{1 - \dfrac{\varDelta\eta_{r_1}}{\eta_{r_0}}} = \varDelta\eta_{r_1}\cdot\frac{\eta_{r_0}}{\eta_{r_0} - \varDelta\eta_{r_1}},$$

was genau unserer Gl. (10) in der durch Gl. (12) gegebenen allgemeineren Form entspricht. Mit Bezug auf Gl. (18) schreiben wir Gl. (22)

$$(22\text{a})\qquad \eta_{r_1} - \eta_{r_0} = \Phi(Q_1)\,\frac{\eta_{r_0}}{\eta_{r_0} - \Phi(Q_1)}$$

und ersehen daraus, daß sich die richtigen Ordinaten der *Hy*-Linie für das durch Q_1 verformte System als Überlagerung zweier unendlicher Reihen, nämlich Gl. (17) u. (21), ergeben.

Belasten wir nun nacheinander mit $Q_1 \ldots Q_{k-1}$, Q_k, so ist bei Belastung mit Q_k das System bereits mit $Q_1 \ldots Q_{k-1}$ vorbelastet, und die Ordinaten der Biegelinien sind $\eta_{r(k-1)}$ gegenüber η_{r_0} beim alleinigen Aufbringen der Last Q_k. Wir müssen also die Summen der Reihen Gl. (21) bzw. (22) mit $\dfrac{\eta_{r(k-1)}}{\eta_{r_0}}$ vervielfachen, um aus dem vorbelasteten System die richtigen Ordinaten η_{rk} zu erhalten, womit sich ergibt:

$$(23)\qquad \eta_{rk} - \eta_{r(k-1)} = \varDelta\eta_{rk}\cdot\frac{\eta_{r(k-1)}}{\eta_{r_0}}\cdot\frac{\eta_{r_0}}{\eta_{r_0} - \varDelta\eta_{rk}} = \varDelta\eta_{rk}\cdot\frac{\eta_{r(k-1)}}{\eta_{r_0} - \varDelta\eta_{rk}}.$$

Das entspricht genau unserer früheren allgemeinen Gl. (15); dabei ist $\varDelta\eta_{rk} = \Phi(Q_k)$ nach Gl. (17).

Wir haben also nun genau dieselben Ergebnisse, die wir früher durch Aufstellen einfacher Proportionen in Form der Summen unendlicher Reihen erhielten, nunmehr durch Entwicklung dieser Reihen selbst gefunden und damit vielleicht einen klareren Einblick in die Zusammenhänge gewonnen.

Nun kann aber zum Schluß bemerkt werden, daß Gl. (22a) für jeden beliebigen Wert von Q_1 gilt. Haben wir also den Wert $\varDelta\eta_{r_1}$ oder später einen beliebigen Wert $\varDelta\eta_{rk}$ nach Gl. (22) bzw. (23) als $\Phi(Q_1)$ bzw. $\Phi(Q_k)$ gemäß Gl. (17) entwickelt, so sind wir bei Anwendung der Gl. (22) u. (23) nicht mehr an bestimmte Werte für Q_1, Q_2 usw. gebunden und können demgemäß auch mit Einzellasten rechnen, die wir auf die einzelnen Lastangriffspunkte des Hauptträgers verteilen.

Verschiedenes.

Die elektrische Widerstandsschweißung im Bauwesen. In dem obigen Vortrag führte Oberingenieur Rosenberg, VDI, auf der Sondertagung für Schweißtechnik in der TH. Hannover am 11. November 1938 folgendes aus:

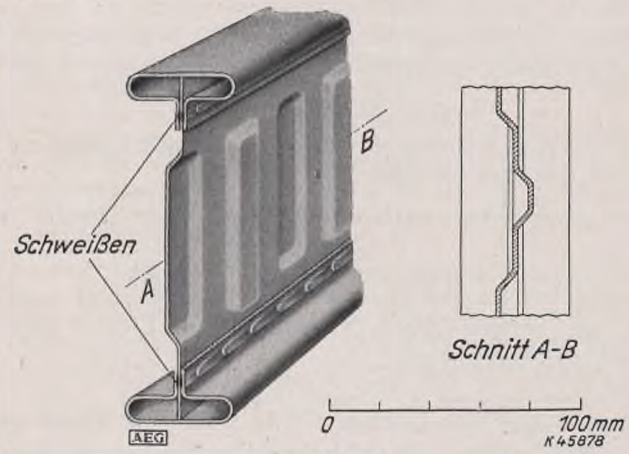


Bild 1.

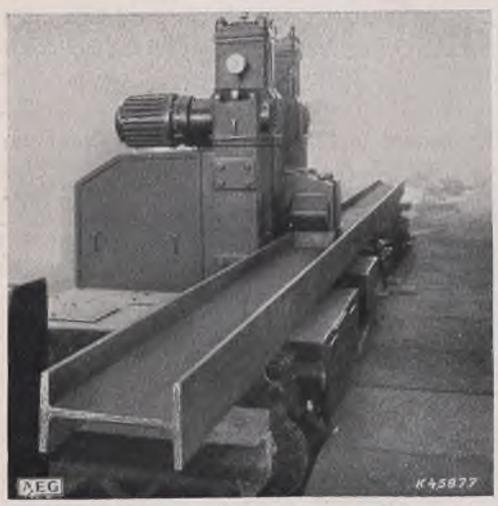


Bild 2.

Die elektrische Punkt- und Rollennahtschweißung findet im Bauwesen, z. B. für die Herstellung von Stahltüren, Türbändern, Stahlrosten, Heizkörpergliedern u. dgl., Anwendung und hat ihre Wirtschaftlichkeit längst bewiesen. Bei der Fertigung von Leichtbauträgern aus Bandstahl (Bild 1) können von einer Doppelschweißmaschine bei 3 × 1 mm Blechdicke in der Minute zwei Nähte mit einer Gesamtleistung von 3 m fest geschweißt werden.

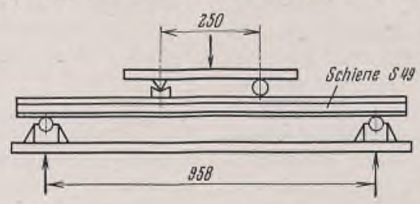
Ebenso wird die elektrische Abbrennstumpfschweißung seit langen Jahren für das Schweißen von Betoneinlegeeisen und Zugstangen gebraucht. Zum Beweis der Zuverlässigkeit des Verfahrens wies der Vortragende auf die weite Verbreitung stumpfgeschweißter Werkzeuge hin, bei denen nur der schneidende Teil aus hochlegiertem Werkzeugstahl besteht. Für die Wirtschaftlichkeit wurden folgende Zahlen genannt: Die Schweißung eines Flachstahlquerschnitts von 80 × 30 = 2400 mm² erfordert je nach der Größe der verwendeten Maschine bei 1 bis 2 Minuten Schweißzeit nur 1,2 bis 1,5 kWh, wobei die größere Maschine in der kürzeren Zeit und mit dem kleineren Stromverbrauch arbeitet. Wichtig ist es, auf Güte zu schweißen; soweit höchste Maßgenauigkeit verlangt wird, setzt sie eine gleichmäßige Vorbereitung der zu verschweißenden Teile voraus und wird am besten auf selbsttätigen Maschinen erreicht.

Für die Walzstahlschweißung wurde auf die bereits Jahrzehnte alten Anwendungsgebiete der Eisenbahnschwellenschweißung, der Stahlfensterrahmenschweißung und auf die Fertigung von Radreifen, Formeisenringen und Bandagen verwiesen. Aber auch für die Anwendung der Stumpfschweißung im Stahlbau liegen bereits Beispiele vor (Bild 2). Bei der im Bild dargestellten Schweißung handelt es sich um einen Breitflanschträger I P 50 mit 25 500 mm² Schweißquerschnitt.

Die im Stahlbau gebrauchte Trägerschweißung hat mit der seit langem bewährten Rohrschweißung das gemeinsam, daß die Träger wie die Rohre keine Bearbeitungszugabe haben und Maschinen voraussetzen, die ohne Versatz schweißen. Die Trägerschweißung ist aber sogar einfacher als die Rohrschweißung, weil die beim Bau chemischer Geräte verwendeten Rohre meist noch legiert sind.

Für die Festigkeit von Trägerschweißungen kann vergleichsweise die Dauerfestigkeit von Eisenbahnschienenschweißungen herangezogen werden (Bild 3), die von der Deutschen Reichsbahn und vielen Bahngesellschaften in Europa und Übersee ausgiebig angewendet werden, wo man doch höchste Sicherheit verlangt. Außer Streckenschienen werden sogar auch Weichenzungen abbrennstumpfgeschweißt.

Jedenfalls darf auch im Stahlbau die elektrische Abbrennstumpfschweißung dort nicht übersehen werden, wo ihre Anwendung einfach, zuverlässig und billig ist. Es handelt sich dabei um drei Arbeitsgebiete: 1. die Wiederverwendbarmachung von Restlängen; 2. die Herstellung von größeren Trägerlängen aus Lagerlängen; 3. die Fertigung von Formstücken (Bild 4), wie sie z. B. beim Anschweißen von Köpfen an Stangen im Maschinenbau schon lange üblich ist. — Auch die noch zu wenig bekannte Abbrennstumpfschweißung ermöglicht Werkstoff- und Arbeitsersparnisse. Ro.



Art der Proben	Dauerfestigkeit kg/mm²	Festigkeit, bezogen auf die volle Schiene
Volle Schiene	21,25 ± 15,5	1
Auf selbsttätiger Maschine abbrenngeschweißter Schienenstoß	21,0 ± 14,2	0,91

Bild 3.

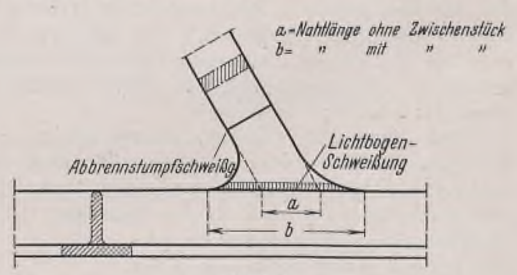


Bild 4.

INHALT: Beitrag zur Verformungstheorie unter Verwendung von Einflußlinien. — Verschiedenes: Die elektrische Widerstandsschweißung im Bauwesen.

Verantwortlich für den Inhalt: Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt.
Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin W 9.
Druck der Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.

DER STAHLBAU

Schriftleitung:
Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt, Technische Hochschule
Fernsprecher: Darmstadt 7711, Apparat 599
Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61
Veröffentlichungsbeiträge an voranstehende Anschriften erbeten

Beilage zur Zeitschrift **DIE BAUTECHNIK** Fachschrift für das gesamte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

12. Jahrgang | BERLIN, 26. Mai 1939 | Heft 11

Zur Frage einheitlicher Bezeichnungen in der Baustatik.

Von Prof. Dr.-Ing. **Ernst Melan** in Wien.

Wenn auch der Frage einheitlicher und folgerichtiger Bezeichnungen in der Baustatik bei einfachen Tragwerken keine ausschlaggebende Rolle zukommt, möge doch nicht übersehen werden, daß bei hochgradig statisch unbestimmten Systemen eine entsprechend gewählte Bezeichnungsweise nicht unwichtig ist. Nicht nur unpraktische Bezeichnungen, sondern auch die Verschiedenheit derselben bei verschiedenen Verfassern können eine Quelle von Mißverständnissen sein und unnütze Gedankenarbeit benötigen. Im übrigen sollen die folgenden Vorschläge nicht so sehr der Wahl bestimmter Zeichen für die verschiedenen Größen gelten, als vielmehr den Versuch einer grundsätzlichen, folgerichtigen Bezeichnungsweise beinhalten. Daß andere Fachgebiete in dieser Hinsicht viel weiter vorgeschritten sind, scheint zu erwähnen überflüssig zu sein.

Zunächst sei daran erinnert, daß die Berechnung der inneren Kräfte eines Tragwerks oder der Formänderungen letzten Endes auf die Lösung linearer Gleichungssysteme hinausläuft. Dabei ist es gleichgültig, ob eine solche Auflösung rechnerisch oder durch zeichnerische Verfahren (Cremonapläne, Williotpläne, Seilecke) erfolgt. Jedenfalls liegen entsprechend diesen linearen Gleichungen quadratische „Matrizen" von der Form

$$\begin{matrix} a_{11} \cdots a_{1i} \cdots a_{1n} \\ \cdots\cdots\cdots \\ a_{k1} \cdots a_{ki} \cdots a_{kn} \\ \cdots\cdots\cdots \\ a_{n1} \cdots a_{ni} \cdots a_{nn} \end{matrix} \qquad \begin{matrix} b_{11} \cdots b_{1i} \cdots b_{1n} \\ \cdots\cdots\cdots \\ b_{k1} \cdots b_{ki} \cdots b_{kn} \\ \cdots\cdots\cdots \\ b_{n1} \cdots b_{ni} \cdots b_{nn} \end{matrix}$$

vor. Es ist nun ein grundsätzlicher Rechnungsvorgang, aus diesen Elementen die Elemente einer neuen Matrix, etwa

$$c_{pq} = a_{1p}\, b_{q1} + a_{2p}\, b_{q2} + a_{3p}\, b_{q3} + \ldots = \Sigma\, a_{ip}\, b_{qi}$$

oder

$$d_{pq} = a_{p1}\, b_{1q} + a_{p2}\, b_{2q} + a_{p3}\, b_{3q} + \ldots = \Sigma\, a_{pi}\, b_{iq}$$

oder

$$e_{pq} = a_{1p}\, b_{1q} + a_{2p}\, b_{2q} + a_{3p}\, b_{3q} + \ldots = \Sigma\, a_{ip}\, b_{iq}$$

usw. zu bilden. Man erkennt, daß die Summenbildung stets über jenen Zeiger erfolgt, der sowohl bei a als auch bei b vorkommt. Dieser „stumme Zeiger" fehlt im Ergebnis, während die beiden anderen Zeiger in derselben Reihung wie bei c auftreten. Dadurch sind wir der Notwendigkeit enthoben, das Summenzeichen ausdrücklich zu schreiben; $c_{pq} = a_{ip} b_{iq}$ bedeutet auch ohne Summenzeichen, daß über alle i zu summieren ist. Diese Schreibart scheint sich in der Tat in der Matrizenrechnung im Hinblick auf die durch den Entfall des Summenzeichens vereinfachte Darstellung rasch einzubürgern. Es wäre vollständig unverständlich, wenn man den Zeiger i, über den die Summenbildung erfolgen soll, unterdrücken würde. In der Statik pflegt dies nun zumeist zu geschehen. Es ist üblich, die Gleichungen für die Beiwerte der Elastizitätsgleichungen statisch unbestimmter Systeme in der Form

$$\delta_{pq} = \Sigma\, S_p\, S_q \cdot \frac{s}{EF}$$

zu schreiben, wobei S_p die Stabkräfte infolge des Hilfsangriffs $X_p = 1$, S_q jene infolge $X_q = 1$ vorstellen. Man muß jetzt ausdrücklich hinzufügen, daß die Summenbildung über alle Stäbe, d. h. über den hier weggelassenen Zeiger i zu erfolgen hat, um diese Gleichung verständlich zu machen. Auch ohne diese Erklärung verständlich, müßte die vorstehende Gleichung lauten

$$\delta_{pq} = \Sigma\, S_{ip}\, S_{iq} \cdot \frac{s_i}{EF_i} = S_{ip}\, S_{iq} \cdot \frac{s_i}{EF_i}$$

oder

$$\delta_{pq} = \qquad = S_{pi}\, S_{qi} \cdot \frac{s_i}{EF_i},$$

je nachdem man Näheres über die Reihenfolge und Bedeutung der Zeiger vereinbart hat.

Daraus ergibt sich die Folgerung, daß grundsätzlich auch innere Kräfte und nicht nur Verschiebungen, wie ja allgemein üblich, mit zwei Zeigern zu versehen sind. Bei den Verschiebungen hat sich ausnahmslos der Brauch eingebürgert, daß der erste Zeiger zur Kennzeichnung des Punktes, an welchem die Verschiebung auftritt, dient, während der zweite Zeiger auf die Ursache, die diese Verschiebung bewirkt hat, hinweist. Im Hinblick auf diese allgemein übliche Bezeichnungsweise wäre sonach zu empfehlen, bei inneren Kräften den ersten Zeiger zur Kennzeichnung der Stelle, den zweiten zur Kennzeichnung der Ursache zu verwenden. Es würde also bedeuten

M_{iP} das Moment an der Stelle i infolge äußerer Kräfte P,

Q_{it} Querkräfte an der Stelle i infolge einer Temperaturänderung,

X_{aW} eine statisch unbestimmte Größe an der Stelle a (Angriffspunkt a) infolge Windbelastung W

usw., ebenso wie etwa δ_{iP}, δ_{it}, δ_{iW} die Verschiebungen eines Punktes i infolge der Ursachen äußere Kräfte P, Temperaturänderung t und Windbelastung W bedeuten. Von der häufig verwendeten Bezeichnungsweise M_{Pi}, Q_{ti} wäre also Abstand zu nehmen.

Daß bei Verschiebungen stets nur die Komponente in einer bestimmten, dem Punkte i zugeordneten Richtung zu nehmen ist, ist bekannt. Erscheint es also notwendig, die Verschiebung desselben Punktes in zwei verschiedenen Richtungen zu bestimmen, so empfiehlt sich, dieselben etwa mit δ_{iP} und δ_{jP} zu bezeichnen, wobei zwar der Punkt i mit j, nicht aber die diesen Punkten zugeordneten Verschiebungsrichtungen zusammenfallen.

Es wäre weiter noch zu vereinbaren, daß die durch einen „Hilfsangriff" $P = 1$ an der Stelle r hervorgerufenen Größen zur Kennzeichnung der Ursache lediglich den Buchstaben r an zweiter Stelle erhalten. Bei den Verschiebungen ist dies ja auch allgemein üblich. Es bedeutet demnach

δ_{aa} die Verschiebung des Punktes a infolge eines Hilfsangriffs 1 (bzw. bei statisch unbestimmten Tragwerken infolge $X_a = +1$) in diesem Punkte,

δ_{pq} die Verschiebung des Punktes p infolge des Hilfsangriffs 1 an der Stelle q

und ebenso

M_{ia} das Moment in i infolge des Hilfsangriffs 1 in a,

S_{pq} die Stabkraft im Stabe p infolge eines Hilfsangriffs 1 an der Stelle q usw.

Zur Bezeichnung der einzelnen Punkte eines Tragwerks empfiehlt sich die Verwendung kleiner Buchstaben bzw. arabischer Ziffern, wobei die ersten Buchstaben des Alphabets für die Angriffspunkte der statisch unbestimmten Größen vorbehalten sein mögen, wie dies ja auch ausnahmslos üblich ist. Ein veränderlicher Punkt, welcher der Reihe nach mit verschiedenen Stellen des Tragwerks zusammenfällt, möge stets mit m oder n bezeichnet werden, so daß also mit m an erster Stelle als Zeiger z. B.

M_{mP} die Momentenlinie infolge der Belastung P,

Q_{mW} die Querkraftlinie infolge Windbelastung W,

δ_{mt} die Biegelinie infolge einer Temperaturänderung t,

δ_{ma} die Biegelinie infolge des Hilfsangriffs 1 in a

vorstellen. Hingegen bedeutet mit m als zweiten Zeiger

M_{im} das Moment an der Stelle i infolge einer der Reihe nach an den Stellen $m = 1$, $m = 2$ . . . wirkenden Kraft $P = 1$, d. h. die Ordinate der Einflußlinie für das Moment im Bezugspunkt i an der Stelle m,

X_{am} ebenso die Ordinate der Einflußlinie für die statisch unbestimmte Größe X_a an der Stelle m,

δ_{im} die Ordinate der Einflußlinie für eine Verschiebung des Bezugspunktes i an der Stelle m.

Um die Größen in einem statisch unbestimmten System von jenen des Grundsystems zu unterscheiden, sind zwei Schreibweisen in Gebrauch. Manche Verfasser verwenden für die Größen im Grundsystem Frakturbuchstaben, so daß z. B. die Stabkräfte in einem statisch unbestimmten Fachwerk S_{iP} durch die Gleichung

$$S_{iP} = \mathfrak{S}_{iP} + X_{rP}\,\mathfrak{S}_{ir}$$

dargestellt werden; dabei stellt allenfalls, wenn man sich zur Weglassung des Summenzeichens entschließt, das zweite Glied bereits eine Summe über alle Werte r vor, so daß die Gleichung für ein mehrfach statisch unbestimmtes Fachwerk ausführlicher geschrieben

$$S_{iP} = \mathfrak{S}_{iP} + X_{aP}\,\mathfrak{S}_{ia} + X_{bP}\,\mathfrak{S}_{ib} + X_{cP}\,\mathfrak{S}_{ic} + \dots$$

lautet. Es erscheint aber fast vorteilhafter, durch einen dritten Zeiger auf den Grad der statischen Unbestimmtheit hinzuweisen. Dabei ist es, ohne Unklarheiten hervorzurufen, statthaft, den einem statisch bestimmten Grundsystem entsprechenden Zeiger 0 stets wegzulassen. Verwendet man also z. B. bei einem νfach statisch unbestimmten Tragwerk ein $\nu - \mu$-fach statisch unbestimmtes Grundsystem, so wäre zu schreiben

$$M_{iP\nu} = M_{iP\nu-\mu} + X_{rP}\,M_{ir\nu-\mu}$$

und insbesondere bei Verwendung eines statisch bestimmten Grundtragwerks

$$M_{iP\nu} = M_{iP} + X_{rP}\,M_{ir}.$$

Die Elastizitätsgleichungen lauten dann im ersten Falle

$$\delta_{ap\nu-\mu}\,X_{pP} + \delta_{aP\nu-\mu} = 0 \qquad (a = 1, 2 \dots \nu - \mu),$$

weil sämtliche Verschiebungen an dem $\nu - \mu$-fach statisch unbestimmten Grundsystem zu nehmen sind, im zweiten Falle

$$\delta_{ap}\,X_{pP} + \delta_{aP} = 0 \qquad (a = 1, 2 \dots \nu).$$

In beiden Fällen ist entsprechend dem Zeiger P eine Belastungsgruppe P vorausgesetzt.

Ersetzt man in den zuletzt angeschriebenen Gleichungen den Zeiger P durch m, d. h., ist nunmehr eine in den Punkten $m = 1$, $m = 2$ usw. wirkende Kraft $P = 1$ die Ursache, so bedeuten die Größen X_{pm} und δ_{am} bereits die entsprechenden Ordinaten der Einflußlinien für die statisch unbestimmten Größen bzw. für die Verschiebung in a. Ersetzt man ebenso in der Gleichung

$$M_{iP\nu} = M_{iP} + X_{pP}\,M_{ip}$$

P durch m, so erhält man durch die Gleichung

$$M_{im\nu} = M_{im} + X_{pm}\,M_{ip}$$

die Vorschrift, wie aus den Einflußlinien M_{im} im statisch bestimmten Grundsystem und jenem der statisch unbestimmten Größen X_{pm} die Einflußlinie des Moments im Bezugspunkt i im statisch unbestimmten System zu bilden ist.

Es ist ersichtlich, daß die Folgerichtigkeit in der Bezeichnungsweise nur durch das Anschreiben eines zweiten Zeigers bei den inneren Kräften erkauft werden kann. Man darf dabei aber nicht übersehen, daß es im Zuge der Untersuchung eines Tragwerks in der Mehrzahl der Fälle ohnehin notwendig ist, verschiedene Belastungsfälle in Betracht zu ziehen und daher die Verwendung von Zeigern, welche auf diese verschiedenen Belastungen hinweisen, nicht zu umgehen ist. Es möge also nur vereinbart werden, daß diese Zeiger stets an zweiter Stelle zu schreiben sind. Vergleicht man mit der hier vorgeschlagenen Schreibart die mitunter übliche, wonach z. B. ein Moment im statisch unbestimmten System in der Form

$$M_i = M_o + X_a\,M_a + X_b\,M_b + \dots$$

dargestellt wird, so erkennt man leicht die Vorteile der hier vorgeschlagenen Bezeichnungsart. Denn in der zuletzt angeschriebenen Gleichung bedeutet der Zeiger i die Stelle, der Zeiger 0 soll auf das statisch bestimmte Grundsystem hinweisen, der Zeiger a bei X weist auf die Stelle, hingegen bei M_a auf die Ursache, so daß also bei jeder Größe dem Zeiger eine andere Bedeutung zukommt. Daß sich diese Folgeunrichtigkeit insbesondere beim Studium und Unterricht der Baustatik oft sehr hemmend auswirkt, sei nur nebenbei erwähnt.

Ein Annäherungsverfahren zur Berechnung des Vierendeelträgers, gültig für beliebige Querschnittsverhältnisse und Belastung der Gurte auch außerhalb der Knotenpunkte.

Von Dr.-Ing. **Otto Braun**, Augsburg.

(Schluß aus Heft 9.)

d) Zahlenbeispiel.

Zu untersuchen sei ein Vierendeelträger mit parabolisch gekrümmtem Obergurt. Parallelträger wird man im Brückenbau wegen der zu groß werdenden Eckmomente möglichst vermeiden. Die Abmessungen sind in Bild 7 angegeben. Es seien Querträger außer an den Knotenpunkten auch in der Mitte der Untergurtstäbe aufgelagert. Bild 8 gibt die Steifigkeit der Stäbe an. Eingetragen sind die Werte $u' = u \cdot \frac{J_c}{J}$, o' und h',

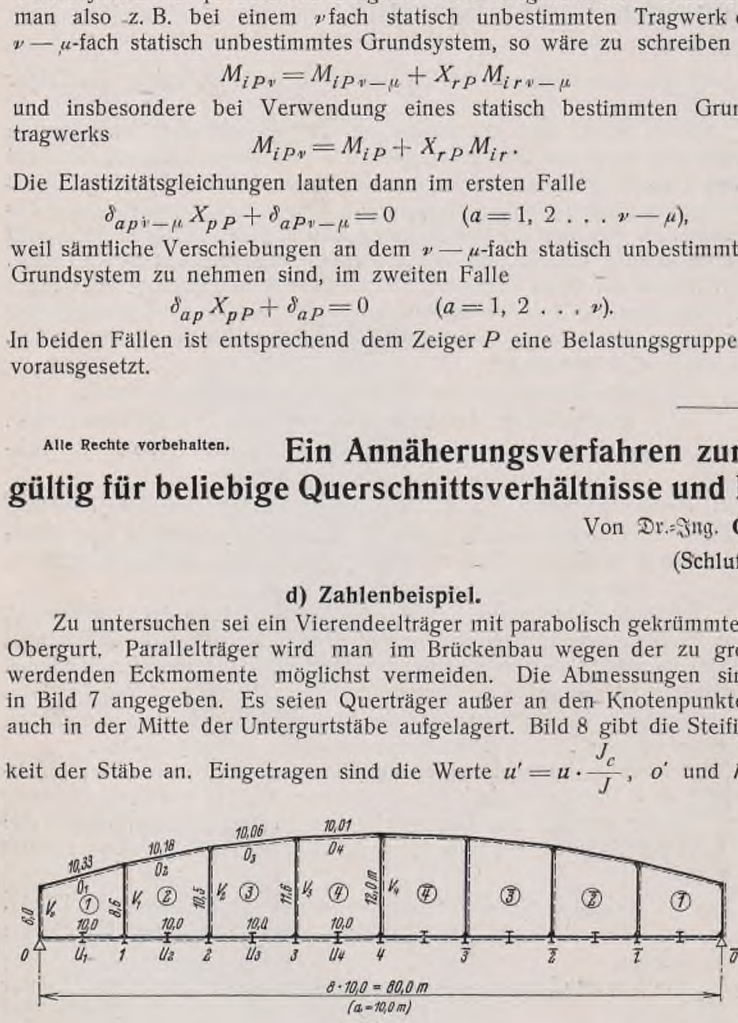


Bild 7.

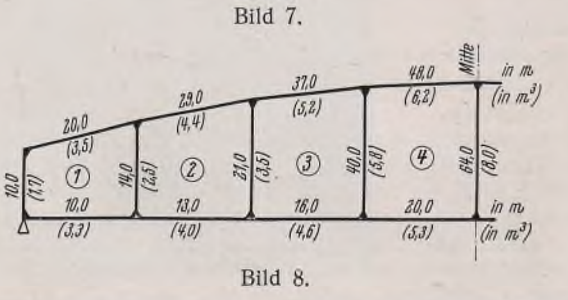


Bild 8.

und zwar in m. Die eingeklammerten Werte sind $u'' = u \cdot \frac{J_c}{F}$, o'' und h'' in m³. Der Untergurt ist knapp zwei- bis zweieinhalbmal so steif wie der Obergurt. Seine größere Steifigkeit wird durch die Zwischenauflagerung der Querträger bedingt. Außerdem wird man ihn unter der Fahrbahn ohnehin höher und damit steifer ausführen als den sichtbaren Obergurt. Die Steifigkeitsverhältnisse der Gurte sind in den einzelnen Feldern verschieden. Das gilt auch für die Vertikalen, deren Trägheitsmomente von der Mitte nach den Seiten auf das mehr als Dreifache anwachsen. Es dürfte schwer sein, für einen solchen Träger ein anderes, einigermaßen einfaches Berechnungsverfahren anzugeben.

α) Aufstellung der Elastizitätsgleichungen.

Es werden zuerst die Elastizitätsgleichungen des Ersatzsystems mit starren Vertikalen aufgestellt (vgl. Abschnitt b).

Zunächst bestimmt man die Funktionen sämtlicher Neigungswinkel. Zum Beispiel ist im ersten Feld für den Obergurt:

$$\sin\nu = 0{,}252 \qquad \cos\nu = 0{,}968 \qquad \operatorname{tg}\nu = 0{,}260$$
$$\sin^2\nu = 0{,}0635 \qquad \sin\nu\cdot\cos\nu = 0{,}244.$$

Für den ganzen Untergurt ist $\sin\psi = \operatorname{tg}\psi = 0$, $\cos\psi = 1$.

Weiterhin wird durchweg $s_l = s_r = \frac{a}{2} = 5{,}0$ m. Im ersten Feld ist $\delta_{zz} = o' + u' = 20{,}0 + 10{,}0 = +\,30{,}0$ und der Abstand des elastischen Schwerpunktes

$$v_u = \frac{o'}{o' + u'}\cdot v = \frac{o'}{\delta_{zz}}\cdot\frac{h^l + h^r}{2} = \frac{20{,}0}{30{,}0}\cdot\frac{6{,}0 + 8{,}6}{2} = 4{,}87 \text{ m}.$$

Es wird

$$\delta_{yy} = \frac{o' + u'}{3} + \frac{4}{a^2}\,(o''\cdot\sin^2\nu + u''\cdot\sin^2\psi)$$

$$\delta_{yy} = \frac{30{,}0}{3} + \frac{4}{10^2}\,(3{,}5\cdot 0{,}0635 + 0) = +\,10{,}01.$$

Weiterhin wird im ersten Feld:

$$\delta_{\bar{x}y} = \frac{a}{6}\,(o'\cdot\operatorname{tg}\nu - u'\cdot\operatorname{tg}\psi) + \frac{2}{a}\,(u''\cdot\sin\psi\cdot\cos\psi - o''\cdot\sin\nu\cdot\cos\nu)$$

$$\delta_{\bar{x}y} = \frac{10}{6}\,(20{,}0\cdot 0{,}260 - 0) + \frac{2}{10}\,(0 - 3{,}5\cdot 0{,}244) = 8{,}50$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{2\,\delta_{\bar{x}y}}{a\,\delta_{yy}} = \frac{2\cdot 8{,}50}{10\cdot 10{,}01} = +\,0{,}170$$

$$h_u^r = v_u + \frac{a}{2}\,(\operatorname{tg}\psi + \operatorname{tg}\alpha) = 4{,}87 + 5\,(0 + 0{,}170) = 5{,}72 \text{ m}$$

$$h_u^l = v_u - \frac{a}{2}\,(\operatorname{tg}\psi + \operatorname{tg}\alpha) = 4{,}87 - 0{,}85 = 4{,}02 \text{ m}$$

$$h_o^r = h^r - h_u^r = 8{,}6 - 5{,}72 = 2{,}88 \text{ m}$$

$$h_o^l = h^l - h_u^l = 6{,}0 - 4{,}02 = 1{,}98 \text{ m}$$

$$\delta_{xx} = \frac{o'}{3}\left(h_o^{l2} + h_o^l h_o^r + h_o^{r2}\right) + \frac{u'}{3}\left(h_u^{l2} + h_u^l h_u^r + h_u^{r2}\right) +$$
$$+ o''(\cos\nu + \operatorname{tg}\alpha \cdot \sin\nu)^2 + u''(\cos\psi - \operatorname{tg}\alpha \cdot \sin\psi)^2$$

$$\delta_{xx} = \frac{20}{3}(1{,}98^2 + 1{,}98 \cdot 2{,}88 + 2{,}88^2) + \frac{10}{3}(4{,}02^2 + 4{,}02 \cdot 5{,}72 + 5{,}72^2) +$$
$$+ 3{,}5\,(0{,}968 + 0{,}170 \cdot 0{,}252)^2 + 3{,}3\,(1 - 0)^2$$

$$\delta_{xx} = 119{,}4 + 239{,}6 + 3{,}6 + 3{,}3 = 359{,}0 + 6{,}9 \cong 366.$$

359,0 ist der Anteil der Momente und 6,9 der Anteil der Normalkräfte.

In gleicher Weise werden für die übrigen drei Felder die δ-Werte bestimmt, was praktisch selbstverständlich für alle Felder zusammen in Tabellenform geschieht. Damit sind die Elastizitätsgleichungen (8) des Ersatzsystems mit starren Vertikalen bekannt. Sie lauten:

Feld 1:	$366\,X_1 = \delta_{ox}$	$10{,}01\,Y_1 = \delta_{oy}$	$30{,}0\,Z_1 = \delta_{oz}$
Feld 2:	$830\,X_2 = \delta_{ox}$	$14{,}01\,Y_2 = \delta_{oy}$	$42{,}0\,Z_2 = \delta_{oz}$
Feld 3:	$1375\,X_3 = \delta_{ox}$	$17{,}67\,Y_3 = \delta_{oy}$	$53{,}0\,Z_3 = \delta_{oz}$
Feld 4:	$1978\,X_4 = \delta_{ox}$	$22{,}67\,Y_4 = \delta_{oy}$	$68{,}0\,Z_4 = \delta_{oz}$.

Es sind nun als nächstes Gl. (15) zur Berücksichtigung der Elastizität der Vertikalen aufzustellen. Im ersten Feld wird:

$$\varDelta\delta_{xx} = \left\{\frac{h^2 h'}{12} + \frac{h'}{4}(h_u - h_o)^2\right\}_l + \left\{\frac{h^2 h'}{12} + \frac{h'}{4}(h_u - h_o)^2\right\}_r$$

$$\varDelta\delta_{xx} = \left\{\frac{6^2 \cdot 10}{12} + \frac{10}{4}(4{,}02 - 1{,}98)^2\right\} + \left\{\frac{8{,}6^2 \cdot 14}{12} + \frac{14}{4}(5{,}72 - 2{,}88)^2\right\}$$

$$\varDelta\delta_{xx} = 40{,}4 + 114{,}5 = 154{,}9$$

$$X'\left[\frac{\delta_{xx}}{\varDelta\delta_{xx}} + 1\right] = \left[\frac{h^2 h'}{12\,\varDelta\delta_{xx}}(Q + Q') - \frac{h'(h_u - h_o)}{2\,\varDelta\delta_{xx}}(M + M')\right]_l +$$
$$+ \left[-\frac{h^2 h'}{12\,\varDelta\delta_{xx}}(Q + Q') + \frac{h'(h_u - h_o)}{2\,\varDelta\delta_{xx}}(M + M')\right]_r + X'$$

$$X'\left[\frac{366}{154{,}9} + 1\right] = \left[\frac{30{,}0}{154{,}9}(Q + Q') - \frac{10{,}2}{154{,}9}(M + M')\right]_l +$$
$$+ \left[-\frac{86{,}287}{154{,}9}(Q + Q') + \frac{19{,}88}{154{,}9}(M + M')\right]_r + X'$$

$$+ 3{,}363\,X' = [+ 0{,}194\,(Q + Q') - 0{,}0658\,(M + M')]_l +$$
$$+ [- 0{,}557\,(Q + Q') + 0{,}1283\,(M + M')]_r + X'.$$

Weiterhin ist $\varDelta\delta_{yy} = \varDelta\delta_{zz} = h_l' + h_r' = 10{,}0 + 14{,}0 = 24{,}0$

$$Y'\left[\frac{\delta_{yy}}{\varDelta\delta_{yy}} + 1\right] = -\left[\frac{h'}{\varDelta\delta_{yy}}(M + M')\right]_l - \left[\frac{h'}{\varDelta\delta_{yy}}(M + M')\right]_r + Y'$$

$$Y'\left[\frac{10{,}01}{24{,}0} + 1\right] = -\frac{10{,}0}{24{,}0}(M + M')_l - \frac{14{,}0}{24{,}0}(M + M')_r + Y'$$

$$+ 1{,}417\,Y' = - 0{,}417\,(M + M')_l - 0{,}583\,(M + M')_r + Y'.$$

Die Gleichung für Z' ist ganz ähnlich:

$$Z'\left[\frac{30{,}0}{24{,}0} + 1\right] = + 0{,}417\,(M + M')_l - 0{,}583\,(M + M')_r + Z'$$

$$+ 2{,}250\,Z' = + 0{,}417\,(M + M')_l - 0{,}583\,(M + M')_r + Z'.$$

In gleicher Weise ergeben sich die Gleichungen für die übrigen drei Felder. Für die rechte Trägerhälfte sind die Beiwerte von $(Q + Q')$ und $(M + M')$ zu vertauschen, da dort die linke Vertikale zur rechten wird und umgekehrt. Selbstverständlich wird man bei der praktischen Durchführung der Berechnung sämtliche Beiwerte tabellarisch ermitteln, wobei z. B. $\frac{h^2 h'}{12}$ für die rechte Vertikale des ersten Feldes derselbe Wert ist wie für die linke Vertikale des zweiten. Auch $\frac{1}{2}(h_u - h_o)$ kommt mehrfach sowie auch noch später vor. Das Feld 1 wurde nur herausgegriffen, um die Rechnung nicht zu umfangreich zu machen. Man erhält insgesamt folgende Gleichungen für die Änderung der Unbekannten:

$$+ 3{,}363\,X_1' = [+ 0{,}194\,(Q + Q') - 0{,}0658\,(M + M')]_l +$$
$$+ [- 0{,}557\,(Q + Q') + 0{,}1283\,(M + M')]_r + X_1'$$
$$+ 3{,}075\,X_2' = [+ 0{,}216\,(Q + Q') - 0{,}0574\,(M + M')]_l +$$
$$+ [- 0{,}482\,(Q + Q') + 0{,}1045\,(M + M')]_r + X_2'$$
$$+ 2{,}456\,X_3' = [+ 0{,}204\,(Q + Q') - 0{,}0465\,(M + M')]_l +$$
$$+ [- 0{,}475\,(Q + Q') + 0{,}0974\,(M + M')]_r + X_3'$$
$$+ 2{,}078\,X_4' = [+ 0{,}244\,(Q + Q') - 0{,}0521\,(M + M')]_l +$$
$$+ [- 0{,}418\,(Q + Q') + 0{,}0861\,(M + M')]_r + X_4'$$
$$+ 2{,}078\,X_{\bar 4}' = [+ 0{,}418\,(Q + Q') - 0{,}0861\,(M + M')]_l +$$
$$+ [- 0{,}244\,(Q + Q') + 0{,}0521\,(M + M')]_r + X_{\bar 4}'$$

usw.

Man sieht schon hier, daß die Beiwerte der Momente wesentlich kleiner sind, als die der Querkräfte. Dementsprechend ist auch ihr Einfluß gering.

$$+ 1{,}417\,Y_1' = - 0{,}417\,(M + M')_l - 0{,}583\,(M + M')_r + Y_1'$$
$$+ 1{,}400\,Y_2' = - 0{,}400\,(M + M')_l - 0{,}600\,(M + M')_r + Y_2'$$
$$+ 1{,}290\,Y_3' = - 0{,}344\,(M + M')_l - 0{,}656\,(M + M')_r + Y_3'$$
$$+ 1{,}218\,Y_4' = - 0{,}385\,(M + M')_l - 0{,}615\,(M + M')_r + Y_4'$$
$$+ 1{,}218\,Y_{\bar 4}' = - 0{,}615\,(M + M')_l - 0{,}385\,(M + M')_r + Y_{\bar 4}'$$

usw.

$$+ 2{,}250\,Z_1' = + 0{,}417\,(M + M')_l - 0{,}583\,(M + M')_r + Z_1'$$
$$+ 2{,}200\,Z_2' = + 0{,}400\,(M + M')_l - 0{,}600\,(M + M')_r + Z_2'$$
$$+ 1{,}869\,Z_3' = + 0{,}344\,(M + M')_l - 0{,}656\,(M + M')_r + Z_3'$$
$$+ 1{,}654\,Z_4' = + 0{,}385\,(M + M')_l - 0{,}615\,(M + M')_r + Z_4'$$
$$+ 1{,}654\,Z_{\bar 4}' = + 0{,}615\,(M + M')_l - 0{,}385\,(M + M')_r + Z_{\bar 4}'$$

usw.

$(Q + Q')$ und $(M + M')$ sind die Querkräfte und Momente in Vertikalenmitte. Sie werden mittels der am Schluß von Abschnitt b aufgestellten Gleichungen (9) ermittelt. Da keine Lasten an den Vertikalen angreifen sollen, so ist $Q_o = M_o = 0$. Zum Beispiel ergibt sich für die Vertikale 1 zwischen Feld 1 und 2:

$$Q_1 = X_1 - X_2 \quad \text{und}$$

$$M_1 = -\frac{1}{2}\left(h_u^r - h_o^r\right)_1 X_1 + \frac{1}{2}\left(h_u^l - h_o^l\right)_2 X_2 + Y_1 + Y_2 + Z_1 - Z_2$$

$$M_1 = - 1{,}42\,X_1 + 1{,}64\,X_2 + Y_1 + Y_2 + Z_1 - Z_2.$$

Die Werte $\frac{1}{2}(h_u - h_o)$ wurden, wie schon erwähnt, bei der Aufstellung der Gl. (15) für X' benötigt und können dort entnommen werden.

Für die Querkräfte und Momente sämtlicher Vertikalen lauten die Gleichungen:

$$Q_0 = \quad - X_1 \qquad M_0 = \qquad + 1{,}02\,X_1 \quad + Y_1 \quad - Z_1$$
$$Q_1 = X_1 - X_2 \qquad M_1 = - 1{,}42\,X_1 + 1{,}64\,X_2 + (Y_1 + Y_2) + (Z_1 - Z_2)$$
$$Q_2 = X_2 - X_3 \qquad M_2 = - 1{,}99\,X_2 + 2{,}09\,X_3 + (Y_2 + Y_3) + (Z_2 - Z_3)$$
$$Q_3 = X_3 - X_4 \qquad M_3 = - 2{,}30\,X_3 + 2{,}39\,X_4 + (Y_3 + Y_4) + (Z_3 - Z_4)$$
$$Q_4 = X_4 - X_{\bar 4} \qquad M_4 = - 2{,}47\,X_4 + 2{,}47\,X_{\bar 4} + (Y_4 + Y_{\bar 4}) + (Z_4 - Z_{\bar 4})$$
$$Q_{\bar 3} = X_{\bar 4} - X_{\bar 3} \qquad M_{\bar 3} = - 2{,}39\,X_{\bar 4} + 2{,}30\,X_{\bar 3} + (Y_{\bar 4} + Y_{\bar 3}) + (Z_{\bar 4} - Z_{\bar 3})$$

usw.

(Die Beiwerte von X_3 und X_4 entsprechen denen von $X_{\bar 3}$ und $X_{\bar 4}$.)

Damit sind alle zur Durchführung des Annäherungsverfahrens erforderlichen Gleichungen bekannt.

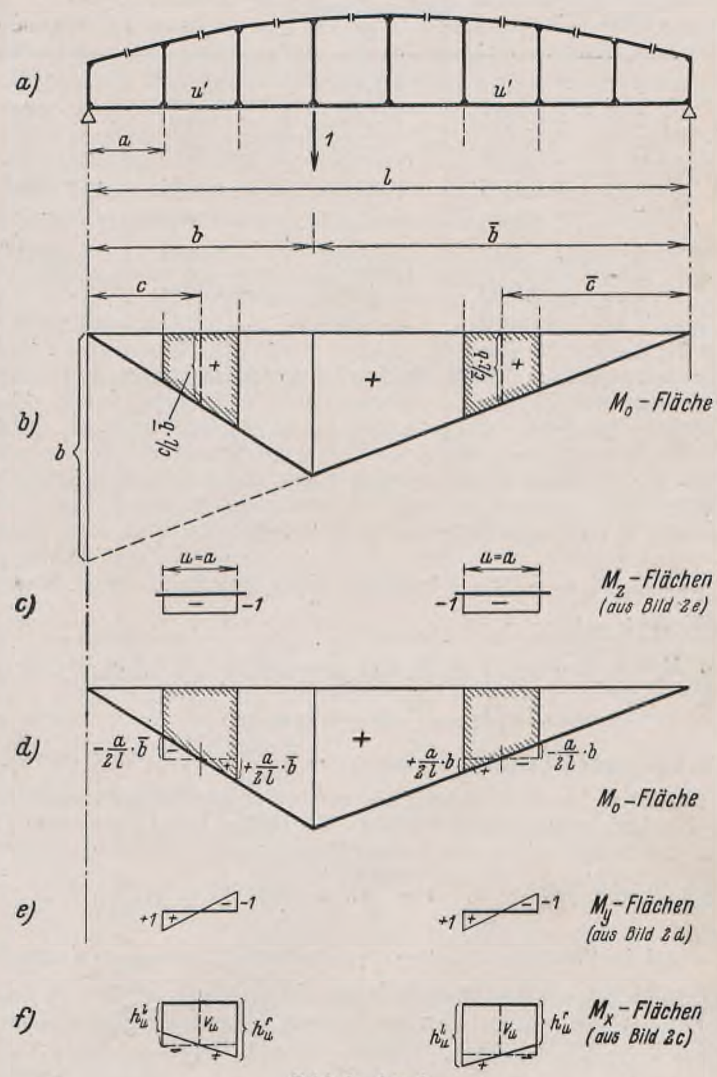


Bild 9a bis f.

β) Ermittlung der Unbekannten X, Y, Z des Ersatzsystems.

Will man Einflußlinien bestimmen, so läßt man eine Last 1 der Reihe nach an den einzelnen Querträgerauflagerpunkten angreifen, und zwar werden zuerst die vier Laststellungen an den Knotenpunkten und dann

die an den Zwischenpunkten untersucht. Für die Laststellungen an den Knotenpunkten ist die Ermittlung der X, Y, Z des Ersatzsystems besonders einfach. Da sämtliche Unbekannten unabhängig voneinander sind, und die δ_o-Werte und damit auch die statisch unbestimmten Größen nur von der M_o-Fläche des betreffenden Feldes abhängen, so genügt es, die Laststellung an Punkt 1 zu untersuchen. Für die Laststellung an jedem anderen Knotenpunkt sind die Unbekannten jeweils ein Vielfaches der für Last an Punkt 1 errechneten.

Der Ableitung der δ_o-Werte diene Bild 9. Am einfachsten sind die δ_{oz}-Werte zu bestimmen, da die Momentenfläche für $Z = -1$ (Bild 2e) aus Rechtecken besteht. Dann folgt die Berechnung der δ_{oy}-Werte. Die δ_{ox}-Werte lassen sich aus δ_{oz} und δ_{oy} zusammensetzen. Die Ableitung erfolge für einen beliebigen Knotenpunkt. Für Punkt 1 ist dann $b = a$. (Die M_o-Fläche erstreckt sich nur über den Untergurt. Im statisch bestimmten Hauptsystem mit durchschnittenem Obergurt treten bei horizontalem Untergurt keine Normalkräfte auf.)

Aus Bild 9b u. c erhält man für die δ_{oz}-Werte rechts vom Lastangriffspunkt: $\delta_{oz} = \int M_o M_z \, ds \cdot \frac{J_c}{J} = -\frac{c}{l} \cdot u' b$. Links vom Lastangriffspunkt ist $\delta_{oz} = -\frac{c}{l} \cdot u' \bar{b}$. Zur Bestimmung der δ_{oy}-Werte wird das Trapez der M_o-Fläche entsprechend Bild 9d in ein Rechteck und in ein verschränktes Trapez zerlegt. Das Rechteck liefert keinen Beitrag zu δ_{oy}. Somit wird rechts vom Lastangriffspunkt $\delta_{oy} = +\frac{a}{6\,l} \cdot u' b$ und links davon $\delta_{oy} = -\frac{a}{6\,l} \cdot u' \bar{b}$. Die M_x-Flächen sind Trapeze, die man entsprechend Bild 9f aus einem Rechteck und einem verschränkten Trapez zusammensetzen kann. Die M_x-Flächen lassen sich somit durch die M_z- und M_y-Flächen ausdrücken. Es ist $M_x = -v_u M_z - \frac{h_u^r - h_u^l}{2} \cdot M_y$. Nach Gl. (6) war $h_u^r = v_u + \frac{a}{2} (\operatorname{tg} \psi + \operatorname{tg} \alpha)$ und $h_u^l = v_u - \frac{a}{2} (\operatorname{tg} \psi + \operatorname{tg} \alpha)$, also ist $h_u^r - h_u^l = 2 \cdot \frac{a}{2} (\operatorname{tg} \psi + \operatorname{tg} \alpha) = a (\operatorname{tg} \psi + \operatorname{tg} \alpha)$. Es wird $M_x = -v_u M_z - \frac{a}{2} (\operatorname{tg} \psi + \operatorname{tg} \alpha) M_y$. Unter Benutzung dieses Wertes ergibt sich:

$$\int M_o M_x \, ds \cdot \frac{J_c}{J} = -v_u \int M_o M_z \, ds \cdot \frac{J_c}{J} - \frac{a}{2} (\operatorname{tg} \psi + \operatorname{tg} \alpha) \int M_o M_y \, ds \cdot \frac{J_c}{J}$$

$$\delta_{ox} = -v_u \, \delta_{oz} - \frac{a}{2} (\operatorname{tg} \psi + \operatorname{tg} \alpha) \, \delta_{oy}.$$

Beim vorliegenden Beispiel ist $\operatorname{tg} \psi = 0$, also $\delta_{ox} = -v_u \, \delta_{oz} - \frac{a}{2} \cdot \operatorname{tg} \alpha \, \delta_{oy}$. Hierbei ist zu beachten, daß für die rechte Trägerhälfte $\operatorname{tg} \alpha$ negativ ist.

Für Last an Punkt 1 wird $b = a$. Für Last an Punkt 2 wird $b = 2\,a$ usw. Es ist also rechts vom Lastangriffspunkt für

Last an Punkt 1: $\delta_{oz} = -\frac{c}{l} \cdot u' a$ und $\delta_{oy} = +\frac{a^2}{6\,l} \cdot u'$,

Last an Punkt 2: $\delta_{oz} = -\frac{c}{l} \cdot u' a \cdot 2$ und $\delta_{oy} = +\frac{a^2}{6\,l} \cdot u' \cdot 2$ usw.

Das heißt bei gleichen Feldern sind die δ_o-Werte rechts vom Lastangriffspunkt und damit auch die statisch unbestimmten Größen ein ganzes Vielfaches derjenigen für Last an Punkt 1. (Bei ungleichen Feldern wachsen sie im Verhältnis $\frac{b}{a}$.) Es genügt also, den einen Fall, daß Knotenpunkt 1 belastet ist, zu untersuchen und dafür die Unbekannten X, Y, Z nur in den Feldern 2 bis $\bar{1}$ (8) zu bestimmen. Aus Symmetriegründen sind dann schon bei diesem Lastfall die Unbekannten X_1 und Z_1 des Feldes 1 das $+7$fache derjenigen des Feldes $\bar{1}$ (8), während $Y_1 = -7\,Y_{\bar{1}}$ ist. Wird Punkt 2 belastet, so wachsen die Unbekannten rechts vom Lastpunkt auf das Doppelte von denen für Last an Punkt 1. Links in den Feldern 1 und 2 sind sie das 6fache bzw. -6fache der beim ersten Lastfall in den Feldern $\bar{1}$ und $\bar{2}$ vorhandenen Unbekannten usw.

Bei gleichen Feldern ist $l = n\,a$ oder $\frac{a}{l} = \frac{1}{n}$ und somit für Last an Punkt 1 in den Feldern rechts vom Angriffspunkt: $\delta_{oz} = -\frac{u'}{n} \cdot c$ und $\delta_{oy} = +\frac{u'}{n} \cdot \frac{a}{6}$. Es bleibt $\delta_{ox} = -v_u \, \delta_{oz} - \frac{a}{2} \cdot \operatorname{tg} \alpha \, \delta_{oy}$.

Es mögen z. B. die Unbekannten im äußersten rechten Feld $\bar{1}$ für Last an Punkt 1 bestimmt werden. Es ist dort:

$$u' = 10{,}0 \qquad \frac{u'}{n} = \frac{10}{8} = 1{,}250 \qquad c = 5 \text{ m} \qquad a = 10 \text{ m}$$

$$\delta_{oz} = -1{,}25 \cdot 5 = -6{,}25 \qquad \delta_{oy} = +1{,}25 \cdot \frac{10}{6} = +2{,}0833.$$

Entsprechend wie in Feld 1 ist $v_u = 4{,}87$ m; $\frac{a}{2} \cdot \operatorname{tg} \alpha = -0{,}85$ m

$$\delta_{ox} = +4{,}87 \cdot 6{,}25 + 0{,}85 \cdot 2{,}0833 = +32{,}208.$$

Es wird: $X_{\bar{1}} = +\frac{32{,}208}{366} = +0{,}0880 \qquad Y_{\bar{1}} = +\frac{2{,}0833}{10{,}01} = +0{,}2081$

$$Z_{\bar{1}} = -\frac{6{,}25}{30{,}0} = -0{,}2083.$$

Zur Durchrechnung des ganzen Trägers benutzt man naturgemäß Tabellen. Die Unbekannten im linken Feld 1 sind ± 7mal so groß: $X_1 = +0{,}616$, $Z_1 = -1{,}458$, aber $Y_1 = -7 \cdot 0{,}2081 = -1{,}457$.

In der folgenden Tabelle 1 sind die Unbekannten X, Y, Z des Ersatzsystems für die Lastangriffspunkte 1, 2 und 3 zusammengestellt. Last an Punkt 4 wurde weggelassen.

Tabelle 1.

Feld	Last an Punkt 1			Last an Punkt 2			Last an Punkt 3		
	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
1	+ 0,616	— 1,457	— 1,458	+ 0,528	— 1,249	— 1,250	+ 0,440	— 1,040	— 1,041
2	+ 0,8365	+ 0,1933	— 2,5149	+ 1,174	— 1,160	— 3,482	+ 0,978	— 0,966	— 2,902
3	+ 0,6167	+ 0,1886	— 2,0755	+ 1,233	+ 0,377	— 4,151	+ 1,408	— 0,943	— 4,717
4	+ 0,4735	+ 0,1838	— 1,6544	+ 0,947	+ 0,368	— 3,309	+ 1,420	+ 0,551	— 4,963
$\bar{4}$	+ 0,3688	+ 0,1838	— 1,2868	+ 0,738	+ 0,368	— 2,573	+ 1,106	+ 0,551	— 3,860
$\bar{3}$	+ 0,2817	+ 0,1886	— 0,9434	+ 0,563	+ 0,377	— 1,887	+ 0,845	+ 0,566	— 2,830
$\bar{2}$	+ 0,1956	+ 0,1933	— 0,5804	+ 0,391	+ 0,387	— 1,161	+ 0,587	+ 0,580	— 1,741
$\bar{1}$	+ 0,0880	+ 0,2081	— 0,2083	+ 0,176	+ 0,416	— 0,417	+ 0,264	+ 0,624	— 0,625

Es ist nach den bisherigen Ausführungen z. B. im Feld $\bar{4}$ für Last an Punkt 1: $Y = +0{,}1838$, für Last an Punkt 3: $Y = +3 \cdot 0{,}1838 = +0{,}551$. Ich mache noch weiter darauf aufmerksam, daß bei dem hier vorliegenden symmetrischen Träger für einen Lastfall die Y rechts vom belasteten Knotenpunkt symmetrisch zur Mitte sind und die Z sich für gleich zur Mitte liegende Felder proportional c ergeben. Also ist z. B. für Last an Punkt 1:

$$Z_{\bar{3}} = -0{,}9434 \quad \text{und} \quad Z_3 = -0{,}9434 \cdot \frac{55}{25} = -2{,}0755.$$

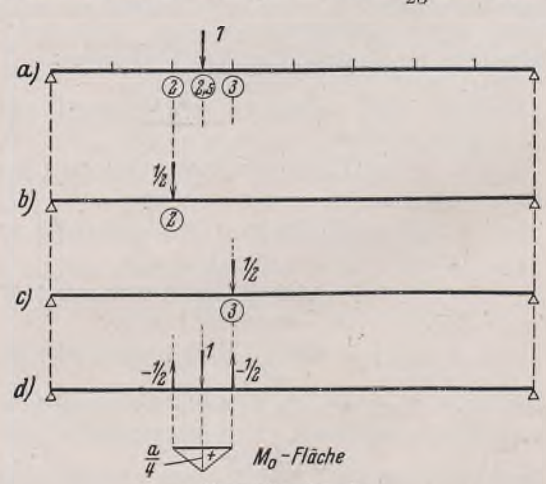


Bild 10a bis d.

Es bleiben noch die Laststellungen an den Zwischenknotenpunkten zu untersuchen. Wie schon am Schluß von Abschnitt c erwähnt, wird die im Feld angreifende Last 1 auf die beiden benachbarten Knotenpunkte verteilt. Im vorliegenden Fall würde also an jedem der beiden Knoten-

punkte die Last $\frac{1}{2}$ angreifen. Bei der Übertragung der Last 1 auf die Knotenpunkte treten im Untergurt des belasteten Feldes noch Biegungsmomente auf. Man hat den Lastfall gewissermaßen in drei einzelne Lastfälle aufgeteilt (vgl. Bild 10). Es ist Lastfall $a =$ Lastfall $(b + c + d)$.

Zu untersuchen bleibt nur Lastfall d, da die Fälle b und c bereits für die Lasten 1 bekannt sind. Die M_0-Fläche erstreckt sich im Fall d über ein Feld. Beim Ersatzsystem treten also nur in einem Feld Unbekannte X, Y, Z auf. Nach Bild 11 ist

$$\delta_{oz} = -\frac{a}{8} \cdot u'; \quad \delta_{oy} = 0$$

und $\delta_{ox} = +v_u \cdot \frac{a}{8} \cdot u' = -v_u\,\delta_{oz}$.

Die Last möge z. B. im dritten Feld angreifen. Dann ist:

$$\delta_{oz} = -\frac{10}{8} \cdot 16{,}0 = -20; \quad \delta_{oy} = 0$$

und $\quad \delta_{ox} = +7{,}72 \cdot 20 = +154{,}4$

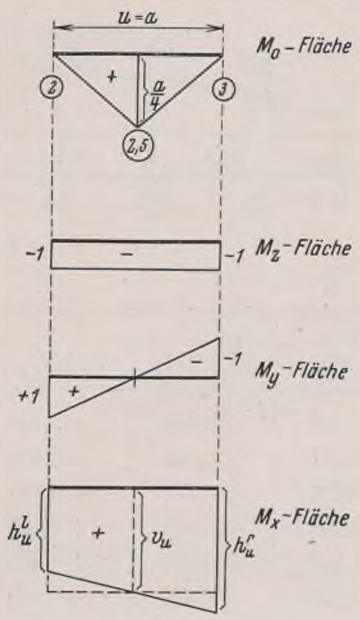


Bild 11.

(im dritten Feld war $v_u = 7{,}72$ m). Man erhält $Z = -\frac{20}{53} = -0{,}377$; $Y = 0$ und $X = +\frac{154{,}4}{1375} = +0{,}112$. In gleicher Weise ergeben sich die Unbekannten des Ersatzsystems für die Belastung der übrigen Zwischenknotenpunkte.

Für diesen Lastfall d wird man auch das endgültige System mit elastischen Vertikalen untersuchen, und erst zum Schluß wird man die Unbekannten $X + X'$, $Y + Y'$ und $Z + Z'$ der einzelnen Lastfälle addieren. Zum Beispiel ist hier

$$(X + X')_{(2,5)} = \frac{1}{2}(X + X')_{(2)} + \frac{1}{2}(X + X')_{(3)} + (X + X')_{(d)}.$$

Sehr einfach ist auch die Ermittlung von Temperaturspannungen im Ersatzsystem. Wenn die Temperatur des Untergurtes um $\pm t°$ von derjenigen der über der Fahrbahn liegenden Konstruktionsteile abweicht, ist bei horizontalem Untergurt $\delta_{xt} = \mp \varepsilon\, t\, a\, E\, J_c$; $\delta_{yt} = \delta_{zt} = 0$. Es sind also nur die Unbekannten X_t von 0 verschieden. Das Annäherungsverfahren liefert auch hier die endgültigen Unbekannten $X + X'$, Y' und Z'.

γ) Die Durchführung des Annäherungsverfahrens.

Nachdem die statisch unbestimmten Größen X, Y, Z des Ersatzsystems mit starren Vertikalen für alle Laststellungen bekannt sind, müssen die durch die Elastizität der Vertikalen bedingten Änderungen X', Y', Z' durch Annäherung bestimmt werden. Hierzu dienen die im Teil α aufgestellten Gleichungen. Das Annäherungsverfahren wird in Tabellenform durchgeführt.

Zunächst werden die vier Laststellungen an den Knotenpunkten der Reihe nach untersucht. Es möge hier die Laststellung an Punkt 2 herausgegriffen werden. Das Verfahren wird in der am Schluß von Abschnitt c angegebenen Reihenfolge durchgeführt. In Tabelle 2 sind die ersten Näherungswerte $X'_{(1)}$ und die zweiten Näherungswerte $X'_{(2)}$ unter ausschließlicher Benutzung der Querkräfte ermittelt. Die in Klammern beigefügte Ziffer gibt an, der wievielte Näherungswert es ist. Mit k_q wurden die Beiwerte der $(Q + Q')$ und mit c_x die Beiwerte der X' bezeichnet. $Q'_{(1)}$ ergab sich als die Differenz zweier $X'_{(1)}$. Die erhaltenen Näherungswerte $X + X'_{(2)}$ und die Y und Z liefern nach Tabelle 3 die ersten Näherungswerte für $M + M'$. Der Tabelle 3 liegen die letzten Gleichungen von Teil α zugrunde, wobei die Beiwerte der $X + X'$ mit α bzw. β bezeichnet wurden. Mit diesen Momenten $M + M'_{(1)}$ (in Vertikalenmitte) erhält man nach Tabelle 4 die Näherungswerte $Y'_{(1)}$, $Y'_{(2)}$ und $Z'_{(1)}$. Die Beiwerte der $M + M'$ sind hier mit k_m bezeichnet. Sie sind für Y' und Z' abwechselnd gleich und entgegengesetzt gleich. Wie schon erwähnt, erfolgt die Annäherung bei den Y' fortlaufend, nämlich so, daß z. B. zu der Berechnung von Y_4' schon der Einfluß des gerade berechneten Wertes Y_3' berücksichtigt wird. Es ist zu diesem Zweck neben der Spalte für $M + M'_{(1)}$ eine Spalte $M + M'_{(2)}$ vorgesehen, in der die unterstrichenen Werte den Einfluß von $Y'_{(1)}$ des vorhergehenden Feldes enthalten. Zum Beispiel ist im vierten Feld: $-0{,}251 = -0{,}537 + 0{,}286$ oder ebenfalls im vierten Feld (aber für $M + M'_{(4)}$): $-\underline{0{,}071} = +0{,}041 - 0{,}112$. Hier ist 0,112 die Zunahme von $Y'_{(2)}$ gegenüber $\overline{Y'_{(1)}}$, die mit $\Delta Y'$ bezeichnet ist. Bei den, wie man sieht, verhältnismäßig kleinen Werten $Z'_{(1)}$ wurde auf diese fortlaufende Annäherung verzichtet, was den Vorteil hat, daß die ganze Spalte heruntergerechnet werden kann, während bei Y' von Zeile zu Zeile gerechnet werden muß.

Jetzt beginnt man wieder die X' weiter zu verbessern, wobei auch der Einfluß der Momente berücksichtigt wird. Tabelle 5 zeigt diese Rechnung. Man sieht hier, wie genau schon die Werte $X'_{(2)}$ waren und wie gering der Einfluß der Momente ist. (X' muß auch etwas genauer als Y' und Z' ermittelt werden, weil es größeren Einfluß auf die Eckmomente hat, denn es wird bei der Bestimmung dieser Momente noch mit h_o bzw. h_u multipliziert.) Die dann anschließende Verbesserung von $Y'_{(2)}$ und $Z'_{(1)}$ wird nochmals entsprechend Tabelle 4 durchgeführt, wobei statt von $Y' = 0$ jetzt von $Y'_{(2)}$ ausgegangen wird und statt von $Z' = 0$ jetzt von $Z'_{(1)}$. Es sind also für $Y'_{(2)}$, $Z'_{(1)}$ sowie $\Delta Y'$ und $\Delta Z'$ die notwendigen Spalten in der Tabelle einzufügen. Auf Wiedergabe dieser Tabelle wird verzichtet. Lediglich die Ergebnisse $Y'_{(3)}$, $Y'_{(4)}$ und $Z'_{(2)}$ sind in Tabelle 6 angegeben. Die Werte $X'_{(3)}$, $Y'_{(4)}$ und $Z'_{(2)}$ sind ausreichend genau. Sie werden mit X, Y bzw. Z der Tabelle 1 addiert und liefern damit die endgültigen statisch unbestimmten Größen $X + X'$, $Y + Y'$ und $Z + Z'$ des Vierendeelträgers für eine Einzellast an Punkt 2. Diese Werte sind ebenfalls in Tabelle 6 angegeben. Am besten ermittelt man mit diesen Größen noch die Momentenflächen und Normalkräfte des ganzen Trägers in der üblichen Weise. Man kann dann, wenn diese Momentenflächen für sämtliche Laststellungen bestimmt sind, sofort die Einflußlinien der Eckmomente und Normalkräfte auftragen, ohne erst die Einflußlinien der statisch unbestimmten Größen aufzuzeichnen, die für die Dimensionierung doch nicht gebraucht werden. Bild 12 gibt die endgültige Momentenfläche an für Last 1 an Punkt 2. Zum Vergleich wurde auch die Momentenfläche des Ersatzsystems mit starren Vertikalen in Bild 13 aufgetragen.

Tabelle 2.

Feld	k_q	Q [1]	$k_q\,Q$	$c_x X' = \Sigma k_q Q$	c_x	$X'_{(1)}$	$Q'_{(1)}$	$Q + Q'_{(1)}$	$k_q(Q + Q')$	$c_x X'$ [2]	$X'_{(2)}$	X	$X + X'_{(2)}$
1 l	+ 0,194	− 0,528	− 0,103	+ 0,257	+ 3,363	+ 0,076	− 0,076	− 0,604	− 0,117	+ 0,256	+ 0,076	+ 0,528	+ 0,604
1 r	− 0,557		+ 0,360						+ 0,297				
		− 0,646					+ 0,112	− 0,534					
2 l	+ 0,216		− 0,139	− 0,110	+ 3,075	− 0,036			− 0,115	− 0,134	− 0,044	+ 1,174	+ 1,130
2 r	− 0,482		+ 0,029						+ 0,017				
		− 0,059					+ 0,024	− 0,035					
3 l	+ 0,204		− 0,012	− 0,148	+ 2,456	− 0,060			− 0,007	− 0,178	− 0,072	+ 1,233	+ 1,161
3 r	− 0,475		− 0,136						− 0,111				
		+ 0,286					− 0,052	+ 0,234					
4 l	+ 0,244		+ 0,070	− 0,017	+ 2,078	− 0,008			+ 0,057	− 0,026	− 0,013	+ 0,947	+ 0,934
4 r	− 0,418		− 0,087						− 0,075				
		+ 0,209					− 0,029	+ 0,180					
$\bar{4}$ l	+ 0,418		+ 0,087	+ 0,044	+ 2,078	+ 0,021			+ 0,075	+ 0,053	+ 0,026	+ 0,738	+ 0,764
$\bar{4}$ r	− 0,244		− 0,043						− 0,043				
		+ 0,175					+ 0,001	+ 0,176					
$\bar{3}$ l	+ 0,475		+ 0,083	+ 0,048	+ 2,456	+ 0,020			+ 0,083	+ 0,066	+ 0,027	+ 0,563	+ 0,590
$\bar{3}$ r	− 0,204		− 0,035						− 0,037				
		+ 0,172					+ 0,008	+ 0,180					
$\bar{2}$ l	+ 0,482		+ 0,083	+ 0,037	+ 3,075	+ 0,012			+ 0,087	+ 0,056	+ 0,018	+ 0,391	+ 0,409
$\bar{2}$ r	− 0,216		− 0,046						− 0,043				
		+ 0,215					− 0,014	+ 0,201					
$\bar{1}$ l	+ 0,557		+ 0,120	+ 0,086	+ 3,363	+ 0,026			+ 0,112	+ 0,099	+ 0,029	+ 0,176	+ 0,205
$\bar{1}$ r	− 0,194	+ 0,176	− 0,034				+ 0,026	+ 0,202	− 0,039				

[1]) $X_k - X_{k+1}$.

[2]) $X'_{(1)} + \Sigma k_q\,(Q + Q')$.

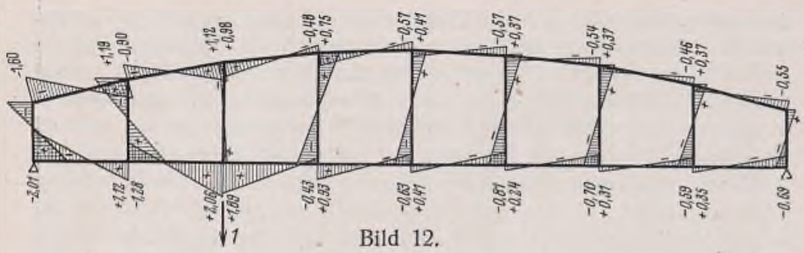


Bild 12.

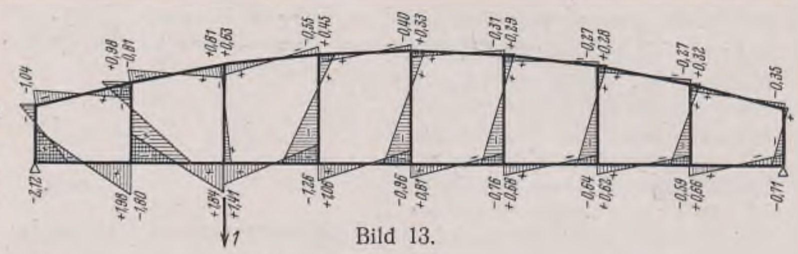


Bild 13.

Tabelle 3.

Vertikale	$X+X'_{(2)}$	α	(I) $\alpha(X+X')_k$	β	(II) $\beta(X+X')_{k+1}$	(I) + (II)	Y_k+Y_{k+1}	Z_k-Z_{k+1}	$M+M'_{(1)}$
0	+ 0,604			+ 1,02	+ 0,616	+ 0,616	− 1,249	+ 1,250	+ 0,617
1	+ 1,130	− 1,42	− 0,858	+ 1,64	+ 1,853	+ 0,995	− 2,409	+ 2,232	+ 0,818
2	+ 1,161	− 1,99	− 2,249	+ 2,09	+ 2,428	+ 0,179	− 0,783	+ 0,669	+ 0,065
3	+ 0,934	− 2,30	− 2,673	+ 2,39	+ 2,233	− 0,440	+ 0,745	− 0,842	− 0,537
4	+ 0,764	− 2,47	− 2,308	+ 2,47	+ 1,887	− 0,421	+ 0,736	− 0,736	− 0,421
$\bar{3}$	+ 0,590	− 2,39	− 1,826	+ 2,30	+ 1,356	− 0,470	+ 0,745	− 0,686	− 0,411
$\bar{2}$	+ 0,409	− 2,09	− 1,233	+ 1,99	+ 0,814	− 0,419	+ 0,764	− 0,726	− 0,381
$\bar{1}$	+ 0,205	− 1,64	− 0,671	+ 1,42	+ 0,291	− 0,380	+ 0,803	− 0,744	− 0,321
$\bar{0}$		− 1,02	− 0,209			− 0,209	+ 0,416	− 0,417	− 0,210

Tabelle 4.

Feld	k_m	$M+M'_{(1)}$	$M+M'_{(2)}$	$k_m(M+M')$	$c_y Y'$ [1]	c_y	$Y'_{(1)}$	$M+M'_{(3)}$ [2]	$M+M'_{(4)}$	$k_m(M+M')$	$c_y Y'$ [3]	$Y'_{(2)}$
1 l	− 0,417	+ 0,617	+ 0,617	− 0,257	− 0,734	+ 1,417	− 0,518	+ 0,099	+ 0,099	− 0,041	− 0,667	− 0,471
1 r	− 0,583	} + 0,818	+ 0,818	− 0,477				} + 0,186	+ 0,186	− 0,108		
2 l	− 0,400		+ 0,300	− 0,120	− 0,159	+ 1,400	− 0,114		+ 0,233	− 0,093	− 0,349	− 0,249
2 r	− 0,600	} + 0,065	+ 0,065	− 0,039				} + 0,237	+ 0,237	− 0,142		
3 l	− 0,344		− 0,049	+ 0,017	+ 0,369	+ 1,290	+ 0,286		+ 0,102	− 0,035	+ 0,224	+ 0,174
3 r	− 0,656	} − 0,537	− 0,537	+ 0,352				} + 0,041	+ 0,041	− 0,027		
4 l	− 0,385		− 0,251	+ 0,097	+ 0,356	+ 1,218	+ 0,292		− 0,071	+ 0,027	+ 0,278	+ 0,228
4 r	− 0,615	} − 0,421	− 0,421	+ 0,259				} + 0,066	+ 0,066	− 0,041		
$\bar{4}$ l	− 0,615		− 0.129	+ 0,079	+ 0,237	+ 1,218	+ 0,195		+ 0,002	− 0,001	+ 0,196	+ 0,161
$\bar{4}$ r	− 0,385	} − 0,411	− 0,411	+ 0,158				} − 0,005	− 0,005	+ 0,002		
$\bar{3}$ l	− 0,656		− 0,216	+ 0,141	+ 0,272	+ 1,290	+ 0,211		− 0,039	+ 0,026	+ 0,239	+ 0,185
$\bar{3}$ r	− 0,344	} − 0,381	− 0,381	+ 0,131				} − 0,006	− 0,006	+ 0,002		
$\bar{2}$ l	− 0,600		− 0,170	+ 0,102	+ 0,230	+ 1,400	+ 0,164		− 0,032	+ 0,019	+ 0,195	+ 0,139
$\bar{2}$ r	− 0,400	} − 0,321	− 0,321	+ 0,128				} − 0,031	− 0,031	+ 0,012		
$\bar{1}$ l	− 0,583		− 0,157	+ 0,091	+ 0,179	+ 1,417	+ 0,126		− 0,056	+ 0,033	+ 0,194	+ 0,137
$\bar{1}$ r	− 0,417	− 0,210	− 0,210	+ 0,088				− 0,084	− 0,084	+ 0,035		

[1]) $\Sigma k_m(M+M')$. [2]) $M+M'_{(3)} = M+M'_{(1)} + Y'_{(1)k} + Y'_{(1)k+1}$. [3]) $Y'_{(1)} + \Sigma k_m(M+M')$. [4]) $Y'_{(2)} - Y'_{(1)}$. [5]) $M+M'_{(3)} + \varDelta Y'_k + \varDelta Y'_{k+1}$.

Tabelle 5.

Feld	k_q	$Q+Q'_{(2)}$	$k_q(Q+Q')$	k_m	$(M+M')_{(6)}$	$k_m(M+M')$	$X'_{(2)}$	$c_x X'$ [1]	c_x	$X'_{(3)} \approx X'$	$\varDelta X'$	β / α	$\varDelta M'$	$M+M'_{(7)}$ [2]
1 l	+ 0,194	− 0,604	− 0,117	− 0,0658	+ 0,144	− 0,009	+ 0,076	+ 0,253	+ 3,363	+ 0,075	− 0,001	+ 1,02	− 0,001	+ 0,143
1 r	− 0,557	} − 0,526	+ 0,293	+ 0,1283	} + 0,080	+ 0,010						− 1,42	+ 0,001	} + 0,073
2 l	+ 0,216		− 0,114	− 0,0574		− 0,005	− 0,044	− 0,152	+ 3,075	− 0,049	− 0,005	+ 1,64	− 0,008	
2 r	− 0,482	} − 0,031	+ 0,015	+ 0,1045	} − 0,036	− 0,004						− 1,99	+ 0,010	} − 0,039
3 l	+ 0,204		− 0,006	− 0,0465		+ 0,002	− 0,072	− 0,191	+ 2,456	− 0,078	− 0,006	+ 2,09	− 0,013	
3 r	− 0,475	} + 0,227	− 0,108	+ 0,0974	} − 0,070	− 0,007						− 2,30	+ 0,014	} − 0,058
4 l	+ 0,244		+ 0,055	− 0,0521		+ 0,004	− 0,013	− 0,030	+ 2,078	− 0,014	− 0,001	+ 2,39	− 0,002	
4 r	− 0,418	} + 0,170	− 0,071	+ 0,0861	} − 0,054	− 0,005						− 2,47	+ 0,002	} − 0,050
$\bar{4}$ l	+ 0,418		+ 0,071	− 0,0861		+ 0,005	+ 0,026	+ 0,057	+ 2,078	+ 0,027	+ 0,001	+ 2,47	+ 0,002	
$\bar{4}$ r	− 0,244	} + 0,174	− 0,042	+ 0,0521	} − 0,050	− 0,003						− 2,39	− 0,002	} − 0,043
$\bar{3}$ l	+ 0,475		+ 0,083	− 0,0974		+ 0,005	+ 0,027	+ 0,075	+ 2,456	+ 0,031	+ 0,004	+ 2,30	+ 0,009	
$\bar{3}$ r	− 0,204	} + 0,181	− 0,037	+ 0,0465	} − 0,062	− 0,003						− 2,09	− 0,008	} − 0,064
$\bar{2}$ l	+ 0,482		+ 0,087	− 0,1045		+ 0,006	+ 0,018	+ 0,064	+ 3,075	+ 0,021	+ 0,003	+ 1,99	+ 0,006	
$\bar{2}$ r	− 0,216	} + 0,204	− 0,044	+ 0,0574	} − 0,054	− 0,003						− 1,64	− 0,005	} − 0,056
$\bar{1}$ l	+ 0,557		+ 0,114	− 0,1283		+ 0,007	+ 0,029	+ 0,105	+ 3,363	+ 0,031	+ 0,002	+ 1,42	+ 0,003	
$\bar{1}$ r	− 0,194	+ 0,205	− 0,040	+ 0,0658	− 0,071	− 0,005						− 1,02	− 0,002	− 0,073

[1]) $\Sigma k_q(Q+Q') + \Sigma k_m(M+M') + X'_{(2)}$. [2]) $M+M'_{(6)} + \alpha \varDelta X'_k + \beta \varDelta X'_{k+1}$.

Tabelle 6. Für Einzellast am Knotenpunkt 2.

Feld	$Y'_{(3)}$	$Y'_{(4)} \approx Y'$	$Z'_{(2)} \approx Z'$	X' [1]	$X + X'$	$Y + Y'$	$Z + Z'$
1	— 0,405	— 0,424	— 0,010	+ 0,075	+ 0,603	— 1,673	— 1,260
2	— 0,201	— 0,190	+ 0,041	— 0,049	+ 1,125	— 1,350	— 3,441
3	+ 0,162	+ 0,155	+ 0,050	— 0,078	+ 1,155	+ 0,532	— 4,101
4	+ 0,235	+ 0,234	— 0,015	— 0,014	+ 0,933	+ 0,602	— 3,324
$\overline{4}$	+ 0,167	+ 0,170	— 0,001	+ 0,027	+ 0,765	+ 0,538	— 2,574
$\overline{3}$	+ 0,179	+ 0,176	— 0,009	+ 0,031	+ 0,594	+ 0,553	— 1,896
$\overline{2}$	+ 0,145	+ 0,146	— 0,013	+ 0,021	+ 0,412	+ 0,533	— 1,174
$\overline{1}$	+ 0,138	+ 0,138	+ 0,002	+ 0,031	+ 0,207	+ 0,554	— 0,415

[1]) Nach Tabelle 5.

Es wurde schon am Schluß von Abschnitt c erwähnt, daß man bei der vollständigen Durchrechnung des Tragwerkes die für den einen Lastfall ermittelten Unbekannten X', Y', Z' dazu benutzen wird, bei der Belastung des folgenden Knotenpunktes gute Näherungswerte für X', Y', Z' zu schätzen, um damit die für das Annäherungsverfahren erforderliche Rechenarbeit abzukürzen. Wie gesagt, ist diese Schätzung im dritten Feld neben dem belasteten Knotenpunkt und in den weiter ab liegenden

Noch Tabelle 4.

$\Delta Y'$ [4])	$M + M'_{(5)}$ [5])	$\mp k_m (M + M')$	$c_z Z'$ [6])	c_z	$Z'_{(1)}$	$M + M'_{(6)}$ [7])
	+ 0,146	+ 0,061				+ 0,144
+ 0,047			+ 0,004	+ 2,250	+ 0,002	
		— 0,057				
	+ 0,098					} + 0,080
		+ 0,039				
— 0,135			+ 0,045	+ 2,200	+ 0,020	
		+ 0,006				
	— 0,010					} — 0,036
		— 0,003				
— 0,112			+ 0,086	+ 1,869	+ 0,046	
		+ 0,089				
	— 0,135					} — 0,070
		— 0,052				
— 0,064			— 0,032	+ 1,654	— 0,019	
		+ 0,020				
	— 0,032					} — 0,054
		— 0,020				
— 0,034			+ 0,005	+ 1,654	+ 0,003	
		+ 0,025				
	— 0,065					} — 0,050
		— 0,043				
— 0,026			— 0,023	+ 1,869	— 0,012	
		+ 0,020				
	— 0,057					} — 0,062
		— 0,034				
— 0,025			— 0,016	+ 2,200	— 0,007	
		+ 0,018				
	— 0,045					} — 0,054
		— 0,026				
+ 0,011			+ 0,004	+ 2,250	+ 0,002	
	— 0,073	+ 0,030				— 0,071

[6]) $\Sigma k_m (M + M')$. [7]) $M + M'_{(5)} + Z'_k - Z'_{k+1}$.

Feldern praktisch genau. Es sollen z. B. Näherungswerte X', Y', Z' für Belastung des Knotenpunktes 3 aus den oben für Last an Punkt 2 ermittelten geschätzt werden. Lediglich für die Unbekannten X' der drei Felder 2 bis 4 (besser 1 bis $\overline{4}$) wird man Näherungswerte nur aus den Querkräften bestimmen, die genauer sind. Die Schätzung nimmt man folgendermaßen vor: In den an die Knotenpunkte 2 und 3 nicht angrenzenden Feldern 1 und $\overline{4}$ bis $\overline{1}$ bestimmt man X', Y', Z' für Last am Punkt 3 aus denen für Last an Punkt 2, indem man sie im selben Verhältnis wie die statisch unbestimmten Größen X, Y, Z des Ersatzsystems (Tabelle 1) wachsen läßt. Die Unbekannten Y' und Z' des Feldes 2 schätzt man nach denjenigen des Feldes $\overline{2}$ ebenfalls proportional den Unbekannten des Ersatzsystems. (Man könnte auch in Feld 1 nach Feld $\overline{1}$ schätzen.) Am schwierigsten sind Y' und Z' in den an den belasteten Knotenpunkt angrenzenden Feldern 3 und 4 zu schätzen. Im vorhergehenden, schon untersuchten Lastfall waren diese angrenzenden Felder die Felder 2 und 3. Dem Feld 3 entsprach vorher Feld 2, und dem Feld 4 entsprach vorher Feld 3. Man nimmt deshalb schätzungsweise an, daß der gesuchte Wert Y_3' sich ebenso zu Y_3 verhält, wie sich beim Lastfall vorher Y_2' zu Y_2 verhielt. Ebenso schätzt man Y_4' an Hand von Y_3' des vorhergehenden Lastfalles. Dasselbe gilt für Z_3' und Z_4'.

Die zahlenmäßige Durchführung der Schätzung von X', Y' und Z' für die Last am dritten Knotenpunkt ergibt dann unter Benutzung der Tabellen 1 und 6 folgende Werte:

$$X_1' = 0{,}075 \cdot \frac{0{,}440}{0{,}528} = +0{,}063; \quad +0{,}073 \ (+0{,}076)$$

$$\left.\begin{aligned} X_2' &= +0{,}030; & +0{,}032 \\ X_3' &= -0{,}033; & -0{,}048 \\ X_4' &= -0{,}065; & -0{,}071 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &\text{nur mit den } (+0{,}033) \\ &\text{Querkräften } (-0{,}053) \\ &\text{ermittelt } \quad (-0{,}078) \end{aligned}$$

$$X_{\overline{4}}' = +0{,}027 \cdot \frac{1{,}106}{0{,}738} = +0{,}040; \quad +0{,}031 \ (+0{,}029)$$

$$X_{\overline{3}}' = +0{,}031 \cdot \frac{0{,}845}{0{,}563} = +0{,}046 \ (+0{,}045)$$

$$X_{\overline{2}}' = +0{,}021 \cdot \frac{0{,}587}{0{,}391} = +0{,}031 \ (+0{,}033)$$

$$X_{\overline{1}}' = +0{,}031 \cdot \frac{0{,}264}{0{,}176} = +0{,}047 \ (+0{,}048)$$

$$Y_1' = -0{,}424 \cdot \frac{1{,}04}{1{,}249} = -0{,}354 \ (-0{,}347)$$

$$Y_2' = -0{,}146 \cdot \frac{0{,}966}{0{,}387} = -0{,}365 \ (-0{,}339)$$

$$Y_3' = -0{,}190 \cdot \frac{0{,}943}{1{,}160} = -0{,}155 \ (-0{,}146)$$

$$Y_4' = +0{,}155 \cdot \frac{0{,}551}{0{,}377} = +0{,}226 \ (+0{,}176)$$

$$Y_{\overline{4}}' = +0{,}170 \cdot \frac{0{,}551}{0{,}368} = +0{,}255 \ (+0{,}241)$$

$$Y_{\overline{3}}' = +0{,}176 \cdot \frac{0{,}566}{0{,}377} = +0{,}264 \ (+0{,}260)$$

$$Y_{\overline{2}}' = +0{,}146 \cdot \frac{0{,}580}{0{,}387} = +0{,}219 \ (+0{,}219)$$

$$Y_{\overline{1}}' = +0{,}138 \cdot \frac{0{,}624}{0{,}416} = +0{,}207 \ (+0{,}210)$$

$$Z_1' = -0{,}010 \cdot \frac{1{,}041}{1{,}250} = -0{,}008 \ (-0{,}001)$$

$$Z_2' = -0{,}013 \cdot \frac{2{,}902}{1{,}161} = -0{,}032 \ (-0{,}038)$$

$$Z_3' = +0{,}041 \cdot \frac{4{,}717}{3{,}482} = +0{,}055 \ (+0{,}068)$$

$$Z_4' = +0{,}050 \cdot \frac{4{,}963}{4{,}151} = +0{,}060 \ (+0{,}048)$$

$$Z_{\overline{4}}' = -0{,}001 \cdot \frac{3{,}860}{2{,}573} = -0{,}001 \ (-0{,}002)$$

$$Z_{\overline{3}}' = -0{,}009 \cdot \frac{2{,}830}{1{,}887} = -0{,}014 \ (-0{,}014)$$

$$Z_{\overline{2}}' = -0{,}013 \cdot \frac{1{,}741}{1{,}161} = -0{,}019 \ (-0{,}020)$$

$$Z_{\overline{1}}' = +0{,}002 \cdot \frac{0{,}625}{0{,}417} = +0{,}003 \ (+0{,}001).$$

Die in Klammern beigefügten Zahlen sind die nach Durchführung des Annäherungsverfahrens erhaltenen Werte. Wie man sieht, weichen die geschätzten Werte von den endgültigen nicht viel ab. In den Feldern $\overline{3}$ bis $\overline{1}$ stimmen sie fast genau überein. Die bei X_1' und $X_{\overline{4}}'$ zugefügte zweite Zahl ist unter Benutzung des ersten Wertes als Näherungswert allein aus den Querkräften bestimmt worden. Ich weise noch darauf hin, daß in Feld 1 das Verhältnis der X bzw. Y bzw. Z nach den früheren Ausführungen (Teil β) 5/6 beträgt; z. B. ist $\frac{0{,}440}{0{,}528} = 5/6$. In den Feldern $\overline{4}$ bis $\overline{1}$ beträgt dieses Verhältnis durchweg 3/2; z. B. ist $\frac{1{,}106}{0{,}738} = 3/2$. Man kann sich also die Schätzung noch erleichtern.

Bei der Durchführung des Annäherungsverfahrens hätte man sich auf die ersten fünf Felder beschränken können. Die Reihenfolge, in der die Annäherung vollzogen wurde, war folgende: Es wurden für X_2' bis X_4' die ersten Näherungswerte nur aus den Querkräften bestimmt, dann für X_1' bis $X_{\overline{4}}'$ die zweiten Näherungswerte ebenfalls nur aus den Querkräften. Hierauf wurden mit den geschätzten oder eben ermittelten X', Y', Z' bzw. $X + X'$, $Y + Y'$, $Z + Z'$ die Momente in Vertikalenmitte bestimmt (frühere Tabelle 3) und damit die Verbesserung entsprechend den früheren Tabellen 4 u. 5 durchgeführt. Die früher an Tabelle 5 anschließende, nochmalige Verbesserung der Y' und Z' nach Tabelle 4 fällt weg, weil wir von verhältnismäßig genauen geschätzten Werten ausgegangen sind.

Nach Untersuchung der vier Lastfälle für die Knotenpunktbelastungen folgt die Untersuchung der vier Lastfälle für die Feldbelastungen. Wie im vorigen Teil β angegeben, hat man sich hierbei auf die Untersuchung der Teilbelastung d (Bild 10) zu beschränken. Es möge das Annäherungsverfahren für den schon erwähnten Lastfall (Last 1 im 3. Feld) besprochen werden.

Für Lastfall d treten die Unbekannten X, Y, Z des Ersatzsystems nur im 3. Feld auf, alle übrigen sind Null. Die ersten, wieder nur aus den Querkräften ermittelten Näherungswerte der X' sind somit nur in den drei Feldern 2 bis 4 von Null verschieden, die zweiten Näherungswerte $X'_{(2)}$ erstrecken sich auf die Felder 1 bis $\overline{4}$, klingen aber nach den Seiten sehr stark ab. Genau wie bisher werden mit diesen zweiten Näherungswerten und den beiden Unbekannten Y_3 und Z_3 die Momente in den Vertikalen ermittelt (frühere Tabelle 3). Die Reihenfolge aber, in der die Y'- und Z'-Werte bestimmt und verbessert werden, ist eine andere wie vorher. Da die Z' hier wesentlich größer sind und ebenso große Bedeutung haben wie die Y', werden sie auch ebenso behandelt wie diese. Es werden also die Y' und Z' abwechselnd verbessert. Die Z'-Werte beeinflussen sich hier auch gegenseitig sehr stark, so daß für sie die Verbesserung wie für die Y' fortlaufend erfolgen muß (wie Y' in Tabelle 4). Da die Unbekannten vom Feld 3 nach den Seiten abklingen, so rechnet man jeweils von Feld 3 nach links und rechts, d. h. in der Tabelle nach oben und unten. Man bestimmt also zuerst den ersten Näherungswert von Y' in Feld 3. Dann berechnet man Y' in Feld 2 und 4, wobei man den Einfluß von Y_3' auf die Momente der Vertikalen, genau wie früher in Tabelle 4, berücksichtigt. Hierauf wird dasselbe für Z' durchgeführt. Daraufhin verbessert man wieder Y' in den Feldern 3, 2 und 4 sowie 1 und $\overline{4}$ und führt dasselbe für Z' durch. Der Einfluß klingt von Feld 3 so stark nach den Seiten ab, daß man mehr als fünf Felder nicht zu untersuchen braucht. Das Verfahren wird ähnlich wie früher weitergeführt. Es werden also jetzt die X' verbessert, die damit ausreichend genau sind, dann weiter die Y', die Z' und nochmals die Y', womit genügende Genauigkeit erreicht ist. Zur besseren Übersichtlichkeit sollen in Tabelle 7 die auf den einzelnen Stufen erhaltenen Näherungswerte in der Reihenfolge angeschrieben werden, in der sie berechnet wurden. An der Größe der Änderungen kann man die erreichte Rechengenauigkeit abschätzen.

durch die Auflagerung der Querträger im Feld nicht wesentlich, und das große Moment in Feldmitte ist unbedenklich, weil die Gurte dort doch nicht ausgenutzt sind. Es empfiehlt sich demnach, die Querträger auch zwischen den Knotenpunkten aufzulagern, wenn dadurch die Fahrbahnkonstruktion leichter wird und der Untergurt entsprechend steif ausgebildet ist.

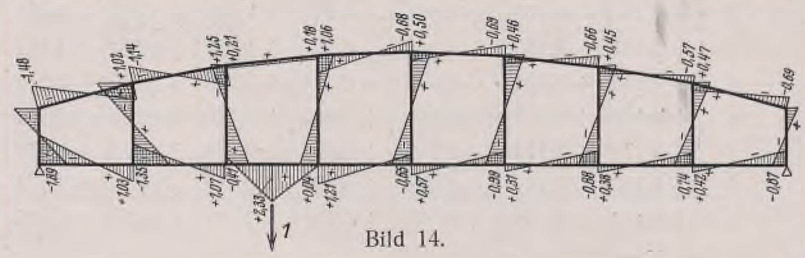


Bild 14.

δ) Schlußbetrachtung.

An die Rechnungsergebnisse läßt sich noch eine kurze Betrachtung anschließen. In Bild 12 u. 13 wurden die Momentenflächen des endgültigen Systems mit elastischen Vertikalen und die des Ersatzsystems mit starren Vertikalen für Belastung des Knotenpunktes 2 nebeneinander gestellt. Man sieht sofort, daß die Momente des Obergurtes im endgültigen System wesentlich größer geworden sind als im System mit starren Vertikalen. Im Mittel sind sie um mehr als 40%, an einzelnen Stellen aber fast auf das Doppelte gestiegen. Die Steifigkeit der Vertikalen ist also hier, wo die Gurte stark verschieden sind, von wesentlichem Einfluß auf die Momentenverteilung. Man kann sich das auch folgendermaßen leicht erklären:

Belastet man einen Parallelträger, der Gurte von stark verschiedener Steifigkeit, aber starre Vertikalen hat, durch Lasten, die nur in den Knotenpunkten angreifen, so werden Ober- und Untergurt fast die gleiche Biegelinie aufweisen, da an den Knotenpunkten wegen der Starrheit der Vertikalen keine wesentlichen Drehwinkel auftreten. Die Querkräfte und Momente verteilen sich also auf Ober- und Untergurt ungefähr proportional

Tabelle 7.

Feld	$X'_{(1)}$	$X'_{(2)}$	$Y'_{(1)}$	$Z'_{(1)}$	$Y'_{(2)}$	$Z'_{(2)}$	$X'_{(3)} \approx X'$	$Y'_{(3)}$	$Z'_{(3)} \approx Z'$	$Y'_{(4)} \approx Y'$
1		+ 0,003			+ 0,025	+ 0,016	+ 0,001	+ 0,018	+ 0,015	+ 0,025
2	+ 0,018	+ 0,014	— 0,285	— 0,104	— 0,185	— 0,101	+ 0,021	— 0,184	— 0,088	— 0,188
3	— 0,031	— 0,031	+ 0,133	+ 0,159	+ 0,095	+ 0,150	— 0,039	+ 0,077	+ 0,134	+ 0,070
4	+ 0,013	+ 0,012	+ 0,139	— 0,067	+ 0,114	— 0,070	+ 0,014	+ 0,127	— 0,071	+ 0,135
$\overline{4}$		+ 0,002			— 0,010	+ 0,007	+ 0,003	— 0,011	+ 0,010	— 0,014
$\overline{3}$							0		0	0

Abgesehen von Feld 3 sind die Unbekannten X', Y', Z' gleichzeitig auch die statisch unbestimmten Größen $X + X'$, $Y + Y'$, $Z + Z'$ des Lastfalles d.

In Feld 3 ist

$$X + X' = + 0{,}112 - 0{,}039 = + 0{,}073$$
$$Y + Y' = \quad 0 \quad + 0{,}070 = + 0{,}070$$
$$Z + Z' = - 0{,}377 + 0{,}134 = - 0{,}243.$$

Die statisch unbestimmten Größen für Lastfall d sind noch mit denjenigen der Lastfälle b und c zu addieren (nach Bild 10); z. B. setzt sich in Feld 3 die statisch unbestimmte Größe $X + X'$ aus folgenden Teilbeträgen zusammen: Für Lastfall d ist $X + X' = + 0{,}073$. Für Last 1 an Punkt 2 war nach Tabelle 6: $X + X' = + 1{,}155$. Für Last 1 an Punkt 3 war $X + X' = + 1{,}408 - 0{,}053 = + 1{,}355$. Insgesamt wird also in Feld 3 $X + X' = + 0{,}073 + \frac{1}{2}(1{,}155 + 1{,}355) = + 1{,}328$. In gleicher Weise folgen die übrigen statisch unbestimmten Größen, mit denen dann die Momentenfläche ermittelt wird. Sie ist in Bild 14 aufgetragen.

Wie man sieht, ist die Momentenverteilung günstig. Die Eckmomente, die für die Dimensionierung der Gurte maßgebend sind, vergrößern sich

ihren Trägheitsmomenten. Sobald die Vertikalen elastisch werden, treten an den Knotenpunkten Drehwinkel der Biegelinien auf. Diese Winkel sind aber infolge der verschiedenen Gurtmomente verschieden. Sie sind am schwächeren Gurt, von dem kleinere Momente auf die Vertikalen ausgeübt werden, kleiner als am stärkeren. Der stärkere Gurt, dessen Biegelinie dadurch weniger starke Gegenkrümmungen aufweist, entlastet sich auf Kosten des schwächeren, und zwar, wie das vorliegende Beispiel zeigt, recht beträchtlich. Die Vorstellung, daß man die Querkräfte und Momente ungefähr nach der Steifigkeit der Gurte verteilen könne, führt also zu falschen Ergebnissen. Es könnte bei einer derart unrichtig berechneten Vierendeelträger-Brücke die Gefahr des Bruches, gegebenenfalls des Dauerbruches für den schwächeren Gurt (am Beginn der biegungsfesten Ecke) bestehen, und dieser schwächere Gurt wird obendrein auch noch meist der Druckgurt sein. Besonders groß ist die Gefahr des Dauerbruches beim Parabelträger, weil dieser seine Biegungsmomente fast ausschließlich durch die Verkehrslast bekommt. Es ist deshalb bei Vierendeelträgern mit Gurten von stark verschiedener Steifigkeit wichtig, daß bei der Berechnung auch die Steifigkeit der Vertikalen in ihrer richtigen Größe berücksichtigt wird.

Verantwortlich für den Inhalt: Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt. — Verlag von Wilh. Ernst & Sohn, Berlin W 9. — Druck: Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.

DER STAHLBAU

Schriftleitung:
Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt, Technische Hochschule
Fernsprecher: Darmstadt 7711, Apparat 599
Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61
Veröffentlichungsbeiträge an voranstehende Anschriften erbeten

Beilage zur Zeitschrift **DIE BAUTECHNIK** Fachschrift für das gesamte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

12. Jahrgang | BERLIN, 9. Juni 1939 | Heft 12

Zur Berechnung des eingespannten versteiften Stabbogens[1]).

Von **Philipp Stein**, Darmstadt.

Während schon seit langem Arbeiten über den versteiften Zweigelenkbogen bekannt sind[2]), wird der eingespannte versteifte Bogenträger erst in neuerer Zeit in der Literatur behandelt[3]). In Anbetracht der Schwierigkeiten und des Umfangs der rein analytischen Berechnung werden die Untersuchungen über den versteiften eingespannten Bogen bis auf eine Ausnahme[4]) experimentell durchgeführt. Die Veröffentlichung von Schubert[4]) ermuntert nicht gerade dazu, den rechnerischen Weg einzuschlagen.

Es lassen sich indessen durchaus analytische Verfahren mit wirtschaftlich vertretbarem Rechenaufwand angeben. Für den versteiften eingespannten Stabbogen mit gelenkig an Fahrbahn und Bogen angeschlossenen Stützen werden eine genaue Durchführung der Rechnung und zwei Annäherungsverfahren mitgeteilt. Die Untersuchungen bleiben im Bereich der Theorie 1. Ordnung. Es wird somit die Gültigkeit des Hookeschen Gesetzes vorausgesetzt und der Einfluß der Systemverformung vernachlässigt.

Genauer Rechnungsgang.

Eine unmittelbare Ermittlung der $(n+2)$ statisch unbestimmten Größen des Systems in Bild 1 führt bei den verschiedenen Möglichkeiten

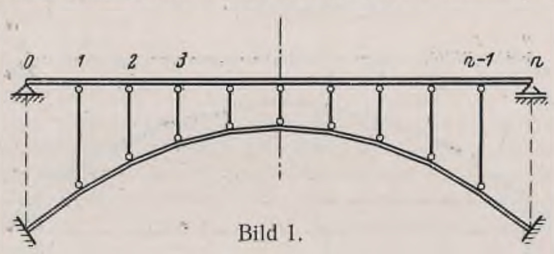


Bild 1.

der Wahl der Unbekannten immer auf ein zur Auflösung ungeeignetes Gleichungsschema [s. Schubert[4])]. Es ist vorteilhafter, die Untersuchung stufenweise durchzuführen, d. h. mit einem oder mehreren statisch unbestimmten Hauptsystemen zu arbeiten. Setzt man die Kämpfermomente des Bogens und die Horizontalkraft H am rechten Kämpfer gleich Null,

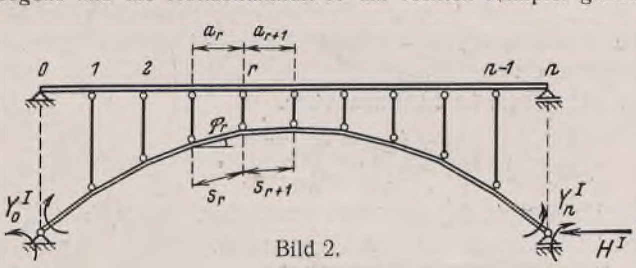


Bild 2.

so ergibt sich ein $(n-1)$-fach statisch unbestimmtes System (Bild 2), das als Hauptsystem für den Rechnungsgang angenommen wird. Bei der Wahl der restlichen drei Unbekannten des Systems wird die Symmetrie ausgenutzt.

$$X_a^{\mathrm{I}} = \frac{Y_o^{\mathrm{I}} + Y_n^{\mathrm{I}}}{2} \qquad Y_o^{\mathrm{I}} = X_a^{\mathrm{I}} + X_b^{\mathrm{I}}$$

$$X_b^{\mathrm{I}} = \frac{Y_o^{\mathrm{I}} - Y_n^{\mathrm{I}}}{2} \qquad Y_n^{\mathrm{I}} = X_a^{\mathrm{I}} - X_b^{\mathrm{I}}$$

$$X_c^{\mathrm{I}} = H^{\mathrm{I}}.$$

Zur Berechnung des statisch unbestimmten Hauptsystems werden als Unbekannte die Momente $Y_1 \div Y_{n-1}$ des Bogens eingeführt (Bild 3).

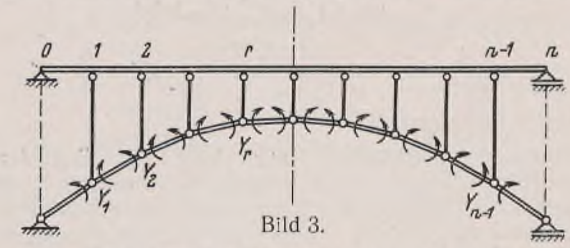


Bild 3.

Die Momentenflächen für den Zustand $Y_r = -1$ $[r = 1 \div (n-1)]$, B_r-Fläche im Balken und Y_r-Fläche im Bogen, erstrecken sich nur über die beiden dem Stützpunkt r benachbarten Felder (Bild 4). Demnach ergibt sich für das Hauptsystem ein dreigliedriges Gleichungssystem.

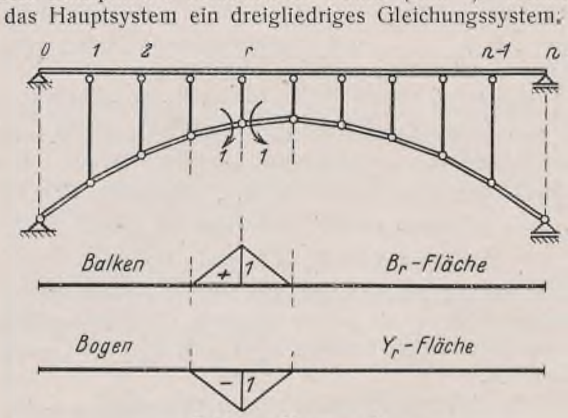


Bild 4. $Y_r = -1$.

$$\delta_{r,r-1} Y_{r-1} + \delta_{r,r} Y_r + \delta_{r,r+1} Y_{r+1} = Z_r \ldots [r = 1 \div (n-1)]$$

$$E J_c \delta_{r,r-1} = \int M_{r-1} M_r \, ds' + \frac{J_c}{F_c} \int N_{r-1} N_r \, ds'' + \frac{E J_c}{G F_c} \int Q_{r-1} Q_r \, ds'''$$

$$E J_c \delta_{r,r} = \int M_r^2 \, ds' + \frac{J_c}{F_c} \int N_r^2 \, ds'' + \frac{E J_c}{G F_c} \int Q_r^2 \, ds'''$$

$$E J_c \delta_{r,r+1} = \int M_{r+1} M_r \, ds' + \frac{J_c}{F_c} \int N_{r+1} N_r \, ds'' + \frac{E J_c}{G F_c} \int Q_{r+1} Q_r \, ds'''.$$

Wird der Einfluß der Normal- und Querkräfte vernachlässigt und das Trägheitsmoment im Balken und Bogen feldweise konstant angenommen, so ergeben sich folgende Koeffizienten:

---

[1]) Vgl. Diss. d. Verf., Technische Hochschule Darmstadt.

[2]) Müller-Breslau, Zivilingenieur 1883. — Gottschalk, Diss. T. H. Berlin. — Wanke, Der Eisenbau 1921. — Spilker, Bauing. 1922. — Grüning, Die Statik des ebenen Tragwerkes, S. 593. — Girkmann, Stahlbau 1929.

[3]) Jäger, B. u. E. 1936. — Schaechterle, Bauing. 1938. — Klett und Rietli, B. u. E. 1938. — Jüngling, B. u. E. 1938. — Wilson, Bd. 5 der Abhandlungen der Intern. Vereinigung für Brückenbau und Hochbau 1937/38.

[4]) Schubert, Schweiz. Bauztg. 1936, Zuschrift Stüssi.

$$\left.\begin{aligned} E J_c \delta_{r,r-1} &= \frac{1}{6}(a_r' + s_r') \\ E J_c \delta_{r,r} &= \frac{1}{3}(a_r' + s_r') + \frac{1}{3}(a_{r+1}' + s_{r+1}') \\ E J_c \delta_{r,r+1} &= \frac{1}{6}(a_{r+1}' + s_{r+1}') \end{aligned}\right\} r = 1 \div (n-1)$$

$$a_r' = a_r \cdot \frac{J_c}{J_{r,\,\text{Balken}}} \qquad s_r' = s_r \cdot \frac{J_c}{J_{r,\,\text{Bogen}}}.$$

Zur Auflösung eines dreigliedrigen Schemas stehen genügend Verfahren zur Verfügung. Überwiegen, wie in unserem Schema, die Glieder in der Hauptdiagonale, so treten bei der Auflösung keine rechnungsmäßigen Schwierigkeiten auf. Es sei nur erwähnt, daß sich das Gaußsche Eliminationsverfahren gut zur Auflösung eines dreigliedrigen Schemas eignet. Es sind dabei nur neue Werte für die Glieder der Hauptdiagonalen zu berechnen.

Das Gleichungssystem läßt sich noch vereinfachen, wenn folgende Annahmen gemacht werden, die für die ausgeführten Systeme meist zutreffen:

Das Trägheitsmoment J des Balkens ist konstant. Für das Bogenträgheitsmoment J_r im Feld r gilt:

$$J_r = J_s \cdot \sec \varphi_r.$$

J_s = Scheitelträgheitsmoment des Bogens.

Weiterhin wird konstante Feldweite a angenommen und vorausgesetzt, daß die Knickpunkte des Stabbogens auf einer Parabel 2. Ordnung liegen. Die Koeffizienten der r-Elastizitätsgleichung ergeben sich zu:

$$E J_c \delta_{r,r-1} = \frac{1}{6}(1+\alpha)\,a \qquad E J_c \delta_{r,r} = \frac{4}{6}(1+\alpha)\,a$$

$$E J_c \delta_{r,r+1} = \frac{1}{6}(1+\alpha)\,a.$$

Die r-Elastizitätsgleichung lautet nun:

$$Y_{r-1} + 4\,Y_r + Y_{r+1} = k\,Z_r'$$

$$k = \frac{1}{1+\alpha} \qquad \alpha = \frac{J_c}{J_s} \qquad Z_r' = \frac{6}{a} \cdot Z_r$$

J_c = Balkenträgheitsmoment J.

Das Schema der Elastizitätsgleichungen kann aufgefaßt werden als eine inhomogene Differenzengleichung II. Ordnung mit konstanten Koeffizienten. Die Integration der Differenzengleichung liefert eine geschlossene Lösung für die Unbekannten $Y_1 \div Y_{n-1}$ des unbestimmten Hauptsystems.

Setzt man voraus, daß eine beliebige, lotrechte Belastung nur in den Stützpunkten des Balkens angreift, so verläuft die B_o-Fläche zwischen den Stützpunkten geradlinig. Das Belastungsglied erscheint dann in der allgemeinen Form

$$E J_c Z_r = \frac{a}{6}\left(B_{r-1,\,o} + 4\,B_{r,\,o} + B_{r+1,\,o}\right) \ldots \; r = 1 \div (n-1).$$

Es läßt sich sofort ein partikuläres Integral der Differenzengleichung

$$Y_{r-1} + 4\,Y_r + Y_{r+1} = k\left(B_{r-1,\,o} + 4\,B_{r,\,o} + B_{r+1,\,o}\right)$$

angeben: $Y_r = k\,B_{r,\,o}$.

Die Randbedingungen für Y_r und $B_{r,\,o}$ entsprechen sich:

für $r = o$ wird $Y_o = 0$ und $B_{o,\,o} = 0$,

für $r = n$ wird $Y_n = 0$ und $B_{n,\,o} = 0$.

Somit ist die angegebene partikuläre Lösung zugleich die vollständige der Differenzengleichung für äußere Belastung. Die Differenzengleichung muß noch für die virtuellen Lastfälle $X_a^{\mathrm{I}} = -1$, $X_b^{\mathrm{I}} = -1$ und $X_c^{\mathrm{I}} = -1$ integriert werden.

In Bild 5 ist die Momentenfläche für den Zustand $X_a^{\mathrm{I}} = -1$ am Grundsystem angegeben. Der Einfluß der Momentenfläche des Balkens und Bogens wird zweckmäßig getrennt verfolgt. Infolge der $B_{a,\,o}$-Fläche ergibt sich sofort:

$$Y_r = -k \qquad [r = 1 \div (n-1)].$$

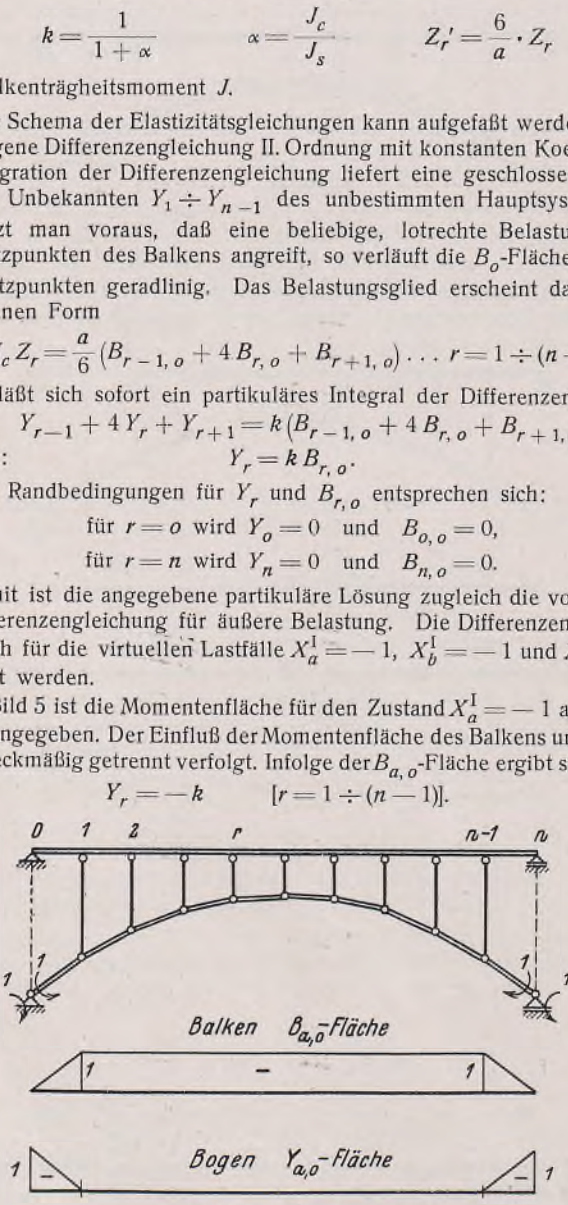


Bild 5. $X_{a_1}^{\mathrm{I}} = -1$.

Im Gleichungsschema für die $Y_{a,\,o}$-Fläche sind nur die Werte Z_1 und Z_{n-1} von Null verschieden. Das Schema kann aufgefaßt werden als eine homogene Differenzengleichung II. Ordnung mit den virtuellen Randbedingungen:

$$Y_o = -Z_1 \quad \text{und} \quad Y_n = -Z_{n-1}.$$

Die allgemeine Lösung der homogenen Differenzengleichung lautet:

$$Y_r = C_1\,a_1^r + C_2\,a_2^r.$$

$a_{1,2}$ sind die Wurzeln der charakteristischen Gleichung

$$a^2 + 4\,a + 1 = 0.$$

Durch Einsetzen der Randbedingungen erhält man

$$Y_r = \frac{\alpha\,k}{a_1^n - a_2^n}\left[a_1^r\left(a_2^n - 1\right) - a_2^r\left(a_1^n - 1\right)\right] \qquad r = 1 \div (n-1).$$

Die Unbekannten Y_r^{I} im Zustand $X_a^{\mathrm{I}} = -1$ ergeben sich damit zu

$$Y_{r,\,a}^{\mathrm{I}} = -k + \frac{\alpha\,k}{a_1^n - a_2^n}\left[a_1^r\left(a_2^n - 1\right) - a_2^r\left(a_1^n - 1\right)\right] \qquad r = 1 \div (n-1).$$

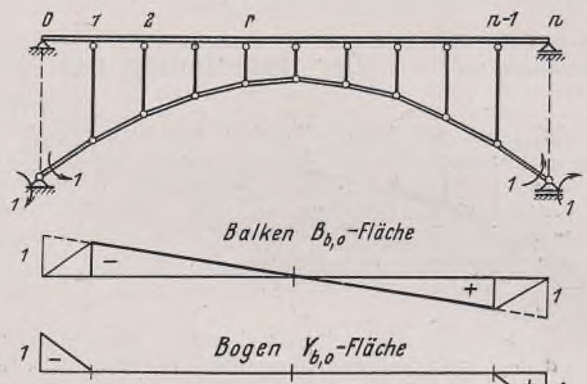


Bild 6. $Y_b^{\mathrm{I}} = -1$.

Auf gleiche Weise werden die Y_r^{I}-Werte für den Zustand $X_b^{\mathrm{I}} = -1$ (Bild 6) gefunden:

$$Y_{r,\,b}^{\mathrm{I}} = k\,B_{b,\,o} + \frac{\alpha\,k}{a_1^n - a_2^n}\left[a_1^r\left(a_2^n + 1\right) - a_2^r\left(a_1^n + 1\right)\right] \qquad r = 1 \div (n-1).$$

Die Momentenfläche im Zustand $X_c^{\mathrm{I}} = -1$ erstreckt sich im Grundsystem nur über den Balken (Bild 7). Die Lösung ergibt sich sofort zu

$$Y_{r,\,c}^{\mathrm{I}} = k\,y_r.$$

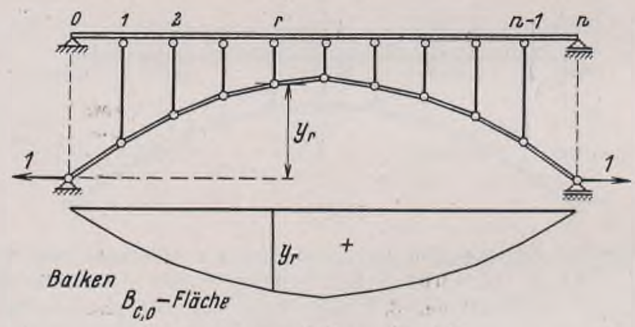


Bild 7. $Y_c^{\mathrm{I}} = -1$.

Die Zustände $X_a^{\mathrm{I}} = -1$ und $X_c^{\mathrm{I}} = -1$ liefern symmetrische Momentenflächen.

Die M_b^{I}-Fläche ist antisymmetrisch.

$$\delta_{a,\,b}^{\mathrm{I}} = \delta_{b,\,a}^{\mathrm{I}} = 0,$$

$$\delta_{b,\,c}^{\mathrm{I}} = \delta_{c,\,b}^{\mathrm{I}} = 0.$$

Die Unbekannte X_b^{I} ergibt sich unmittelbar. Für X_a^{I} und X_c^{I} erhält man zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten.

	X_a^{I}	X_b^{I}	
1.	$\delta_{a\,a}^{\mathrm{I}}$	$\delta_{a\,c}^{\mathrm{I}}$	$= Z_a^{\mathrm{I}}$
2.	$\delta_{c\,a}^{\mathrm{I}}$	$\delta_{c\,c}^{\mathrm{I}}$	$= Z_c^{\mathrm{I}}$

$$X_b^{\mathrm{I}}\,\delta_{b\,b}^{\mathrm{I}} = Z_b^{\mathrm{I}}.$$

Durch Anwendung des Reduktionssatzes vereinfacht sich die Ermittlung der $\delta_{i,\,k}^{\mathrm{I}}$-Werte

$$E J_c \delta_{i\,k}^{\mathrm{I}} = \int M_i^{\mathrm{I}} M_k\, ds' = \int M_i M_k^{\mathrm{I}}\, ds'.$$

Aus den Unbekannten ergeben sich schließlich durch Superposition die Momente im Balken und Bogen

$$Y_r = Y_{r,\,o}^{\mathrm{I}} - Y_{r,\,a}^{\mathrm{I}}\,X_a^{\mathrm{I}} - Y_{r,\,b}^{\mathrm{I}}\,X_b^{\mathrm{I}} - Y_{r,\,c}^{\mathrm{I}}\,X_c^{\mathrm{I}}.$$

Bei gleichförmiger Belastung (Lasten in den Stützpunkten) entstehen keine Momente. Zur Ermittlung von Einflußlinien werden zweckmäßig die Lastfälle $P = 1$ in $1 \div \frac{n}{2}$ untersucht. Zur Berechnung der Belastungsglieder ist es vorteilhaft, die Momentenfläche aus äußerer Belastung am unbestimmten Hauptsystem zu nehmen.

$$EJ_c\, Z_a^{\mathrm{I}} = \int M_a\, M_o^{\mathrm{I}}\, ds'$$

$$EJ_c\, Z_b^{\mathrm{I}} = \int M_b\, M_o^{\mathrm{I}}\, ds'$$

$$EJ_c\, Z_c^{\mathrm{I}} = \int M_c\, M_o^{\mathrm{I}}\, ds'.$$

Für eine Feldteilung $n = 10$ wurden die Lastfälle $P = 1$ in $1 \div 5$ untersucht und die Bogen- und Balkenmomente für die Verhältnisse $\alpha = 0{,}1;\ 0{,}2\ \ldots\ 0{,}9;\ 1;\ 2;\ 3\ \ldots\ 9;\ 10$ zahlenmäßig für eine beliebige Feldweite a berechnet[5]). In Bild 8 ist die Momentenfläche im Balken

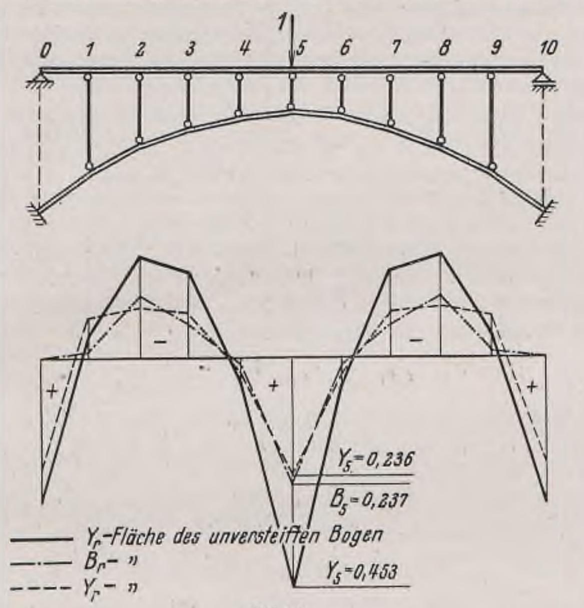


Bild 8.

und Bogen im Lastfall $P = 1$ in 5 für $\alpha = 1$ angegeben. Die Ergebnisse der Rechnung zeigen, daß sich im allgemeinen die Momente des unversteiften, eingespannten Stabbogens etwa im Verhältnis α auf Balken und Bogen verteilen. Dies gilt aber nur für den mittleren Bereich des Systems. Am Kämpfer bis ungefähr zum Viertelpunkt wird diese Verteilung durch die Verringerung des Einspannmoments gestört. Die Balkenmomente weichen erheblich in ihrem Verlauf von den Werten des durchlaufenden Balkens auf starren Stützen ab. Sie werden vorwiegend durch den Einfluß des Bogens bestimmt.

Annäherungsverfahren.

Es erweist sich als zweckmäßig, für die Annäherungsverfahren ein anderes Hauptsystem der Berechnung zugrunde zu legen. Als dreifach statisch unbestimmtes Hauptsystem wird der eingespannte Bogen gewählt. Die Balkenmomente $B_1^{\mathrm{I}} \div B_n^{\mathrm{I}}$ (Bild 9) werden als statisch unbestimmte

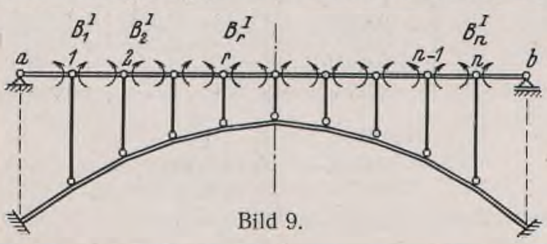


Bild 9.

Größen in die Rechnung eingeführt. Der versteifte Stabbogen wird demnach als Balken auf elastisch senkbaren Stützen aufgefaßt, deren Nachgiebigkeit nicht von der Elastizität der Stütze allein abhängt. Im Gleichungssystem für die unbekannten Balkenmomente verschwindet kein einziger δ_{ik}^{I}-Wert. Jedoch überwiegen die Koeffizienten in der Hauptdiagonale bei weitem. Näherungsweise Lösungen der Elastizitätsgleichungen werden im allgemeinen daher gut konvergieren. Zur Ermittlung der δ_{ik}^{I}-Werte

Tafel 1. δ_{ik}^{I}-Tafel. $\mu = a$

	B_1^{I}	B_2^{I}	B_3^{I}	B_4^{I}	B_5^{I}	B_6^{I}	B_7^{I}	B_8^{I}	B_9^{I}	
1.	+ 0,931	+ 0,078	− 0,137	− 0,047	+ 0,015	+ 0,049	+ 0,055	+ 0,032	− 0,018	$= Z_1^{\mathrm{I}}$
2.	+ 0,078	+ 1,124	+ 0,168	− 0,125	− 0,088	− 0,053	− 0,022	+ 0,007	+ 0,032	$= Z_2^{\mathrm{I}}$
3.	− 0,137	+ 0,168	+ 1,154	+ 0,156	− 0,161	− 0,130	− 0,083	− 0,022	+ 0,055	$= Z_3^{\mathrm{I}}$
4.	− 0,047	− 0,125	+ 0,156	+ 1,129	+ 0,128	− 0,180	− 0,130	− 0,053	+ 0,049	$= Z_4^{\mathrm{I}}$
5.	+ 0,015	− 0,088	− 0,161	+ 0,128	+ 1,113	+ 0,128	− 0,161	− 0,088	+ 0,015	$= Z_5^{\mathrm{I}}$
6.	+ 0,049	− 0,053	− 0,130	− 0,180	+ 0,128	+ 1,129	+ 0,156	− 0,125	− 0,047	$= Z_6^{\mathrm{I}}$
7.	+ 0,055	− 0,022	− 0,083	− 0,130	− 0,161	+ 0,156	+ 1,154	+ 0,168	− 0,137	$= Z_7^{\mathrm{I}}$
8.	+ 0,032	+ 0,007	− 0,022	− 0,053	− 0,088	− 0,125	+ 0,168	+ 1,124	+ 0,078	$= Z_8^{\mathrm{I}}$
9.	− 0,018	+ 0,032	+ 0,055	+ 0,049	+ 0,015	− 0,047	− 0,137	+ 0,078	+ 0,931	$= Z_9^{\mathrm{I}}$

des Gleichungsschemas berechnet man zweckmäßig die Biegelinien im Hauptsystem für $P = 1$ in $1 \div \frac{n}{2}$. Diese Werte werden auch später wieder bei der Herleitung von Einflußlinien gebraucht. In Tafel 1 ist das Koeffizientenschema der Elastizitätsgleichungen zahlenmäßig für ein System mit $n + 1 = 10$ und $\alpha = 1$ angegeben.

Die Annäherungsverfahren verwenden den Matrizenkalkül[6]).

Erstes Annäherungsverfahren.

Die folgende Methode geht von dem „normierten" Gleichungssystem aus. Jede Zeile des Schemas wird durch den δ_{ik}^{I}-Wert der Hauptdiagonale dividiert, so daß alle Glieder der Hauptdiagonale den Wert Eins haben. Ein solches Schema heißt normiert. Das System der n-Elastizitätsgleichungen lautet in Matrizenschreibweise

$$A_{(n,n)}\, \mathfrak{y}_{(n,1)} = \mathfrak{z}_{(n,1)}.$$

$A_{(n,n)}$ = Koeffizientenmatrix der Elastizitätsgleichungen vom Typus (n, n) (normiert),

$\mathfrak{y}_{(n,1)}$ = „Vektor" aus den $X_1 \div X_n = \left(B_1^{\mathrm{I}} \div B_n^{\mathrm{I}}\right)$-Werten = Matrix vom Typus $(n, 1)$,

$\mathfrak{z}_{(n,1)}$ = Vektor aus den Belastungsgliedern $Z_1^{\mathrm{I}} \div Z_n^{\mathrm{I}}$.

$$A_{(n,n)} = \begin{pmatrix} \delta_{1,1}^{\mathrm{I}} & \delta_{1,2}^{\mathrm{I}} & \delta_{1,3}^{\mathrm{I}} & \cdots & \delta_{1,n}^{\mathrm{I}} \\ \delta_{2,1}^{\mathrm{I}} & \delta_{2,2}^{\mathrm{I}} & \delta_{2,3}^{\mathrm{I}} & \cdots & \delta_{2,n}^{\mathrm{I}} \\ \vdots & & & & \vdots \\ \delta_{n,1}^{\mathrm{I}} & \delta_{n,2}^{\mathrm{I}} & \delta_{n,3}^{\mathrm{I}} & \cdots & \delta_{n,n}^{\mathrm{I}} \end{pmatrix}_{n,n} \qquad \mathfrak{y}_{(n,1)} = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{pmatrix}_{n,1} \qquad \mathfrak{z}_{(n,1)} = \begin{pmatrix} Z_1^{\mathrm{I}} \\ Z_2^{\mathrm{I}} \\ \vdots \\ Z_n^{\mathrm{I}} \end{pmatrix}_{n,1}.$$

Die Lösung des Gleichungssystems ist

$$\mathfrak{y}_{(n,1)} = A_{(n,n)}^{-1}\, \mathfrak{z}_{(n,1)}.$$

Dabei ist A^{-1} die reziproke Matrix von A. Die Koeffizienten von A^{-1} bestehen aus den Elementen der reziproken Determinante von A. Diese Lösungsform bedeutet zunächst weiter nichts als die Darstellung der bekannten β_{ik}-Tafel in Matrizenschreibweise.

Die Matrix A wird nun zerlegt in

$$A_{(n,n)} = E_{(n,n)} - B_{(n,n)}:$$

$$E_{(n,n)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & 1 \end{pmatrix}_{n,n} \qquad B_{(n,n)} = \begin{pmatrix} 0 & -\delta_{1,2}^{\mathrm{I}} & -\delta_{1,3}^{\mathrm{I}} & \cdots & -\delta_{1,n}^{\mathrm{I}} \\ -\delta_{2,1}^{\mathrm{I}} & 0 & -\delta_{2,3}^{\mathrm{I}} & \cdots & -\delta_{2,n}^{\mathrm{I}} \\ \vdots & & & & \vdots \\ -\delta_{n,1}^{\mathrm{I}} & -\delta_{n,2}^{\mathrm{I}} & -\delta_{n,3}^{\mathrm{I}} & \cdots & 0 \end{pmatrix}_{n,n}.$$

Die Lösung für $\mathfrak{y}$ lautet

$$\mathfrak{y} = \frac{1}{E - B} \cdot \mathfrak{z} = A^{-1}\, \mathfrak{z}.$$

Den Faktor $\frac{1}{E - B}$ kann man als Summe einer geometrischen Reihe auffassen:

$$\frac{1}{E - B} = E + B + B^2 + B^3 + \cdots + B^n + \cdots$$

Die Lösung von $\mathfrak{y}$ ist damit in eine Matrizenreihe entwickelt:

$$\mathfrak{y} = (E + B + B^2 + B^3 + \cdots)\, \mathfrak{z}. \quad \text{Voraussetzung: } \lim_{n \to \infty} B^n = 0.$$

Die Potenzen von B werden nach der Multiplikationsregel für Matrizen berechnet. Nach ihr wird jede Zeile der ersten Matrix mit jeder Spalte

[5]) Die Zahlenwerte sind in der Dissertation des Verfassers angegeben.

[6]) Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, daß Prof. Wegner, Heidelberg (früher Darmstadt), in einem Werk über die mathematischen Methoden zur Lösung linearer Probleme der Baustatik, insbesondere von Elastizitätsgleichungen, das demnächst im Verlag Springer erscheinen wird, u. a. das Rechnen mit Matrizen behandelt.

der zweiten Matrix multipliziert. Die Addition der Potenzen von B erfolgt so, daß man die entsprechenden Elemente addiert. Ehe man mit der praktischen Berechnung von A^{-1} durch Entwicklung in die B-Reihe beginnt, ist es wichtig zu wissen, ob die Entwicklung überhaupt konvergiert. Zur Untersuchung der Konvergenz wird die Reihe zu einer Neumannschen Reihe erweitert und festgestellt, ob die vorliegende Reihe im Konvergenzbereich der N-Reihe liegt. Die Neumannsche Reihe lautet:

$$(\lambda E - B)^{-1} = \frac{1}{\lambda\left(E - \frac{B}{\lambda}\right)} = \frac{E}{\lambda} + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{B^2}{\lambda^3} + \cdots$$

λ = unabhängig Veränderliche. Für $\lambda = 1$ erhält man die B-Reihe. Die N-Reihe konvergiert nun für alle λ-Werte größer als der größte absolute Betrag der Wurzeln der Frequenzgleichung

$$|\lambda E - B = 0|.$$

Diese Gleichung besagt: Das Koeffizientenschema der Matrix $(\lambda E - B)_{n,n}$ wird als Schema einer Determinante $n$ten Grades aufgefaßt und gleich Null gesetzt. Die Frequenzgleichung liefert ein Polynom $n$ten Grades in λ. Ist der absolut größte Betrag der Wurzeln des Polynoms, $|\lambda_{max}|$, kleiner als Eins, so ist die Reihenentwicklung von A^{-1} konvergent.

Die Ermittlung der n-Wurzeln der Frequenzgleichung ist im allgemeinen schwierig. Es interessiert jedoch nur $|\lambda_{max}|$. Für die größte Wurzel eines Polynoms stehen Abschätzungen zur Verfügung.

Abschätzung für $|\lambda_{max}|$ nach Prof. Wegner:

$$|\lambda^B_{max}| \leqq \max_{i=1 \div n} \Sigma\left[|\delta_{i,1}| + |\delta_{i,2}| + |\delta_{i,3}| + \cdots + |\delta_{i,n}|\right].$$

Die δ_{ik}-Werte der Abschätzungsformel beziehen sich auf die Matrix B.

Zahlenbeispiel.

Das Gleichungsschema für das versteifte Bogensystem mit $n = 9$ und $\alpha = 1$ ist in Tafel 1 wiedergegeben. Die Matrix wird zunächst normiert und daraufhin zerlegt in $A = E - B$.

Zur Konvergenzuntersuchung ermittelt man die größte Zeilensumme der Matrix B

$$\max \Sigma[|\delta_{i,1}| + \cdots + |\delta_{i,n}|] = 0{,}789.$$

Tafel 2. $\mu = a$.

	B_1^I	B_2^I	B_3^I	B_4^I	B_5^I
1. Näherung . . .	— 0,0151	— 0,1206	— 0,0867	+ 0,0352	+ 0,2421
2. „ . . .	— 0,0145	— 0,1149	— 0,0809	+ 0,0303	+ 0,2335
3. „ . . .	— 0,0144	— 0,1172	— 0,0823	+ 0,0312	+ 0,2371
Genauer Wert . .	— 0,0144	— 0,1169	— 0,0817	+ 0,0306	+ 0,2365

Aus der Abschätzungsformel ergibt sich damit, daß $|\lambda_{max}|$ kleiner als Eins ist. Die Reihenentwicklung von A^{-1} ist also konvergent. In Tafel 2 sind für den Lastfall $P = 1$ in 5 die Werte der Unbekannten $B_1^I \div B_5^I$ angegeben, die man aus der ersten bis dritten Annäherung von A^{-1} erhält.

Erste Annäherung von A^{-1} und $\mathfrak{y}$:

$$A^{-1} = (E + B) + B^2 \qquad \mathfrak{y} = [(E + B) + B^2]\,\mathfrak{z}$$

Zweite Annäherung von A^{-1} und $\mathfrak{y}$:

$$A^{-1} = (E + B) + B^2 + B^3 \qquad \mathfrak{y} = [(E + B) + B^2 + B^3]\,\mathfrak{z}$$

Dritte Annäherung von A^{-1} und $\mathfrak{y}$:

$$A^{-1} = (E + B) + B^2 + B^3 + B^4 \qquad \mathfrak{y} = [(E + B) + B^2 + B^3 + B^4]\,\mathfrak{z}.$$

Es genügen schon die Werte der zweiten Annäherung.

Zweites Annäherungsverfahren.

Die näherungsweise Ermittlung der reziproken Matrix A^{-1} ist dann vorteilhaft, wenn eine Reihe von Lastfällen zu untersuchen ist. Zur Behandlung eines einzelnen Lastfalles eignet sich die folgende Methode besser. Die Unbekannten werden nach dem Hertwigschen Verfahren[7]) ermittelt. Durch Anwendung des Matrizenkalküls kann die Darstellung der Methode sehr vereinfacht und die Konvergenz der Annäherung untersucht werden[8]). Hertwig zerlegt das gegebene Schema A der Elastizitätsgleichungen in

$$A_{(n,n)}\,\mathfrak{y}_{(n,1)} = (B + C)_{(n,n)}\,\mathfrak{y}_{(n,1)} = \mathfrak{z}_{(n,1)}.$$

Die Matrix B wird so gewählt, daß die reziproke Matrix B^{-1} leicht zu berechnen ist. Wird zunächst einmal der Anteil von $C_{(n,n)}$ an der Matrix A vernachlässigt, so erhält man einen angenäherten Wert der Unbekannten:

$$\mathfrak{y}_0 = B^{-1}\,\mathfrak{z}.$$

Wird die Lösung $\mathfrak{y}_0$ in die Gleichung $A\,\mathfrak{y} = \mathfrak{z}$ an Stelle von $\mathfrak{y}$ eingesetzt, so erhält man einen Vektor $\mathfrak{z}'$, der von dem gegebenen wirklichen Belastungsvektor $\mathfrak{z}$ um $\mathfrak{z}^{(1)}$ abweicht. Der Wert $\mathfrak{y}_0$ ist die genaue Lösung der Gleichung für den Lastvektor $\mathfrak{z}'$. Es ist also zur Lösung $\mathfrak{y}_0$ noch die Lösung für den Lastvektor $\mathfrak{z}^{(1)}$ hinzuzufügen. Diese Verbesserung $\mathfrak{y}_1$ wird aber nur angenähert bestimmt aus

$$\mathfrak{y}_1 = B^{-1}\,\mathfrak{z}^{(1)}.$$

Es bleibt wieder ein Belastungsrest $\mathfrak{z}^{(2)}$ beim Einsetzen der Verbesserung $\mathfrak{y}_1$ übrig, für den eine weitere Verbesserung $\mathfrak{y}_2$ bestimmt werden kann usw. Das Hertwigsche Verfahren geht also nach folgendem Schema vor sich:

Gegeben in $A\,\mathfrak{y} = \mathfrak{z}$ ist A und $\mathfrak{z}$, gesucht $\mathfrak{y}$.

Zerlegung: $A = B + C$. B^{-1} wird berechnet.

$$\begin{aligned} \mathfrak{y}_0 &= B^{-1}\,\mathfrak{z} & \mathfrak{z}^{(1)} &= \mathfrak{z} - A\,\mathfrak{y}_0 \\ \mathfrak{y}_1 &= B^{-1}\,\mathfrak{z}^{(1)} & \mathfrak{z}^{(2)} &= \mathfrak{z}^{(1)} - A\,\mathfrak{y}_1 \\ \mathfrak{y}_2 &= B^{-1}\,\mathfrak{z}^{(2)} & \mathfrak{z}^{(3)} &= \mathfrak{z}^{(2)} - A\,\mathfrak{y}_2 \\ &\cdots & &\cdots \end{aligned}$$

Die Lösung ist

$$\mathfrak{y} = \mathfrak{y}_0 + \mathfrak{y}_1 + \mathfrak{y}_2 + \ldots.$$

Zur Konvergenzuntersuchung werden die Werte für die Verbesserungen von $\mathfrak{y}$ in die Gleichung für $\mathfrak{y}$ eingesetzt und man erhält die Matrizenreihe

$$\mathfrak{y} = B^{-1}(E + M + M^2 + M^3 + \cdots)\,\mathfrak{z}.$$

$$M_{(n,n)} = (E - A\,B^{-1})_{(n,n)}.$$

Die Konvergenz kann nun wie beim ersten Annäherungsverfahren festgestellt werden durch Erweiterung der M-Reihe in eine Neumannsche Reihe. Demnach ist die Hertwigsche Entwicklung konvergent, wenn der absolut größte Wert der Wurzeln der Frequenzgleichung $|\lambda E - M| = 0$ kleiner als 1 ist. $|\lambda^M_{max}|$ wird zweckmäßig wieder abgeschätzt.

Sind die Matrizen B und C symmetrisch, so läßt sich noch eine zweite Konvergenzbedingung herleiten für die M-Reihe:

$$|\lambda^C_{max}| < |\lambda^B_{min}|.$$

In Worten: der absolut größte Betrag der Wurzeln der Frequenzgleichung $|\lambda E - C| = 0$ muß kleiner sein als der absolut kleinste Betrag der Wurzeln der Gleichung $|\lambda E - B| = 0$. Zur Abschätzung von $|\lambda^B_{min}|$ gibt Prof. Wegner folgende Formel an

$$|\lambda_{min}| \geqq \min\left[|\delta_{i,i}| - (|\delta_{i,1}| + |\delta_{i,2}| + \ldots + |\delta_{i,n}|)\right] \geqq 0.$$
$$\text{außer } \delta_{i,i}$$

Die zweite Konvergenzbedingung hat den Vorzug, daß man schnell feststellen kann, wie man den Ansatz $A = B + C$ wählen muß, damit die Hertwigsche Entwicklung konvergiert. Es ist auf diese Weise möglich, die Leistungsfähigkeit des Hertwigschen Verfahrens ganz auszunutzen.

Zahlenbeispiel: Es wird wieder das obige Beispiel behandelt. Matrix A s. Tafel 1.

1. B wird so gewählt, daß die Matrix B nur die δ_{ik}-Werte der Haupt- und der beiden Nebendiagonalen von A enthält. Zur Untersuchung der Konvergenz der Hertwigschen Entwicklung werden die Werte $|\lambda^C_{max}|$ und $|\lambda^B_{min}|$ nach den angegebenen Formeln abgeschätzt. Es ergibt sich

$$|\lambda^C_{max}| < 0{,}588$$

$$|\lambda^B_{min}| > 0{,}831.$$

Die Konvergenzbedingung ist erfüllt und die Berechnung der Werte $\mathfrak{y}_0$, $\mathfrak{y}_1$ . . . geht nach dem angegebenen Schema vor sich, nachdem zuvor die reziproke Matrix B^{-1} auf irgendeine Weise ermittelt wurde. (Auflösung eines dreigliedrigen Schemas.)

In Tafel 3 sind die $\mathfrak{y}$-Werte aus der ersten bis dritten Annäherung angegeben.

Tafel 3. $\mu = a$.

	B_1^I	B_2^I	B_3^I	B_4^I	B_5^I
1. Näherung . . .	— 0,0170	— 0,1117	— 0,0762	+ 0,0285	+ 0,2258
2. „ . . .	— 0,0138	— 0,1177	— 0,0831	+ 0,0317	+ 0,2388
3. „ . . .	— 0,0145	— 0,1166	— 0,0813	+ 0,0305	+ 0,2360
Genau	— 0,0144	— 0,1169	— 0,0817	+ 0,0306	+ 0,2365

1. Näherung $\mathfrak{y} = \mathfrak{y}_0 + \mathfrak{y}_1$
2. Näherung $\mathfrak{y} = \mathfrak{y}_0 + \mathfrak{y}_1 + \mathfrak{y}_2$
3. Näherung $\mathfrak{y} = \mathfrak{y}_0 + \mathfrak{y}_1 + \mathfrak{y}_2 + \mathfrak{y}_3$.

Die dritte Annäherung genügt schon vollauf.

2. Es wird das Hertwigsche Verfahren noch für eine zweite Wahl von B durchgeführt.

B besteht jetzt nur aus den Koeffizienten der Hauptdiagonale. Auch für diesen Ansatz fällt die Konvergenzuntersuchung positiv aus.

$$|\lambda^C_{max}| < 0{,}911$$

$$|\lambda^B_{min}| > 0{,}931.$$

B^{-1} ist einfach zu bilden. Die reziproke Matrix von B besteht nur aus den reziproken Koeffizienten der Hauptdiagonale von B. Die Werte von $\mathfrak{y}$ in der 1. bis 3. Annäherung sind in Tafel 4 wiedergegeben

[7]) Hertwig, Festschrift Müller-Breslau.

[8]) Wittmeyer, Z. ang. Math. 1936, Diss. 1934, T. H. Darmstadt.

Tafel 4. $\mu = a$.

	B_1^{I}	B_2^{I}	B_3^{I}	B_4^{I}	B_5^{I}
1. Näherung . . .	— 0,0146	— 0,1013	— 0,0742	+ 0,0265	+ 0,2104
2. „ . . .	— 0,0151	— 0,1206	— 0,0867	+ 0,0352	+ 0,2421
3. „ . . .	— 0,0145	— 0,1150	— 0,0809	+ 0,0303	+ 0,2335
Genau	— 0,0144	— 0,1169	— 0,0817	+ 0,0306	+ 0,2365

Sie sind kaum ungünstiger als die Werte der ersten Rechnung.

Zusammenfassung.

Zur Berechnung des versteiften eingespannten Stabbogens mit gelenkig angeschlossenen Stützen werden rein analytische Verfahren angegeben, die sich mit wirtschaftlichem Rechenaufwand durchführen lassen. Die Methoden bleiben innerhalb der Theorie I. Ordnung und benutzen die Kraftmethode. Ein genauer Rechnungsgang geht von einem unbestimmten Hauptsystem aus, das unter gewissen Annahmen mit einer Differenzengleichung II. Ordnung untersucht werden kann. Zur angenäherten Berechnung des Systems sind zwei Verfahren im Matrizenkalkül angegeben.

Es bleibt noch die Frage offen, welchen Einfluß der oft ausgeführte biegungsfeste Anschluß der Stützen an Fahrbahn und Bogen auf das System ausübt. Geht man von dem versteiften Stabbogen mit gelenkig angeschlossenen Stützen als statisch unbestimmtem Hauptsystem aus, so wird sich auch dieser Einfluß analytisch mit erträglichem Rechenaufwand verfolgen lassen. Zu klären wäre u. a. auch noch die Frage, ob die Vernachlässigung der Normalkräfte bei der Untersuchung des eingespannten, versteiften Stabbogens berechtigt ist.

Biegeversuche mit zwei großen, geschweißten Vollwandträgern aus St 52.[1]

(Mitteilung aus dem Staatlichen Materialprüfungsamt Berlin-Dahlem.)

Von Dipl.-Ing. **Kurt Albers**, Berlin-Dahlem.

Auf Anordnung des Herrn Geheimrats Professor Dr. Schaper wurde die geschweißte Eisenbahnbrücke aus St 52 in km 97,067 der Strecke München—Garmisch ausgebaut. Die Brücke befand sich mehrere Jahre im Betrieb. Schäden waren nicht festgestellt worden.

Einer der Hauptträger wurde zu Versuchen verwendet. Biegeversuche mit Trägern so großer Abmessungen sind bisher noch nicht ausgeführt worden, so daß die Ergebnisse dieser Versuche im Hinblick auf die zur Zeit vielfach erörterten Fragen über das Schweißen von Brücken aus St 52 mitteilenswert sind.

1. Vorgeschichte und Herstellung der Versuchsträger.

Die 24 m weit gestützten Hauptträger wurden von Gg. Noell & Co., Würzburg, hergestellt. Die Träger bestanden aus Gurtplatten ▭ 440 × 60 mm und einem Stegblech 1740 × 16 mm. Die etwa in den Drittelpunkten liegenden Stegblechstöße waren genietet. Die Gurtplattenstöße waren um ungefähr 2,50 m gegen die Stegblechstöße versetzt und unter 45° stumpf geschweißt. Die Halsnähte bestanden aus 7 mm dicken Kehlnähten; das Stegblech war nicht zugeschärft worden.

Die Gurtplattenstöße und Halsnähte wurden mit Elektroden Kjellberg St 52a, 4 und 5 mm Durchm. in der Werkstatt geschweißt. Die Aussteifungen waren mit Plättchen vor dem Schweißen der Kehlnähte eingepaßt worden.

Die Versuchseinrichtung gestattete eine größte Stützweite von 6800 mm. Aus einem Hauptträger wurden zwei Versuchsträger und ein Hilfsträger hergestellt. Ein Reststück wurde zerlegt, um die Schrumpfspannungen zu ermitteln.

Da die Träger im Zuggurt zu Bruch gehen sollten, mußten die Untergurtplatten im Bereich der größten Momente von 440 auf 200 mm Breite verschmälert werden. Dies war für eine ausreichende Knicksicherheit des Obergurts und Beulsicherheit des Stegblechs erforderlich. Das Stegblech war wegen der starken Vergrößerung des Verhältnisses von Querkraft zu Moment durch die geringere Stützweite besonders gefährdet.

[1]) Die Ergebnisse wurden auf der Tagung des Deutschen Ausschusses für Stahlbau am 10. 2. 1939 mitgeteilt.

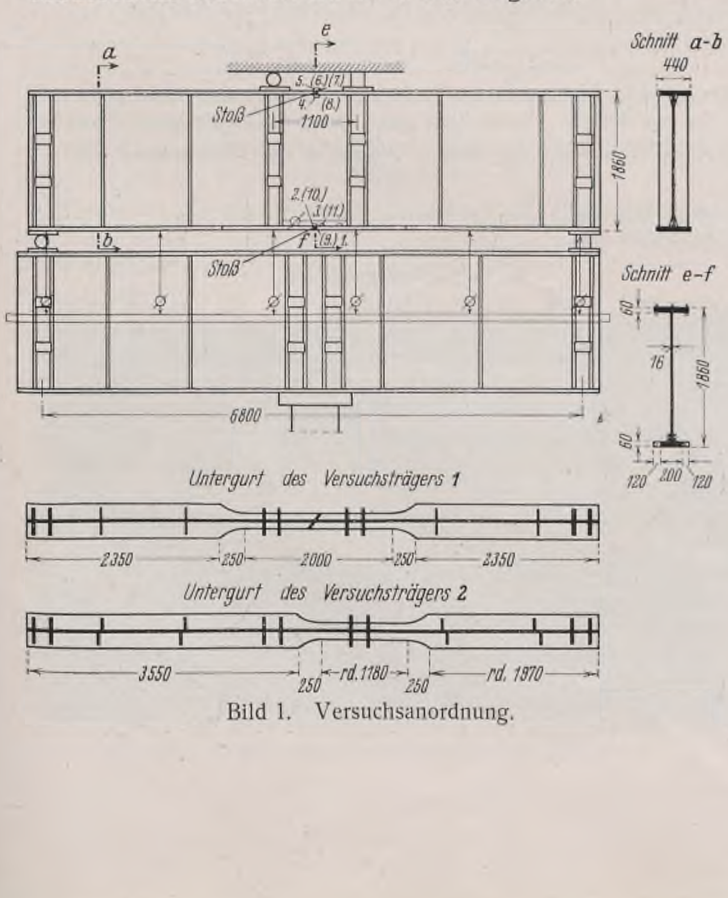


Bild 1. Versuchsanordnung.

Beim Versuchsträger 2 mußte die Kehlung außermittig angeordnet werden, da sich in der Nähe der Trägermitte Bohrungen von einem Windverbandanschluß befanden, die mit der Kehlung nicht zusammenfallen durften (Bild 1). In der Mitte des Versuchsträgers 1 befand sich ein Gurtplattenstoß.

Nach dem ersten Versuch wurden der Träger 2 und der Hilfsträger noch zusätzlich ausgesteift. Die Aussteifungen ▭ 180 × 13 verliefen in Richtung der Druckdiagonalen der einzelnen Felder.

Die Herrichtung der Versuchsträger führte die Firma Hein, Lehmann & Co., Berlin-Tempelhof, nach Anweisung des Staatlichen Materialprüfungsamtes Berlin-Dahlem aus.

2. Analyse, Härte.

Die Querschnittsanalyse der Gurtplatte ergab folgende Zusammensetzung:

$C \approx 0{,}15\,\%$ $Si \approx 1{,}0\,\%$ $Mn \approx 0{,}8\,\%$
$Cu \approx 0{,}3\,\%$ $P = 0{,}040\,\%$ $S = 0{,}039\,\%$.

In der Halsnaht wurden $C = 0{,}10\,\%$ und $N = 0{,}032\,\%$ gefunden.

Die Analyse des Stegblechs ergab:

$C = 0{,}20\,\%$ $Si \approx 0{,}31\,\%$ $Mn \approx 0{,}81\,\%$ $P = 0{,}041\,\%$
$S = 0{,}022\,\%$ $Cu \approx 0{,}50\,\%$ $Cr \approx 0{,}60\,\%$.

Zahlentafel 1.

	Mittlere*) Vickershärte	Größte Vickershärte
Grundwerkstoff Gurtplatte	200	—
Übergangszone Gurtplatte	260	302
Schweiße	230	267
Übergangszone Stegblech	350	376
Grundwerkstoff Stegblech	210	—

*) Mittel aus acht Werten.

An zwei Querschnitten wurde die Aufhärtung gemessen (Bild 2, Zahlentafel 1). Die Härtespitzen lagen in den Übergangszonen der Gurtplatte und des Stegblechs. Überraschend ist die wesentlich stärkere Aufhärtung des nur 16 mm dicken Stegblechs (376 Vickershärte) gegenüber der Aufhärtung der Gurtplatten (302 Vickershärte). Für eine Mehrlagenschweißung sind die Härten sehr hoch. Dies Ergebnis zeigt deutlich den bedeutenden Einfluß der Werkstoffeigenschaften. Der Werkstoff des Stegblechs muß eine wesentlich größere Neigung zum Aufhärten besitzen als der des Gurtes.

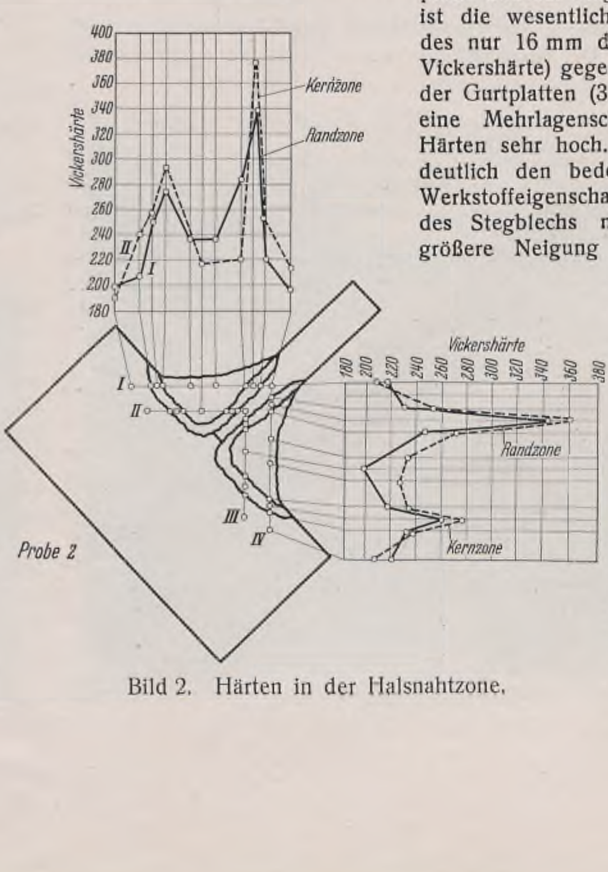


Bild 2. Härten in der Halsnahtzone.

3. Schrumpfspannungsmessungen.

Bei der Verschmälerung eines Teils der Gurtplatten war mit einer Verringerung der Schrumpfzugspannungen in der Halsnahtzone zu rechnen. Durch Setzdehnungsmessungen mit 100 mm Meßlänge vor und nach dem

Zahlentafel 2.

	I_x cm⁴	W_o cm³	W_u cm³	max M*) kgcm	Rechnerische, mittlere*) Gurtspannungen σ_o kg/cm²	σ_u kg/cm²
Hilfsträger	4 980 000	53 600	$= W_o$	158 P	$-2{,}85 \cdot 10^{-3}\,P$	$+2{,}85 \cdot 10^{-3}\,P$
Versuchsträger in geschwächtem Querschnitt	3 555 000	48 500	31 600	142,5 P	$-2{,}82 \cdot 10^{-3}\,P$	$+4{,}39 \cdot 10^{-3}\,P$

*) P = Gesamtlast in kg.

Abarbeiten wurde die Verminderung der Längsschrumpfspannungen ermittelt. Wie aus Bild 3 zu ersehen ist, haben sich die Spannungen in der Halsnahtzone des Trägers 1 um etwa 800 bis 1050 kg/cm² und des Trägers 2 um etwa 500 bis 940 kg/cm² vermindert.

Beim Zerlegen eines Reststücks des Hauptträgers wurden über den ganzen Querschnitt verteilt die Längsschrumpfspannungen gemessen (Bild 3). In den Halsnahtzonen ergaben sich örtlich begrenzte Schrumpfspannungen in der Größenordnung der Streckgrenze. Da die herausgeschnittenen Streifen von 1 cm Dicke und 2 cm Breite bei den örtlich begrenzten Spannungsspitzen immerhin nur Mittelwerte der Schrumpfspannungen über diese Breiten ergeben haben, ist es nicht ausgeschlossen, daß die Spannungen in den gehärteten Zonen noch wesentlich höher lagen. Diese Vermutung wurde schon verschiedentlich ausgesprochen. Diese gemessenen Spannungen liefern einen sicheren Beweis, daß nach längerer Betriebsdauer noch erhebliche Schrumpfspannungen vorhanden sind.

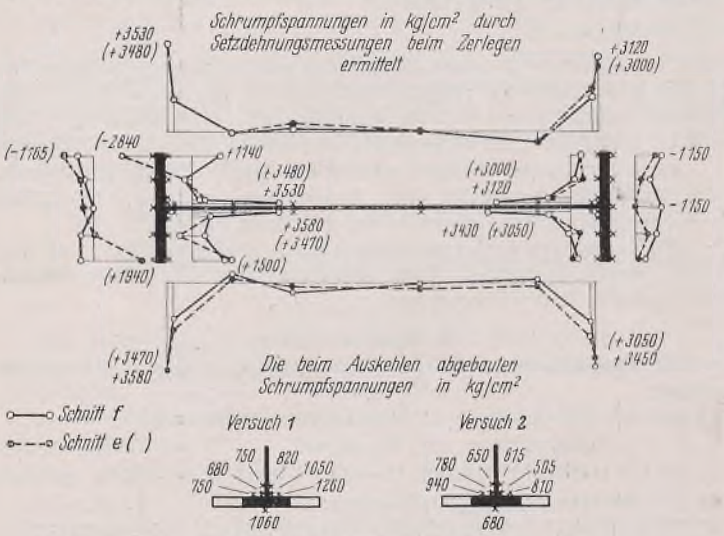


Bild 3. Schrumpfspannungen.

Im ausgekehlten Teil des Untergurts war nach den Meßergebnissen in den Halsnahtzonen mit einer noch vorhandenen Längsschrumpfspannung von rd. 3500 — 1000 = 2500 kg/cm² zu rechnen.

Die Frage des Einflusses der Schrumpfspannungsverminderung auf das Ergebnis der Biegeversuche wird später erörtert werden.

4. Versuchsanordnung (Bild 1, 4 u. 5).

Die Träger wurden in der 3000 t-Maschine des Deutschen Stahlbau-Verbandes auf dem Gelände des Staatlichen Materialprüfungsamtes Berlin-Dahlem geprüft.

Der Hilfsträger diente zur Unterstützung des Versuchsträgers mit 6800 mm Stützweite. Der Versuchsträger wurde durch zwei symmetrische Einzellasten mit 1100 mm Abstand belastet. Zur Druckverteilung waren an den Lastangriffstellen Platten von 400 × 420 × 30 mm aufgeschweißt worden.

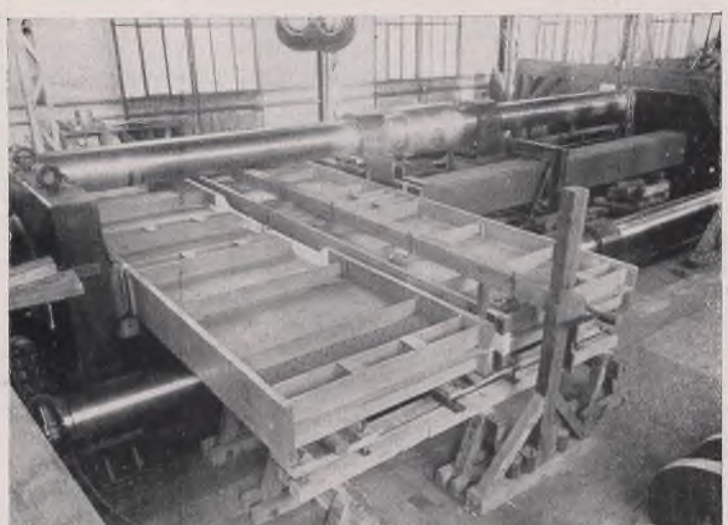


Bild 4. Versuchsanordnung, Versuch 1.

Die Durchbiegung wurde am Untergurt mit Leuner-Uhren, die an einem Balken befestigt waren, gemessen. An den Gurten wurden die

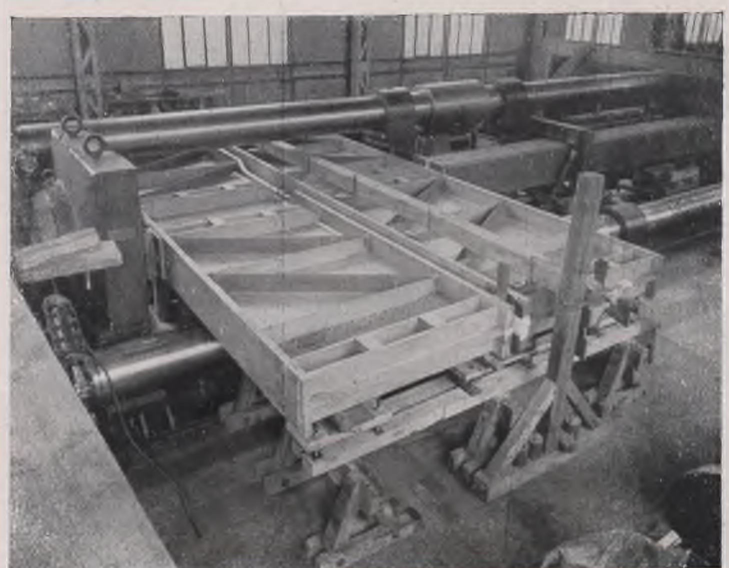


Bild 5. Versuchsanordnung, Versuch 2.

Dehnungen mit Huggenberger-Tensometern mit 20 mm Meßlänge bestimmt. Aus den elastischen Dehnungen wurden die Spannungen mit $E = 2{,}1 \cdot 10^6$ kg/cm² errechnet. Außerdem befand sich zwischen den mittleren Aussteifungen beiderseits des Stegblechs eine Zeißuhr zur Bestimmung der Dehnung über 870 mm Meßlänge.

Zahlentafel 2 enthält die Trägheits- und Widerstandsmomente und die rechnerischen, mittleren Gurtspannungen in der Trägermitte. Die Versuchsergebnisse sollen nicht nach den Randspannungen, sondern nach den Mittelspannungen in den Gurten beurteilt werden.

Die mittlere Schubspannung im Stegblech betrug

$$\tau = \frac{P}{2 \cdot 174 \cdot 1{,}6} = 1{,}796 \cdot 10^{-3}\,P \text{ kg/cm}^2.$$

Die kritische Beullast für das Stegblechfeld neben dem Mittelfeld wurde nach den vorläufigen Vorschriften der Deutschen Reichsbahn berechnet. Unter Berücksichtigung der Biege- und Schubspannungen erhält man

$$P_K = 960 \text{ t}.$$

Auf Grund früherer Versuchserfahrung wurde jedoch ein höherer Wert für P_K erwartet.

5. Versuchsergebnisse.

Versuch 1. Die Spannungsverteilung über die Gurtplattenbreite war gleichmäßig. Im elastischen Bereich stimmten die Spannungen mit den rechnerischen Werten gut überein, so daß auch bei den höheren Lasten die Übereinstimmung angenommen werden kann. Bild 6 zeigt den Verlauf der Dehnung im Mittelfeld und der Durchbiegung bis 986 t. Von etwa 700 t ab nahmen die bleibenden Dehnungen schnell zu. Bei 885 t ($\sigma_u = 3890$ kg/cm²) machte sich der Fließbeginn durch Abspringen der Zunderschicht bemerkbar. Bei 986 t ($\sigma_u = 4330$ kg/cm²) betrug die bleibende Dehnung 0,28 %, die Durchbiegung 20,6 mm gesamt und 6,6 mm bleibend.

Die Höchstlast betrug 1139 t. Bei dieser Last beulte das Stegblech neben den Mittelfeldern plötzlich mit dumpfem Knall aus. Die Untergurtspannung betrug rechnerisch max $\sigma_u = 1139 \cdot 4{,}39 = 5000$ kg/cm² und die mittlere Schubspannung des Stegblechs max $\tau = 1139 \cdot 1{,}796 = 2040$ kg/cm².

Die Teilungen neben den Halsnähten ergaben bei der Nachmessung durchweg eine Dehnung von 1 bis 2 %, stellenweise bis 4,5 %.

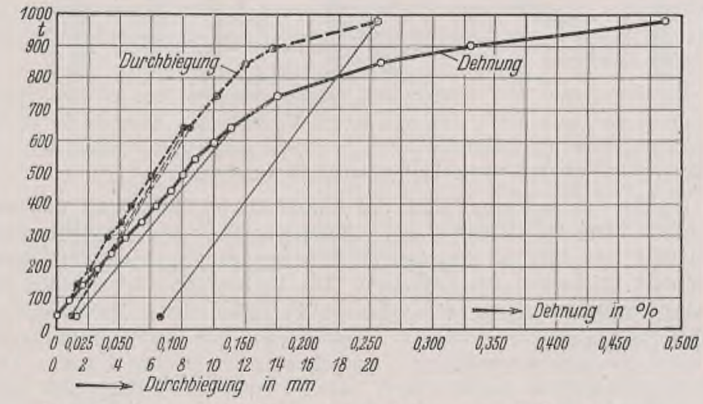


Bild 6. Versuch 1. Verlauf der Dehnung und Durchbiegung.

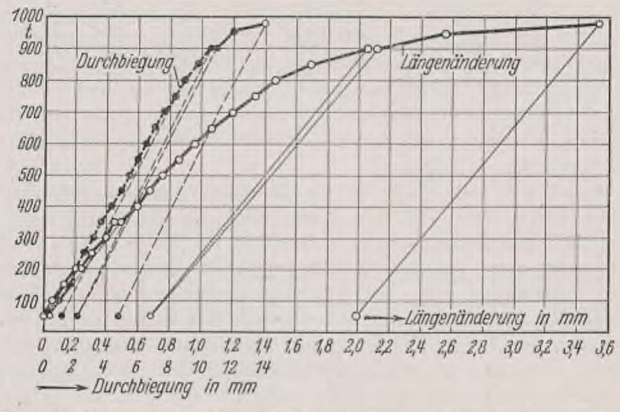


Bild 9. Versuch 2. Verlauf der Dehnung und Durchbiegung.

Bilder 7 u. 8 zeigen den verformten Versuchsträger 1 nach dem Versuch.

Versuch 2. Um das Ausbeulen des Stegblechs zu verhindern, wurden auf das Stegblech des Versuchsträgers 2 und des Hilfsträgers schrägverlaufende Aussteifungen aufgeschweißt. Durch die einseitige Anordnung der Aussteifungen trat in den Gurten eine ungleichmäßige Spannungsverteilung ein. Die mittleren Spannungen stimmten jedoch im elastischen Bereich befriedigend mit den rechnerischen Spannungen überein.

Bild 9 zeigt den Verlauf der Dehnung im Mittelfeld und der Durchbiegung. Bei der Beurteilung der Dehnung ist zu beachten, daß der Untergurtquerschnitt im Mittelfeld veränderlich war. Der Dehnungsverlauf ist ähnlich wie bei Versuch 1. Bei 885 t begann die Zunderschicht abzuspringen, nachdem bei 685 t schon an der höher beanspruchten Seite mit den Tensometern einseitig Fließen festgestellt wurde. Die Durchbiegung war infolge der zusätzlichen Aussteifungen wesentlich geringer. Bei 986 t betrug sie 14 mm gesamt und 4,8 mm bleibend.



Bild 7. Versuchsträger 1 nach dem Versuch.

Bei 1182 t fiel die Last stark ab, augenscheinlich weil die Fließgrenze im Stegblech mit $\tau = 2140$ kg/cm² erreicht war. Die Last ließ sich bis 1230 t ($\sigma_u = 5400$ kg/cm² und $\tau = 2210$ kg/cm²) steigern. Unter dieser Last verformte sich der Träger ohne Laststeigerung derart stark, daß der Versuch abgebrochen werden mußte.

Die Nachmessung der Teilungen neben den Halsnähten des Untergurtes ergab etwa 2 bis 3% Dehnung.

Bild 10 zeigt den verformten Versuchsträger. Auch der Hilfsträger war stark verformt (Bild 11). Die Höchstbeanspruchung in den Gurten des Hilfsträgers betrug $\sigma = 1230 \cdot 2{,}85 = 3500$ kg/cm².

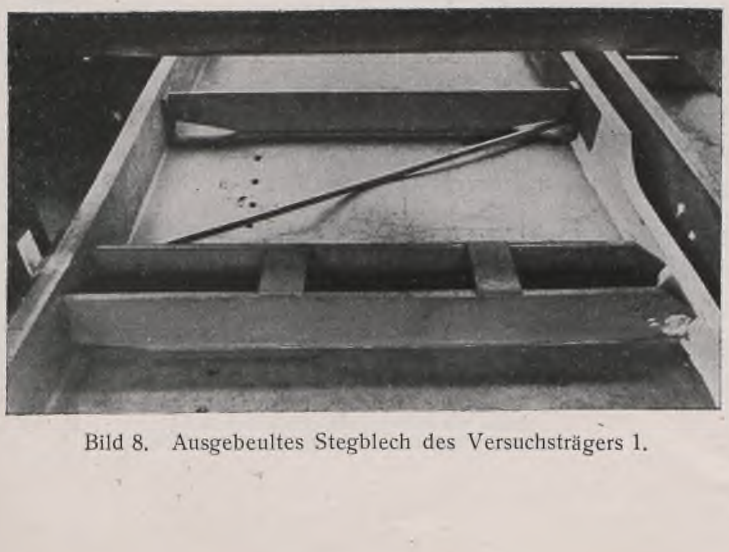


Bild 8. Ausgebeultes Stegblech des Versuchsträgers 1.

An der am stärksten verformten Stelle wurden durch die Untergurthalsnähte des Trägers 1 Quer- und Längsschnitte gelegt. Es wurden keine Anrisse gefunden.

6. Zusammenfassung.

Die Tragfähigkeit der Träger war durch Versagen der Stegbleche bedingt. Die Beullast lag beim Träger 1 19% höher als die nach den Vorschriften gerechnete kritische Last.

Durch die zusätzliche Aussteifung des Trägers 2 wurde das Ausbeulen des Stegblechs verhindert. Jedoch war die Tragfähigkeit dieses Trägers durch Erreichen der Schubfließgrenze des Stegblechs bedingt.



Bild 10. Versuchsträger 2 nach dem Versuch.

Die Gurtplatten haben Beanspruchungen von 5000 bzw. 5400 kg/cm² ohne Bruch ertragen. Die Nachmessung der Teilungen ergab beim Träger 1 1 bis 2%, stellenweise bis 4,5%, beim Träger 2 2 bis 3% Dehnung. Anrisse waren nicht festzustellen.

In der Übergangszone waren erhebliche Härtungen bis 376 Vickershärte festgestellt worden. Trotzdem war die Bewährung der Versuchsträger gut.

Es ist nicht anzunehmen, daß die Verringerung der Längsschrumpfspannungen durch die Verschmälerung der Gurte die Ergebnisse günstig beeinflußt hat, da im Grundwerkstoff die Streckgrenze überschritten wurde und die Übergangszone die Dehnungen ohne Risse ertragen hat[2]. Die beiden anderen Komponenten des räumlichen Spannungszustandes dürften sich nur unwesentlich geändert haben.

[2]) Bierett, Elektroschweißung 1938, Heft 7, S. 121.



Bild 11. Hilfsträger nach dem 2. Versuch.

Die gute Bewährung der beiden großen geschweißten Biegeträger aus St 52 ist keineswegs überraschend. Es ist schon wiederholt darauf hingewiesen worden, daß zahlreiche große geschweißte Brücken aus St 52 sich im Betrieb seit Jahren ausgezeichnet bewährt haben. Die Untersuchung der Schadenfälle Zoo und Rüdersdorf lassen vermuten, daß hier die Ursachen in gefährlichen Werkstoffehlern zu suchen sind, die sich in Zukunft vermeiden lassen[3]).

Es liegen aber zahlreiche andere Versuchsergebnisse, zum Teil auch an großen Bauwerken vor, die hinsichtlich der Festigkeit und Formänderungsfähigkeit dicker, längsgeschweißter Profile unbefriedigend sind.

Daß unter sonst gleichen Bedingungen die Härtung der Übergangszonen in Verbindung mit den Schrumpfspannungen einen ungünstigen Einfluß ausübt, kann als erwiesen gelten. Bierett wies schon darauf hin, daß den stofflichen Eigenschaften hierbei ein bedeutender Einfluß zukommt[2]). Kuntze machte auf den Einfluß der Trennempfindlichkeit des Grundwerkstoffs und der gehärteten Übergangszonen aufmerksam. Er wies jedoch nach, daß die Trennempfindlichkeit des St 52 nicht mit der Härtung zunehmen muß[4]). Bei der stofflichen Inhomogenität in geschweißten Profilen sind die Verhältnisse jedoch etwas anders zu bewerten als bei der Trennempfindlichkeitsprobe aus gleichmäßig gehärtetem Werkstoff.

Die Ergebnisse der letzten Zeit lassen erhoffen, daß es den Stahlerzeugern gelingen wird, die stofflichen Verhältnisse beim St 52 so zu verbessern, daß die Gefahren beim Schweißen auf ein Mindestmaß beschränkt oder gar mit Sicherheit vermieden werden.

Darüber hinaus aber wird der konstruktiven Gestaltung und der Schweißausführung weiterhin volle Aufmerksamkeit zu schenken sein. Besonders wird hier auf die guten Erfahrungen beim Spannungsfreiglühen nach dem Schweißen hingewiesen[5]). Die Verbesserung hinsichtlich des Formänderungsvermögens und auch der Festigkeit durch Spannungsfreiglühen beruht sowohl auf dem Verschwinden der Schweißspannungen als auch auf einer wesentlichen Verminderung der größten Härten. Das Spannungsfreiglühen ganzer Träger bereitet jedoch technische und wirtschaftliche Schwierigkeiten. Es wurden jedoch schon verschiedentlich Vorschläge unterbreitet, die die Sicherung der gefährdeten Teile durch Spannungsglühen ermöglichen.

[3]) Schaechterle, Bautechn. 1939, Heft 4, S 46. — [4]) Kuntze, Vortrag auf der Tagung des Deutschen Ausschusses für Stahlbau am 23. 11. 1938.

[5]) Bierett u. Stein, St. u. E. 1938, Heft 16, S. 427.

Zur Ermittlung der Einflußlinien statisch bestimmter Fachwerkträger.

Von Dipl.-Ing. **F. Jokisch**, Brünn.

Die sogenannte „kinematische" Methode zur Bestimmung der Einflußlinien von Stabkräften statisch bestimmter Fachwerkträger ist schon lange bekannt; daß sie praktisch nur selten zur Anwendung gelangt, liegt wohl vor allem daran, daß das gewöhnliche, auf den Gleichgewichtsbetrachtungen aufgebaute Ermittlungsverfahren in der Regel derartig einfach und übersichtlich ist, daß keinerlei Bedürfnis nach einem anderen Verfahren besteht. Nur in jenen Fällen, in denen bei der Bestimmung der Einflußlinien gewisse Sonderüberlegungen erforderlich werden, macht sich bei den weniger geübten Statikern der Wunsch nach einem zweiten, der Kontrolle dienenden Lösungsweg geltend. Von den in Frage kommenden Verfahren scheint nun eins von den Studierenden (wie die Erfahrung im Rahmen des Übungsbetriebes aus der Baumechanik an der Deutschen Technischen Hochschule in Brünn zeigt) bevorzugt zu werden — ein Verfahren, das auf der Verschmelzung der kinematischen Methode

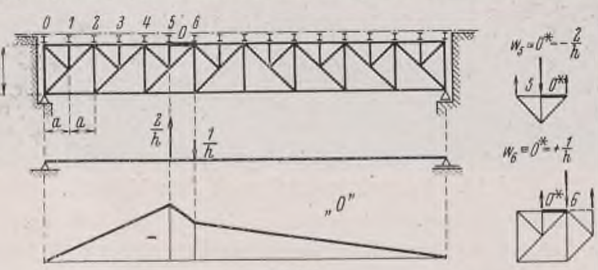


Bild 1.

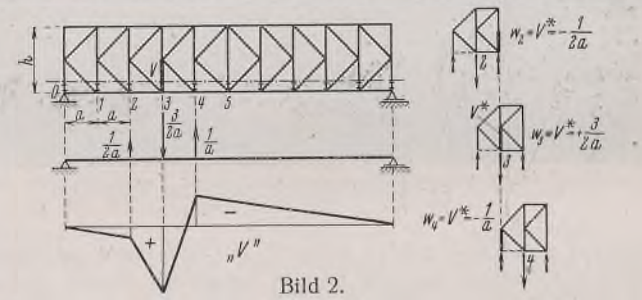


Bild 2.

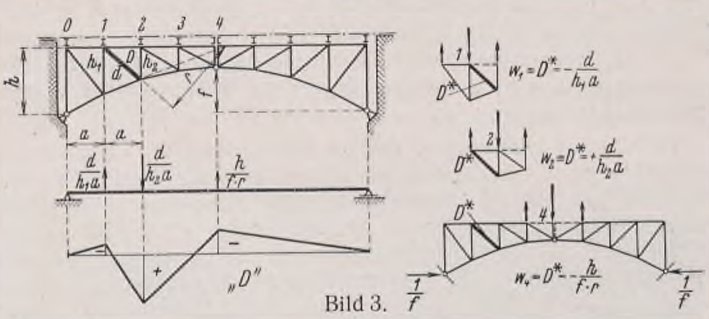


Bild 3.

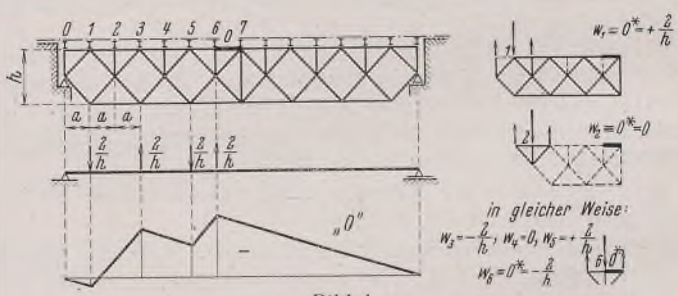


Bild 4.

mit der Methode der elastischen Gewichte beruht und im folgenden — ohne ihm damit auch nur den geringsten Anspruch auf Bedeutung oder Originalität zubilligen zu wollen — kurz geschildert sei.

Bekanntlich zeigt die Einflußlinie für die Stabkraft S eines statisch bestimmten Fachwerkträgers den gleichen Verlauf wie die Biegelinie der Fahrbahn (allgemeiner: Biegelinie des der Einflußlinie zugeordneten Längsträgerstranges), die entsteht, wenn wir die Länge des Stabes um den infinitesimalen Betrag Δs vergrößern und dieses Δs als Einheit des Ordinatenmaßstabes verwenden. Da der Längsträgerstrang als Balkenkette mit den Gelenken über den Querträgern vorausgesetzt wird und die Verlängerung $\Delta s = 1$ auch als elastische Längenänderung des Stabes zufolge der Stabkraft

$$(1) \qquad S = EF/s$$

(E = Modul, F = Querschnittsfläche und s = Länge des untersuchten Stabes) aufgefaßt werden kann, läßt sich dieser Satz auch so formulieren: Die Einflußlinie für S zeigt den gleichen Verlauf wie die Biegelinie des Lastgurtes, die entsteht, wenn wir den untersuchten Stab der Zugbelastung $S = EF/s$ unterwerfen.

Zur Bestimmung der Gurtbiegelinie steht uns das Verfahren der elastischen Gewichte zur Verfügung. Wir haben den Träger der Reihe nach in allen Lastgurtknoten n dem bekannten „kombinierten" Hilfsangriff der Kräfte $1/a$, $2/a$, $1/a$ (a = Feldweite) zu unterwerfen, die hierbei entstehenden Stabkräfte S^* zu bestimmen und die elastischen Gewichte $w_n = \Sigma S^* Ss/EF$ auszurechnen; da S bloß im untersuchten Stab von Null verschieden ist und in diesem Stab die Größe $S = EF/s$ besitzt, besteht diese Summe bloß aus dem Summanden

$$(2) \qquad w_n = S^*,$$

und da wir bei den meisten der „kombinierten" Hilfsangriffe für den untersuchten Stab $S^* = 0$ erhalten, sind nur wenige elastische Gewichte (im allgemeinen nur so viele, als Eckpunkte in der gesuchten Einflußlinie vorhanden sind) von Null verschieden. Die elastischen Gewichte w_n werden nun als lotrechte, in den Knotenpunkten n wirksame Kräfte auf den Träger gestellt und die hierbei auftretenden Biegemomente ermittelt; die auf diese Weise gefundene Momentenverteilungslinie stimmt mit der gesuchten Gurtbiegelinie und damit auch mit der gesuchten Einflußlinie „S" überein. Bloß in einem einzigen Sonderfall — wenn S die Stabkraft in einer Endvertikalen ist und die Fahrbahn oben liegt — müßten wir dieses Rechenschema durchbrechen; an Stelle der Momentenverteilung müßte hier das Seileck mit der Polweite 1 gezeichnet und das Randbedingungspaar der Gurtbiegelinie (das hier vom Randbedingungspaar der Biegemomentenverteilung abweicht) durch das richtige Einlegen der Schlußlinie erfüllt werden.

In Bild 1 bis 4 wird die Anwendung des geschilderten Ermittlungsverfahrens vorgeführt.

INHALT: Zur Berechnung des eingespannten versteiften Stabbogens. — Biegeversuche mit zwei großen, geschweißten Vollwandträgern aus St 52. — Zur Ermittlung der Einflußlinien statisch bestimmter Fachwerkträger.

Verantwortlich für den Inhalt: Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt.
Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin W 9.
Druck der Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.

DER STAHLBAU

Schriftleitung:
Professor Dr.=Ing. K. Klöppel, Darmstadt, Technische Hochschule
Fernsprecher: Darmstadt 7711, Apparat 599
Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61
Veröffentlichungsbeiträge an voranstehende Anschriften erbeten

Beilage zur Zeitschrift DIE BAUTECHNIK Fachschrift für das gesamte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

12. Jahrgang | BERLIN, 30. Juni 1939 | Heft 13

Die geschweißte Brücke über den Verschiebebahnhof Ijsselmonde in Rotterdam.

Von Ing. **Burkij**, Rotterdam.

Die augenblicklich in Ausführung begriffene Verbindung durch die Stadt Rotterdam zwischen den beiden Reichsautostraßen Rotterdam—Haag und Rotterdam—Dordrecht kreuzt kurz vor dem Erreichen der letztgenannten Autobahn den Verschiebebahnhof Ijsselmonde der holländischen Staatsbahnen.

Das Bauwerk besteht aus zwei Zufahrtrampen, welche teils als Aufschüttung, teils als Eisenbetonkonstruktion ausgeführt sind, und der eigentlichen Brücke, die mit 265 m Gesamtlänge und 27 bis 45 m Breite die größte geschweißte Brücke in Holland ist. Wenn sie auch weder in bezug auf die größte Stützweite (70,2 m) noch auf die Tonnenzahl (2400 t) mit den großen geschweißten Brücken Deutschlands in Wettbewerb treten kann, so dürfte doch eine kurze Beschreibung nicht ohne Interesse sein, da sie ein Bild gibt von dem heutigen Stande der Schweißtechnik in Holland.

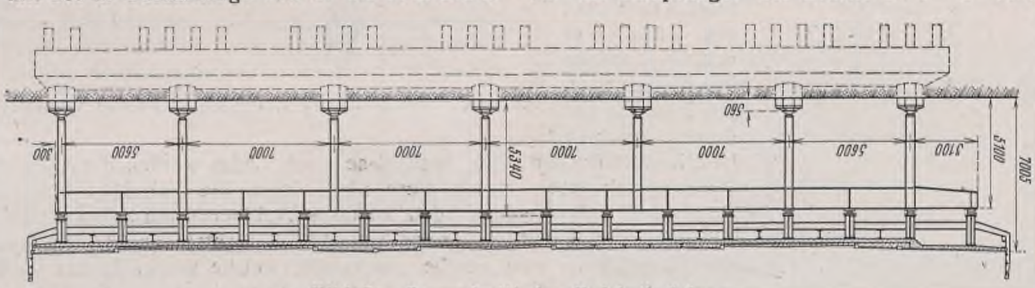


Bild 2. Querschnitt der Zufahrtbrücken.

Vom westlichen Widerlager anfangend, kreuzt die Brücke (Bild 1) zuerst eine Stadtstraße mittels einer Deckbrücke, deren Hauptträger über drei Felder von 10,0 + 12,0 + 11,5 m durchgehen. Die Brücke über den eigentlichen Verschiebebahnhof wird gebildet durch zwei Überbauten von je 70,2 m Stützweite, deren Hauptträger als Langersche Balken ausgeführt sind. Bis hier beträgt die Brückenbreite durchweg 27 m. Diese wird jedoch für den jetzt folgenden Teil des Bauwerks auf 45 m vergrößert, weil dieser Teil gleichzeitig den Vorplatz bilden soll für den an der Nordseite der Brücke neu zu bauenden Bahnhof Rotterdam-Süd. Dieser breite Teil besteht aus der Brücke *E—F—G* (Bild 1), welche die viergleisige Hauptbahn Rotterdam—Dordrecht kreuzt und deren unter der Fahrbahn liegende Hauptträger über zwei Felder von 34,45 + 19,60 m durchgehen, und der Brücke *G—H*—östliches Widerlager, die eine Stadtstraße mit zwei Öffnungen von 16,25 + 15,75 m überbrückt.

Die Hauptträger der Brücken ruhen auf acht stählernen geschweißten Portalen, wovon die Portale *A*, *B*, *G* und *H* Pendelportale, die übrigen unten eingespannte Portale sind.

Die sehr schwere Fahrbahn besteht aus Steinpflaster auf einer 20 cm dicken Eisenbetonplatte, die auf den in einem Abstand von rd. 1,4 m angeordneten Längsträgern ruht. Bei den zwei großen Brücken liegen die Oberkanten der Längs- und Querträger bündig, bei den Zufahrtbrücken liegen die Längsträger auf den Querträgeroberflanschen. Die Feldweite, welche bei der Hauptbrücke 7,8 m beträgt, wechselt bei den östlichen Zufahrtbrücken zwischen 4,57 und 4,90 m. Die Hauptträger liegen in einem gegenseitigen Abstand von 14,0 (Hauptbrücke) bzw. 2,8 m (Zufahrtbrücken). Die Längsträger sowie die Querträger der Zufahrtbrücken bestehen aus I-Profilen, die Hauptträger aus geschweißten Vollwandträgern, wobei als Gurte durchweg Union-Nasenprofile (Gesamtgewicht 765 t, davon 311 t St 52) verwendet wurden.

Der Baustoff der Brücke und der Portale mit Ausnahme der Hauptträger *E—F—G* ist ein St A 37 nach den Vorschriften des Brückenbüros der holländischen Reichswasserstraßenverwaltung ($\sigma_B > 37$ kg/mm², $\sigma_S > 24$ kg/mm², $\delta_{10} = 25\%$, C < 0,2%, P < 0,05%, S < 0,05%). Der für die Hauptträger der Brücke *E—F—G* verwendete St 52 entspricht den neuen Vorschriften der Deutschen Reichsbahn, auch hinsichtlich der chemischen Zusammensetzung. Bevor die Konstruktion der Brücke an Einzelheiten gezeigt wird, seien einige allgemeine Bemerkungen gemacht.

Bei der ganzen Brücke sind, wo möglich, alle Verbindungen als Stumpfnähte ausgeführt, da diese bei den Dauerversuchen bessere Ergebnisse gezeigt haben als Kehlnähte. Inwieweit die Dauerfestigkeit bei Straßenbrücken wie die vorliegende, wo die statische Vorspannung aus der ruhenden Last verhältnismäßig groß ist und wo die Maximalbelastung nur vereinzelt auftritt, überhaupt zu berücksichtigen ist, möge in dieser kurzen Beschreibung dahingestellt bleiben. Der Stumpfstoß hat hier aber auch Verwendung gefunden, da er die unmittelbare und damit schweißgerechte Verbindung darstellt, wobei allerdings eine größere Empfindlichkeit gegen Schweißfehler in Kauf genommen werden muß. Hiergegen werden durch sorgfältige Ausführung und Überwachung der Arbeiten in der Werkstatt und auf der Baustelle sowie durch Röntgen der wichtigen Stumpfnähte in den Hauptkonstruktionsteilen Maßnahmen getroffen.

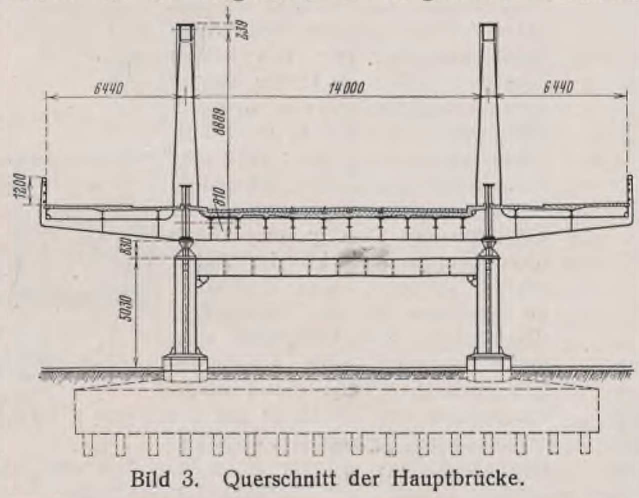


Bild 3. Querschnitt der Hauptbrücke.

Als Konstruktionsbeispiel sei an erster Stelle genannt die Verbindung zwischen den Querträgern der Zufahrtbrücken. Die Flansche sind mit halben Tulpennähten, die Stege mit K-Nähten gegen den Flansch der aus halbierten I-Trägern bestehenden Aussteifungen der Hauptträger geschweißt. In diese Aussteifungen sind wieder Bleche eingeschweißt, welche die Flanschkräfte quer durch das Stegblech des Hauptträgers in den nächstliegenden Querträger führen. Hierdurch entstehen zwar im Stegblech bedeutende Zug- bzw. Druckspannungen senkrecht zum Träger, diese sind aber bei einwandfrei gewalzten Blechen, wo keine Doppelungen vorhanden sind, nicht zu befürchten, zumal die Beanspruchung in der Trägerebene gering ist, da die Querträger in Höhe der neutralen Linie der Hauptträger liegen.

Die Stöße in den Hauptträgern sind für die Gurte als Tulpennaht, für die Stegbleche als X-Naht ausgeführt. Einen Querschnitt durch die

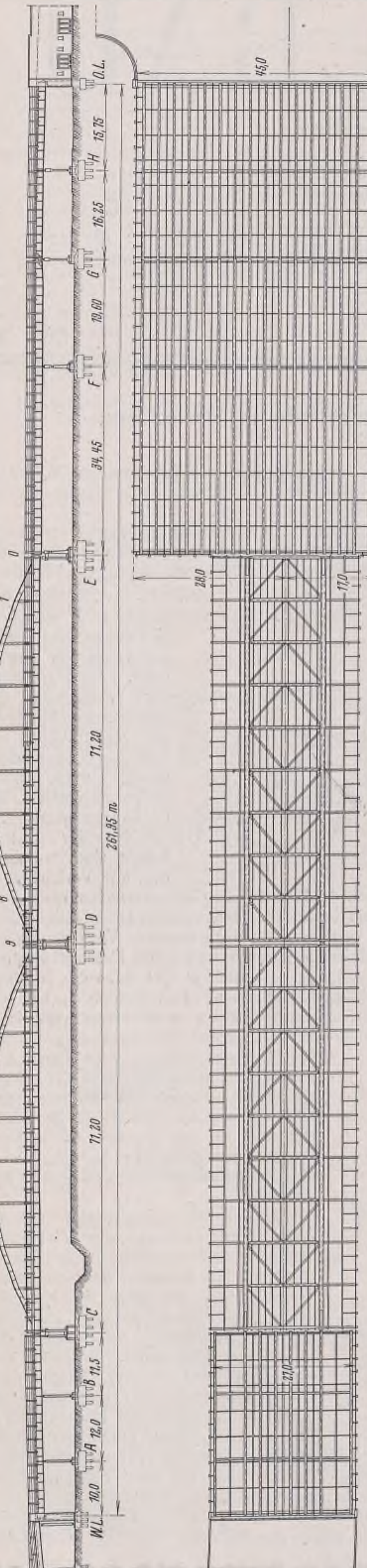


Bild 1. Ansicht und Grundriß.

Zufahrtbrücken gibt Bild 2. Bei den großen Überbauten, die in Bild 3 im Querschnitt dargestellt sind, sind folgende Punkte von Wichtigkeit.

1. Anschluß der Längsträger an die Querträger (Bild 4). Die Hauptträger erhalten nach dem Freisetzen von der Rüstung durch die Aufbringung der schweren Fahrbahntafel und später durch die Verkehrslast eine Dehnung. Da die Betondecke ohne Dehnungsfugen ausgeführt wird, sind in den Längsträgeranschlüssen auch keine Dilatationsmöglichkeiten vorhanden. Damit nun der Einfluß der Dehnung auf die Längsträgeranschlüsse möglichst klein bleibt, sind zwei verschiedene Ausführungen vorgesehen. Vorerst werden die normalen Anschlüsse bei den Querträgern 1, 3 usw. geschweißt, bei denen die Flansche mit Tulpennähten und die Stege mit K-Nähten an die Querträger angeschlossen werden (Bild 4, links). Das Ende eines Längsträgers bei den Querträgern 0, 2 usw. ruht dabei frei auf einer Versteifung dieser Querträger. Nun wird die Gesamtlast der Betondecke sowie des Pflasters aufgebracht, wobei bei den Querträgern 0, 2 usw. ein etwa 1 m breiter Streifen freigelassen wird. Die Dehnung aus der ständigen Last beeinflußt also diese Anschlüsse nicht. Jetzt werden die Anschlüsse an die Querträger 0, 2 usw. geschweißt. Damit diese nicht durch die immerhin beträchtliche Schrumpfung der Stumpfnaht beansprucht werden, ist diese Verbindung mit Seitennähten ausgeführt, deren Längsschrumpfung bekanntlich gering ist (Bild 4, rechts). Die Längsträgerflansche werden mittels solcher Nähte an zwei Bleche geschweißt, welche vorher in der Werkstatt an die Querträger geschweißt sind. Hiernach werden die Streifen bei diesen Querträgern ausbetoniert und wird das Pflaster verlegt. Die Anschlüsse erhalten jetzt nur noch Zusatzspannungen durch die Verkehrslast, die aber nur rund die Hälfte von der ständigen Last ausmachen.

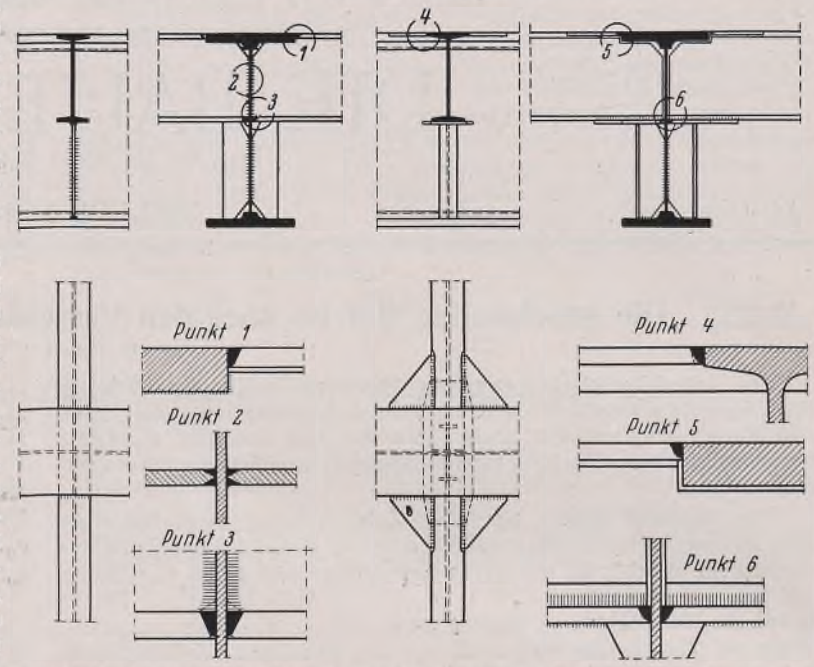


Bild 4. Anschluß der Längsträger an die Querträger bei der Hauptbrücke.

2. Anschluß des Druckgurtes an den Streckträger (Bild 5). Dieser Anschluß des zweiwandigen Druckgurtes an den einwandigen Streckträger ist in folgender Weise ausgebildet. Die Kopfplatte 800 × 55 ist geschlitzt und an jeder Seite mit zwei halben Tulpennähten an das beim Auflager 40 mm dicke Stegblech angeschlossen. Die beiden Stegbleche 700 × 40 stoßen stumpf gegen die Gurtplatte des Streckträgers (Nasenprofil 600 × 35). In diese Gurtplatte hat man auf jeder Seite eine halbe Tulpennaht gefräst, die andere Hälfte dieser Naht befindet sich im Stegblech des Druckgurtes. Durch diese Stumpfnaht wird der Anteil der Vertikalbleche an der Druckkraft im Stabbogen auf den Streckträger übertragen. Die Gurtplatte wird durch untergeschweißte Aussteifungen gestützt, welche die Vertikalkomponente der Druckkraft auf das Stegblech des Streckträgers verteilen.

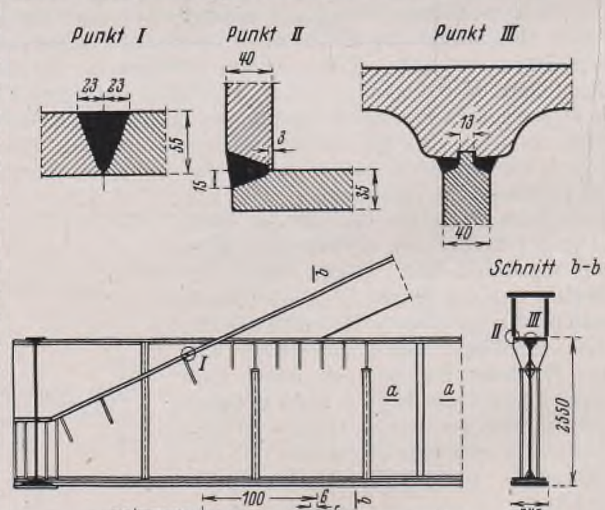


Bild 5. Anschluß des Druckgurtes an den Streckträger.

Das am Auflager 40 mm dicke Stegblech wird abgeschrägt und mit einer X-Naht an das normale 15 mm dicke Stegblech angeschlossen.

3. Stöße des Hauptträgers (Bild 6). Der Querschnitt des Streckträgers ist aus dem symmetrischen Grundquerschnitt — 2400 × 15 + zwei Nasenprofile 600 × 35 gewonnen durch Verstärkung des Untergurtes mit einem Breitflachstahl 640 × 80. Da zur Zeit der Materialbestellung solche schweren Flachstähle eine sehr lange Lieferzeit bedingten, ist für diese Verstärkung ein Wulstprofil der Ilseder Hütte, Abtlg. Peiner Walzwerk, gewählt, wobei der Wulst nach unten gekehrt wurde.

Die Hauptträger sind jede 18 m gestoßen, der Mittelstoß wurde auf der Baustelle, die beiden äußeren in der Werkstatt ausgeführt. Die Stöße des Obergurtes sind durchweg als

einfache Tulpennaht ausgebildet, der Stegblechstoß als X-Naht; bei den Untergurtstößen, wo die Gesamtdicke (ohne Nase) 115 mm beträgt, wurde der Werkstattstoß als doppelte symmetrische Tulpennaht ausgeführt, da der Träger in der Werkstatt gedreht werden konnte.

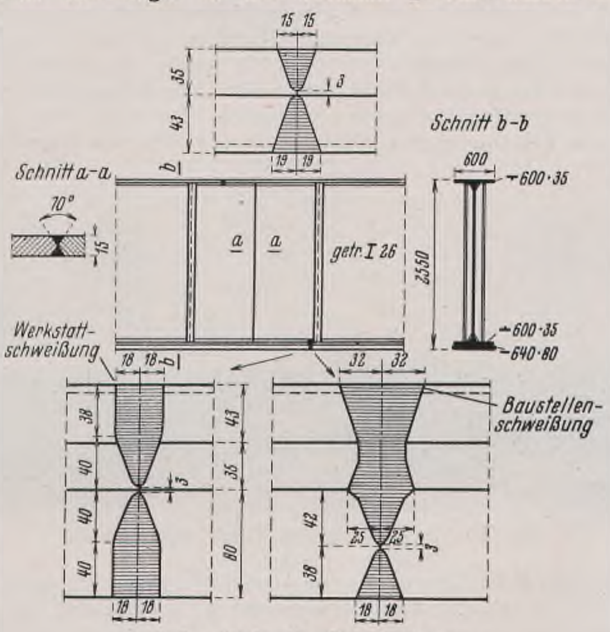


Bild 6. Stöße des Hauptträgers.

Der Baustellenstoß erhielt eine unsymmetrische Ausbildung, da es hier aus baulichen Gründen nicht möglich war, den Träger zu drehen und man die Überkopfschweißung soweit wie möglich beschränken wollte. Die beiden Gurtplatten wurden vorerst durch die mit doppelter Schraffierung angegebenen Nähte miteinander verbunden, um ein Klaffen der Fuge zu vermeiden[1]). Es wurde ein Probestück in natürlicher Größe angefertigt, und diesem wurden, verteilt über die ganze Höhe und Breite des Querschnitts, verschiedene Probestäbe entnommen für Zerreiß-, Biege- und Kerbschlagversuche. Außerdem wurden noch kleine Zug-, Biege- und Kerbbiegestäbe angefertigt, die auf der Hounsfield-Maschine untersucht wurden. Diese Versuche ergaben eine sehr gleichmäßige Materialbeschaffenheit, nur in der Nahtwurzel war die Schweiße etwas härter, was auf eine Abschreckwirkung der großen Materialmassen auf die erste Raupe und auch auf eine Kaltverformung durch Schrumpfung und Winkeländerung beim Schweißen der folgenden Raupen zurückzuführen ist. Bei einem zweiten Probestück wurde deshalb das Stück vorgewärmt auf etwa 200°, welche Temperatur auch während der Schweißung der ersten Raupen beibehalten wurde. Neue Versuche ergaben nunmehr sehr gute und gleichmäßige Werte für den ganzen Querschnitt.

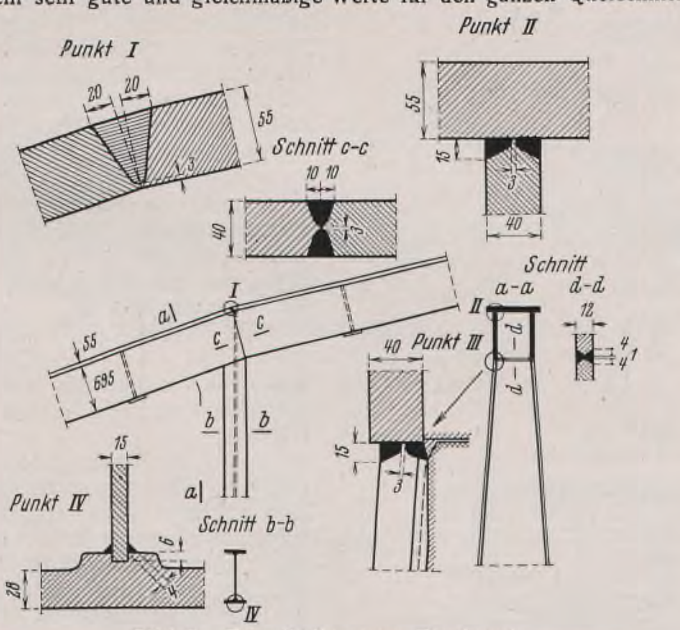


Bild 7. Einzelheiten vom Druckgurt.

Bei der Ausführung auf der Baustelle wurde um den ganzen Stoß ein Schweißhäuschen gebaut[2]); vor dem Anfang der Schweißung wurde gleichfalls vorgewärmt; während der Arbeitspausen wurde die Schweiße warmgehalten durch eine untergeschobene flache Blechpfanne, in der ein Schmiedekohlenfeuer glühte. Selbstverständlich wurden mit der Ausführung nur sorgfältig auserwählte erstklassige Schweißer betraut. Die Röntgenprüfung, die mit Rücksicht auf die große Stärke des Gurtes ausgeführt wurde, als die Schweiße 60 mm dick war, ergab eine einwandfreie Beschaffenheit der Naht.

4. Ausführung des Schlußstückes des Druckgurtes. Der Druckgurt, dessen Konstruktion in Bild 7 dargestellt ist, wurde, von beiden Seiten vorgehend, aufgestellt und verschweißt, bis nur der Teil 3—4—5 einzubauen war. Die Schrumpfung der Stumpfnähte im Druckgurt betrug erfahrungsgemäß etwa 3,5 mm je Naht. Damit nun das Einschweißen des Schlußstückes möglichst spannungsfrei stattfand, wurde die Brücke mittels hydraulischer Hebeböcke, welche auf den drei Montagejochen aufgestellt waren, so weit durchgedrückt, bis die Enden des Druckgurtes um 7 mm auseinandergezogen waren. Hierauf wurde von dem genauen Abstand eine Schablone angefertigt, nach der das Schlußstück in der Werkstatt genau auf Maß bearbeitet wurde. Das um 7 mm zu lange Schlußstück wurde nun eingebaut und mit der Hängestange 4 verschweißt. Hierauf wurden die Hebeböcke so weit abgelassen, bis die Berührungsstellen bei 3 und 5 einen kleinen Druck aufeinander ausübten. Jetzt wurde mit der Schweißung in 3 und 5 angefangen. Dem Fortschritt der Schweißung folgend, wurden die Hebeböcke allmählich abgelassen, so daß die Schweißstellen fortwährend unter Druck standen. Die Stäbe erhielten am Ende das genaue theoretische Maß.

Die Konstruktion der Portale bietet wenig Besonderes. Es wurden, soweit möglich, Breitflanschträger verwendet. Der Oberflansch des Riegels geht über die Portalstiele durch, der Unterflansch und der Steg stoßen gegen die Flansche der Stiele. Der Stoß des Oberflansches ist eine Tulpennaht, der Unterflansch ist mit einer halben Tulpennaht, der Steg mit einer K-Naht angeschlossen.



Bild 8. Aufstellung der Träger *G—H—OL*.

Die Aufstellung wurde durch die Betriebsverhältnisse auf dem Eisenbahngelände weitgehend beeinflußt. Über den Gleisen der Hauptstrecke Rotterdam—Dordrecht, wo am Tage zwischen 6 und 24 Uhr mehr als 200 elektrische Züge sowie noch verschiedene Dampfzüge verkehren, durfte nur zwischen 0 und 6 Uhr gearbeitet werden. Auf dem eigentlichen Verschiebebahnhof dagegen konnte man, da der Nachtverkehr hier überwiegt, nur am Tage von 7 bis 18 Uhr arbeiten. Außerdem durften in der Zeit zwischen dem 1. Oktober und dem 1. April keine Rüstungen, Joche usw. zwischen den Gleisen vorhanden sein.

Mit der Aufstellung wurde am 28. Dezember 1937 angefangen, und zwar bei Portal *H* und *G*. Nachdem diese Portale ausgerichtet und verschweißt waren, wurden die Träger *G—H—OL* in einer Länge von rd. 32 m mit der Bahn angeliefert. Sie wurden paarweise verladen und ruhten auf Eisenbahnwagen, die mit Drehschemeln versehen waren. Senkrecht zu den Eisenbahngleisen war ein Montagegleis angeordnet. Die Träger wurden nun auf Loren, die auf diesem Gleise fuhren, abgesetzt und seitwärts verschoben. Zwischen den Portalen *G* und *H* bzw. *H* und dem östlichen Widerlager waren Krangleise angebracht für zwei 15 t-Derrick-Krane. Diese hoben nun die Träger an und setzten sie auf die Portale ab (Bild 8). Nachdem die Quer- und Längsträger zwischen die Hauptträger geschweißt und die Portale *E* und *F* fertiggestellt waren, wurde angefangen mit der Aufstellung der Brücke *E—F—G*, die die Hauptgleise überquert. Ein erschwerender Umstand war hierbei die Aufhängung der Fahrdrähte für die Elektrozüge, die durch die neue Brücke vollkommen umgebaut werden mußte. Die Fahr- und Abspanndrähte wurden vorübergehend gesenkt. Für die Montage der Träger

[1]) Schaper, Bautechn. 1937, H. 37, S. 473.
[2]) Das Schweißhäuschen war ähnlich dem in Elektroschweißung 1938, H. 8, S. 143, gezeichneten ausgeführt.

wurde in der Nacht über die Gleise ein Montagekran gebaut. Oben auf den fertigen Brückenteil *G—H—OL* wurde ein Transportgleis verlegt, das seine Verlängerung fand in einem Gleis auf dem Montagekran. Die Träger *E—F—G* wurden nun in der ganzen Länge von 55 m (Bild 9) paarweise mit der Bahn vom Werk auf die Baustelle gefahren und, wie oben, seitwärts verschoben. Sie wurden darauf mit den Derrick-Kranen auf das Transportgleis gehoben und über Tag auf den Montagekran gefahren. In der Nacht, nachdem die betreffende Strecke stromlos gemacht war, fuhr dann der Kran mit dem Träger in Gleisrichtung bis an die Stelle, wo der Träger abgesetzt werden mußte. Zu diesem Zweck war zwischen die beiden Drehschemelwagen ein dritter Wagen geschoben, der gleichfalls mit einer Drehscheibe versehen war und unter den Schwerpunkt des Trägerteils gestellt wurde. Nachdem die beiden Drehschemelwagen entfernt waren, wurde der Träger auf dem dritten Wagen um 90° gedreht und dann mit zwei 30 t-Wagenkranen angehoben und auf das Auflager bzw. die Joche abgesetzt. Nachdem der zweite Trägerteil in ähnlicher Weise aufgestellt war (Bild 10), wurde das Schweißhäuschen gebaut und der Baustellenstoß geschweißt. Die Träger wurden hierbei mit Schraubzwingen fest zusammengezogen. Für den Einbau der Fahrbahn und des Druckgurtes diente einer von den zwei Derrick-Kranen.

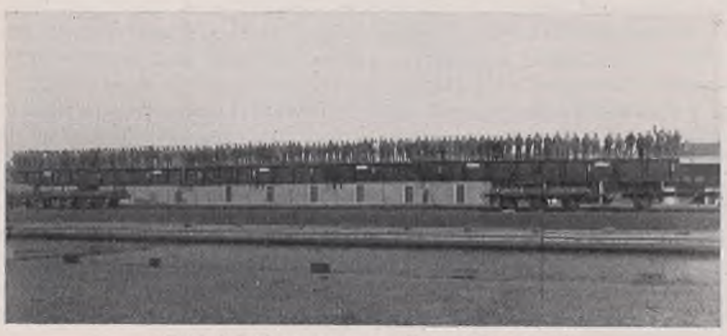


Bild 9. Transport der Träger *E—F—G*.



Bild 10. Aufstellung des Streckträgers *D—E*.

der Kran ausgerüstet mit zwei Masten von je 15 t Tragkraft, die den rd. 30 t schweren Träger auf seine Auflager setzten. Der Einbau der Fahrbahnträger erfolgte in derselben Weise wie bei *G—H—OL*.

Bei der Montage der Hauptöffnungen waren unter jedem Hauptträger von den Staatsbahnen drei Montagejoche zwischen den Gleisen zugelassen. Die Träger wurden im Werk in Längen von rd. 36 m und rd. 50 t Gewicht zusammengebaut und, da ein Transport mit der Eisenbahn auf der betreffenden Strecke nicht erfolgen konnte, auf dem Wasserwege nach Rotterdam geschafft. Hier wurden sie im „Spoorweghaven" mit einem Schwimmkran auf Eisenbahnwagen gehoben, welche auch schon dem Transport der Träger *G—H—OL* und *E—F—G* gedient hatten. Von dem Hafen fuhren sie nun über die Hafengleise zur Baustelle. Hier wurde

Nach der Aufstellung der Portale *A* und *B* erfolgte der Einbau der Hauptträger *WL—A—B—C* in ähnlicher Weise wie auf der Ostseite. Für den Einbau dieser 34 m langen Träger stand der andere Derrick-Kran zur Verfügung.

Die Aufstellung der Stahlkonstruktion wurde Anfang Oktober 1938 beendet, und die Brücke wird nach Fertigstellung der Betondecken und Pflasterarbeiten in diesem Jahre dem Verkehr übergeben werden.

Die Lieferung der Stahlbauteile erfolgte durch eine Arbeitsgemeinschaft holländischer Brückenbaufirmen unter Federführung von Werkspoor, Amsterdam. An der Lieferung waren weiter beteiligt De Vries Robbé, Gorcum; Ned. Electro Lasch Mij., Leiden; Ned. Staalindustrie, Rotterdam, und Braat, Rotterdam. Die Aufstellung der Stahlkonstruktion erfolgt durch Werkspoor.

Die Aulatalbrücke der Reichsautobahnen bei Hersfeld.

Von Reg.-Baumeister a. D. **Hans Walter Schlegel**, Kassel.

Die beiden Reichsautobahnstrecken Göttingen—Kassel—Fulda und Frankfurt (Main)—Gießen—Eisenach kreuzen sich im Hessischen Bergland an einer Stelle, deren Bodengestaltung eine Kreuzung in Kleeblattform oder ähnlicher Weise nicht zuläßt. Die Kreuzung wurde deshalb in zwei Abzweigungen derart aufgelöst, daß ein Stück von 5 km Länge beiden Strecken gemeinsam ist. Diese durch hügeliges Gelände führende Teilstrecke überschreitet 10 km südwestlich der Stadt Hersfeld das Aulatal (Bild 1).

Da die Gradiente von der Abzweigung Kirchheim, die auf + 277 m liegt, bis zur Abzweigung Hattenbach mit einer Meereshöhe von + 368 m einen Höhenunterschied von 91 m zu überwinden hat, sollte sie schon möglichst hoch über das Aulatal führen. Man legte sie in eine Höhe bis zu 26 m über der Talsohle, nach Süden 1 : 200 steigend, so daß zwischen ihren Schnittpunkten mit dem Gelände etwa 400 m liegen. Rechnet man die Längen der Dammstrecken und der Flügel ab, so bleibt für die Brücke selbst eine Länge von etwa 245 m übrig, die in folgende Öffnungen aufzuteilen wünschenswert gewesen wäre:

(Bild 2a) 45 + 50 + 55 + 50 + 45 m

oder

(Bild 2b) 46 + 51 + 51 + 51 + 46 m.

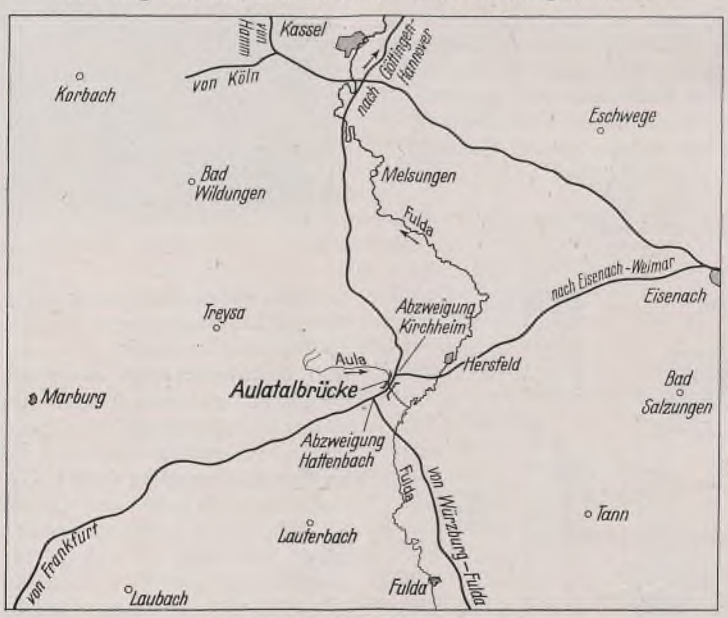


Bild 1. Übersicht über die Linienführung.

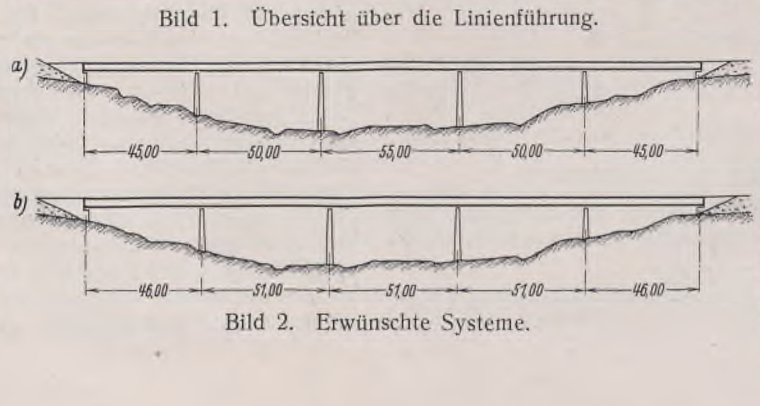


Bild 2. Erwünschte Systeme.

Aber die Landstraße, die unter der Brücke gerade eine starke Biegung macht, der Mühlgraben und das Gelände zwischen beiden verlangten eine um 10 m größere Endöffnung, weil die zu verlegende Straße einen Halbmesser von 100 m und eine Sichtweite in der Kurve von 100 m erhalten sollte. Geht man beim nördlichen Widerlager mit dem Fuß des Böschungskegels unmittelbar bis an die Landstraße heran, so ergibt sich als Mindestmaß für die Endöffnung 56 m und daraus zwangläufig aus Symmetriegründen die Stellung der übrigen Stützen, wobei nur vier Öffnungen möglich sind. Man wählte die Einteilung (Bild 3)

$$56{,}10 + 66{,}30 + 66{,}30 + 56{,}10 = 244{,}80 \text{ m},$$

wobei die Endöffnungen 11 und die Mittelöffnungen 13 Felder zu je 5,10 m erhielten.

Außer der erwähnten Landstraße und dem Mühlgraben verlaufen in dem zu kreuzenden Tal der Aulabach, eine eingleisige Nebenbahn und verschiedenen Feldwege, auf die alle Rücksicht genommen werden mußte.

Wie Bild 3 zeigt, wird der Aulabach dreimal geschnitten, weil er unter der Brücke eine Schleife macht. Er wurde im Zusammenhang mit den Bauarbeiten begradigt. Trotzdem die Strecke das Tal schräg kreuzt, wie Bild 1 und 4 zeigen, war eine gerade Brücke möglich.

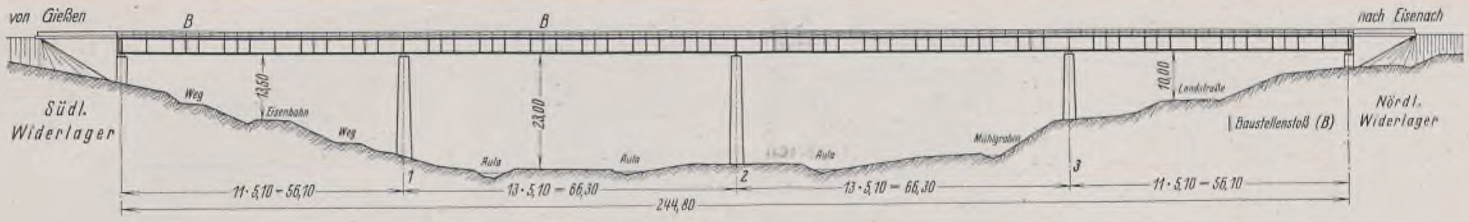


Bild 3. Ausführungsentwurf.

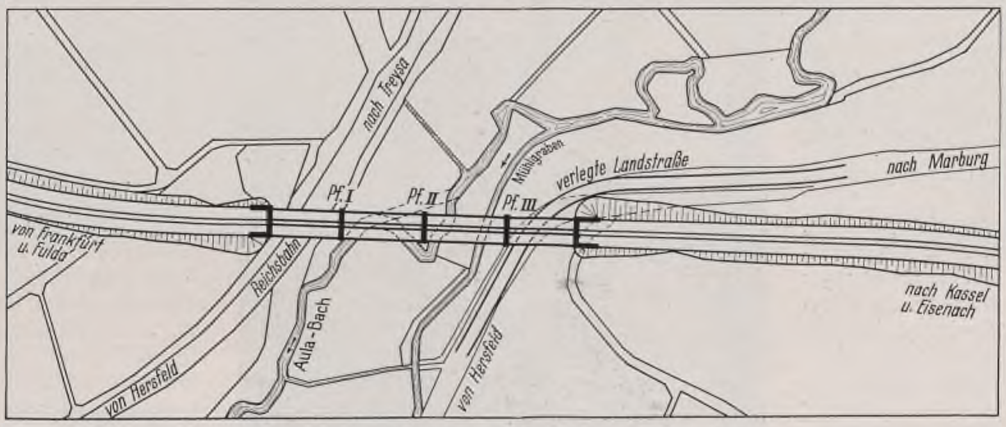


Bild 4. Lageplan.

Als Werkstoff wurde für die tragenden Teile der Hauptträger St 52 gewählt, während die Aussteifungen und Anschlüsse sowie die gesamte Fahrbahntafel aus St 37 bestehen. Die Brücke ist genietet.

Die Konstruktion.

In den Kurven, die an die Brücke anschließen, war es möglich, den Mittelstreifen auf 3 m einzuschränken und das Maß zwischen den Geländern auf 22 m zu ermäßigen. Mitten über die Brücke zieht sich ein 10 cm hoher Mittelbord von 2,20 m Breite.

Im übrigen mußte die Frage der Querschnittsausbildung mit der Frage der Stützung des Bauwerks Hand in Hand entschieden werden. Weil die Pfeiler zur Vermeidung unschöner breiter, in der Ansicht annähernd quadratischer Mauerwerkskörper aus zwei getrennten Teilen mit möglichst breitem Mittelschlitz bestehen sollten, war es am zweckmäßigsten, vier Hauptträger anzuordnen und ihnen gleiche Entfernungen voneinander zu geben, nämlich 5,90 m. Dadurch verbot sich von selbst, die Fahrbahn in der Mitte zu unterbrechen, weil sonst die Querträger in der Mitte hätten zu weit auskragen müssen. So wurde der Querträger über die vier Hauptträger durchlaufend konstruiert und nur außen um 2,31 m ausgekragt (Bild 5).

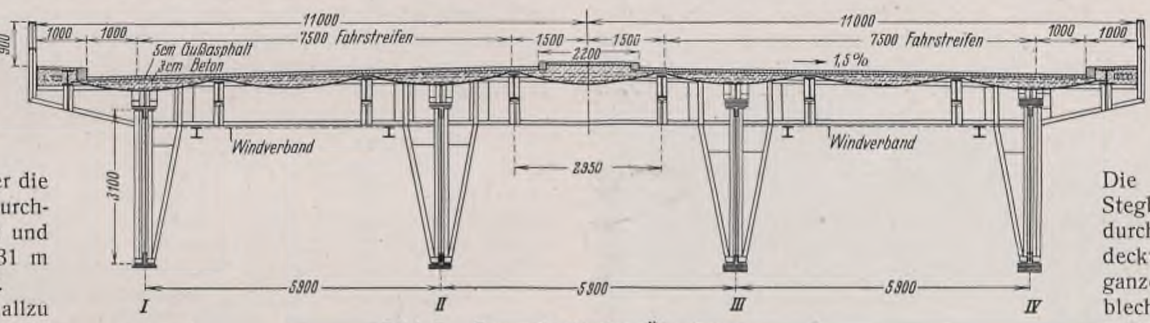


Bild 5. Querschnitt des Überbaues.

Um den nicht allzu hoch über dem Tal liegenden Hauptträger in der Ansicht nicht zu schwer erscheinen zu lassen, wurde die Höhe seines Stegblechs auf 3,10 m begrenzt, das heißt auf $^1/_{18}$ l der Außenöffnungen und $^1/_{21}$ l der Innenöffnungen. Die in 5,10 m Abstand befindlichen senkrechten Stegblechaussteifungen unter den Konsolen beim Querträgeranschluß teilen die Hauptträger in liegende Rechtecke ein. Die außerdem wegen der Beulsicherheit des Stegblechs erforderlichen senkrechten Aussteifungen in Feldmitte und die waagerechten Aussteifungen liegen nur auf der Innenseite der Hauptträger und sind von außen kaum zu erkennen, da sie nur mit einer Nietreihe in Erscheinung treten. Die Querträger sind in Brückenmitte 930 mm und außen 800 mm hoch, weil ihr Untergurt waagerecht liegt und sich der Obergurt dem Quergefälle der Fahrbahn von 1,5% anpaßt. Die Querträgerstegbleche greifen mittels entsprechender Querschnitte um den Obergurt des Hauptträgers herum.

Einen Regelstoß des Querträgers am Hauptträger zeigt Bild 6. Das eigentliche Stegblech des Querträgers reicht zu beiden Seiten des Hauptträgers nur bis zu den Eckaussteifungen. Dort wird es ersetzt durch zwei Bleche in der Art von Knotenblechen, die um die zur Stoßdeckung nötige Breite unter den unteren Gurtwinkel hinabreichen und zur Aufnahme des Hauptträgerobergurts ausgeschnitten sind. Die beiden seitlichen Stegblechstöße werden durch Stoßlaschen gedeckt, die über die ganze Höhe des Stegblechs reichen. Dabei ersetzen zwei Stoßwinkel die unterbrochenen Gurtwinkel. Den mittleren Stoß über dem Hauptträger decken zwei Winkel, die mit ihren abstehenden Schenkeln auf dem Hauptträgerobergurt befestigt sind, und zwei Stoßlaschen. Hierbei gehen aber die oberen Gurtwinkel durch.

Über den Stützen, wo die in die Pfeiler über-

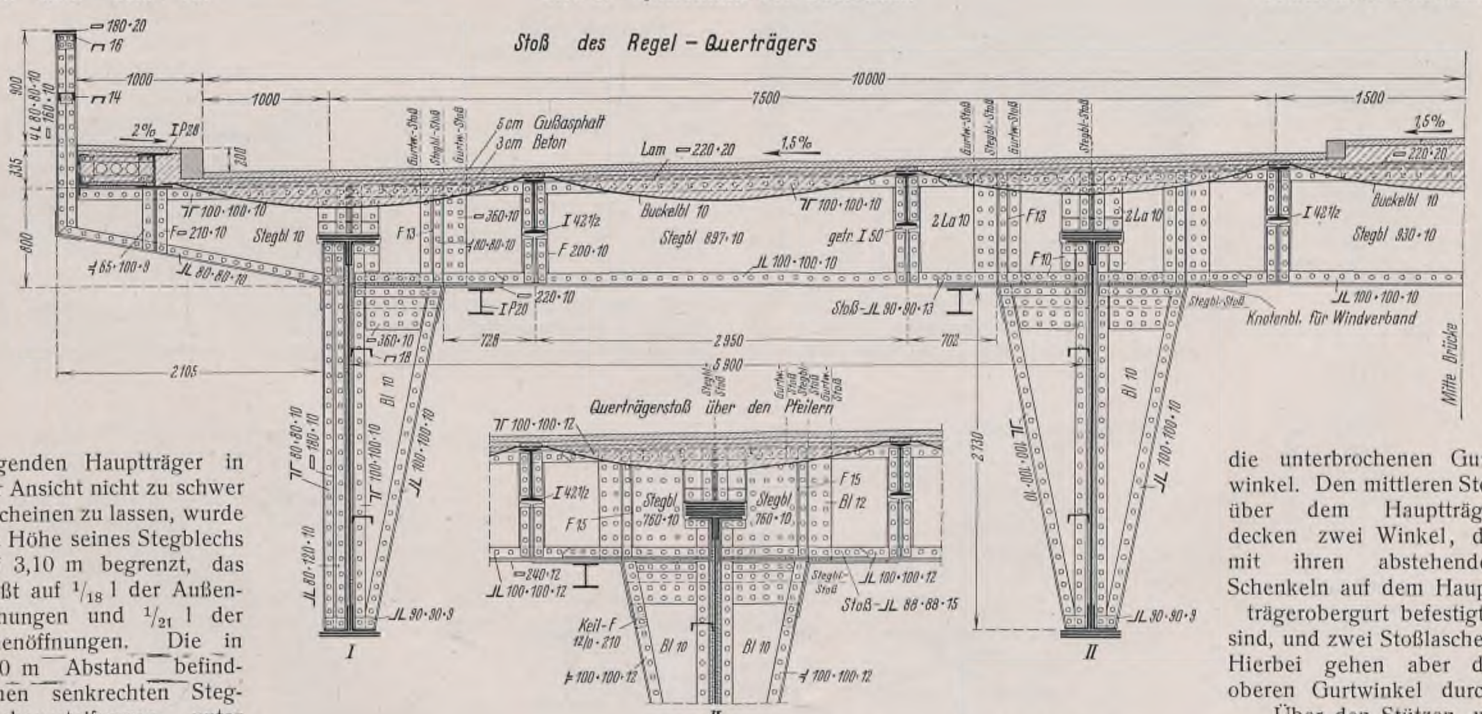


Bild 6. Stoß des Regelquerträgers und des Querträgers über den Pfeilern.

gehenden Seitenkräfte erhebliche Momente erzeugen, ist der Stoß grundsätzlich gleich ausgebildet. Nur sind die Laschen der seitlichen Stöße zur Erzielung einer größeren Steifigkeit unten bis an den Hauptträger herangeführt und oben bis an die Stoßlaschen des kleinen mittleren Stoßes (Bild 6 unten).

Die Frage, ob Buckelblech- oder Eisenbetonfahrbahn, entschied ein Gewichtsvergleich, der zeigte, daß bei den gewählten Stützweiten die gesamte Stahlkonstruktion mit Buckelblechen leichter wird als mit einer Eisenbetonplatte und daß außerdem die ganze Brücke billiger wird. Ich verzichte darauf, hier die genauen Beträge anzugeben, weil sich die Untersuchungen auf eine etwas andere Aufteilung des Fahrbahnträgerrostes erstreckten.

Als Forderung wurde aufgestellt, daß die Buckelbleche nicht unmittelbar auf den Hauptträgern aufliegen, sondern daß die Hauptträger jederzeit zugänglich sein sollten, um sie untersuchen und Niete auswechseln zu können. Das verlangte einen Raum zwischen Hauptträger und Buckelblech von mindestens 150 mm Höhe. Dieser Abstand und das Maß der Buckelung legte die Oberkante der Längs- und Querträger gegenüber dem Hauptträger fest (Bild 6).

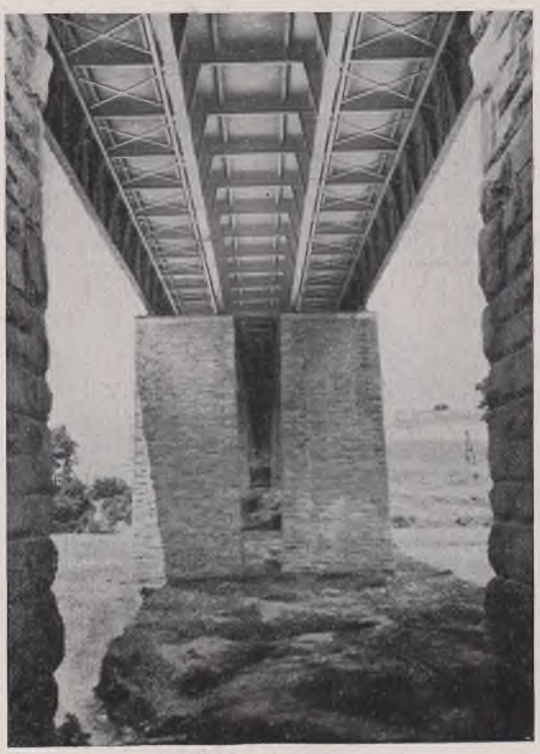


Bild 7. Brückenuntersicht.

Die gleichen Abstände der Hauptträger schufen die Grundlage für eine völlig gleichmäßige Aufteilung des Brückenquerschnitts. Mit einem gegenseitigen Abstand von 2,95 m liegen die Längsträger halb so weit wie die Hauptträger auseinander. So kam man mit einer einzigen Buckelblechgröße für die ganze Brücke aus und erzielte eine ausgeglichene Untersicht (Bild 7)[1].

Um die Untersicht des auskragenden Fußweges nicht zu stören, sind dort nur die Querträgerkonsolen sichtbar. Das äußerste Buckelblech, genau so groß wie alle anderen, legt sich von innen auf den unteren Flansch eines I P 28, das statisch völlig ausgenutzt ist. Auf eine Kontinuitätslasche beim Stoß dieses Längsträgers über den Querträgern wurde verzichtet, um beim Schrammbord an Höhe zu sparen. Für alle anderen Längsträger waren I $42\,^1/_2$ erforderlich. Ihren Anschluß an die Querträger zeigt Bild 8. Den Zwischenraum zwischen dem Breitflanschträger und dem Randlängsträger überbrückt ein waagerechtes Blech, das mit dem unteren Flansch des I P 28 und des Randlängsträgers zusammen als waagerecht liegender Träger den Zug der Buckelbleche aufnimmt und gleichzeitig dem auskragenden Teil ein ruhiges Aussehen verleiht (Bild 6).

Im Fußweg sind in gewohnter Weise die Kabel untergebracht, und zwar, weil der Raum für ein Kabelformstück zu niedrig ist, in einbetonierten Asbestzementrohren von 10 cm lichtem Durchmesser.

Zwischen den äußeren Hauptträgern befinden sich leichte Windverbände, die dem Überbau während der Aufstellung genügende Standsicherheit geben sollten. Zur Wahl stand ein Rautenfachwerk und ein System mit in den Feldern gekreuzten Streben. Vom Rautenfachwerk wurde abgesehen, weil die in Feldmitte befindlichen Stoßlaschen der Hauptträger den Anschluß der Windverbandknotenbleche erschwert hätten. Der Windverband besteht in der Nähe der Auflager aus zwei gekreuzten ⊏ 16, und mehr zur Mitte der Öffnungen hin aus zwei ⊏ 14 und zwei ⊏ 12 (Bild 7).

Das Geländer ist 90 cm hoch. Die Abmessungen der Geländerpfosten und -holme wurden nach schönheitlichen Gesichtspunkten bestimmt. Die Pfosten entwickeln sich aus den Querträgerkonsolen, indem sich die unteren Konsolwinkel 80 · 80 · 10 nach obenhin fortsetzen, sich aber durch zwei entgegengesetzt angebrachte gleich große Winkel zu einem I-förmigen Querschnitt ergänzen. Der obere Holm besteht aus einem ⊏ 16 mit aufgeschweißter, innen bündig liegender Handleiste 180 · 20. Der Zwischenholm, ein ⊏ 14, ist zwischen die abstehenden Schenkel der Pfostenwinkel eingepaßt und liegt in halber Geländerhöhe. Den mit der Konsole zusammenhängenden Pfosten sieht man auf dem Bild 6, während der Zwischenpfosten, der am Randträger befestigt ist, auf Bild 9 dargestellt ist.

Die Brücke ist auf dem mittleren Pfeiler fest gelagert und verteilt somit die Längenänderungen infolge Temperaturänderung auf beide Widerlager gleichmäßig. Bei dieser Längenänderung von ± 60 mm ist es gerade noch möglich, in der Fahrbahndecke eine Fingerkonstruktion mit 30 mm breiten Fingern und 40 mm Zwischenraum zu verwenden, ohne daß Kleinkrafträder mit schmaler Bereifung gefährdet sind. Man kam also mit einer Gußkonstruktion ohne Feinbearbeitung aus. Die Oberteile der Fingerkonstruktion sind abnehmbar, ohne daß die anschließende Fahrbahndecke beschädigt wird (Bild 10)[2]. Sie sind mit Steckschrauben, für die als Werkstoff versuchsweise Lautal, eine Magnesiumlegierung, verwendet wurde, auf den Unterteilen befestigt. In den Buckelblechen liegt, durch Punktschweißung mit ihnen verbunden, ein Streckmetallgeflecht, das dem Füllbeton Halt verleihen soll (Bild 11). Der Füllbeton geht einige Millimeter über die Höhe der Nietköpfe auf den Längs- und Querträgern hinaus und hat ein Mischungsverhältnis von 300 kg Zement je m³ Beton. Über den Längs- und Querträgern ist er jedoch auf 40 cm Breite unterbrochen, da er seiner geringen Dicke wegen an dieser Stelle zu empfindlich gegenüber elastischen Formänderungen der Brücke gewesen wäre. Hier ist der Füllbeton durch einen Naturasphaltbelag, dessen Oberkante gleich hoch liegt, ersetzt. Die so erzielte Unempfindlichkeit gegen die Formänderungen der Hauptträger ließen es zu, die Buckelbleche an dem einen Widerlager beginnend, fortlaufend auszubetonieren, ohne Rücksicht auf das spätere teilweise Zurückgehen der Durchbiegung nehmen zu müssen. Fugen sind in der Fahrbahn nicht vorhanden.

Als Dichtungshaut wurde auf den Beton und die Asphaltstreifen eine Asphaltmasse von 2 mm Dicke aufgebracht und diese durch eine ungetränkte Lage Wollfilzpappe vor der Berührung mit dem heiß aufzubringenden Gußasphalt der Fahrbahndecke geschützt. Die Dichtungshaut ent-

[1]) Die Lichtbilder wurden, soweit sie nicht von der OBR Kassel und vom Verfasser stammen, von den ausführenden Firmen in freundlicher Weise zur Verfügung gestellt.

[2]) Die in Bild 10 dargestellte Anordnung der Rinne kann nicht empfohlen werden. Sie hat beim Einbau große Schwierigkeiten bereitet.

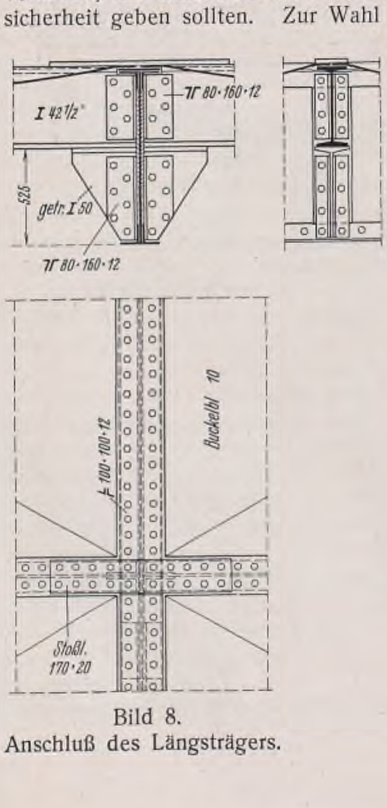


Bild 8. Anschluß des Längsträgers.

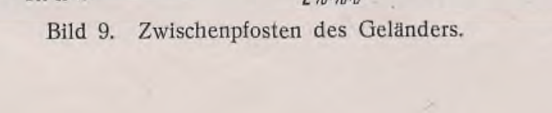


Bild 9. Zwischenpfosten des Geländers.

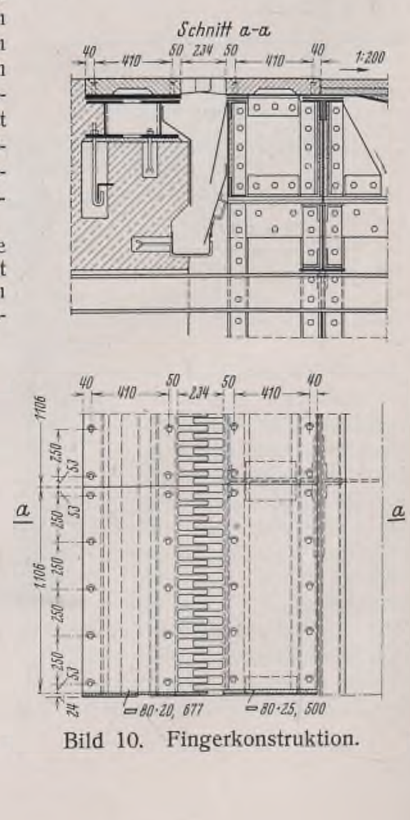


Bild 10. Fingerkonstruktion.



Bild 11. Oberflächeneinlauf und Streckmetallgeflecht in den Buckelblechen.



Bild 13. Besichtigungswagen mit ausgefahrenem Laufsteg.

wässert in die Einlaufschächte, die in Höhe der Abdichtung mit Gefälle nach innen angebohrt sind, und am unteren Fahrbahnübergang neben der Fingerkonstruktion nach unten. Für die Oberflächenentwässerung kommen nur Einläufe am Schrammbord in Frage, weil die Fahrbahnen Gefälle nach außen haben. Es hätte aber die sorgfältig geebnete Brückenansicht gestört, wollte man hier, außerhalb der äußeren Hauptträger, die Wasserrohre senkrecht herunterführen. Weil andererseits die Brücke zu lang ist, um sie nur am tieferliegenden Widerlager zu entwässern, ordnete man ungefähr alle 20 m Einläufe an und neben ihnen Sammelbecken, die auf der Schräge der Buckelbleche aufsitzen und das Wasser seitlich durch 100 mm weite Rohre abführen (Bild 11 und 12). Dieses Rohr durchdringt hinter dem äußeren Hauptträger das Buckelblech und reicht bis zur Unterkante des Hauptträgers hinab. Von dort aus fällt das Wasser frei aufs Gelände.

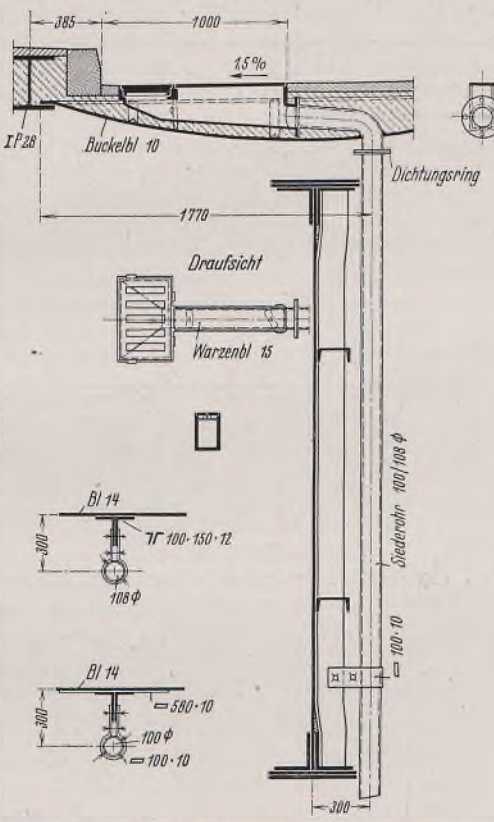


Bild 12. Entwässerung der Fahrbahn.

Zwischen den beiden äußeren Hauptträgern laufen die Besichtigungswagen auf Trägern I P 20, die unmittelbar unter den Querträgern und dem Windverband an die Querträgeruntergurte angeschraubt sind. Dort sind sie dem Auge des Beschauers, selbst wenn er sich steil unter der Brücke befindet, ziemlich verborgen.

Der Besichtigungswagen besteht aus dem längsverfahrbaren Oberwagen, dem darin senkrecht beweglichen Unterwagen und dem Laufsteg, der sich nach beiden Seiten seitlich ausfahren läßt, um den Raum zwischen den mittleren Hauptträgern und unter den weit ausladenden Fußwegen zugänglich zu machen (Bild 13). Zur Unterbringung der Besichtigungswagen dienen zwei Kammern, die im nördlichen Widerlager ausgespart wurden und von unten her durch eine Treppe zugänglich sind (Bild 14). Ein Rolladen verschließt jede Kammer und schützt sie vor unbefugtem Betreten. Die Besichtigungswagenträger sind zum Durchlassen des Rolladens unterbrochen und mit Gelenkstücken versehen, die gleichzeitig die Längenänderung der Brücke aufnehmen.

Der Stahlüberbau hat ein Gewicht von 2377 t, wovon 55 t auf den Stahlguß der Lager und Fahrbahnübergänge, 952 t auf St 52 der Hauptträger und 1370 t auf St 37 aller übrigen Teile entfallen. Das ergibt, bezogen auf die 244,8 m große Brückenlänge, 9,7 t/m.



Bild 14. Kammern für die Besichtigungswagen im nördlichen Widerlager.

Andere Lösungen, die Reichsautobahn auf Stahlbrücken mit vier Hauptträgern über flache Täler zu führen, wurden beschrieben von Seywald: Großbrückenbauten an der Reichsautobahnstrecke bei Kaiserslautern[3]), Ernst: Die Reichsautobahnbrücke über das Urselbachtal[4]), und mit zwei Hauptträgern, aber sonst sehr ähnlich, von Weiss: Die Brücke über die Kleine Striegis[5]). (Schluß folgt.)

[3]) Zement 1936, Heft 28, S. 476. — [4]) Bautechn. 1937, Heft 27/28, S. 358. — [5]) Ztrlbl. d. Bauv. 1936, Heft 40.

Die Durchbiegung des Balkenträgers (Ersatzlastverfahren).

Von Dr.-Ing. **Rudolf Hofmann**, Sterkrade.

Ein einfaches, leicht einprägsames Näherungsverfahren zur Bestimmung der größten Durchbiegung eines frei aufliegenden Trägers mit konstantem Trägheitsmoment soll beschrieben werden.

Die Gleichung der elastischen Linie eines Balkens, der eine Einzellast P trägt (Bild 1), lautet

$$y = \frac{P\,l^3}{6\,E\,J} \cdot \zeta\,\xi_1\,(1 - \zeta^2 - \xi_1^2) \;{}^{1})$$

Die an der in Fußnote[1]) genannten Stelle an-

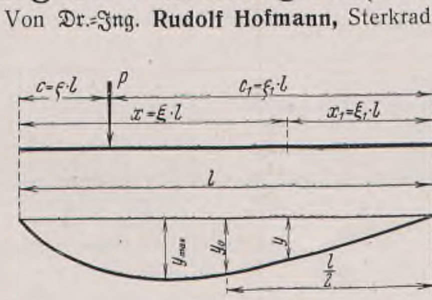


Bild 1.

gegebene Gleichung wurde aus Zweckmäßigkeitsgründen folgendermaßen umgeformt

$$y_1 = \frac{P}{E\,J} \cdot \frac{c_1^2\,c^2}{6\,l}\left(2 \cdot \frac{x_1}{c_1} + \frac{x_1}{c} - \frac{x_1^3}{c^2\,c_1}\right)$$

$$= \frac{P\,l^3}{6\,E\,J} \cdot \frac{c}{l} \cdot \frac{x_1}{l}\left(2 \cdot \frac{c\,c_1}{l^2} + \frac{c_1^2}{l^2} - \frac{x_1^2}{l^2}\right)$$

$$= \frac{P\,l^3}{6\,E\,J} \cdot \frac{c}{l} \cdot \frac{x_1}{l}\left[\left(\frac{c}{l} + \frac{c_1}{l}\right)^2 - \frac{c^2}{l^2} - \frac{x_1^2}{l^2}\right]$$

$$\equiv \frac{P\,l^3}{6\,E\,J} \cdot \zeta\,\xi_1\,(1 - \zeta^2 - \xi_1^2).$$

[1]) Hütte I. Bd., 23. Aufl., S. 547, oder Boerner, Statische Tabellen, S. 99.

l . . . . Stützweite des Trägers,
$c = \xi\, l$ . . . Entfernung der Last von einem Auflager,
$x_1 = \xi_1\, l$ . . . Abstand des untersuchten Querschnitts vom anderen Auflager.

Für eine bestimmte Laststellung $0 < \xi < \frac{1}{2}$ hat die Durchbiegung y den größten Wert bei $0{,}58 > \xi_1 > \frac{1}{2}$. Der Unterschied zwischen der größten Durchbiegung y_{max} und der Durchbiegung in Trägermitte y_0 ist in Bild 2 als Funktion der Laststellung in Bruchteilen von y_0 angegeben.

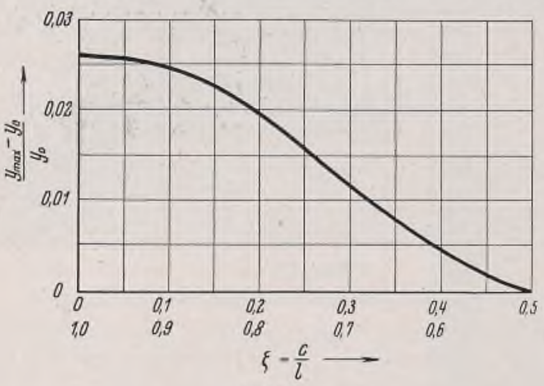


Bild 2.

Daraus ist ersichtlich, daß die größte Abweichung rund 2,6 % von y_0 beträgt[2]). Steht die Last im mittleren Teil des Trägers oder stehen mehrere Lasten zu beiden Seiten der Trägermitte, so wird dieser Unterschied noch bedeutend geringer. Es ist deshalb ohne weiteres zulässig, y_0 an Stelle von y_{max} zu nehmen. Da y_0 die Durchbiegung an einer ganz bestimmten Stelle, nämlich in Trägermitte ist, gilt dafür das Überlagerungsprinzip, welches für y_{max} nicht anwendbar ist. Um den Biegepfeil f bei mehreren Lasten zu erhalten, sind die y_0 der einzelnen Lasten zusammenzuzählen.

Die Durchbiegung in Trägermitte $\left(\text{für } \xi = \frac{1}{2}\right)$ beträgt

$$y_0 = \frac{P\, l^3}{6\, E\, J} \cdot \frac{\xi}{2}\left[1 - \xi^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2\right]$$
$$= \frac{P\, l^3}{12\, E\, J} \cdot \xi\left(\frac{3}{4} - \xi^2\right) \equiv \frac{P\, l^3}{12\, E\, J} \cdot X.$$

An Stelle von P führen wir eine Einzellast P_0 in Balkenmitte ein, welche dieselbe Durchbiegung y_0 hervorruft, also

$$\frac{P\, l^3}{12\, E\, J} \cdot X = \frac{P_0\, l^3}{12\, E\, J} \cdot X_0 \quad \text{oder} \quad P_0 = P \cdot \frac{X}{X_0} = P\, \eta,$$
$$X_0 = X \text{ für } \xi = 1/2,$$

d. h.
$$X_0 = 1/2\,(3/4 - 1/4) = 1/4.$$

Der Wert η ist aus Bild 3 oder aus folgender Zahlentafel zu entnehmen. Er ist bis auf einen konstanten Faktor die Ordinate der Einflußlinie für y_0.

$c/l = \xi$		η
0,05	0,95	0,150
0,10	0,90	0,296
0,15	0,85	0,437
0,20	0,80	0,568
0,25	0,75	0,688
0,30	0,70	0,792
0,35	0,65	0,879
0,40	0,60	0,944
0,45	0,55	0,986
0,50		1,000

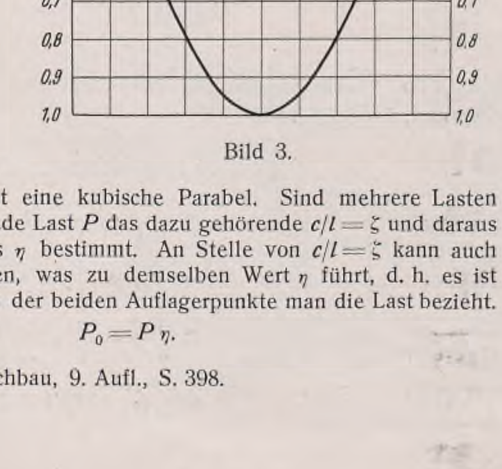


Bild 3.

η als Funktion von ξ ist eine kubische Parabel. Sind mehrere Lasten vorhanden, so wird für jede Last P das dazu gehörende $c/l = \xi$ und daraus mit Hilfe von Bild 3 das η bestimmt. An Stelle von $c/l = \xi$ kann auch $c_1/l = \xi_1$ ermittelt werden, was zu demselben Wert η führt, d. h. es ist gleichgültig, auf welchen der beiden Auflagerpunkte man die Last bezieht.

Es ist dann $\qquad P_0 = P\, \eta.$

[2]) Vgl. Stahl im Hochbau, 9. Aufl., S. 398.

Die Ersatzlast $\mathfrak{P}$, welche in Balkenmitte stehend dieselbe Durchbiegung y_0 hervorruft wie alle Lasten zusammen, ist gleich der Summe aller P_0, hat also die Größe

$$\mathfrak{P} = \sum_n P_n\, \eta_n.$$

Daraus erhält man die größte Durchbiegung

$$f_{max} = \frac{\mathfrak{P}\, l^3}{48\, E\, J}.$$

Gewöhnlich ist die zulässige Durchbiegung gegeben und das erforderliche J zu ermitteln, also

$$J_{erf} = \frac{\mathfrak{P}\, l^2}{48\, E\, f/l}.$$

Darin sind alle Werte in derselben Maßeinheit einzusetzen. In der Praxis sind aber folgende Maßeinheiten üblich

J (cm⁴), $\mathfrak{P}$ (t), l (m), E (kg/cm²).

Mit $l/f = v$ ist dann bei Stahl ($E = 2{,}1 \cdot 10^6$ kg/cm²)

$$J = \frac{1000\, \mathfrak{P}\, (100\, l)^2\, v}{48 \cdot 2{,}1 \cdot 10^6} \sim \frac{\mathfrak{P}\, v\, l^2}{10}.$$

Für die gebräuchlichsten Werte von v erhält man demnach bei Stahl

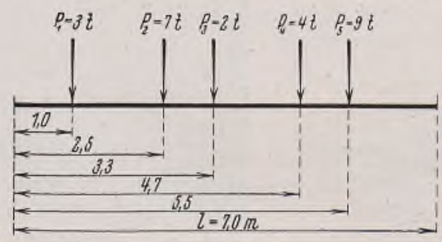


Bild 4.

$v = l/f$	J_{erf}
1000	100
500	50
300	30
200	20

(Werte von J_{erf} jeweils $\cdot\, \mathfrak{P}\, l^2$)

Wie schon erwähnt, ist $\mathfrak{P}$ in t, l in m und J in cm⁴ einzusetzen.

An zwei Beispielen soll das Verfahren erläutert werden.

Beispiel 1 (Bild 4).

	Größe der Last	c	c/l	η	$P\,\eta$
P_1	3 t	1,0	0,143	0,42	1,26
P_2	7 t	2,5	0,357	0,89	6,23
P_3	2 t	3,3	0,472	0,99	1,99
P_4	4 t	4,7	0,671	0,84	3,36
P_5	9 t	5,5	0,786	0,60	5,40
					$\mathfrak{P}$ = 18,24 t

Soll die Durchbiegung des Balkens z. B. kleiner als $l/500$ sein, dann ist

$$J_{erf} = 50\, \mathfrak{P}\, l^2 = 50 \cdot 18{,}24 \cdot 7^2 = 31\,300 \text{ cm}^4.$$

Es bedarf wohl keines Hinweises, daß Streckenlasten, die neben den Einzellasten noch vorhanden sind, durch Einzellasten ersetzt werden können, die ihrerseits wieder auf eine Ersatzlast $\mathfrak{P}$ in Feldmitte zurückgeführt werden. Für den Sonderfall der gleichmäßig verteilten Vollast p t/m ist diese Ersatzlast

$$\mathfrak{P} = \frac{5}{8} \cdot p\, l.$$

Bei beweglichen Lasten wird so verfahren, wie es auch sonst bei Einflußlinien üblich ist, d. h. man ermittelt die Laststellung, welche den Größtwert von $\mathfrak{P} = \Sigma P\, \eta$ ergibt. Bei dem häufig vorkommenden Fall von zwei gleichen Einzellasten P im festen Abstand a (z. B. Laufkrane) sind zwei Fälle zu unterscheiden:

1. $a/l < 0{,}65$,
   maßgebend ist symmetrische Laststellung;
2. $a/l > 0{,}65$,
   maßgebend ist eine Einzellast in Balkenmitte.

Beispiel 2.

Laufkran $P = 24{,}8$ t, $l = 7$ m, $a = 4$ m,
$a/l = 0{,}571 < 0{,}65$,
also symmetrische Laststellung maßgebend.

$$\xi = c/l = \frac{l - a}{2\, l} = 0{,}214, \quad \eta = 0{,}6,$$

Ersatzlast $\mathfrak{P} = 2\, P\, \eta = 2 \cdot 24{,}8 \cdot 0{,}6 = 29{,}8$ t.

Soll die Durchbiegung kleiner als $l/1000$ sein, dann ist

$$J_{erf} = 100\, \mathfrak{P}\, l^2 = 100 \cdot 29{,}8 \cdot 7^2 = 146\,000 \text{ cm}^4.$$

INHALT: Die geschweißte Brücke über den Verschiebebahnhof Ijsselmonde in Rotterdam. — Die Aulatalbrücke der Reichsautobahnen bei Hersfeld. — Die Durchbiegung des Balkenträgers (Ersatzlastverfahren).

Verantwortlich für den Inhalt: Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt.
Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin W 9.
Druck der Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.

DER STAHLBAU

Schriftleitung:
Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt, Technische Hochschule
Fernsprecher: Darmstadt 7711, Apparat 599
Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61
Veröffentlichungsbeiträge an voranstehende Anschriften erbeten

Beilage zur Zeitschrift DIE BAUTECHNIK Fachschrift für das gesamte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

12. Jahrgang BERLIN, 14. Juli 1939 Heft 14/15

Das Formänderungsgesetz des Baustahls im bildsamen Bereich.

Von Prof. Dr. techn. J. Fritsche, Prag, Deutsche Technische Hochschule.

Mit den tieferen Erkenntnissen über die Festigkeitseigenschaften der Werkstoffe, die die Werkstoffprüfung in überraschender Reichhaltigkeit zutage gefördert hat, stellt sich immer dringlicher die Notwendigkeit ein, die Grundlagen der statischen Berechnung der Bauwerke diesen neuen Erkenntnissen anzupassen und den engen Rahmen, den die Elastizitätstheorie bisher gezogen hat, aufzulockern und den tatsächlichen Werkstoffeigenschaften immer besser zu entsprechen. Dabei wird man in der Begründung der einzuführenden Gesetzmäßigkeiten so tief als derzeit möglich in den inneren Verformungsmechanismus der Werkstoffe einzudringen haben und sich bemühen müssen, von dieser Seite her zunächst einmal die grundlegenden Verformungsgesetze des Zugversuchs richtig zu verstehen und zu deuten; denn erst dann ist eine einwandfreie Übertragung derselben auf verwickeltere Festigkeitsfälle ohne Zuhilfenahme neuer Annahmen möglich. Damit klärt sich dann auch die heute noch lebhaft umstrittene Frage nach der richtigen Fließbedingung bei Spannungsfeldern.

1. Das Formänderungsgesetz bei reiner Zugbeanspruchung.

Im elastischen Bereich, bis zum Erreichen der P-Grenze, wird das Formänderungsverhalten durch die beiden Elastizitätskonstanten E und m richtig wiedergegeben, und es besteht kein Grund, dem elastischen Kontinuum, aus dem diese beiden Begriffe gewonnen wurden, weitere Eigenschaften zuzuordnen. Die einzelnen Kristalle des Haufwerks, die in Wirklichkeit das Kontinuum bilden, verformen sich im wesentlichen selbst nur elastisch, d. h. sie ändern bei Lastangriffen lediglich die Atomabstände in den Gittern. Es kommt noch nicht zu Gleitungen in den Kristallen oder zu gegenseitigen Verschiebungen derselben längs der Korngrenzen. Allerdings ist kennzeichnend, daß die P-Grenze mit wachsender Schärfe der Meßeinrichtungen immer tiefer zu liegen kommt; infolge von Gefügestörungen und sonstigen Zufälligkeiten wird immer einzelnen Kristallen die Möglichkeit erhalten bleiben, sich durch örtliches Gleiten einer überdurchschnittlichen, elastischen Spannungsspitze, die durch innere Kerbwirkung entsteht, zu entziehen. Die P-Grenze besteht im physikalischen Sinne streng genommen nicht; sie ist eine Größe, die durch Vereinbarung festgelegt werden muß.

Dem rein elastischen Verhalten steht das rein plastische gegenüber, das nach der heutigen Auffassung durch Fließschichtenbildung zustande kommt. Dem Kontinuum wird eine Grenzschubspannung τ_F zugeordnet (im allgemeinen Spannungsraum eine Grenzfläche, die den Einfluß der Räumlichkeit des Spannungszustandes in bezug auf die Fließgrenze zum Ausdruck bringt), bei der längs der Hauptschubspannungsflächen Gefügeänderungen (Bruch der Zementitplättchen) auftreten, die dann das bekannte Fließen auslösen. Die Vorstellung von einem Bruche der Zementitplättchen ist sicherlich zu grob und gibt die wirklichen Vorgänge bei der Gefügeänderung nicht ganz zutreffend wieder. Abgesehen davon, daß man den Zementit des Perlitgefüges von etwaigem Korngrenzenzementit zu unterscheiden hat, der sich bei der Plastizierung ganz verschieden verhalten wird, kann man bei dem Zerbrechen des Perlitgefüges an die folgenden Überlegungen anknüpfen: Bei ungefähr 900° C wandelt sich das raumzentrierte Gitter des α-Eisens sprunghaft in das flächenzentrierte Gitter des γ-Eisens um. Die Perlitstruktur wird dabei zerstört, der Kohlenstoff geht in Lösung, indem seine Atome in die Eisenwürfel eintreten. Es wäre nun durchaus denkbar, daß ähnliche Vorgänge auch durch hohe Beanspruchungen (Zug oder Druck) ausgelöst werden können. Damit steht das Auftreten von großen Kristallen nach einer Kaltverformung in Einklang, bekannt unter dem Namen der Rekristallisationserscheinungen, das nur durch das Auflösen früherer Korngrenzen erklärt werden kann.

Die „Auflösung" des Zementites im Perlitgefüge wird sprunghaft vor sich gehen, und sie wird unmittelbar die Bereitschaft zu Fließschichtenbildung bedeuten; die zugehörige Spannung ist die Fließgrenze. Unter plastiziertem Stahl wäre demnach ein Gefüge zu verstehen, das dem des γ-Eisens oberhalb 900° C ähnlich sein müßte; die Zementitplättchen sind wieder aufgelöst und es besteht Neigung zur Ausbildung vergrößerter Ferritkristalle. Korngrenzenzementit ist erst oberhalb 0,9 % möglich und scheidet daher für baustatische Untersuchungen aus.

Beim Vorhandensein eines Spannungsfeldes ist jedoch Plastizierung mit Fließschichtenbildung noch nicht gleichbedeutend; ein örtliches Erreichen der Fließgrenze σ_F an der Spannungsspitze genügt noch nicht, da bekanntlich die Form des Spannungsfeldes längs der Fließschicht darauf einen maßgeblichen Einfluß nimmt. In der rechnenden Festigkeitslehre wird den Fließerscheinungen durch die Einführung eines elastisch-idealplastischen Kontinuums Rechnung getragen, das plötzlich und sprunghaft beim Erreichen von τ_F ganz andere Eigenschaften annimmt; eine P-Grenze hat dieser Stoff nicht, bzw. sie fällt mit der F-Grenze zusammen. In Wirklichkeit schaltet sich jedoch dem eigentlichen Fließen ein Übergangsgebiet vor; vom Erreichen der P-Grenze ab, bis zu der man den plastischen Anteil der Verformungen zu vernachlässigen vereinbart, löst sich allmählich das Schaubild des Verformungsgesetzes von der Hookeschen Geraden los, eine Erscheinung, die sich meßtechnisch sehr genau verfolgen läßt und die bei verschiedenen Stählen ganz verschiedene Ausmaße annimmt. Es genügt aber nicht, diese gemessene Linie einfach als Grundgesetz festzulegen, sondern es ist notwendig, ihren Verlauf auf ihre wahrscheinlichen Ursachen zurückzuführen, um zu erkennen, wie sich dann diese Ursachen bei anderen Spannungsverhältnissen auswirken.

Auf das Formänderungsgesetz im plastischen Bereich hat das Kleingefüge des Werkstoffes einen maßgeblichen Einfluß, vor allem ein etwaiger Porengehalt. Sind die Poren alle von gleicher Größe und Form und gleichmäßig im Werkstoff verteilt, war es möglich, denselben durch Einführung einer Wirkungstiefe t so weit Rechnung zu tragen[1]), daß man die beobachteten und gemessenen Erscheinungen richtig wiedergeben konnte. Die Wirkungstiefe t ist mit einem elastisch-idealplastischen Verhalten durchaus vereinbar; Abweichungen von diesem sind damit noch nicht zu erklären. In einer früheren Arbeit[2]) habe ich bereits ausgeführt, daß die Ursache des Abweichens des Baustahls vom elastisch-idealplastischen Verhalten in Störungen des Kleingefüges zu suchen ist. Darunter sind nicht eigentliche Kristallbaufehler im Smekalschen Sinne zu verstehen, sondern vielmehr kleine Lücken und Spalten zwischen den einzelnen Kristallen oder Einschlüsse von Kristallen minderer Festigkeit und Haftung im Haufwerk (Schlackeneinschlüsse) und vor allem auch Unregelmäßigkeiten in der Oberflächenausbildung (Kerben). Dazu treten noch Zufälligkeiten in der Verteilung der Gleitrichtungen der einzelnen Kristalle; denn es ist leicht einzusehen, daß an einzelnen Stellen zufällig ihre Gleitrichtungen nicht völlig regellos verteilt, sondern so geordnet sein können, daß die Ausbildung einer Fließschicht dadurch erleichtert werden kann (zufällige Einordnung der Gleitrichtungen einer überwiegenden Anzahl von Kristallen einer Schicht in die Hauptschubspannungsfläche). Diese Fehler im Kleingefüge sind nicht gleichmäßig verteilt, und die Wirkungstiefe t müßte daher veränderlich gemacht werden, um den wirklichen Verhältnissen zu entsprechen. Zweckmäßiger erscheint es jedoch, der Grundmasse des Baustahls ein porenloses Gefüge zuzuordnen mit einer Wirkungstiefe $t = \infty$ und einem Einflußkörper $K(y) = 1$[1]) und die Gefügebaufehler in anderer Weise zu erfassen.

Denkt man sich einen Stab von der Längeneinheit in lauter sehr dünne Schichten zerlegt, so wird eine überwiegende Anzahl derselben

[1]) J. Fritsche, Zur Mechanik des Fließvorganges. Stahlbau 1938, Heft 16 u. 17.

[2]) J. Fritsche, Die Fließbehinderung bei der Biegung von Balken und Stützen aus Baustahl. Stahlbau 1938, Heft 7/8 u. 9.

den idealen, störungsfreien Aufbau aufweisen, während die restlichen die Gefügestörungen im obigen Sinne enthalten werden. Die Schichten mit vollkommenem Aufbau fließen beim Erreichen von τ_F, die geschwächten früher je nach dem Grade der Schwächung. Die P-Grenze ist damit als jene Spannung gedeutet, die in den Schichten stärkster Schwächung den Fließvorgang auslöst. Dieses Fließen erfolgt nun so, daß die durch Kohäsionsüberwindung bedingten Gefügeveränderungen ein Eindrehen der Gleitrichtungen der einzelnen Kristalle in die Hauptschubspannungsrichtung ermöglichen und dadurch das bisher zurückgehaltene Gleiten derselben plötzlich und stoßartig auslösen. Als Maß der plastischen Verformbarkeit jeder Schicht kann man auf Grund einer Arbeit von Kuntze[3]) und Sachs die Fließlänge λ_F des Baustahls von $\varepsilon_{F1} = \frac{\sigma_F}{E}$ bis ε_{F2}, der Gesamtdehnung beim Beginn der Verfestigung, annehmen (Bild 1), und es wird zulässig sein, einen etwaigen, sicherlich nur geringfügigen Einfluß des Gütegrades der Schicht auf λ_F zu vernachlässigen. Was nun das Verformungsgesetz einer Einzelschicht anbetrifft, so bestehen dabei im wesentlichen zwei Möglichkeiten:

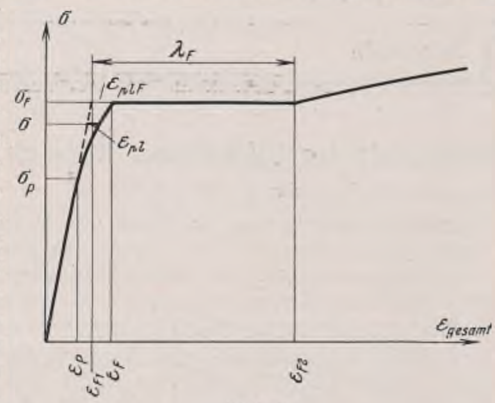


Bild 1.

a) Die betroffene Schicht fließt sofort um den vollen Betrag und verformt sich nachher wieder so lange rein elastisch, bis das Fließen alle Schichten des Werkstoffes erfaßt hat; erst dann setzt die Verfestigung ein. λ_1 ist daher zwischen σ_P und σ_F von der Spannungshöhe unabhängig.

b) Im Sinne der Auffassung von Köster[4]) fließt eine Schicht zunächst bis zur Spannungsdehnungslinie der weichen Ferritmasse und folgt dann bei weiterer Laststeigerung dieser Linie; um rechnen zu können, wird man die Vereinfachung treffen müssen (Bild 2), das Fließen auf einmal bis zu der der endgültigen Laststeigerung entsprechenden Fließlänge λ_2 zu erstrecken. λ_2 ist in diesem Falle mit der Spannungshöhe veränderlich. In Bild 2 ist die Spannungsdehnungslinie einer Schicht unter den Voraussetzungen a und b eingetragen, die bei σ_1 zu fließen beginnt, wenn die Last weiter bis zu σ_2 gesteigert wird.

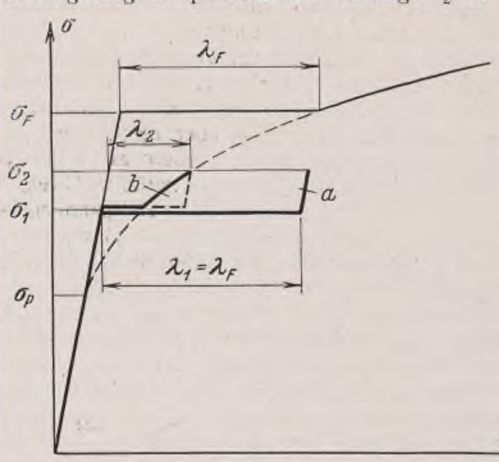


Bild 2.

Welche Voraussetzung dem tatsächlichen Verhalten des Werkstoffes besser entspricht, wird nur aus den Rechenergebnissen zu beurteilen sein. Es ist aber auch ganz gut möglich, daß die Voraussetzungen 1 und 2 Grenzfälle beschreiben, innerhalb welcher dann die wirklichen Erscheinungen zu finden sein müssen.

Will man auf Grund eines Schwächungsgrades einzelner Schichten die Spannungsdehnungslinie des Baustahls im Gebiete $\sigma_P < \sigma < \sigma_F$ entwickeln, so kommt es zunächst auf zwei Größen an:

1. auf den Anteil a an geschwächten Schichten in der Längeneinheit und
2. auf das Verteilungsgesetz der einzelnen Schwächungsgrade.

Diese beiden Größen, die nun das Formänderungsverhalten des Werkstoffes bestimmen, sind nicht durch unmittelbare Messung zu erhalten, sondern sie können nur durch Rückschluß aus genauen Formänderungsmessungen gewonnen werden. Der Gütegrad einer Schicht kommt zum Ausdruck durch die Spannung, bei der diese Schicht fließt; es erscheint zweckmäßig, denselben dimensionslos zu machen und durch die Größe

$$\eta = \frac{\sigma - \sigma_P}{\sigma_P} \tag{1}$$

zu kennzeichnen. $\eta = 0$ entspricht einem Gütegrade, bei dem die schwächsten Schichten zu fließen beginnen (P-Grenze); bei $\eta = \eta_F = \frac{\sigma_F - \sigma_P}{\sigma_P}$ setzt dann auch das Fließen der fehlerfrei gebauten Schichten ein. Das Verteilungsgesetz der Gütegrade der einzelnen Schichten ist durch thermodynamische Vorgänge beim Übergang aus der Schmelze in den festen Zustand bestimmt. Solange darüber keine Untersuchungen und Beobachtungen vorliegen, erscheint als einziger Weg, in diese Verhältnisse einigen Einblick zu gewinnen, der, mögliche Verteilungsgesetze auf ihren Einfluß auf den plastischen Anteil ε_{pl} der Verformung zu verfolgen. Nimmt man zunächst einmal an, daß innerhalb der geschwächten Masse alle Gütegrade η in derselben Anzahl z_1 vorhanden sind (Linie 1 in Bild 3), so muß

$$s \int_0^{\eta_F} z_1 \, d\eta = a \quad \text{oder} \quad a = s z_1 \eta_F \tag{2}$$

sein, wobei s die Dicke einer Einzelschicht bedeutet. Damit wird die bleibende Dehnung der Längeneinheit des Stabes

$$\varepsilon_{pl} = s \lambda \int_0^{\eta} z_1 \, d\eta = s \lambda z_1 \eta = a \lambda \cdot \frac{\eta}{\eta_F}. \tag{3}$$

Je nach der Voraussetzung, die man nun über die Spannungsdehnungslinie der Einzelschicht macht, erhält man im Fall a mit $\lambda = \lambda_F$

$$\varepsilon_{pl} = a \lambda_F \cdot \frac{\eta}{\eta_F}; \tag{3a}$$

im Fall b ist λ_2 von η abhängig. Nimmt man der Einfachheit halber die Spannungsdehnungslinie des reinen Ferrits als Parabel an, die an der Stelle $\eta = 0$ die Hookesche Gerade berührt und an der Stelle $\eta = \eta_F$ den Wert λ_F hat, so ergibt sich

$$\lambda_2 = \lambda_F \left(\frac{\eta}{\eta_F}\right)^2, \tag{4}$$

und damit wird

$$\varepsilon_p = a \lambda_F \left(\frac{\eta}{\eta_F}\right)^3. \tag{3b}$$

Bezeichnet man den plastischen Anteil der gesamten Verformung beim Erreichen von σ_F mit $\varepsilon_{plF} = \varepsilon_F - \frac{\sigma_F}{E}$, so erhält man aus Gl. (3a) u. (3b) mit $\eta = \eta_F$ die Größe $\varepsilon_{plF} = a \lambda_F$ und damit

$$\varepsilon_{pl} = \varepsilon_{plF} \cdot \frac{\eta}{\eta_F} \quad \text{bzw.} \tag{5a}$$

$$\varepsilon_{pl} = \varepsilon_{plF} \left(\frac{\eta}{\eta_F}\right)^3. \tag{5b}$$

Gleichung (5a) stellt eine gerade Linie vor (Linie 1 in Bild 4); unter sonst durchaus möglichen Voraussetzungen bekommt man somit ein Ergebnis, das mit den Beobachtungen nicht übereinstimmt, und man kann daraus den Schluß ziehen, daß die Annahme $z = z_1$ nicht brauchbar ist. Das erscheint auch recht naheliegend, da $z = z_1$ einem großen inneren Zwange auf den Gefügeaufbau gleichkommt, für den die physikalischen Grundlagen fehlen. Nicht viel wahrscheinlicher ist auch der geradlinige Ansatz

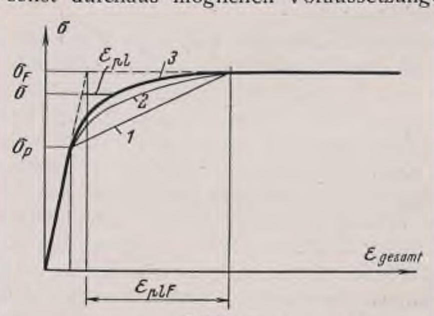


Bild 4.

$$z = z_2 \cdot \frac{\eta}{\eta_F} \tag{6}$$

(Linie 2 in Bild 3), womit sich zunächst aus $s \int_0^{\eta_F} z_2 \cdot \frac{\eta}{\eta_F} \cdot d\eta = a$ die Beziehung $a = \frac{1}{2} \cdot s z_2 \eta_F$ ergibt.

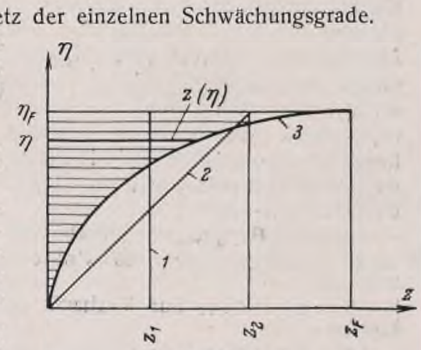


Bild 3.

Damit wird wieder

$$\varepsilon_{pl} = s \lambda \int_0^{\eta} z_2 \cdot \frac{\eta}{\eta_F} \cdot d\eta = \frac{1}{2} \cdot s \lambda z_2 \left(\frac{\eta}{\eta_F}\right)^2 = \varepsilon_{plF} \left(\frac{\eta}{\eta_F}\right)^2. \tag{7}$$

---

[3]) W. Kuntze u. G. Sachs, Zur Kenntnis der Streckgrenze von Stahl. Z. d. VdI 1928, Bd. 72.

[4]) W. Köster, H. v. Köckritz u. E. H. Schulz, Zur Kenntnis der Form der Spannungs-Dehnungs-Kurven auf Grund der Messung des zeitlichen Verlaufes der Alterung weichen Stahls. Archiv für das Eisenhüttenwesen 1932/33.

Berücksichtigt man nur die eine Möglichkeit $\lambda = \lambda_F$, so erhält man für ε_{pl} eine Parabel (Linie 2 in Bild 4), die wohl bereits besser mit der Erfahrung übereinstimmt, die aber noch durchaus nicht befriedigt, da man fast immer mit wachsender Spannung eine Verstärkung der Krümmung der Linie $\varepsilon_{pl}(\sigma)$ beobachtet. Dem kann durch eine natürlichere Wahl des Verteilungsgesetzes Rechnung getragen werden. Wenn in der Längeneinheit der überwiegende Teil des Werkstoffes fehlerfreies Gefüge aufweist, wird anzunehmen sein, daß ein stetiger Übergang in diesen vollkommenen Zustand vorhanden sein muß, und ebenso wird eine zunehmende Schwächung mit immer größer werdender Seltenheit einhergehen. Die einfachste mathematische Form für ein Verteilungsgesetz, das derartigen Randbedingungen Genüge leistet, ist eine Ellipse, deren Halbachsen z_F und η_F um so kleiner werden, je mehr sich der Baustahl dem elastisch-idealplastischen Verhalten nähert. Eine derartige Annahme ist natürlich zunächst nicht weiter zu begründen; sie kann ihre Brauchbarkeit nur mit den aus ihr entwickelten Rechenergebnissen beweisen. Es erscheint aber nicht ausgeschlossen, daß es einmal möglich sein wird, ein solches Gesetz thermodynamisch zu untermauern und die Schichtanzahl z eines Gütegrades als Wahrscheinlichkeit dieses Zustandes zu deuten; die wirklichen Schichtzahlen dürfen dann um diese Linie herum mehr oder weniger weit streuen. Die Ellipse ist nur die einfachste Möglichkeit; es sind auch Linien $z(\eta)$ höheren Grades denkbar, die sich besser in den Winkel hineinschmiegen, der von der η-Achse und der Geraden $\eta = \eta_F$ gebildet wird (Bild 3), doch ist es zunächst überflüssig, derartige Verallgemeinerungen zu untersuchen.

Es ist

$$z = z_F \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{\eta}{\eta_F} \right)^2} \right] \tag{8}$$

und damit

$$\varepsilon_{pl} = s \lambda z_F \int_0^\eta \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{\eta}{\eta_F} \right)^2} \right] d\eta \tag{9}$$

$$= s \lambda z_F \eta_F \left[\frac{\eta}{\eta_F} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\eta}{\eta_F} \sqrt{1 - \left(\frac{\eta}{\eta_F} \right)^2} - \frac{1}{2} \cdot \text{arc sin} \frac{\eta}{\eta_F} \right].$$

Für den Fall a ist unmittelbar der Ausdruck (9) gültig, wenn man $\lambda = \lambda_F$ setzt, für den Fall b gewinnt man mit Hilfe von Gl. (4) die Beziehung

$$\varepsilon_{pl} = s \lambda_F z_F \eta_F \left(\frac{\eta}{\eta_F} \right)^2 \left[\frac{\eta}{\eta_F} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\eta}{\eta_F} \sqrt{1 - \left(\frac{\eta}{\eta_F} \right)^2} - \frac{1}{2} \cdot \text{arc sin} \frac{\eta}{\eta_F} \right]. \tag{9b}$$

Um die Rechnung noch weiter zu vereinfachen, empfiehlt es sich, den Bereich von $\eta = 0$ bis $\eta = \eta_F$ in n gleiche Teile $\Delta\eta$ zu unterteilen; dann ist $\eta = \nu\,\Delta\eta$ und $\eta_F = n\,\Delta\eta$, und man erhält im Falle a

$$\varepsilon_{pl} = s \lambda_F z_F \eta_F \left[\frac{\nu}{n} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\nu}{n} \sqrt{1 - \left(\frac{\nu}{n} \right)^2} - \frac{1}{2} \cdot \text{arc sin} \frac{\nu}{n} \right] = s \lambda_F z_F \eta_F f_1 \left(\frac{\nu}{n} \right) \tag{10a}$$

und im Falle b

$$\varepsilon_{pl} = s \lambda_F z_F \eta_F \left(\frac{\nu}{n} \right)^2 f_1 \left(\frac{\nu}{n} \right). \tag{10b}$$

ν und n sind darin ganze Zahlen, und es ist immer $0 < \nu < n$.

Für $\nu = n$ bekommt man wieder

$$\varepsilon_{plF} = \left(1 - \frac{\pi}{4} \right) s \lambda_F z_F \eta_F = 0{,}2146\, s \lambda_F z_F \eta_F ,$$

und es ergibt sich schließlich

$$\varepsilon_{pl} = 4{,}6598\, \varepsilon_{plF} f_1 \left(\frac{\nu}{n} \right) \quad \text{bzw.} \tag{11a}$$

$$\varepsilon_{pl} = 4{,}6598\, \varepsilon_{plF} \left(\frac{\nu}{n} \right)^2 f_1 \left(\frac{\nu}{n} \right). \tag{11b}$$

Diese beiden Gleichungen lassen sich zahlenmäßig sehr einfach auswerten, wenn die Werte $f_1\left(\frac{\nu}{n}\right)$ und $\left(\frac{\nu}{n}\right)^2 f_1\left(\frac{\nu}{n}\right)$ ausgerechnet vorliegen; sie sind in Zahlentafel 1 für $n = 10$ enthalten, wobei bemerkt sein soll, daß sie für jeden Wert $\sigma_F - \sigma_P$ benutzbar sind, da sie ε_{pl} immer in den Zehntelpunkten des Bereichs angeben. In Zahlentafel 1 sind außerdem noch die Größen $\varepsilon_{pl}(\sigma)$ für einen Baustahl eingetragen worden, wie ihn Roš[5]) und Eichinger ihren Untersuchungen über die Tragfähigkeit gedrückter Stäbe zugrunde gelegt haben und für den $\sigma_P = 1{,}90$ t/cm², $\sigma_F = 2{,}70$ t/cm² und $\varepsilon_{plF} = 0{,}0025 - \frac{2{,}70}{2150} = 0{,}001\,25$ angenommen worden ist. Sie sind der besseren Übersicht halber in Bild 5 aufgetragen und der von Roš benutzten Linie $\varepsilon_{pl}(\sigma)$ gegenübergestellt worden. Diese Linie ist durch Mittelbildung aus zahlreichen Versuchen gewonnen worden; sie liegt zwischen den gerechneten und näher zum Falle a. Man kann daraus den Schluß ziehen, daß die zu a gehörigen Voraussetzungen besser den tatsächlichen Gegebenheiten zu entsprechen scheinen.

Zahlentafel 1.

ν	$f_1\left(\frac{\nu}{n}\right)$	$\left(\frac{\nu}{n}\right)^2 f_1\left(\frac{\nu}{n}\right)$	ε_{pl} nach (11 a) in ‰	ε_{pl} nach (11 b) in ‰
0	0,000 000	0,000 000	0,000 000	0,000 000
1	0,000 171	0,000 002	0,000 996	0,000 010
2	0,001 340	0,000 054	0,007 630	0,000 305
3	0,004 569	0,000 411	0,026 613	0,002 395
4	0,010 936	0,001 750	0,063 700	0,010 192
5	0,021 695	0,005 424	0,126 369	0,031 592
6	0,038 250	0,013 770	0,222 798	0,080 207
7	0,062 351	0,030 552	0,363 181	0,177 959
8	0,096 350	0,061 664	0,561 218	0,359 179
9	0,143 974	0,116 619	0,838 618	0,679 280
10	0,214 600	0,214 600	1,250 000	1,250 000

Damit ist der technisch wichtigste Teil der Spannungsdehnungslinie des Baustahls analytisch erfaßt; es erscheint jedoch noch notwendig, einige Worte über die obere Fließgrenze σ_{Fo} hinzuzufügen. Der plötzliche Lastabfall an der oberen Fließgrenze ist in letzter Zeit von einigen Werkstoffprüfern geleugnet bzw. auf den wirklichen Vorgang verschleiernde Eigenschaften der Prüfmaschinen zurückgeführt worden, so daß diese obere Fließgrenze als die eigentliche Fließkennziffer in die Festigkeitsberechnungen einzuführen gewesen wäre. Auf Grund der Versuche von Pomp[6]) und Krisch besteht jedoch eigentlich kein Zweifel mehr darüber, daß man es dabei mit Erscheinungen zu tun hat, die eine große Ähnlichkeit mit dem Verzweigungspunkte des Gleichgewichts bei den Stabilitätsproblemen der Elastizitätstheorie aufweisen; beim Überschreiten dieses Verzweigungspunktes kann theoretisch wohl auch die labile Gleichgewichtslage aufrechterhalten bleiben, tatsächlich wird sich aber meist die kleine Störung finden, die den Körper in eine neue, stabile Lage überführt. Die obere Fließgrenze ist mit größter Wahrscheinlichkeit eine labile Form des inneren Gleichgewichts, eine Verzögerung der Fließschichtenbildung (durch die Fließschichtenbildung kommt die neue, stabile Form des inneren Gleichgewichts zustande), die bei besonders günstigen Versuchsbedingungen, wie vollständige Gleichmäßigkeit des Werkstoffes, ideale Geradheit des Stabes, Vermeidung der geringsten Fehlerhebel des Lastangriffs usw. in Erscheinung tritt; kommt jedoch eine Störung hinzu, so fällt durch die dann einsetzende Fließschichtenbildung die obere F-Grenze auf die „natürliche" untere herab. Ein unmittelbarer Beweis für diese Auffassung sind die Versuche von Reggiori[7]), der bei Erschütterung der Probe das Verschwinden einer oberen F-Grenze feststellte, die vorher ohne zusätzliche Erschütterung vorhanden gewesen war. Damit erklärt sich auch die große Streuung der oberen F-Grenze, die sie als Werkstoffziffer schon immer unverwendbar gemacht hatte.

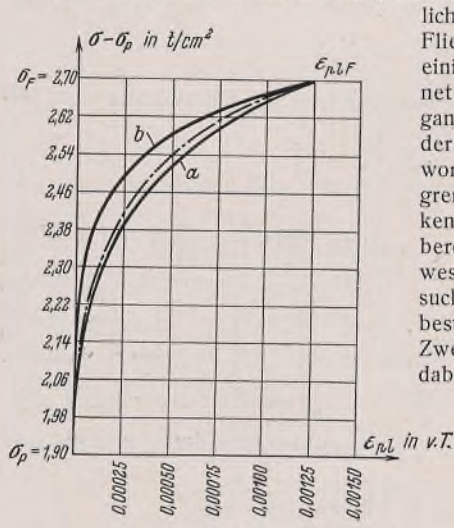


Bild 5.

Eine obere F-Grenze wird hauptsächlich bei weichen Kohlenstoffstählen beobachtet, die außerdem auch kleine Werte von ε_{plF} aufweisen; sie läßt daher einen Schluß auf eine größere Gleichmäßigkeit des Gefüges zu. Dies steht in Übereinstimmung mit der aus anderen Beobachtungen erschlossenen Tatsache, daß bei härteren Kohlenstoffstählen mit unsicherer oder verschwindender oberer F-Grenze und größeren Werten von ε_{plF} stärkere Gefügestörungen aller Art angenommen werden müssen. Neben dem ersten, hauptsächlichen Spannungsabfall beobachtet man in der Regel im Bereich der Fließlänge weitere, niedrigere Zacken; das sind wieder obere Fließgrenzen von Schichtengruppen, die aus irgendwelchen Gründen mit dem Fließen etwas später einsetzten und die die frühere

[5]) M. Roš, Die Bemessung zentrisch und exzentrisch gedrückter Stäbe auf Knickung. Bericht der II. internationalen Tagung für Brückenbau und Hochbau, Wien 1928.

[6]) A. Pomp u. A. Krisch, Versuche über den zeitlichen Verlauf von Spannung, Dehnung und Dehngeschwindigkeit beim Zugversuch, insbesondere an der Streckgrenze. Mitt. a. d. Kaiser-Wilhelm-Institut f. Eisenforschung in Düsseldorf, Abhandlung 330.

[7]) A. Reggiori, Sul limite di snervamento superiore ed inferiore degli acciai. Metallurg. ital. 28, 1936.

Höhe von σ_{F_0} nicht mehr erreichen konnten, da durch das vorangegangene Fließen anderer Schichten bereits leichter Störungen der labilen Gleichgewichtsverhältnisse möglich sind. Beim Zugstab können z. B. durch „örtliches" Fließen leicht kleine Krümmungen im ursprünglich geraden Stabe entstehen.

Aus allen diesen Gründen erscheint es daher zweckmäßig und gerechtfertigt, von der Einführung der unsicheren oberen *F*-Grenze in die rechnende Festigkeitslehre abzusehen.

2. Die Knickung des geraden Stabes im bildsamen Bereich des Baustahls.

Es soll nun untersucht werden, wie sich mit Hilfe der Linien $\varepsilon_{pl}\ (\sigma)$ nach Gl. (11a) bzw. (11b) die Knicklast eines Stabes für Schlankheitsverhältnisse λ kleiner als $\lambda_p = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_p}}$ berechnet, und zwar sollen dabei die gleichen Voraussetzungen gemacht werden, die Engeßer zur Behandlung dieser Aufgabe machen mußte. Die gesamte Dehnung im Bereich $\sigma_p < \sigma < \sigma_F$ ist

$$\varepsilon_{\text{gesamt}} = \frac{\sigma}{E} + \varepsilon_{pl}\,(\sigma),$$

daraus berechnet sich

$$(12) \qquad \frac{d\,\varepsilon_{\text{gesamt}}}{d\,\sigma} = \frac{1}{E} + \frac{d\,\varepsilon_{pl}}{d\,\eta} \cdot \frac{d\,\eta}{d\,\sigma}.$$

Man erhält nun nach Gl. (1)

$$\frac{d\,\eta}{d\,\sigma} = \frac{1}{\sigma_p}.$$

Unter Zugrundelegung des Fließvorganges für die Einzelschicht nach der Auffassung *a* erhält man nach Gl. (9)

$$\frac{d\,\varepsilon_{pl}}{d\,\eta} = s\,\lambda_F\,z_F\left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{\eta}{\eta_F}\right)^2}\right]$$

$$= 4{,}6598 \cdot \frac{\varepsilon_{pl\,F}}{\eta_F}\left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{\eta}{\eta_F}\right)^2}\right]$$

und damit berechnet sich nun

$$(13) \qquad \frac{d\,\varepsilon_{\text{gesamt}}}{d\,\sigma} = \frac{1}{E} + 4{,}6598 \cdot \frac{\varepsilon_{pl\,F}}{\sigma_F - \sigma_p}\left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma - \sigma_p}{\sigma_F - \sigma_p}\right)^2}\right].$$

Bezeichnet man, wie üblich, $\frac{d\,\varepsilon_{\text{gesamt}}}{d\,\sigma} = \frac{1}{E'}$ und führt die frühere Unterteilung des Bereichs $\sigma_p < \sigma < \sigma_F$ in *n* gleiche Teile durch, so ergibt sich

$$(14) \qquad \frac{1}{E'} = \frac{1}{E} + \alpha \ \text{bzw.}\ E' = \frac{E}{1 + \alpha E},$$

wenn

$$(15\text{a}) \qquad \alpha = 4{,}6598 \cdot \frac{\varepsilon_{pl\,F}}{\sigma_F - \sigma_p}\left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{\nu}{n}\right)^2}\right]$$

bedeutet. Berücksichtigt man die Köstersche Auffassung über den Fließvorgang in der Einzelschicht (Fall b), so bekommt man aus Gl. (9b)

$$\frac{d\,\varepsilon_{pl}}{d\,\eta} = 4{,}6598 \cdot \frac{\varepsilon_{pl\,F}}{\eta_F} \cdot \frac{\eta}{\eta_F}\left[3 \cdot \frac{\eta}{\eta_F} - 2 \cdot \frac{\eta}{\eta_F}\sqrt{1 - \left(\frac{\eta}{\eta_F}\right)^2} - \arcsin\frac{\eta}{\eta_F}\right]$$

und es berechnet sich

$$(15\text{b}) \qquad \alpha = 4{,}6598 \cdot \frac{\varepsilon_{pl\,F}}{\sigma_F - \sigma_p} \cdot \frac{\nu}{n}\left[3 \cdot \frac{\nu}{n} - 2 \cdot \frac{\nu}{n}\sqrt{1 - \left(\frac{\nu}{n}\right)^2} - \arcsin\frac{\nu}{n}\right].$$

Für den Rechteckquerschnitt ergibt sich nun bekanntlich der Knickmodul T_k nach Engeßer mit

$$(16) \qquad T_k = \frac{4\,E\,E'}{(\sqrt{E} + \sqrt{E'})^2},$$

Zahlentafel 2.

ν	σ_k	E' nach (15a) in t/cm²	T_k nach (15a) in t/cm²	λ nach (15a)	E' nach (15b) in t/cm²	T_k nach (15b) in t/cm²	λ nach (15b)
0	1,90	2150	2150	105,6	2150	2150	105,6
1	1,98	1994	2069	101,6	2147	2149	103,5
2	2,06	1633	1867	94,7	2106	2128	101,3
3	2,14	1249	1609	86,0	1941	2041	96,8
4	2,22	932	1355	77,0	1597	1836	91,3
5	2,30	694	1129	70,0	1153	1542	81,0
6	2,38	520	935	62,3	755	1191	69,7
7	2,46	393	771	55,6	472	875	59,2
8	2,54	296	630	49,5	292	632	46,9
9	2,62	219	503	43,5	176	426	40,3
10	2,70	129	333	34,9	92	253	30,0

und die Knicklast P_k des Stabes ist dann aus der Gleichung

$$\sigma_k = \frac{P_k}{F} = \frac{\pi^2\,T_k}{\lambda^2}$$

zu ermitteln. Gl. (16) gilt nur für den Rechteckquerschnitt; es bereitet aber keine Schwierigkeiten, bei Kenntnis von $E'(\sigma)$ auch für andere Querschnittsformen den Knickmodul zu berechnen. Für den Stahl mit den früher bereits angegebenen Festigkeitseigenschaften ist nun das Ergebnis der Rechnung in die Zahlentafel 2 eingetragen und in Bild 6 übersichtlich zusammengestellt worden.

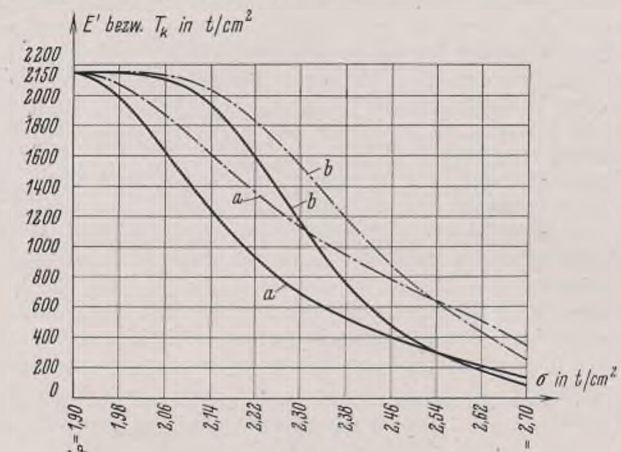


Bild 6.

Faßt man jede Spannung $\sigma_p < \sigma < \sigma_F$ als Knickspannung auf, so berechnet sich das zugehörige Schlankheitsverhältnis aus

$$(17) \qquad \lambda = \pi \sqrt{\frac{T_k}{\sigma_k}}.$$

In der Zahlentafel 2 ist auch der Inhalt dieser Gleichung unter den zwei Annahmen über das Formänderungsgesetz der Einzelschicht eingetragen; Bild 7 gibt eine deutliche Übersicht über das erhaltene Ergebnis. Man erkennt aus diesem Bilde die außerordentliche Empfindlichkeit der Knickspannungslinie $\sigma_k\,(\lambda)$ auf Abweichungen des Formänderungsverhaltens von der Hookeschen Geraden. Die Linie *a*,

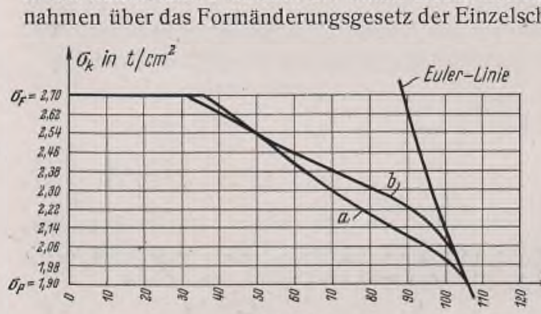


Bild 7.

deren Formänderungsgesetz dem tatsächlichen Verhalten des Baustahls besser entspricht, ist nur wenig gekrümmt und läßt sich näherungsweise durch eine Gerade wiedergeben; damit erhält man das bekannte Gesetz von Tetmajer über die Knickung im elastisch-plastischen Bereich, deren Festwerte nun auch auf theoretischem Wege für jede Stahlsorte ermittelt werden können. Für den elastisch-idealplastischen Werkstoff würde natürlich die Euler-Linie bis σ_F Gültigkeit haben; die Versuche von Rein[8]), die mit Stählen durchgeführt wurden, bei denen die *P*-Grenze sehr nahe an der *F*-Grenze lag, haben diese Forderung sehr deutlich bestätigt.

3. Das Formänderungsgesetz bei reiner Biegung.

Es entsteht nun die Frage, in welcher Weise das Formänderungsgesetz des reinen Zuges dasjenige bei verwickelteren Beanspruchungen bestimmt, wobei vor allem an den Einfluß eines Spannungsfeldes gedacht werden soll. Der Einfluß der Räumlichkeit eines Spannungszustandes auf das Fließen ist ja durch frühere Untersuchungen[9]) bereits weitgehend geklärt. Zur Erkenntnis der obigen Frage soll zunächst die reine Biegung eines Balkens mit rechteckigem Querschnitt untersucht werden. Der Stahl sei durch seine *P*-Grenze, seine *F*-Grenze, durch die Größe $\varepsilon_{pl\,F}$ und durch das unter Ziffer 1 erläuterte Verteilungsgesetz des Gütegrades seiner geschwächten Schichten gegeben. Der plastische Verformungsmechanismus besteht nun nicht mehr in einem Abrutschen einzelner Schichten aneinander infolge gleichgerichteten Gleitens der Kristalle einer dünnen Zwischenschicht, sondern er wird nun durch das in einer früheren Arbeit[2]) bereits ausführlich beschriebene „Biegefließen" wiedergegeben, das wiederum durch an das Spannungsfeld angepaßte Gleitvorgänge in den Kristallen dieser dünnen Zwischenschicht unter Annahme des Gesetzes vom Eben-

[8]) W. Rein, Berichte des Ausschusses für Versuche im Stahlbau, Ausgabe B, Heft 4.

[9]) W. Kuntze, Zur Frage der Festigkeit bei räumlichen Spannungszuständen. Stahlbau 1937, Heft 23.

bleiben der Querschnitte zu einer plastischen Winkeländerung γ_F' in der gegenseitigen Lage zweier Nachbarschnitte führt (Bild 8). Um die Verformung eines Balkens von der Länge l zu beschreiben, der praktisch bereits aus unendlich vielen Einzelschichten besteht, kann man auf der Abszissenachse entweder die Winkeländerung in der Stablänge l oder auch die Dehnung oder Verkürzung einer Randfaser auftragen; bei Ebenbleiben der Querschnitte müssen beide Wege zu dem gleichen Ergebnis führen, da durch eine nur von der Balkenhöhe abhängige Größe das eine Verformungsmaß unmittelbar in das andere übergeführt werden kann.

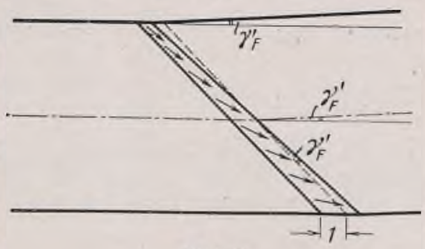


Bild 8.

Die beiden Linien für Zug und Biegung werden voraussichtlich einander sehr ähnlich sein; sie können daher durch dieselben Größen beschrieben werden, die nun mit σ_P', σ_F' und ε_{plF}' bezeichnet werden sollen (Bild 9). $\sigma_P' = \sigma_P$ und $\sigma_F' = \sigma_F$ sind die Grundannahmen der älteren Plastizitätslehre, die daraus auf örtliches Fließen und plastischen Spannungsabbau schließen mußte, um die Beobachtungen zu erklären. Die neuere Plastizitätslehre vermeidet diese mehr oder weniger nur erdachten Vorstellungen und bleibt zumindest für den Baustahl auf dem Boden der Erfahrung und Beobachtung, wenn sie die plastische Verformung als durch Fließschichtenbildung hervorgerufen erklärt. Beim Spannungsfeld muß ein unterbeanspruchter Teil der Fließschicht, deren Verlauf sich mit der Hauptschubspannungsfläche deckt, das Fließen so lange hemmen, bis der im überlasteten Teile aufgespeicherte Fließdruck S die Größe der Fließhemmung H erreicht hat. In einer früheren Arbeit[1]) habe ich bereits ausgeführt, daß man diese Fließhemmung H mit den Festigkeitsresten in der Fließschicht zu verknüpfen hat, wobei in diesem Falle unter Festigkeit die Spannung beim Eintreten einer inneren Gefügeveränderung (Bruch der Zementitplättchen) verstanden werden soll, und von der außerdem zu berücksichtigen ist, daß sie im Querschnitt keine unveränderliche Größe vorstellt, sondern von der Lage einer Stelle zur Randfaser abhängig sein muß. Mit Hilfe derartiger Vorstellungen gelingt es, das Eintreten des Fließens an eine neue, dimensionslose Werkstoffziffer c zu binden, die ein Maß für die Fähigkeit des Werkstoffs ist, eine „Feldwirkung" zu entwickeln. In übertragenem Sinne kann c als eine Art „innere Reibung" gedeutet werden; $c = 0$ wäre eine völlig glatte Schicht, bei der ein örtlicher Anstoß genügt, um ein Abrutschen in Gang zu bringen. Unter örtlichem Anstoß wäre hier zu verstehen, daß die Spannungsspitze des elastischen Feldes die Festigkeit σ_P oder σ_F erreicht hat. $c > 0$ bedeutet eine rauhe Schicht, so daß die Last noch weiter gesteigert werden muß, um das Fließen zu bewirken, da neben der Festigkeit auch noch die Reibung zu überwinden ist.

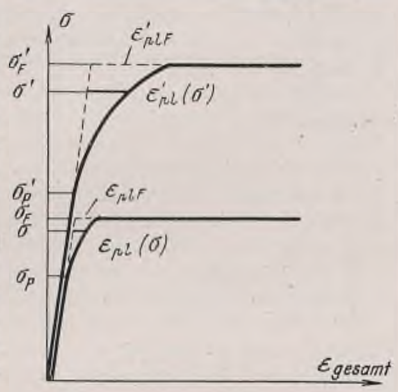


Bild 9.

Es würde nun ganz im Einklang mit den unter Ziffer 1 besprochenen Vorstellungen stehen, den verschiedenen Gütegraden der einzelnen Schichten einen verschiedenen Wert von c zuzuordnen. Die P-Grenze wurde als jene Festigkeit bezeichnet, bei der die schlechtesten und von Natur aus aufgelockertsten Schichten zum Fließen kommen; diesen Schichten wird der Kleinstwert von c, der Wert c_P, entsprechen, während mit den Schichten höchster Güte der Größtwert c_F zu verbinden sein wird. c_P kann natürlich auch gleich Null werden; dem entspräche dann ein Werkstoff, der nicht mehr die Fähigkeit hätte, beim Anlegen eines Spannungsfeldes seine P-Grenze zu erhöhen. Das Formänderungsgesetz der Biegung enthielte dann eine gekrümmte Linie von σ_P bis σ_F'. Es besteht selbstverständlich auch die Möglichkeit, daß beim Baustahl eine Gefügeform vorkommt, für die $c_P = c_F = 0$ ist; man braucht daher aus derartigen Beobachtungen nicht mehr auf die Notwendigkeit zu schließen, zu den Vorstellungen der älteren Plastizitätslehre zurückzukehren. Wie bereits ausgeführt wurde, wird es sich in solchen Fällen um Stähle handeln, die infolge der Kristallisationsvorgänge von Haus aus einen größeren Gehalt an feinsten Poren und Gefügestörungen aufweisen, oder um Stähle, deren Gefüge die Ausbildung einer ausgesprochenen Fließgrenze gar nicht mehr zuläßt. σ_F wäre dann der höchsten, ohne innere Zerrüttung ertragbaren Spannung gleichzusetzen, und man erhielte dann eine Spannungsdehnungslinie der Biegung, die mit der des Zuges genau übereinstimmen müßte.

Die Zahlen c_P bzw. c_F bestimmen die Feldwirkung an der P- bzw. an der F-Grenze, die wieder durch

$$\varkappa_P = \frac{\sigma_P' - \sigma_P}{\sigma_P} \quad \text{und durch} \quad \varkappa_F = \frac{\sigma_F' - \sigma_F}{\sigma_F}$$

ausgedrückt werden soll. Für einen beliebigen Zwischenwert $\sigma_P < \sigma < \sigma_F$ ist dann in ähnlicher Weise die Feldwirkung $\varkappa = \frac{\sigma' - \sigma}{\sigma}$, und solange keine diesbezüglichen genauen Beobachtungen vorliegen, liegt es nahe, für $\varkappa$ einen geradlinigen Ansatz (Bild 10) zu machen:

$$\varkappa = \varkappa_P + (\varkappa_F - \varkappa_P)\frac{\nu}{n}. \tag{18}$$

c kann derzeit nur aus genormten Versuchen bestimmt werden, wofür Biegeversuche mit niedrigen Balken rechteckigen Querschnitts vorgeschlagen worden sind; aus derartigen Versuchen können die Größen $\bar{\varkappa}_P$ und $\bar{\varkappa}_F$ entnommen werden[10]), womit sich dann c mit

$$c = \frac{\bar{\varkappa}^2}{2(\bar{\varkappa}+1)(\bar{\varkappa}+2)} \tag{19}$$

berechnete, aus der sich durch Einsetzen von Gl. (18) leicht die damit angenommene Gesetzmäßigkeit $c(\eta)$ ermitteln läßt (Bild 11). Setzt man z. B. $\bar{\varkappa}_P = 0{,}25$ und $\bar{\varkappa}_F = 0{,}50$, was ungefähr einer Hebung der P-Grenze bei der Biegung auf die F-Grenze des Zuges entspricht, so erhält man $c_P = \frac{1}{90}$ und $c_F = \frac{1}{30}$ und

$$c = \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(1 + \frac{\nu}{n}\right)^2}{\left(5 + \frac{\nu}{n}\right)\left(9 + \frac{\nu}{n}\right)}. \tag{20}$$

Für einen gegebenen Wert von c berechnet sich mit Hilfe von Gl. (19)

$$\varkappa = \frac{3c}{1-2c}\left[1 + \frac{1}{3}\sqrt{1 + \frac{4}{c}}\right]. \tag{21}$$

Berücksichtigt man die Beziehung (20), dann muß sich daraus $\varkappa$ in der Form $\varkappa = 0{,}25\left(1 + \frac{\nu}{n}\right)$ ergeben, in Übereinstimmung mit Gl. (18). Mit diesen Beziehungen läßt sich zu jedem Wert σ die durch die reine Biegung gehobene Spannung σ' berechnen.

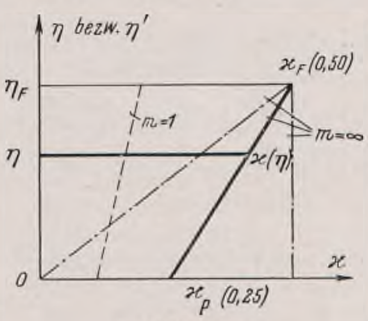


Bild 10.

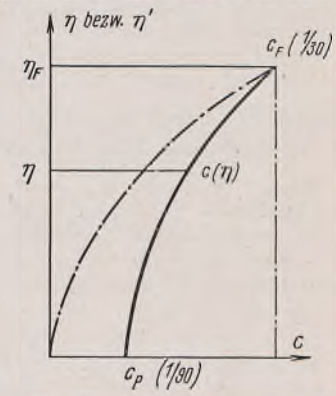


Bild 11.

Im Falle eines allgemeineren, linearen Spannungsfeldes, das durch eine außermittig angreifende Kraft mit dem Außermittigkeitsmaß m hervorgerufen wird, ist $\varkappa$ abhängig von c und von m. Man erhält

$$c = \frac{\bar{\varkappa}^2\left(\frac{m+1}{m}\right)^2}{2(1+\bar{\varkappa})\left(2 + \bar{\varkappa}\cdot\frac{m-1}{m}\right)} \tag{22}$$

und

$$\varkappa = \frac{c\,m\,(3m-1)}{1 + 2m(1+c) + m^2(1-2c)} \cdot \left[1 + \sqrt{1 + \frac{4 + 8m(1+c) + 4m^2(1-2c)}{c\,(3m-1)^2}}\right]. \tag{23}$$

Damit ließen sich auch solche Versuche zur Ermittlung der neuen Werkstoffziffern auswerten.

Um nun die Linie $\varepsilon_{pl}'(\eta')$, den plastischen Anteil der Randfaserverformung eines Balkenstückes von der Länge 1, zu bestimmen, ist von dem plastischen Verformungsgesetz der Einzelschicht auszugehen, das in übertragenem Sinne wieder durch Bild 2 dargestellt wird. Das Biegefließen einer Schicht wird durch eine plötzlich auftretende Winkeländerung γ_F' gekennzeichnet, der bei Ebenbleiben der Querschnitte eine plastische Dehnung oder Stauchung der Randfaser von

$$\lambda_F' = \frac{h}{2}\cdot\gamma_F'$$

[10]) Der Querstrich über $\varkappa$ weist jeweils darauf hin, daß es sich um eine zu messende Größe handelt.

entspricht; γ_F' bzw. λ_F' wäre ebenso wie λ_F durch Messung festzulegen. Macht man die allerdings rein theoretische Annahme, daß der Raumzuwachs einer fließenden Schicht bei Zug und bei Biegung gleich groß sei, wobei sich aber die betrachteten Raumänderungen nur auf den Zug- oder den Druckteil beziehen dürfen, dann ergäbe sich $\lambda_F' = 2\,\lambda_F$; man wird daher allgemein $\lambda_F' = r\,\lambda_F$ anzusetzen haben, wobei wahrscheinlich $2 > r > 1$ ist.

Der plastische Formänderungszuwachs beim Übergang von den Schichten mit dem Gütegrade η zu den Schichten mit dem Gütegrade $\eta + d\,\eta$ ist jedenfalls von der Spannung $\sigma' = \sigma(1 + \varkappa)$ abhängig, und man erhält daher

$$(24) \qquad \frac{d\,\varepsilon_{pl}'}{d\,\eta} = k\,s\,r\,\lambda\,z(1 + \varkappa),$$

denn es entspricht zahlreichen Versuchsbeobachtungen, daß die plastischen Verformungen mit der Zunahme der durch das Spannungsfeld bewirkten Fließverzögerung anwachsen. k ist wieder eine Verhältniszahl, die nun mit r zu der Größe K zusammengefaßt werden soll, da sich versuchsmäßig die beiden Größen k und r kaum trennen lassen werden. Nach Einsetzen von z nach Gl. (8) und $\varkappa$ nach Gl. (18) bekommt man

$$(25) \quad \frac{d\,\varepsilon_{pl}'}{d\,\eta} = K\,s\,\lambda\,z_F\left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{\eta}{\eta_F}\right)^2}\,\right]\left[(1 + \varkappa_P) + (\varkappa_F - \varkappa_P)\frac{\eta}{\eta_F}\right],$$

wobei λ bei der Integration über die einzelnen Schichten unveränderlich ist und erst nachher, je nach der Auffassung über den Fließvorgang der Einzelschicht durch $\lambda = \lambda_F$ oder durch $\lambda = \left(\frac{\eta}{\eta_F}\right)^2 \lambda_F$ zu ersetzen ist. Die Integration von Gl. (25) ergibt

$$(26) \quad \varepsilon_{pl}' = \frac{h}{2}\cdot K\,s\,\gamma_F'\,z_F\,\eta_F\left\{(1 + \varkappa_P)\left[\frac{\eta}{\eta_F} - \frac{1}{2}\cdot\frac{\eta}{\eta_F}\sqrt{1 - \left(\frac{\eta}{\eta_F}\right)^2} - \frac{1}{2}\cdot\arcsin\frac{\eta}{\eta_F}\right] + (\varkappa_F - \varkappa_P)\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\eta}{\eta_F}\right)^2 - \frac{1}{3}\left\{1 - \sqrt{\left[1 - \left(\frac{\eta}{\eta_F}\right)^2\right]^3}\right\}\right]\right\}.$$

Für $\eta = 0$ ist $\varepsilon_{pl}' = 0$; für $\eta = \eta_F$, $h = \bar{h}$, $\varkappa_P = \bar{\varkappa}_P$ und $\varkappa_F = \bar{\varkappa}_P$ muß sich der für einen Balken rechteckiger Querschnittsform zu messende Wert $\bar{\varepsilon}_{plF}'$ ergeben, für den man nun den Ausdruck

$$\bar{\varepsilon}_{plF}' = \frac{\bar{h}}{2}\cdot K\,s\,\gamma_F'\,z_F\,\eta_F\left[\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)(1 + \bar{\varkappa}_P) + \frac{1}{6}(\bar{\varkappa}_F - \bar{\varkappa}_P)\right]$$

bekommt, aus dem sich auf die Größe K schließen ließe. Führt man $\bar{\varepsilon}_{plF}'$ in die allgemeinen Beziehungen ein, so berechnet sich schließlich für $\lambda = \lambda_F$

$$(27\text{a}) \quad \varepsilon_{pl}' = 4{,}6598\,\bar{\varepsilon}_{plF}'\cdot\frac{h}{\bar{h}}\cdot\frac{(1 + \varkappa_P)f_1\left(\frac{\nu}{n}\right) + (\varkappa_F - \varkappa_P)f_2\left(\frac{\nu}{n}\right)}{(1 + \bar{\varkappa}_P) + 0{,}7766(\bar{\varkappa}_F - \bar{\varkappa}_P)}$$

und für $\lambda = \left(\frac{\nu}{n}\right)^2 \lambda_F$

$$(27\text{b}) \quad \varepsilon_{pl}' = 4{,}6598\,\bar{\varepsilon}_{plF}'\cdot\frac{h}{\bar{h}}\left(\frac{\nu}{n}\right)^2\frac{(1 + \varkappa_P)f_1\left(\frac{\nu}{n}\right) + (\varkappa_F - \varkappa_P)f_2\left(\frac{\nu}{n}\right)}{(1 + \bar{\varkappa}_P) + 0{,}7766(\bar{\varkappa}_F - \bar{\varkappa}_P)},$$

worin

$$f_1\left(\frac{\nu}{n}\right) = \frac{\nu}{n} - \frac{1}{2}\cdot\frac{\nu}{n}\sqrt{1 - \left(\frac{\nu}{n}\right)^2} - \frac{1}{2}\cdot\arcsin\frac{\nu}{n}$$

und

$$f_2\left(\frac{\nu}{n}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{\nu}{n}\right)^2 - \frac{1}{3}\left[1 - \sqrt{\left[1 - \left(\frac{\nu}{n}\right)^2\right]^3}\,\right]$$

bedeutet. Die Größe $\bar{\varepsilon}_{plF}'$ wäre nun für den Rechteckquerschnitt aus Versuchen zu bestimmen und müßte dann für alle übrigen Querschnittsformen die Spannungsdehnungslinien bei der Biegung zutreffend wiedergeben. Man wird etwa mit $\bar{\varepsilon}_{plF}' = 0{,}004$ zu rechnen haben.

Von neueren Arbeiten über das Formänderungsgesetz bei der Biegung sind die Untersuchungen von Rinagl[11]) recht bemerkenswert, der aus beobachteten Fließverzögerungen auf das Vorhandensein einer oberen Fließgrenze bei der Biegung von etwa $\sigma_{F_o} = 1{,}3\,\sigma_{F_u}$ schließen zu können glaubte. Seine Auffassung unterscheidet sich recht wesentlich von der vieler Fachleute, die, wie bereits ausgeführt, in dem Auftreten eines σ_{F_o} eine Erscheinung sehen, die mit einem Spannungsfeld nicht verträglich ist. Im Sinne der hier vorgetragenen Untersuchungen ist diese scheinbare obere Fließgrenze nichts anderes als eine durch die Feldwirkung gehobene P-Grenze; eine Auswertung der Rinaglschen Versuche würde ergeben, daß $\varkappa_P$ und $\varkappa_F$ nahezu gleich groß sind und daß folglich der Einfluß der Größe $\varkappa$ auf den Gütegrad der Schicht so geringfügig ist, daß er für viele Stähle vernachlässigt werden kann. In Gl. (27a) u. (27b) verschwindet dann das Glied mit $\varkappa_F - \varkappa_P$, und es wird

$$(28\text{a}) \quad \varepsilon_{pl}' = 4{,}6598\cdot\frac{h}{\bar{h}}\cdot\frac{1 + \varkappa}{1 + \bar{\varkappa}}\cdot\bar{\varepsilon}_{plF}'\,f_1\left(\frac{\nu}{n}\right) = C_1\cdot\frac{h}{\bar{h}}\cdot\varepsilon_{pl}$$

$$(28\text{b}) \quad \varepsilon_{pl}' = 4{,}6598\cdot\frac{h}{\bar{h}}\cdot\frac{1 + \varkappa}{1 + \bar{\varkappa}}\cdot\bar{\varepsilon}_{plF}'\left(\frac{\nu}{n}\right)^2 f_1\left(\frac{\nu}{n}\right) = C_1\cdot\frac{h}{\bar{h}}\cdot\varepsilon_{pl}$$

d. h. die plastischen Verformungen für Zug und Biegung werden dann einander verhältnisgleich, wenn die Höhe h des betrachteten Balkens mit der des genormten Versuchsbalkens übereinstimmt.

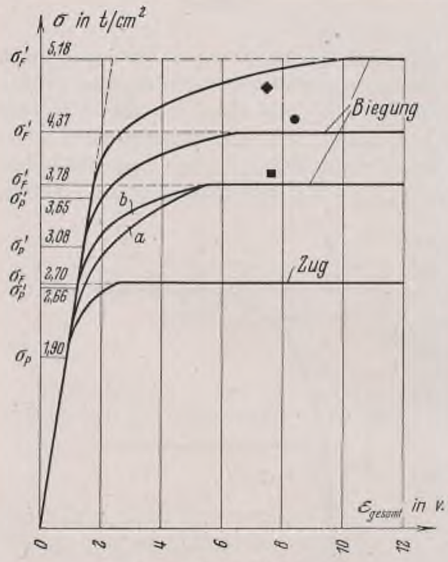


Bild 12.

Das Auftreten des Faktors $\frac{h}{\bar{h}}$ in Gl. (28) ist an die Voraussetzung von Fließschichten gebunden, die durch die ganze Höhe des Querschnitts plötzlich hindurchschießen. Ich habe bereits ausgeführt[1]), daß diese Voraussetzung auf niedrige Querschnitte beschränkt werden muß; bei hohen Trägern wäre dann noch eine Abminderungszahl hinzuzufügen, die dem stufenweisen Fließen Rechnung trägt und die derzeit nur versuchsmäßig zu bestimmen wäre. Besonders gilt dies für die hohen, dünnwandigen Querschnitte des Stahlbaues, die ein gesondertes Fließen von Querschnittsteilen gestatten[12]). Fließt im Grenzfalle bei einem I-Stahl der Flansch selbständig, dann ist wohl $\lambda_F' = \lambda_F$ zu setzen, und es verschwindet damit überhaupt die Abhängigkeit der Größe ε_{pl}' von $\frac{h}{\bar{h}}$; statt des genormten Bezugswertes $\bar{\varepsilon}_{plF}'$ ist dann allerdings $\frac{1}{r}\cdot\bar{\varepsilon}_{plF}'$ in Gl. (28) einzuführen, wobei r durch die Erörterungen zu Gl. (24) bestimmt ist. In Bild 12 sind die Linien ε_{pl}' für das Rechteck, den Kreis und das auf die Spitze gestellte Quadrat für einen Stahl mit den unter Ziffer 1 beschriebenen Festigkeitseigenschaften und $h = \bar{h}$ dargestellt; man erkennt die Ähnlichkeit dieser Linien mit den allerdings auf vollkommen anderer Grundlage entwickelten Kennlinien von Rinagl[11]).

Zahlentafel 3.

ν	$f_1\left(\frac{\nu}{n}\right)$	$f_2\left(\frac{\nu}{n}\right)$	$\varkappa_P = \varkappa_F = \varkappa,\ c = \frac{1}{42}$			$\varkappa_P = 0,\ c = \frac{1}{42}$
			ε_{pl}' nach (28a) Rechteck	ε_{pl}' nach (28a) auf die Spitze gestelltes Quadrat	ε_{pl}' nach (28a) Kreis	ε_{pl}' nach (28b) Rechteck
0	0,000 000	0,000 000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
1	0,000 171	0,000 012	0,0031	0,0061	0,0036	0,0012
2	0,001 340	0,000 218	0,0245	0,0475	0,0283	0,0148
3	0,004 569	0,001 034	0,0857	0,1663	0,0991	0,0643
4	0,010 936	0,003 318	0,1999	0,3878	0,2311	0,1621
5	0,021 695	0,008 204	0,3966	0,7693	0,4584	0,3287
6	0,038 250	0,017 348	0,6992	1,3564	0,8082	0,6141
7	0,062 351	0,033 084	1,1397	2,2111	1,3175	1,0190
8	0,096 350	0,058 624	1,7612	3,4167	2,0359	1,6156
9	0,143 974	0,099 238	2,6317	5,1318	3,0423	2,4770
10	0,214 600	0,166 667	4,0000	7,7600	4,6240	3,7937

Es muß nun möglich sein, mit diesen berechneten Formänderungsgesetzen, die in guter Übereinstimmung mit der Erfahrung stehen, die Durchbiegung von Balken im plastischen Bereich zu berechnen. Darüber soll in einer folgenden Arbeit berichtet werden.

[11]) F. Rinagl, Über die Fließgrenzen bei Zug- und Biegebeanspruchung. Bauing. 1936, Heft 41, 42.

[12]) J. Fritsche, Die neuere Fließbedingung und die Ergebnisse der Werkstoffprüfung. Stahlbau 1939, Heft 3.

Beitrag zur Kenntnis der Vorgänge beim Schweißen von St 52.

Von Direktor Dipl.-Ing. **H. Hauttmann.**

Eine gewisse Sorge um die Sicherheit der geschweißten St 52-Bauwerke erwuchs aus dem Auftreten von Rissen und plötzlichen verformungslosen Brüchen in Bauteilen aus dicken Walzprofilen. Die Erscheinung, daß Konstruktionsteile aus Stahl, an dem bei der elementaren Werkstoffprüfung gute Zähigkeitseigenschaften nachzuweisen sind, verformungslose Brüche erleiden, ist in der Vergangenheit schon öfter Gegenstand von Besorgnissen, Diskussionen und Untersuchungen gewesen[*].

Wenn man in der Fachliteratur zurückblättert, so stößt man immer wieder auf Versuche, die rätselhaften Ursachen plötzlich auftretender verformungsloser Brüche zu entschleiern. Unter den vielen Beobachtungen und Untersuchungen, die in der Vergangenheit auf diesem Gebiete angestellt wurden, sind an dieser Stelle zwei besonders erwähnenswert. Die ersten beziehen sich auf die Gießpfannenhakenbrüche, über die eine Zahl von Veröffentlichungen[1] erschien. Gießpfannenhaken haben sehr beträchtliche Querschnitte und brachen mitunter an Stellen, wo weder hohe Beanspruchungen noch äußerlich sichtbare Kerbwirkungen vorliegen. Man hatte früher in vielen Fällen solche Brüche von Pfannenhaken kurzerhand auf vermeintliche Materialfehler oder Mängel in den Materialeigenschaften zurückgeführt. In vielen Fällen wurde aber einwandfrei beobachtet, daß die Brüche an den Stellen des Hakens auftraten, die von Stahl-, Eisen- oder Schlackenspritzern am häufigsten getroffen werden, doch wagte vor Jahren niemand, darin etwa den Anlaß für die Brüche zu vermuten. Heute wissen wir, daß die örtlichen Eigenschaftsänderungen und Wärmespannungen, die durch die Vorgänge beim Auftreffen von Stahlspritzern im Werkstoff ausgelöst werden — Vorgänge, die mit den Verhältnissen beim Schweißen eine gewisse Ähnlichkeit haben —, für dicke Querschnitte Anlaß zum verformungslosen Trennungsbruch werden können.

Pfannenhakenbrüche sind heute überwunden. Die Beseitigung dieser gefährlichen Brüche ist durch eine konstruktive Maßnahme, die Einführung des der Demag geschützten Lamellenhakens mit Lamellendicke von etwa 20 mm gelungen. Für die Lamellenhaken hat man Izett-Stahl und beruhigten Stahl mit den Festigkeitseigenschaften des Kesselbleches II gewählt, während früher für die Vollhaken Stähle bis 60 kg/mm² Festigkeit Verwendung fanden. Die Schäden, die selbst an zähen Stählen durch Stahlspritzer entstehen können, werden auch bei den Lamellenhaken durch Glühen (Normalisieren) in bestimmten Zeitabständen beseitigt.

Eine zweite hier bemerkenswerte Beobachtung ist in der englischen Literatur[2] zu finden, wo Brüche dicker Kettenglieder beschrieben und untersucht wurden mit dem Ergebnis, daß die Ursache verformungsloser Trennungsbrüche feine Anrisse bilden, die von einer dünnen, kaltgehärteten und versprödeten Schicht der Oberfläche, die überdies unter hohen Spannungen steht, ihren Ausgang nehmen. Sogar ein sehnig-zäher Werkstoff, wie der für schwere Ozeandampferketten vorgeschriebene beste Puddelstahl bricht unter diesen Voraussetzungen verformungslos mit grobem Korn.

In den angeführten Untersuchungen wurde festgestellt, daß auch eine Aufhärtung der Oberfläche durch Einsatzhärtung in gleicher Weise die Einleitung verformungsloser Trennungsbrüche bewirkt. Die Beseitigung der Bruchgefahr, die durch die Reckhärtung der Oberfläche der Kettenglieder beim Gegeneinanderschlagen im Einholraum und Aufschlagen auf die Kettennuß gebildet wird, ist hier ebenfalls durch die in bestimmten Abständen durchgeführten Glühungen möglich.

Mit diesen Blicken auf benachbarte Gebiete soll gezeigt werden, daß bei der Anwendung dicker Querschnitte Vorsicht am Platze ist, wenn eine steile Inhomogenität der Spannungszustände und gleichzeitig versprödende Einflüsse, die örtlich beschränkt sein können, auftreten. Die Auflösung des dicken Querschnitts in ein Paket von dünneren Lamellen, die Anwendung zäher, weicherer Stähle und die Beseitigung der Oberflächenbeeinflussungen durch Glühen hat bei den Pfannenhaken und Ketten die geforderte Sicherheit gebracht.

An dieser Stelle sei erwähnt, daß in der Konstruktion geschweißter Brücken, unter dem Zwang der schweißtechnischen Möglichkeiten, das ebenso sichere wie unschöne Konstruktionselement des Lamellenpakets der genieteten Brücken gegen dickwandige Querschnitte ausgetauscht werden mußte. Es ist also der umgekehrte Weg wie bei der Entwicklung des Gießpfannenhakens beschritten worden.

Zur Untersuchung der Faktoren, die zu den bekannten Brüchen an fertigen geschweißten Bauwerken aus St 52 geführt haben, hat man als Studienprobe die von Bierett und Kommerell vorgeschlagene Nutschweißbiegeprobe gewählt[3]. An dieser Probe treten unter bestimmten Voraussetzungen plötzliche, verformungslose Brüche ein, die von inneren Anrissen ihren Ausgang nehmen[4].

Zur Durchführung des Nutschweißbiegeversuchs wird an einem Probestück von 200 mm Breite und einer Länge von 400 mm plus 6 mal der Blechdicke in der Mitte und Längsrichtung eine Nut von 8 mm Durchm. eingearbeitet und mit einer Schweißraupe vollgeschweißt. Man kann aber auch auf die Nut verzichten und die Schweißraupe auf der Oberfläche ziehen (Schweißraupenbiegeprobe). Dann wird die Probe so gebogen, daß die Schweißraupe in das Zuggebiet zu liegen kommt. Mit diesem Versuch sollen die Verhältnisse, wie sie in Halsnähten von Stegblechträgern vorliegen, möglichst weitgehend nachgeahmt werden.

Indes darf man nicht vergessen, daß sich diese Probe doch beträchtlich von den Verhältnissen in Stegblechträgern unterscheidet:

1. hat die Schweißnaht eine andere Lage im Querschnitt des Gurtprofils und damit zur Schwerpunktachse;
2. besteht die Schweißnaht nur aus einer einzigen Lage;
3. fehlen die vom Stegblech aufzunehmenden Kräfte zur Herstellung eines ähnlichen räumlichen Spannungszustandes;
4. kann sich die Biegeprobe beim Schweißen frei verformen und steht nicht so unter Zwang wie der Gurt beim Schweißen eines Stegblechträgers.

Die Beurteilung, welcher dieser Unterschiede bei einer Übertragung der Ergebnisse auf die praktischen Verhältnisse am meisten zu berücksichtigen ist, ist sehr schwer zu treffen. Die Nutschweißprobe (Schweißraupenbiegeprobe) hat sich als Studienprobe zweifellos sehr bewährt, um Einflußgrößen hinsichtlich ihrer Wirkung auf den Bruchvorgang unter den gegebenen besonderen Verhältnissen zu ermitteln. In den kommenden Vorschriften für schweißbaren St 52 wird die Schweißraupenbiegeprobe eine wichtige Rolle spielen.

Wie oben schon angedeutet, wirken sich auf den Bruchvorgang bei der Nutschweißbiegeprobe die durch das Schweißen entstandenen Eigenspannungen und Eigenschaftsänderungen des Werkstoffs im Einflußgebiet in erster Linie aus.

Von diesen Hauptfaktoren ist der Verlauf der Eigenspannungen am schwierigsten messend zu verfolgen. Es liegen daher bisher auch nur wenig Meßergebnisse vor. Die Ergebnisse der Eigenspannungsmessungen sind sehr davon abhängig, welches Verfahren man benutzt. Nach dem Verfahren, das Siebel bei seinen Untersuchungen[5] angewendet hat, werden in Schweißungen Eigenspannungen in der Größenordnung von 30 bzw. 15 kg/mm² in Längs- und Querrichtung festgestellt.

Mit dem Mathar-Verfahren wurden von Bollenrath[6] dagegen Zahlen in der Höhe der Trennfestigkeit angegeben. An Nutschweißbiegeproben sind noch keine Spannungsmessungen gemacht worden, mit denen es gelungen ist, die Höchstspannungen im Einflußgebiet der Schweißnaht zu erfassen. Angaben über die Verminderung der Spannungen durch Vorgewärmtschweißen fehlen ebenso wie Angaben über die Spannungen bei Verwendung verschiedener Elektrodenarten, -dicken u. dgl.

Von den Eigenschaftsänderungen des Werkstoffs im Einflußgebiet der Schweißnaht, die in einer mit Härtesteigerung gekoppelten Versprödung des Werkstoffs bestehen, läßt sich die Härteveränderung mit dem Rollhärteprüfer[7] (Rolldur)[8], mit dem es möglich ist, Schichten bis zu etwa 0,2 mm Dicke und weniger zu erfassen, in einwandfreier Weise feststellen.

Andere gebräuchliche Härtebestimmungsverfahren bringen in diesem Fall zu ungenaue Ergebnisse; die Ergebnisse hängen davon ab, ob man bei der Punktprüfung die richtige Stelle getroffen hat.

Der Rollhärteprüfer arbeitet so, daß eine kleine Kugel von z. B. 1,59 mm Durchm. unter gleichbleibendem Druck mit einer bestimmten Geschwindigkeit über die Prüffläche gerollt wird. Dabei wird die Spurbreite der Abrollbahn zu einem Maß für die Härte. Das Ergebnis der Härtebestimmung läßt sich photographisch festhalten und liefert ein anschauliches Bild über den Verlauf der Härte an Stellen, wo durch irgendwelche Ursachen die Härte örtlich verändert ist. Das Verfahren ist nicht nur für die Prüfung der Härteänderungen in Schweißnähten zu verwenden, sondern auch in allen anderen Fällen, in denen Härteunterschiede zu messen und anschaulich darzustellen sind, z. B. in kaltverarbeiteten, kaltgepreßten Stücken und in oberflächengehärteten, einsatzgehärteten Teilen, oder zur Ermittlung der Durchhärtung, des Einflusses von Entmischungen bzw. zur Beobachtung von Alterungsvorgängen, z. B. an Leichtmetallen u. dgl. m. Der Durchmesser der Prüfkugel kann selbst-

[*]) Vgl. Schaper, Bautechn. 1938, Heft 48, S. 649; Schaechterle, Bautechn. 1939, Heft 4, S. 46; Wasmuht, Bautechn. 1939, Heft 7, S. 85; Kommerell, Bautechn. 1939, Heft 12, S. 161, und Heft 15, S. 218.

[1]) C. Canaris, St. u. E. 1912, S. 611 bis 614; C. Senssenbrenner, St. u. E. 1919, S. 213 bis 217 u. 441; vgl. ferner St. u. E. 1919, S. 993 bis 997, 1132 bis 1138, 1309 bis 1318; A. Pomp, St. u. E. 1920, S. 1136 bis 1138 sowie 1711 bis 1716.

[2]) H. J. Cough, A. J. Murphy, The causes of failure of wrough iron chains. London 1928. Vgl. St. u. E. 1928, S. 1448.

[3]) G. Bierett, W. Stein, St. u. E. 1938, S. 427 bis 431; O. Kommerell, Stahlbau 1938, S. 49 bis 54.

[4]) Graf, Über Erkenntnisse, welche bei der Gestaltung der Schweißverbindungen im Stahlbau zu beachten sind. Bauing. 1933, Heft 37/38, S. 523.

[5]) E. Siebel, M. Pfender, Archiv für das Eisenhüttenwesen 1933/34, S. 407 bis 415.

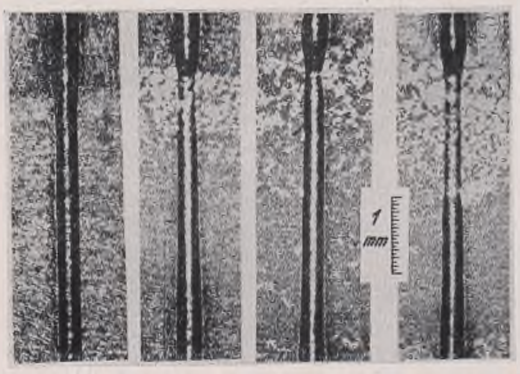
[6]) F. Bollenrath, St. u. E. 1934, S. 630 bis 634.

[7]) DRP. und Auslandspatente angemeldet.

[8]) Hergestellt vom Losenhausenwerk, Düsseldorfer Maschinenbau A.-G., Düsseldorf-Grafenberg, Postschließfach 27.

verständlich den einzelnen Fällen angepaßt werden; es ist möglich, eine Prüfkugel mit einem Durchmesser bis zu 0,8 mm zu verwenden.

Bild 1 zeigt zur Erläuterung der Härtebestimmung mit dem Rollhärteprüfer eine Reihe von Abrollbahnen der Prüfkugel in Schliffen eines Stahls von verschiedener Dicke, senkrecht zur Schweißnaht (im Bilde oben) gelegt. Man erkennt an der Spurbreite deutlich den Verlauf der Härte im Einflußgebiet der Schweißung und die Zunahme der Höchsthärte mit größer werdender Materialdicke. Die Ausdehnung der gehärteten Schicht ist deutlich zu erkennen.



10 20 30 40 mm

Bild 1. Abrollbahnen der Prüfkugel des Rollhärteprüfers über die Schweißnaht eines 10, 20, 30, 40 mm dicken unlegierten Kohlenstoffstahls.

Wie eine am Rollhärteprüfer erzeugte Abrollbahn im Meßmikroskop aussieht, ist in Bild 2 gezeigt. Aus der gemessenen Breite der Abrollbahn wird mit Hilfe einer Tabelle oder Eichkurve die Brinell- oder Vickers-Härtezahl abgelesen.

Die Härteannahme, wie sie bei der Nutschweißbiegeprobe im Einflußgebiet eintritt, wird, wie die Versuche ergeben haben, entscheidend beeinflußt durch die chemische Zusammensetzung und bei gleicher Zusammensetzung durch die Materialdicke, Elektrodendicke, Elektrodenart — ob blank oder umhüllt —, Schweißgeschwindigkeit und Stromstärke.



Bild 2. Abrollbahn der Prüfkugel an der Schweißnaht, stark vergrößert.

Die bei der Anwendung einer 5 mm-Elektrode zum Vollschweißen der Nut von 8 mm Durchm. an einigen Normstählen eintretenden Härtesteigerungen zeigt Bild 3. Mit Überschreiten eines Kohlenstoffgehalts von etwa 0,2 % nimmt die Aufhärtung des Einflußgebiets stark zu. Während der Einfluß der Dicke bei den niedrigen Kohlenstoffgehalten sehr gering bleibt, wird er bei den höheren Kohlenstoffgehalten sehr beträchtlich.

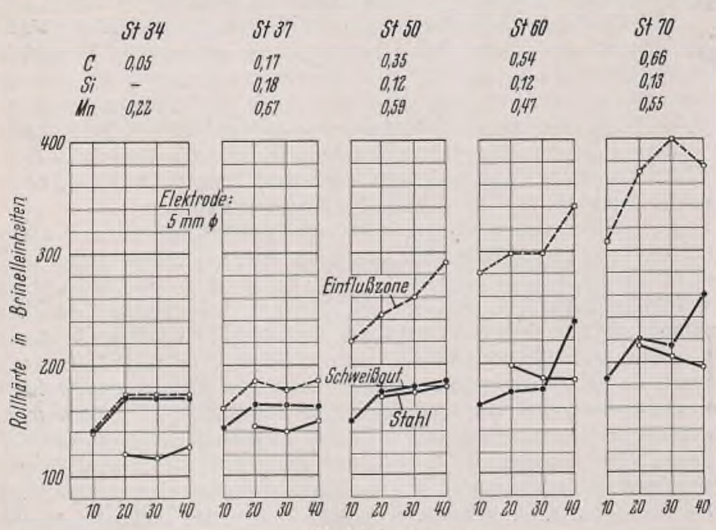


Bild 3. Härteannahme der Stähle St 34, St 37, St 50, St 60, St 70 beim Schweißen einer 8 mm ϕ-Nut mit 5 mm ϕ-Elektrode, umhüllt (Rollhärteprüfer).

Zwischen der Härteannahme im Einflußgebiet der Schweißnaht und der Verformfähigkeit der Nutschweißbiegeprobe besteht eine deutliche Abhängigkeit, wie Bild 4 zeigt. Maßnahmen, die die Höchsthärte im Einflußgebiet der Schweißung senken, dienen daher der Erhöhung der Verformfähigkeit.

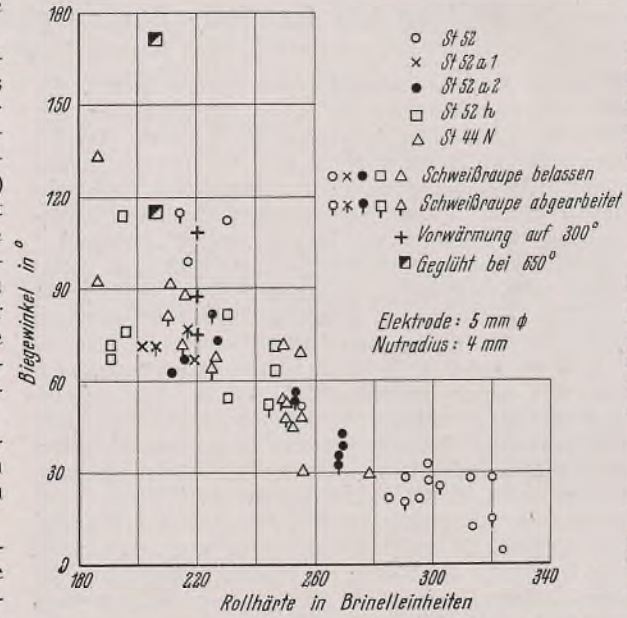


Bild 4. Abhängigkeit der Biegewinkel der Nutschweißbiegeprobe von der Höchsthärte im Einflußgebiet der Schweißnaht an 50 mm dickem St 52 (Rollhärteprüfer).

Die hohe Härteannahme dicker St 52-Profile ist bestimmt durch die Notwendigkeit, an die obere Grenze des vorgeschriebenen Kohlenstoffgehalts zu gehen, und durch einen erhöhten Mangangehalt, der zur Erreichung der geforderten Streckgrenze am wesentlichsten beitragen muß. Bei gegebener Zusammensetzung des Stahls wird die Härteannahme durch die Abkühlungsgeschwindigkeit beim Vollschweißen der Nut bzw. durch das Temperaturgefälle in der Einflußzone bestimmt. Wie schon gezeigt, ist die Dicke der Versuchskörper entscheidend. Dünne Elektroden und niedrige Stromstärken bewirken naturgemäß in dicken Querschnitten ein steileres Temperaturgefälle als dicke Elektroden und hohe Stromstärken.

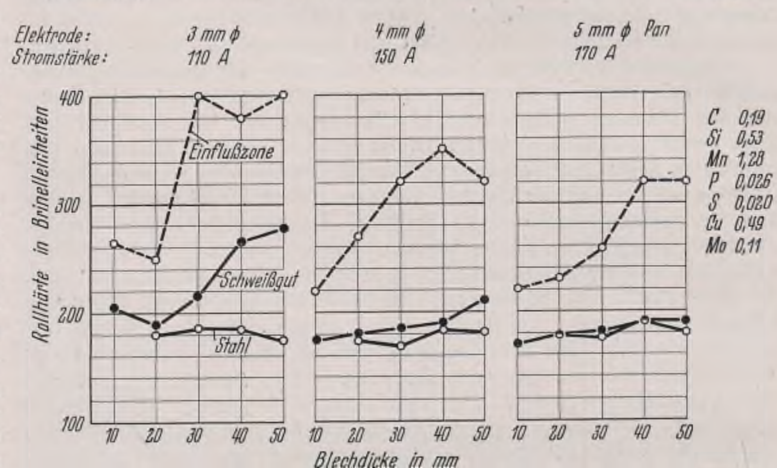
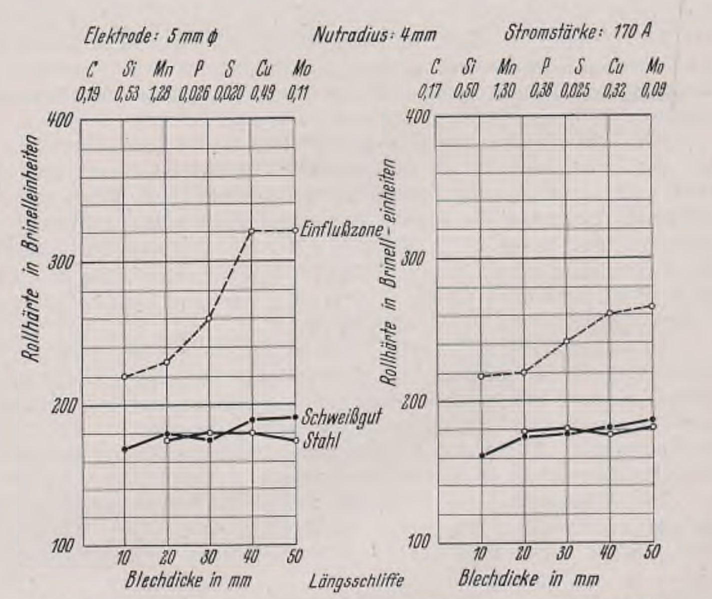


Bild 5. Einfluß der Elektrodendicke auf die Härteannahme beim Schweißen von St 52 (Rollhärteprüfer).



Links: normal erschmolzen. Rechts: besonders schmelzbehandelt.

Bild 6. Einfluß einer besonderen Schmelzbehandlung des St 52 auf die Härteannahme beim Schweißen (Rollhärteprüfer).

Wie sich die Elektrodendicke auf einen St 52 gegebener Zusammensetzung beim Schweißen einer Nut, deren Durchmesser der Elektrodendicke angepaßt ist, in der Höchsthärte des Einflußgebiets der Schweißraupe auswirkt, ist in Bild 5 gezeigt. Bei der Anwendung der 3 mm-

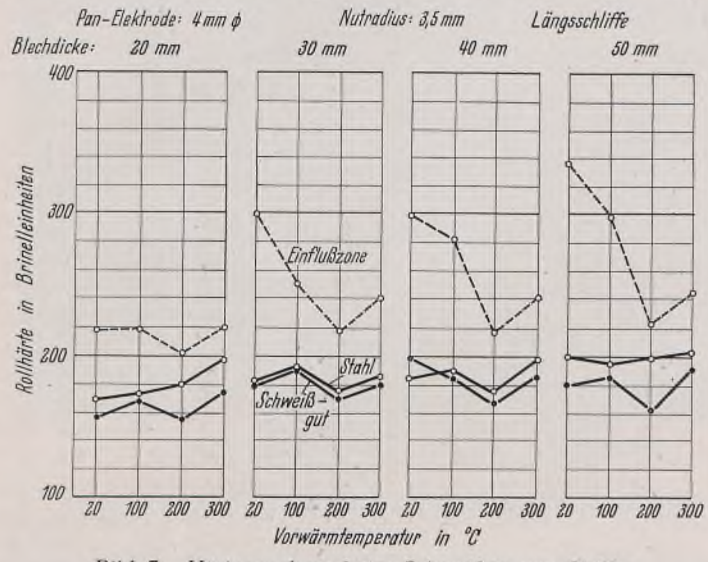


Bild 7. Härteannahme beim Schweißen von St 52 unter Vorwärmung (Rollhärteprüfer).

Elektrode werden bei Dicken von 30 mm Brinellhärten von 400 erreicht, bei dieser Härte hat St 52 praktisch keine Zähigkeit mehr.

Der Gedanke, die Härteannahme und die Gefahr der Anrisse[4]) von der Werkstoffseite her zu bekämpfen, ist naheliegend; dem Metallurgen sind Mittel zur Erreichung dieses Zieles bekannt.

Bild 6 zeigt den Härteverlauf in Abhängigkeit von der Blechdicke an zwei sonst praktisch gleich zusammengesetzten St 52-Stählen, von denen sich der im Bilde rechts dargestellte durch eine besondere Schmelzbehandlung

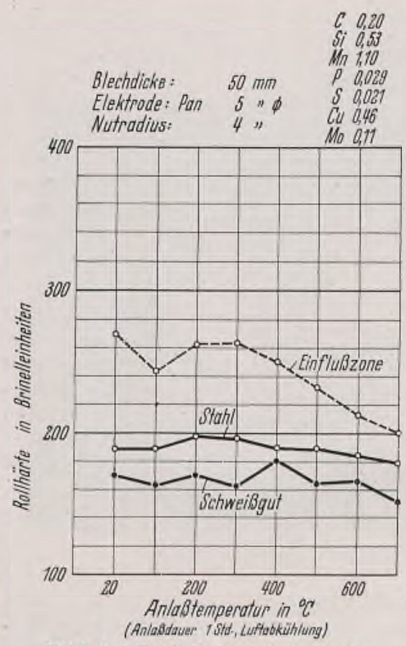


Bild 8. Einfluß des Anlassens nach dem Schweißen von St 52 auf die Härteannahme (Rollhärteprüfer).

unterscheidet. Der günstige Einfluß der Schmelzbehandlung auf die Härteannahme ist bei den großen Blechdicken deutlich. Die erwartete Verbesserung der Verformfähigkeit ist eingetreten, siehe in Bild 4 die Stähle St 52 a 1, St 52 a 2.

Andere Wege, die Härteannahme des St 52 im Einflußgebiet einer Schweißnaht herabzusetzen, bestehen in einer Erhöhung der Stücktemperatur beim Schweißen oder in einer Wärmebehandlung nach dem Schweißen. Wie die Härteannahme durch Vorwärmen auf verschiedene Temperaturen bei einem Stahl gegebener Zusammensetzung und verschiedener Blechdicke beeinflußt wird, zeigt Bild 7, aus welchem ersichtlich ist, daß bei einer Blechdicke unter 20 mm das Vorwärmen keinen wesentlichen Einfluß auf die Härteannahme nimmt, während bei größeren Blechdicken durch Vorwärmen eine sehr bedeutende Senkung der Höchsthärte erzielt werden kann. Die niedrigsten Härten werden bei einer Vorwärmtemperatur von 200° ermittelt.

Die Wirkung einer nachträglichen Wärmebehandlung auf eine Schweißung mit einer umhüllten 5 mm-Elektrode zeigt Bild 8.

Bei den gebräuchlichen Temperaturen des Spannungsfreiglühens (um 650°) ist die Höchsthärte der Einflußzone nur mehr unwesentlich verschieden von der Härte des geschweißten Stahls.

Die Aulatalbrücke der Reichsautobahnen bei Hersfeld.

Von Reg.-Baumeister a. D. **Hans Walter Schlegel**, Kassel.

(Schluß aus Heft 13.)

Die statische Berechnung.

Die Fahrbahntafel stellt dadurch, daß die Querträger über den Hauptträgern durchlaufen und die Querträger mit den Hauptträgern steif verbunden sind, einen Trägerrost dar. Eigentlich hätte man den Querträger als durchlaufenden Träger auf den wie elastisch senkbare Stützen wirkenden Hauptträgern rechnen müssen oder sogar mit den Hauptträgern zusammen als 100-fach statisch unbestimmtes System. Der Grad der Unbestimmtheit ergibt sich aus folgender Überlegung:

11 13 13 11 Felder

$10 + 12 + 12 + 10 = 44$ Querträger in den Öffnungen.

Da jeder Querträger, mit Ausnahme derjenigen über den Stützen, zwei Überzählige in das System bringt, wird es innerlich $2 \cdot 44 = 88$-fach statisch unbestimmt. Da außerdem jeder Hauptträger drei überzählige Auflagerbedingungen hat, kommen noch $3 \cdot 4 = 12$ äußere Überzählige hinzu, zusammen sind es also 100 statisch überzählige Größen unter Vernachlässigung der in waagerechter Richtung vorhandenen Bedingungen und des Einflusses der Verdrillungen.

Es wurden jedoch zur Berechnung einige Annahmen gemacht, die das Zusammenwirken der Haupt- und Querträger nur zu einem gewissen Grad berücksichtigen, dafür aber dem genauen Verfahren gegenüber eine große Ersparnis an Rechenarbeit bringen. Da die Querträger über den Stützen eingespannt sind, wurden sie entsprechend den Vorschriften, die für Längsträger gelten, berechnet. Das Stützmoment wurde mit $^3/_4$ und das Feldmoment mit $^4/_5$ des größten beim Balken auf zwei Stützen auftretenden Moments eingesetzt. Das Kragmoment wurde gesondert berücksichtigt.

Bei der Berechnung der Hauptträger wurde vorausgesetzt, daß die Querträger im Verhältnis zu ihnen derart elastisch sind, daß von einer nennenswerten Lastverteilung im Sinne einer Trägerrostwirkung nicht gesprochen werden kann. Bei Verteilung der ständigen Last auf die Hauptträger näherte man sich stark der Wirklichkeit, indem man den Querträger als Träger auf vier starren Stützen betrachtete. Die Verkehrslast wurde so auf die Hauptträger verteilt, als ob für Hauptträger I im Querträger bei Hauptträger II ein Gelenk sei, für Hauptträger II dagegen, als ob der Querträger ein starr gestützter Durchlaufträger sei. Bei diesen Annahmen bleibt man wegen der Ungenauigkeiten um das Maß, das die Einflußlinie für den Stützendruck eines einfachen Balkens von derjenigen für einen Durchlaufträger abweicht, auf der sicheren Seite der Berechnung.

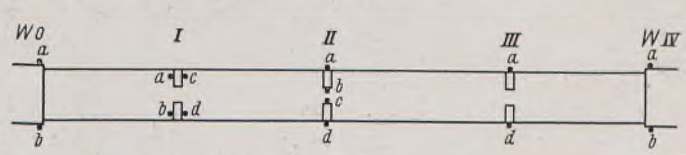


Bild 15. Setzdehnungsmessungen.

Setzungsmessungen.

Tag	Widerlager 0		Pfeiler I			Pfeiler II				Pfeiler III		Widerlager IV	
	a	b	a	c	d	a	b	c	d	a	d	a	b
29. April 1937	0	0	0	0	0	—	—	—	—				
5. Juni 1937	—	—	−1	−2	−1	—	—	0	0				
23. Juli 1937	−4	−3	−2	−3	−4	0	0	−11	−12				
23. September 1937	−8	−16	−3	−4	−6	−9	−7	−16	−13	0	0	0	0
23. Mai 1938	−11	−19	−6	−8	−11	−16	−16	−26	−24	−8	−8	−7	−6
8. August 1938	−11	−23	−6	−9	−13	−16	−16	−26	−25	−9	−8	−9	−6
6. Dezember 1938	−12	−22	−9	−10	−16	−23	−25	−26	−34	−11	−11	−11	−8
21. Februar 1939	−12	−22	−9	−12	−17	−23	−26	−27	−35	−11	−11	−11	−8

Setzungen in mm. Das Ergebnis der ersten Einwägung ist mit 0 bezeichnet, alle folgenden sind darauf bezogen. Bei der Messung am 22. September 1937 war das Widerlager 0 schon zum Teil mit dem Überbau belastet, die Pfeiler und das Widerlager IV erst bei der Messung am 23. Mai 1938. Die scheinbar ungleichen Setzungen beim Pfeiler II beruhen darauf, daß die Meßstellen *a* und *b* bei der Messung am 5. Juni 1937 noch nicht vorhanden waren, die ersten Setzungen daher noch nicht beobachtet werden konnten.

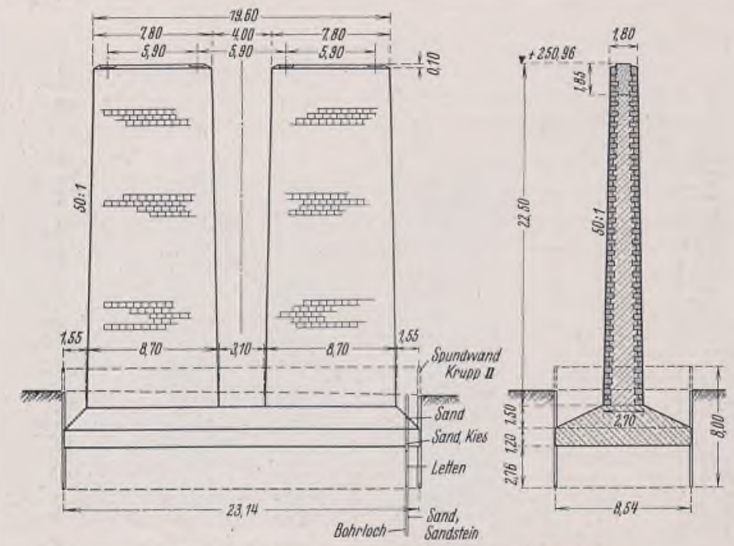


Bild 16. Flachgründung der Pfeiler 1 und 2.

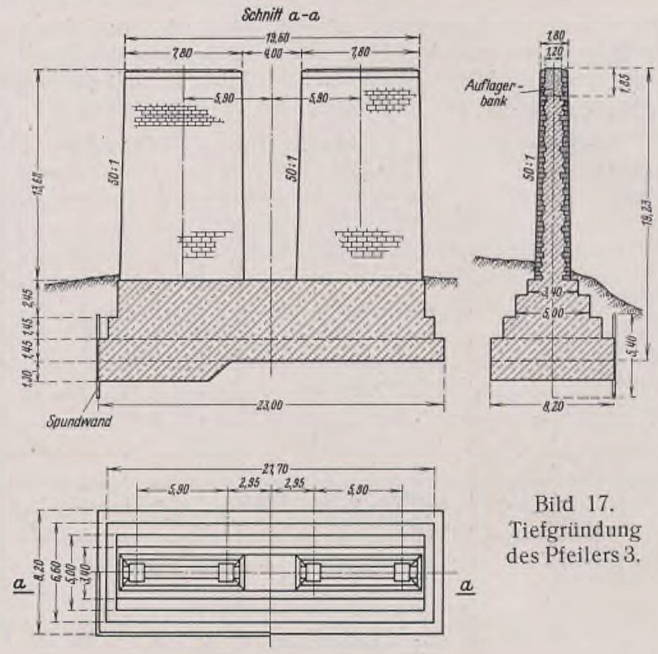


Bild 17. Tiefgründung des Pfeilers 3.

Die Ausführung.

Zur Untersuchung des Baugrundes waren für jeden Pfeiler und jedes Widerlager drei Bohrlöcher hinuntergetrieben worden und in der Nähe der Flügelenden je ein weiteres Bohrloch, im ganzen also 19 Stück. Nach Durchfahren der Bachablagerungen traf man auf massige Sandsteinbänke des mittleren Buntsandsteins, die mit roten Schieferletten in ganz unterschiedlichen Stärken abwechselten, sowie auf Lehm mit Schottern des dort vorhandenen Gesteins. Ein Maßstab für die Unregelmäßigkeit des Untergrundes war der Gebrauch des Meißels beim Bohren. Im allgemeinen mußte man den Meißel in ungefähr 3 bis 4 m Tiefe ansetzen, kam aber zwischendurch wieder häufig ohne Meißelung aus, so daß auch Tiefen von 10 bis 12 m keine besseren Ergebnisse lieferten. Unter Berücksichtigung der Tatsache, daß nicht die Setzungen an sich unerwünscht sind, sondern nur ungleiche Setzungen, die man hier durch die Verschiedenheit des Untergrundes befürchten mußte, vermieden werden sollten, wurde die zulässige Bodenpressung auf 3,0 kg/cm² festgesetzt, am südlichen Widerlager, wo man, ohne zu meißeln, eine Tiefe von 16 m erreichte, sogar auf nur 2,5 kg/cm², nachdem ein Schürfloch in der Achse des südlichen Widerlagers das Fehlen von gesundem Sandsteinfels bestätigt hatte.



Bild 18. Ein Klinkertrog schützt das Fundament des Pfeilers 2.

Wie die Setzungsmessungen, die jedesmal nach bestimmten Bauvorgängen durchgeführt wurden, bestätigen, haben sich die Pfeiler in der Tat nur um geringe Beträge, und zwar ziemlich gleichmäßig, gesenkt; die Ergebnisse der Setzungsmessungen sind in der Tafel (Bild 15) zusammengestellt.

Da die Querträger des Überbaues über die ganze Brückenbreite durchlaufen, mußten auch die Pfeilerfundamente ohne Fugen ausgeführt werden. Alle Gründungen ließen sich in offener Baugrube durchführen. Die Pfeiler 1 und 2, die in 2,70 m Tiefe unter dem Ansatz der getrennten Pfeilerschäfte (Bild 16) flach gegründet wurden, erhielten eine Sohlenbewehrung von 9500 kg Rundeisen. Die Fundamente enthalten je 450 m³ Beton. Das Fundament des Pfeilers 3 dagegen (Bild 17) wurde unter 60° abgetreppt und ohne Eisenbewehrung ausgeführt. Der Rauminhalt dieses Fundaments beträgt 785 m³. Die Auflagerbänke haben in der Längsrichtung und in den Auflagerquadern eine Rundeisenbewehrung erhalten. Diese beträgt bei den Pfeilern je 2860 kg und bei den Widerlagern je 2200 kg.

Den Pfeiler 2, dessen Fundament in Grundwasser mit betonzerstörenden Eigenschaften steht, schützt ein Trog aus Klinkern, die in Bitumenmörtel wie Bild 18 zeigt, vermauert wurden. Neben diesem Pfeiler wurden drei Probewürfel aus dem Fundamentbeton vergraben, um bei den nach jeweils 1 bis 3 Jahren stattfindenden Besichtigungen den Einfluß des Grundwassers auf den ungeschützten Beton zu veranschaulichen. Das aufgehende Mauerwerk der Pfeiler wurde als Doppelpfeiler ausgeführt, damit nicht die Mauerwerkstafeln, die etwa so hoch wie breit geworden wären, die Aussicht in das Tal versperrten. Der Schlitz zwischen den Pfeilern, die längs und quer einen Anlauf von 50 : 1 haben, ist oben 4 m breit (Bild 7).

Die Brüstungen der Flügel, die mit ihrer Innenkante gegenüber dem Brückengeländer um 1 m nach außen springen, haben einen lichten Abstand von 24 m. Den Vorprung zeigt Bild 14 von außen, während auf Bild 19 der Abschluß des Geländers zu sehen ist. Die Flügel, die wegen der Ungleichheit des Geländes alle verschieden hoch wurden, sollten in Eisenbeton ausgeführt werden, weil erfahrungsgemäß bei diesen Abmessungen Eisenbetonflügel billiger sind als Flügel aus Stampfbeton. Dabei nahm man in Kauf, daß man die zur Verkleidung dienenden Werksteine nicht mittragen lassen konnte, sondern nachträglich vor die Eisenbetonkonstruktion vorsetzen mußte.



Bild 19. Anschluß des Geländers an die Flügel.

Das südliche Widerlager wurde nach dieser Art ausgeführt. Die Rückansicht des Südostflügels zeigt Bild 20. Aber wegen der Verschiebung der Rohstofflage, die bis zur Herstellung des nördlichen Widerlagers eingetreten war, sah man dort vom Eisenbeton ab und stellte die Flügel in der gleichen Weise wie die Auflagerbänke und die Pfeiler aus Stampfbeton her. Auf diese Weise konnte man einen Vergleich der tatsächlich entstandenen Kosten der beiden Ausführungsarten anstellen, der ergab, daß die Ausführung in Eisenbeton trotz der größeren Flächen und der Erschwernisse bei der Abdichtung um 10% billiger war als in Stampfbeton wegen einer Zufälligkeit in der Preisgestaltung. Beim Einsetzen der üblichen Preise hätte sich der Unterschied ausgeglichen, wahrscheinlich wären die Eisenbetonflügel sogar etwas teurer geworden.

Der im allgemeinen harmlose Aulabach führte nach starken Regenfällen oder zur Zeit der Schneeschmelze manchmal plötzlich solches

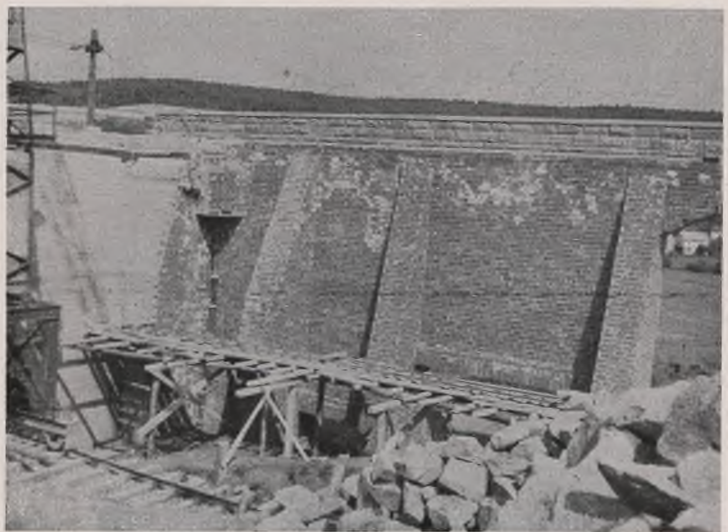


Bild 20. Flügel des südlichen Widerlagers aus Eisenbeton.



Bild 21. Hochwasser im Aulatal (Januar 1937).

Hochwasser, daß die Bauarbeiten behindert wurden. Das überschwemmte Aulatal mit der eingespundeten Baugrube für den Pfeiler 2 zeigt Bild 21, auf dem auch die Baustoffbunker am Bahndamm zu erkennen sind.

Die Brücke liegt im Sandsteingebiet, in ihrer unmittelbaren Nähe tritt sogar die Bausandsteinzone des mittleren Buntsandsteins, der in einem Steinbruch ausgebeutet wird, zutage. Da die Betonbauteile, der Brücke, Pfeiler, Widerlager und Flügel, mit Werkstein verkleidet werden sollten, kam also am ehesten Sandstein in Frage. Der Steinbruch in der Nähe lieferte aber nur Steine bis zur Größe von Pflastersteinen. Die Werksteine mußten von weiterher geholt werden. Die Wahl fiel auf Sollingsandstein, und zwar auf solchen von ziemlich einheitlicher roter Farbe. Die Leblosigkeit der großen Flächen vermied man durch besonders kräftige Bossen.

Die 50 cm hohen Abdecksteine der Auflagerbänke sind scharriert und treten nicht vor die Flucht des übrigen Mauerwerks vor. Die Schichthöhen wechseln zwischen 20 und 40 cm, während die Länge der einzelnen Steine zwischen dem 1,5fachen und dem 4fachen ihrer Höhe schwankt. Die Ecksteine sind im allgemeinen gleich hoch wie die durchgehenden Schichten, nur ab und zu haben sie die doppelte Höhe. Die Steine, die in den Lagerfugen bis über die Hälfte und in den Stoßfugen auf 10 cm Tiefe eben bearbeitet sind, wurden mit einer Fugenweite von 1 cm vermauert. Die Einbindetiefe beträgt abwechselnd 30, 40 und 50 cm. Das gesamte Mauerwerk ist ein regelmäßiges Schichtenmauerwerk. Sämtliche Steine wurden nach Versatzplan angefertigt und versetzt, das heißt, jeder Stein bekam schon im Bruch seine bestimmte Stelle im Bauwerk zugewiesen und wurde dementsprechend gekennzeichnet. Aus dem gleichen roten Sandstein bestehen die Bordsteine der Seiten- und Mittelschrammborde auf der Brücke sowie die Platten für den Belag der erhöhten Rand- und Mittelstreifen. Einzelheiten der Steinverkleidung sind auf den Bildern 22 u. 23 zu sehen. Auf diesen Bildern ist auch der 1 cm breite Kantenschlag der Ecksteine zu erkennen. Auf diesen Kantenschlag, den man, aus großer Nähe betrachtet, vielleicht als dem Bossen wesensfremd bezeichnen könnte, wurde nicht verzichtet, damit die Ecken des im übrigen in strengen Linien gehaltenen Bauwerks nicht unruhig erscheinen.



Bild 22.



Bild 23.

Bild 22 u. 23. Werksteinverkleidung der Pfeiler.

Die Baustoffe konnten bequem auf der unter der Brücke durchführenden eingleisigen Nebenbahn angefahren werden. Wenn auch der Betrieb auf dieser Strecke ziemlich schwach ist, so reichten die Zugpausen doch nicht zum fristgemäßen Entladen der Wagen aus. Man zweigte deshalb beim unmittelbar neben der Baustelle gelegenen Haltepunkt Kleba ein Anschlußgleis von der Strecke ab und brachte die Anschluß- und Schutzweiche in Schlüsselabhängigkeit vom 2 km entfernten Zustellbahnhof Kirchheim (Kreis Hersfeld).

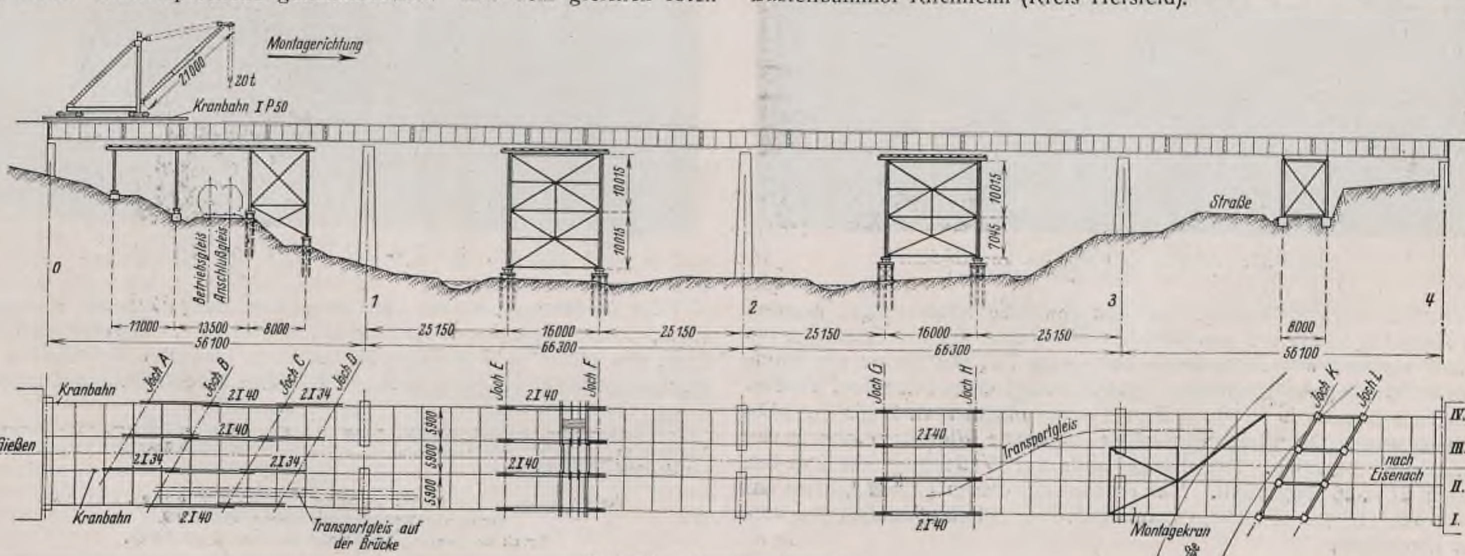


Bild 24. Montageübersicht.

Die Betonzuschlagstoffe wurden nach den Körnungen 0—3, 3—7, 7—30 oder 7—70 und Grubensand getrennt gelagert und, mit Ausnahme des letzten, nach Gewicht zugesetzt. Von den Bunkern am Bahndamm, in die zum Schutz gegen Frost eine mit Dampf heizbare Rohranlage eingebaut war, hoben Förderbänder die Zuschlagstoffe in vier je 15 m³ fassende Butler-Bin-Silos, unter denen die Wiegevorrichtung angebracht war. Zur Betonbereitung dienten zwei Jägermischer von je 750 l Inhalt und zur Verdichtung elektrische Stampfer, System Wacker. Den Beton und die Steine hoben zwei Wolf-Turmdrehkrane auf die Pfeiler und Widerlager.

Der Zusammenbau des Stahlüberbaues begann am südlichen Widerlager, an dem das Reichsbahngleis und das davon abzweigende Anschlußgleis vorbeigeht. Ein Schwenkmast neben dem Gleis hob die Teile vom Eisenbahnwagen auf die Brücke, wo sie auf zwischen den Hauptträgern I und II laufenden Rollböcken an Ort und Stelle gebracht wurden. Wie die Montagegerüste in den Öffnungen aufgestellt waren, zeigt Bild 24.

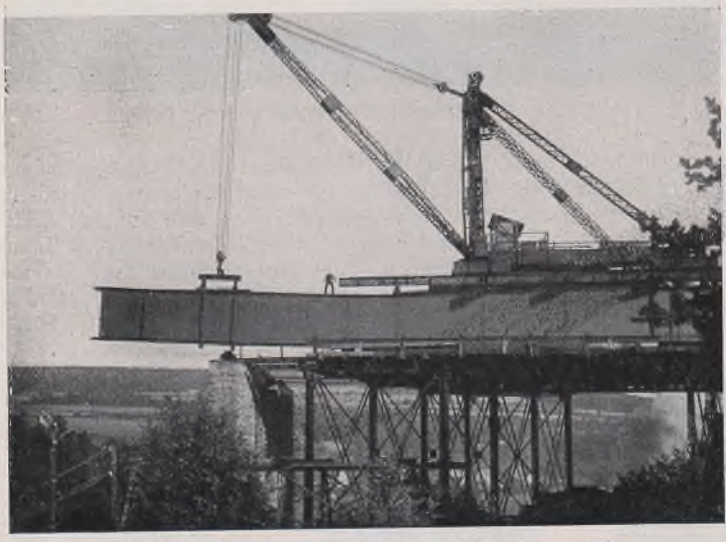


Bild 25. Einbau des schwersten Hauptträgerteils.

So wurde es nie nötig, mehr als $3^1/_2$ Felder oder 17,85 m vorzukragen. Die Hauptträgerteile waren 10 200 bis 23 450 mm lang und wogen 12 bis 25 t. Der Vorbaukran lief auf Schienen über den Hauptträgern II und IV. Er war mit kräftigen Flachstahlbändern, die unter dem Untergurt des Hauptträgers gut verkeilt wurden, verankert, weil beim Einbau der schwersten Hauptträgerteile in den hinteren Stützpunkten negative Auflagerkräfte auftraten (Bild 25). Bei den gewählten Abmessungen konnten die Hauptträgerteile mit gewöhnlichen SSl-Wagen auf der Eisenbahn befördert werden, wobei das Profil bei einem Teil der Träger um einige Zentimeter überschritten wurde. Bild 26 bringt einen Blick vom Vorbaukran nach Norden in Richtung Kassel einen Monat nach Beginn des Zusammenbaues. Der Pfeiler III und das nördliche Widerlager sind in der Herstellung begriffen. Die Brücke nach der Vollendung ist auf den Bildern 27 u. 28 dargestellt. Man erkennt auf diesen letzten Bildern das durch den Gegensatz erzielte harmonische Verhältnis zwischen Bauwerk und Landschaft.



Bild 27. Ansicht der Brücke von Süden.

Die Gesamtkosten der Brücke einschließlich Herstellung der Fahrbahn, jedoch ohne Frachten und Grunderwerb, haben sich auf 1 891 000,— RM belaufen, das ergibt, bezogen auf die $244{,}8 \cdot 22{,}0 = 5385$ m² große Grundfläche, 350,— RM/m² und bezogen auf den 112 200 m³ großen umbauten Raum, 16,80 RM/m³, wenn man als solchen den Raum zwischen der Fahrbahnoberkante, dem Gelände bis zur Vorderkante der Widerlager und zwischen den Geländern bezeichnet. Lieferung und Einbau des stählernen Überbaues lag in den Händen der Firma C. H. Jucho, Dortmund, die auch die statische Berechnung aufstellte und den Entwurf werkstattfertig ausarbeitete. Die Firma Grün & Bilfinger, Mannheim, führte die gesamten Unterbauten aus, und die Werksteine lieferte eine Arbeitsgemeinschaft von Steinbrüchen unter Führung von H. Tacke, Negenborn, und H. Watermann, Stadtoldendorf.

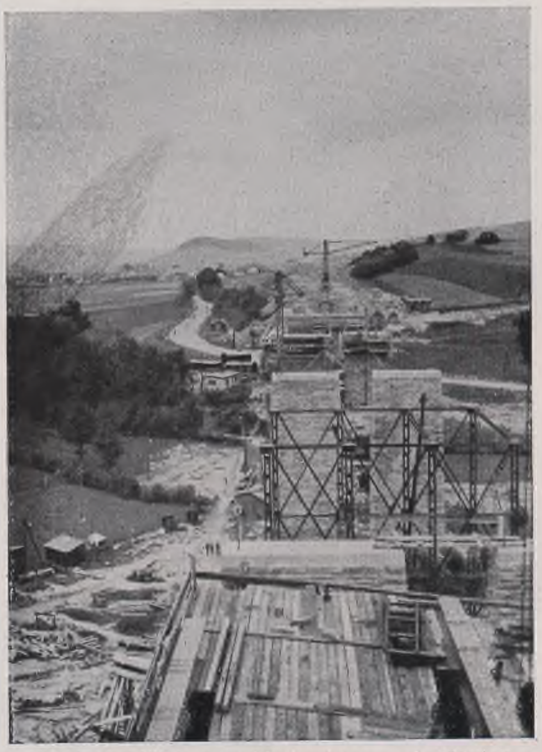


Bild 26. Blick vom Vorbaukran nach Norden.



Bild 28. Ansicht der Brücke von Norden.

Die Ausführung, zu der eine hinreichend lange Zeit zur Verfügung stand, dauerte von November 1936 bis August 1938. Die Brücke wurde Ende des Jahres 1938 mit den letzten noch fehlenden Teilstrecken der Reichsautobahn Göttingen—Kassel—Frankfurt a. M. dem Betrieb übergeben.

Verantwortlich für den Inhalt: Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt.
Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin W 9.
Druck der Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.

DER STAHLBAU

Schriftleitung:
Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt, Technische Hochschule
Fernsprecher: Darmstadt 7711, Apparat 599
Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61
Veröffentlichungsbeiträge an voranstehende Anschriften erbeten

Beilage zur Zeitschrift DIE BAUTECHNIK Fachschrift für das gesamte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

12. Jahrgang BERLIN, 4. August 1939 Heft 16

Das Nullfeldverfahren zur allgemeinen Ermittlung der Einflußlinien von Balken und Rahmentragwerken.

Von Prof. Dr.-Ing. Rajko Kušević, Zagreb.

Das Nullfeldverfahren zur Ermittlung der Einflußlinien beruht auf dem bekannten, aus dem Prinzip der virtuellen Verrückungen entwickelten Satze:

Wenn man in irgendeinem Querschnitt eines n-fach statisch unbestimmten Tragwerks ein Nullfeld der Schnittkraft S einschaltet (für $S = M$ ein Gelenk, für $S = Q$ oder N eine Zwangführung, s. Bild 1), das dadurch entstandene $(n - 1)$-fach statisch unbestimmte Hauptsystem im Nullfeld mit der Doppelkraft $S = -1$ belastet und die dazugehörige Biegelinie des Lastgurtes ermittelt, so stellt diese die Einflußlinie der Schnittkraft S dar. (Die Durchbiegungen sind dabei in der Richtung der wandernden Last P zu bestimmen und im Sinne dieser Last positiv zu nehmen.) Der Ordinatenmaßstab der Einflußlinie ist durch die gegenseitige, im Sinne der Größen $S = -1$ gemessene Verschiebung der beiden im Nullfeld zusammenstoßenden Querschnitte des Tragwerks gegeben.

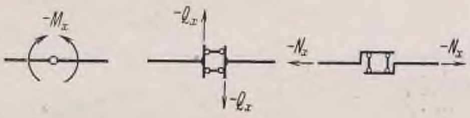


Bild 1.

Dieser Satz ist bisher praktisch nur bei den Modellverfahren allgemeiner verwendet worden[1]); zur rechnerischen oder zeichnerischen Ermittlung der Einflußlinien hat man ihn, trotz seiner grundsätzlichen Einfachheit und Anschaulichkeit, lediglich in speziellen, leichteren Fällen herangezogen[2]), und zwar wegen vermeintlicher Schwierigkeiten der Vorberechnung des Hauptsystems. Um diesen Schwierigkeiten auszuweichen, hat man in neuerer Zeit ein Verfahren der unmittelbaren Ermittlung von Einflußlinien entwickelt, bei dem die Einflußlinien als Biegelinien des unveränderten Tragwerks erhalten werden; dazu mußten als Angriffskräfte gewisse gedachte Lastgruppen (Singularitäten) eingeführt werden, die die erforderlichen Knicke bzw. Sprünge der Biegelinie hervorzurufen vermögen[3]). Die Einführung dieser neuen Begriffe erschwert natürlich das Verständnis des interessanten Verfahrens, das auch nicht die Anschaulichkeit des Nullfeldverfahrens besitzt. Anderseits ist man von der Verformung selbst ausgegangen, indem man die Einflußlinie für eine statische Größe als Biegelinie des Tragwerklastgurtes aufgefaßt hat, erzeugt durch die Formänderung „Eins" an der Stelle und im Sinne dieser Größe[4]). Dieses zweite neue Verfahren ist leichtverständlich und allgemein anwendbar, führt aber bei mehrfacher statischer Unbestimmtheit des Tragwerks zu einer umständlichen Ermittlung der Einflußlinien durch Überlagerung mehrerer Biegelinien (Bei n-facher statischer Unbestimmtheit sind in der Regel die Ordinaten von $n + 1$ Linien zu summieren.)

In der vorliegenden Abhandlung wird das Nullfeldverfahren zu einem praktisch allgemein verwendbaren Verfahren der unmittelbaren Ermittlung von Einflußlinien ausgebildet, und zwar durch Aufstellung einfacher Sätze, mittels deren man die Bestimmung der Biegemomente im Hauptsystem mit dem Nullfelde auf die Berechnung des gegebenen n-fach statisch unbestimmten Tragwerks bzw. seines statisch bestimmten Grundsystems zurückführt und damit den obenerwähnten Schwierigkeiten der Vorberechnung des Hauptsystems aus dem Wege geht. Bei der Ableitung dieser Sätze wird die Bedingung gestellt, daß sich der Maßstab einer Einflußlinie, der in der Einflußlinie selbst enthalten ist, als „Eins" ergibt, so daß die berechneten Ordinaten der Einflußlinie die wahren Größen der betreffenden Schnittkraft angeben. Demnach werden die im Nullfeld angreifenden Doppelkräfte nicht mit der Größe -1, sondern mit einer vorläufig unbestimmten Größe angenommen.

Zur Erläuterung der allgemeinen Ableitung der Sätze soll ein einfaches Beispiel dienen: der beiderseits eingespannte Bogen in Bild 2a. Dabei sind die folgenden Bezeichnungen eingeführt:

Tragwerk und Hauptsystem (Bild 2a bzw. 3a, 4a, 5a)	x, y	Schwerpunktkoordinaten des Querschnitts C des Tragwerks, für den die Einflußlinien der Schnittkräfte gesucht werden, = Koordinaten des Nullfeldes des Hauptsystems;
	ξ, η	Koordinaten des Angriffspunktes D der wandernden lotrechten Last $P = 1$;
	φ_x, φ_ξ	Neigungswinkel der Trägerachse im Punkte C bzw. D;
	J_x, J_ξ	Trägheitsmoment der Querschnittsfläche in C bzw. D;
Tragwerk (Bild 2a bzw. 2c)	$M_{x\xi}$, $Q_{x\xi}$, $N_{x\xi}$	Biegungsmoment, Querkraft und Längskraft im Querschnitt C des gegebenen Tragwerks infolge der Einwirkung $P = 1$ im beliebigen Punkte D;
	$M_{\xi x}$	Biegungsmoment im beliebigen Querschnitt D des gegebenen Tragwerks infolge der Einwirkung $P = 1$ im Punkte C;
Hauptsystem (Bild 3a, 4a u. 5a)	M_ξ^M, M_ξ^Q, M_ξ^N	Biegungsmoment im beliebigen Querschnitt D des Hauptsystems mit dem Nullfelde des Moments (Bild 3a), der Querkraft (Bild 4a) bzw. der Längskraft (Bild 5a), verursacht vom vorläufig unbekannten Doppelmoment $-M_x$ bzw. von der Doppelkraft $-Q_x$ oder $-N_x$ im Nullfeld C;
	δ_ξ^M, δ_ξ^Q, δ_ξ^N	lotrechte Durchbiegung des Hauptsystems im beliebigen Querschnitt D infolge der Einwirkung der Doppelkräfte $-M_x$, $-Q_x$, $-N_x$ im Nullfelde C, die sich nach dem Mohrschen Satze als Biegungsmoment zur zweiten Belastung $z_\xi^M = M_\xi^M / EJ_\xi \cdot \cos \varphi_\xi$ bzw. $z_\xi^Q = M_\xi^Q / EJ_\xi \cdot \cos \varphi_\xi$ bzw. $z_\xi^N = M_\xi^N / EJ_\xi \cdot \cos \varphi_\xi$ ergibt (Bild 3b u. 3c, 4b u. 4c, 5b u. 5c).

---

[1]) Schaechterle, Verfahren zur Ermittlung von statisch unbestimmten Größen und deren Einflußlinien an Modellen. Bautechn. 1933, Heft 27.

[2]) Ritter, Anwendungen der graphischen Statik, III. Teil, S. 89 ff.; Müller-Breslau, Die graphische Statik der Baukonstruktionen, II. Bd., 2. Abt., 2. Aufl., S. 48 ff.; Vinzens, Direkte Ermittlung der Momenteneinflußlinien des eingespannten Bogens. Armierter Beton 1919, Heft 11; Kušević, Neposredno iznalaženje uticajnih linija lučnog nosača bez zglavaka. Tehnički List 1934, Heft 23 u. 24; Kušević, Neposredno iznalaženje uticajnih linija lučnog nosača s jednim zglavkom. Tehnički List 1935, Heft 22.

[3]) Szegö u. Neményi, Über eine allgemeine Methode zur Darstellung der Einflußlinien von Balken und Rahmentragwerken. Stahlbau 1931, Heft 13; Kirsten, Allgemeine Methode zur Darstellung der Einflußlinien der Balken und Rahmentragwerke. Stahlbau 1932, Heft 18. (Pohl hat in einer Zuschrift daselbst nachgewiesen, daß sich der Rechnungsgang dieses Verfahrens vollkommen mit jenem des üblichen „Lastflächenverfahrens" deckt.) — Muls, Les propriétés analytiques des lignes d'influence. Etude systématique de leurs dérivées. Le Génie civil, 1935, Bd. II, Heft 12. Unter demselben Titel hat Muls 1937 ein Buch herausgegeben (Liège-Paris, Editions La Technique des Travaux), worin er systematisch die analytischen Funktionen untersucht, durch welche die Einflußlinien dargestellt werden.

[4]) Krabbe, Allgemeine, unmittelbare Darstellung von Einflußlinien durch Biegelinien nach dem Formänderungsverfahren. Stahlbau 1933, Heft 2.

Die Gleichung der in Bild 3c dargestellten Einflußlinie für das Biegungsmoment $M_{x\xi}$ in C lautet:

(1) $$M_{x\xi} = \frac{\delta_\xi^M}{\tau_c^M};$$

τ_c^M ist die gegenseitige Verdrehung der Angriffsgeraden des Doppelmoments $-M_x$ und wird nach der vorigen Bemerkung als Maßstab der Einflußlinie gleich 1 gesetzt; somit erhält man

(2) $$\delta_\xi^M = M_{x\xi}.$$

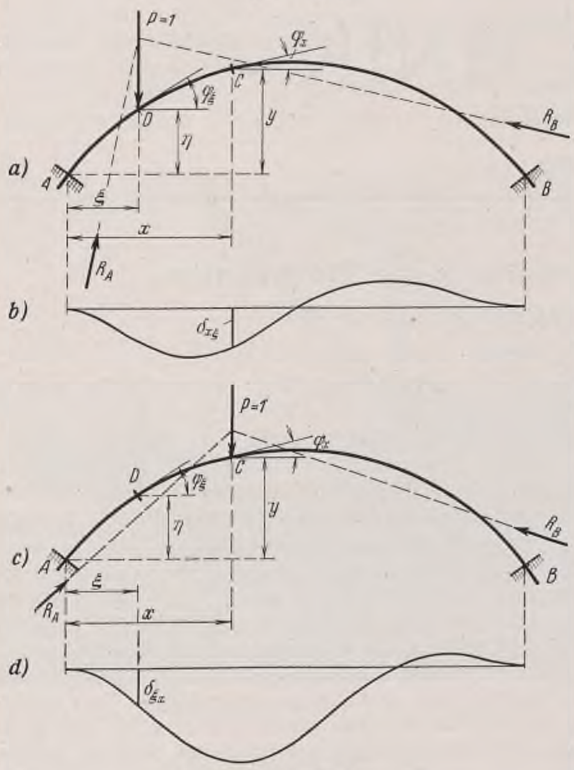


Bild 2a bis d.

Zwischen der Durchbiegung δ_ξ^M und dem entsprechenden Moment M_ξ^M besteht, wenn man den Elastizitätsmodul $E = 1$ setzt [was hier nach Gl. (1) zulässig ist], die Beziehung

(3) $$\frac{\partial^2 \delta_\xi^M}{\partial \xi^2} = -\frac{M_\xi^M}{J_\xi \cdot \cos\varphi_\xi};$$

Wenn man das Moment $M_{x\xi}$ nach Muster der Gl. (3) als Funktion der entsprechenden Durchbiegung $\delta_{x\xi}$ (s. Bild 2b) ausdrückt:

$$M_{x\xi} = -J_x \cdot \cos\beta_x \cdot \frac{\partial^2 \delta_{x\xi}}{\partial x^2},$$

erhält man aus (4)

$$M_\xi^M = J_\xi \cdot \cos\varphi_\xi \, J_x \cdot \cos\varphi_x \cdot \frac{\partial^2\left(\frac{\partial^2 \delta_{x\xi}}{\partial x^2}\right)}{\partial \xi^2}$$

oder mit Hilfe des Maxwellschen Satzes von der Gegenseitigkeit der Verschiebungen ($\delta_{x\xi} = \delta_{\xi x}$) und des Satzes von der Vertauschung der mittleren partiellen Ableitungen,

$$M_\xi^M = J_\xi \cdot \cos\varphi_\xi \, J_x \cdot \cos\varphi_x \cdot \frac{\partial^2\left(\frac{\partial^2 \delta_{\xi x}}{\partial \xi^2}\right)}{\partial x^2}.$$

Daraus erhält man endlich mit Benutzung der zwischen der Durchbiegung $\delta_{\xi x}$ und dem entsprechenden Biegungsmoment $M_{\xi x}$ (s. Bild 2c und 2d) bestehenden Beziehung

$$\frac{\partial^2 \delta_{\xi x}}{\partial \xi^2} = -\frac{M_{\xi x}}{J_\xi \cdot \cos\varphi_\xi}$$

die endgültige Formel:

(Ia) $$M_\xi^M = -J_x \cdot \cos\varphi_x \cdot \frac{\partial^2 M_{\xi x}}{\partial x^2}.$$

Die Gleichung der in Bild 4c dargestellten Einflußlinie für die Querkraft $Q_{x\xi}$ im Querschnitt C (Biegelinie des Hauptsystems mit dem Querkraftnullfelde in C, Bild 4a) lautet:

(5) $$Q_{x\xi} = \frac{\delta_\xi^Q}{\delta_c^Q}.$$

Wenn man die gegenseitige Verschiebung δ_c^Q der Angriffspunkte der Doppelkraft $-Q_c$ im Sinne dieser Kraft gleich 1 setzt und die Beziehung

$$Q_{x\xi} = \frac{\partial M_{x\xi}}{\partial s}$$

einführt (ds = Längenelement der Stabachse im Punkte C), erhält man aus (5)

(6) $$\delta_\xi^Q = \frac{\partial M_{x\xi}}{\partial s}.$$

Aus der Differentialgleichung der elastischen Linie (mit $E = 1$)

(7) $$\frac{\partial^2 \delta_\xi^Q}{\partial \xi^2} = -\frac{M_\xi^Q}{J_\xi \cdot \cos\varphi_\xi}$$

folgt in Verbindung mit (6)

$$M_\xi^Q = -J_\xi \cdot \cos\varphi_\xi \cdot \frac{\partial^2\left(\frac{\partial M_{x\xi}}{\partial s}\right)}{\partial \xi^2} = -J_\xi \cdot \cos\varphi_\xi \cdot \frac{\partial\left(\frac{\partial^2 M_{x\xi}}{\partial \xi^2}\right)}{\partial s}$$

und weiter nach Gl. (4) die Endformel

(IIa) $$M_\xi^Q = \frac{\partial M_\xi^M}{\partial s}.$$

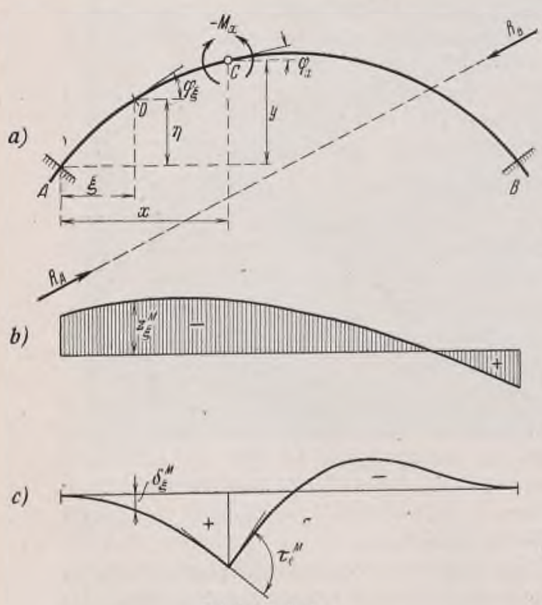


Bild 3a bis c.

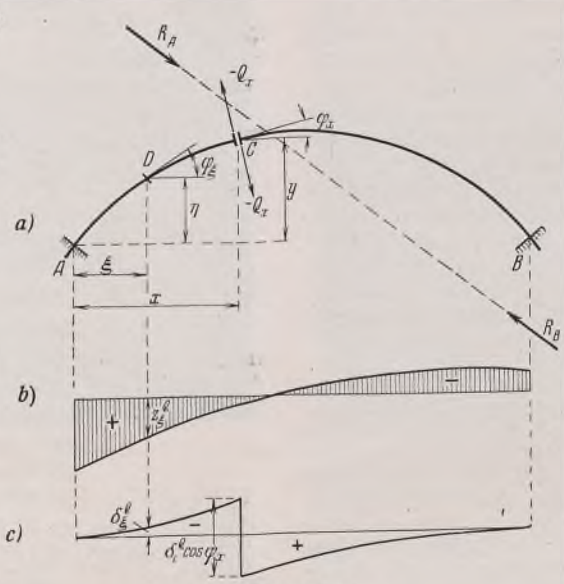


Bild 4a bis c.

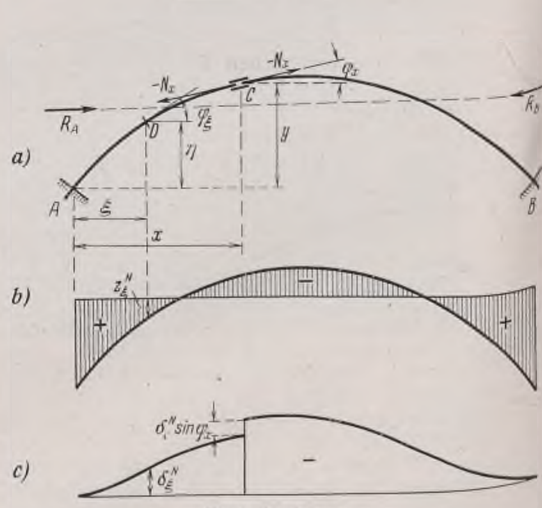


Bild 5a bis c.

daraus folgt, in Verbindung mit (2),

(4) $$M_\xi^M = -J_\xi \cdot \cos\varphi_\xi \cdot \frac{\partial^2 M_{x\xi}}{\partial \xi^2}.$$

Dieser Ausdruck ist zur allgemeinen Bestimmung von M_ξ^M noch nicht geeignet und soll daher mit Hilfe des Maxwellschen Satzes von der Gegenseitigkeit der Verschiebungen umgeformt werden.

Die in Bild 5c dargestellte Einflußlinie der Längskraft $N_{x\xi}$ im Querschnitt C (Biegelinie des Hauptsystems mit dem Längskraftnullfelde in C, Bild 5a) ist durch die Gleichung

(8) $$N_{x\xi} = \frac{\delta_\xi^N}{\delta_c^N}$$

definiert. Die gegenseitige Verschiebung δ_c^N der Angriffspunkte der Doppelkraft — N_x im Sinne dieser Kraft sei 1; somit folgt

(9) $$\delta_\xi^N = N_{x\,\xi}$$

und weiter, aus der Differentialgleichung der elastischen Linie (mit $E=1$):

(10) $$\frac{\partial^2 \delta_\xi^N}{\partial \xi^2} = -\frac{M_\xi^N}{J_\xi \cdot \cos\varphi_\xi},$$

(11) $$M_\xi^N = -J_\xi \cdot \cos\varphi_\xi \cdot \frac{\partial^2 N_{x\,\xi}}{\partial \xi^2}.$$

Die Längskraft $N_{x\,\xi}$ auf der rechten Seite dieser Gleichung kann als Funktion der Querkraft $Q_{x\,\xi}$ und somit auch des Biegungsmoments $M_{x\,\xi}$ ausgedrückt werden. Wenn man nämlich die Resultierende aller links von einem Querschnitt angreifenden Kräfte mit R bezeichnet und mit R', R'' ihre Projektionen auf die waagerechte bzw. lotrechte Achse (Bild 6), hat man

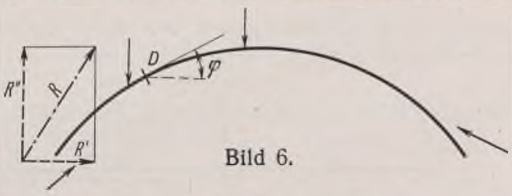


Bild 6.

$$Q = R'' \cdot \cos\varphi - R' \cdot \sin\varphi, \quad N = -R'' \cdot \sin\varphi - R' \cdot \cos\varphi.$$

Daraus folgt die allgemeine Beziehung

(12) $$N = \frac{\partial Q}{\partial \varphi}$$ oder (13) $$N = \frac{\partial^2 M}{\partial s\,\partial\varphi}.$$

Demzufolge ist nach (11)

(14) $$M_\xi^N = -J_\xi \cdot \cos\varphi_\xi \cdot \frac{\partial^2\left(\dfrac{\partial Q_{x\,\xi}}{\partial\varphi_x}\right)}{\partial\xi^2} = -J_\xi \cdot \cos\varphi_\xi \cdot \frac{\partial\left(\dfrac{\partial^2 Q_{x\,\xi}}{\partial\xi^2}\right)}{\partial\varphi_x}.$$

Nach Gl. (5) u. (7) ist aber $\left(\text{mit } \delta_c^Q = 1\right)$

$$\frac{\partial^2 Q_{x\,\xi}}{\partial\xi^2} = -\frac{M_\xi^Q}{J_\xi \cdot \cos\varphi_\xi},$$

und somit folgt aus (14) die Endformel

(IIIa) $$M_\xi^N = \frac{\partial M_\xi^Q}{\partial \varphi_x}.$$

Nach den Grundformeln (Ia), (IIa) und (IIIa) können sonach die Biegungsmomente M_ξ^S im Hauptsystem infolge der im Nullfelde C angreifenden Doppelkraft $-S$ auf einfache Weise aus den Biegungsmomenten $M_{\xi\,x}$ des gegebenen Tragwerks infolge der Belastung $P=1$ im Punkte C bestimmt werden. (Für $\xi = x$ ergeben die Formeln nachträglich die Größe der Doppelkraft $-S$, die durch die Forderung $\delta_c^S = 1$ bedingt war.)

Aus den Biegungsmomenten M_ξ^S ist dann die Streckenlast z_ξ^S zu berechnen, zu der sich die Einflußlinie der Schnittkraft $S_{x\,\xi}$ als Momentenlinie ergibt:

(A) $$z_\xi^S = \frac{M_\xi^S}{J_\xi \cdot \cos\varphi_\xi}.$$

Bei der praktischen Durchführung der Berechnung wird es in der Regel bequemer sein, statt mit dieser zweiten Belastung z_ξ^S mit einer J_c-fachen Belastung zu rechnen, in welchem Falle aber die durch (Ia), (IIa) und (IIIa) gegebenen Größen der Biegungsmomente M_ξ^S durch J_c geteilt werden müssen. In speziellen Fällen, wenn das Tragwerk im Bereiche des Querschnitts x ein konstantes Querschnitts-Trägheitsmoment und eine gerade Achse besitzt ($J_x = $ konst, $\varphi_x = $ konst), liegt es nun nahe, $J_c = J_x \cdot \cos\varphi_x$ und demnach

(B) $$z_\xi^S = M_\xi^S \cdot \frac{J_x \cdot \cos\varphi_x}{J_\xi \cdot \cos\varphi_\xi}$$

anzunehmen; die dazugehörigen Grundformeln lauten dann:

(Ib) $$M_\xi^M = -\frac{\partial^2 M_{\xi\,x}}{\partial x^2};$$

(IIb) $$M_\xi^Q = \frac{\partial M_\xi^M}{\partial s} \quad \text{oder} \quad M_\xi^Q = -\frac{\partial^3 M_{\xi\,x}}{\partial x^2\,\partial s};$$

(IIIb) $$M_\xi^N = \frac{\partial M_\xi^Q}{\partial\varphi_x} \quad \text{oder} \quad M_x^N = -\frac{\partial^4 M_{\xi\,x}}{\partial x^2\,\partial s\,\partial\varphi_x}.$$

Die Biegungsmomente M_ξ^S kann man auch unmittelbar aus dem statisch bestimmten Grundsystem ermitteln, was meistens sogar vorteilhafter sein wird. Dazu dienen die nachstehend abgeleiteten Formeln (Ic), (IIc) und (IIIc), die sich aus (Ia), (IIa) und (IIIa) durch Benutzung der Beziehung

(15) $$M_{\xi\,x} = \mathfrak{M}_{\xi\,x} + X_{a\,x}\,\mathfrak{m}_{\xi\,a} + X_{b\,x}\,\mathfrak{m}_{\xi\,b} + \ldots + X_{n\,x}\,\mathfrak{m}_{\xi\,n}$$

ergeben. Dabei bezeichnet:

$\mathfrak{M}_{\xi\,x}$ das Biegungsmoment im beliebigen Querschnitt D des statisch bestimmten Grundsystems infolge der Belastung $P=1$ im Punkte C;

$X_{ax}, X_{bx}, \ldots X_{nx}$ die statisch unbestimmten Größen für den Belastungsfall $P=1$ in C;

$\mathfrak{m}_{\xi\,a}, \mathfrak{m}_{\xi\,b}, \ldots \mathfrak{m}_{\xi\,n}$ das Biegungsmoment im Querschnitt D des Grundsystems infolge $X_a = 1$, $X_b = 1$, $\ldots X_n = 1$. (Die entsprechende Querkraft wird später allgemein mit $\mathfrak{q}_{\xi\,r}$, die Längskraft mit $\mathfrak{n}_{\xi\,r}$ bezeichnet.)

Durch zweimalige Ableitung der Gl. (15) erhält man, mit Rücksicht darauf, daß die Funktion $\mathfrak{M}_{\xi\,x}$ linear ist,

(16) $$\frac{\partial^2 M_{\xi\,x}}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 X_{a\,x}}{\partial x^2} \cdot \mathfrak{m}_{\xi\,a} + \frac{\partial^2 X_{b\,x}}{\partial x^2} \cdot \mathfrak{m}_{\xi\,b} + \ldots + \frac{\partial^2 X_{n\,x}}{\partial x^2} \cdot \mathfrak{m}_{\xi\,n}.$$

Eine beliebige Überzählige $X_{r\,x}$ ist durch den Ausdruck

(17) $$X_{r\,x} = -\sum_{k=a}^{k=n} \beta_{rk}\,\delta_{xk}$$

gegeben; darin ist β_{rk} die Einflußzahl und δ_{xk} die lotrechte Durchbiegung an der Stelle x (im Punkte C) des Grundsystems infolge der Einwirkung $X_r = 1$. Daraus folgt (mit $E=1$):

$$\frac{\partial^2 X_{r\,x}}{\partial x^2} = -\sum_{k=a}^{k=n} \beta_{rk} \cdot \frac{\partial^2 \delta_{x\,k}}{\partial x^2} = \sum_{k=a}^{k=n} \beta_{rk} \cdot \frac{\mathfrak{m}_{x\,k}}{J_x \cdot \cos\varphi_x}$$
$$= \frac{1}{J_x \cdot \cos\varphi_x} \sum_{k=a}^{k=n} \beta_{rk}\,\mathfrak{m}_{x\,k}.$$

Für den negativen Summenausdruck führen wir die Bezeichnung ein:

(18) $$\mathfrak{M}_{x\,(r\,k)} = -\sum_{k=a}^{k=n} \beta_{rk}\,\mathfrak{m}_{x\,k},$$

so daß Gl. (16) die Gestalt annimmt

(19) $$\frac{\partial^2 M_{\xi\,x}}{\partial x^2}$$
$$= -\frac{1}{J_x \cdot \cos\varphi_x}\left(\mathfrak{M}_{x(a\,k)}\,\mathfrak{m}_{\xi\,a} + \mathfrak{M}_{x(b\,k)}\,\mathfrak{m}_{\xi\,b} + \ldots + \mathfrak{M}_{x(n\,k)}\,\mathfrak{m}_{\xi\,n}\right).$$

Durch Einsetzen dieses Ausdrucks in die Grundformel (Ia) erhält man endlich die neue Grundformel:

(Ic) $$M_\xi^M = \sum_{r=a}^{r=n} \mathfrak{M}_{x\,(r\,k)}\,\mathfrak{m}_{\xi\,r}.$$

Aus Gl. (IIa) folgt mit Benutzung von (Ic)

(IIc) $$M_\xi^Q = \sum_{r=a}^{r=n} \frac{\partial \mathfrak{M}_{x\,(r\,k)}}{\partial s} \cdot \mathfrak{m}_{\xi\,r}$$

oder mit der Beziehung, die sich aus (18) ergibt:

(20) $$\frac{\partial \mathfrak{M}_{x\,(r\,k)}}{\partial s} = -\sum_{k=a}^{k=n} \beta_{rk}\,\mathfrak{q}_{x\,k} = \mathfrak{Q}_{x\,(r\,k)},$$

die Grundformel

(IIcc) $$M_\xi^Q = \sum_{r=a}^{r=n} \mathfrak{Q}_{x\,(r\,k)}\,\mathfrak{m}_{\xi\,r}.$$

Zuletzt folgt aus Gl. (IIIa) mit Benutzung der Gl. (IIcc)

(IIIc) $$M_\xi^N = \sum_{r=a}^{r=n} \frac{\partial \mathfrak{Q}_{x\,(r\,k)}}{\partial\varphi_x} \cdot \mathfrak{m}_{\xi\,r}$$

und weiter mit Rücksicht auf die aus (20) und (12) folgende Beziehung

(21) $$\frac{\partial \mathfrak{Q}_{x\,(r\,k)}}{\partial\varphi_x} = -\sum_{k=a}^{k=n} \beta_{rk}\,\mathfrak{n}_{x\,k} = \mathfrak{N}_{x\,(r\,k)}$$

die Grundformel

(IIIcc) $$M_\xi^N = \sum_{r=a}^{r=n} \mathfrak{N}_{x\,(r\,k)}\,\mathfrak{m}_{\xi\,r}.$$

Die Momentendiagramme M_ξ^M, M_ξ^Q und M_ξ^N ergeben sich nach Gl. (Ic), (IIcc) und (IIIcc) durch Überlagerung der einzelnen, mit den entsprechenden Multiplikatoren $\mathfrak{M}_{x(rk)}$, $\mathfrak{Q}_{x(rk)}$ und $\mathfrak{N}_{x(rk)}$ reduzierten Momentendiagramme $\mathfrak{m}_{\xi\,r}$ des Grundsystems infolge der Angriffe $X_r = 1$. Diese Multiplikatoren sind nach Gl. (18), (20) und (21) das Biegungsmoment, die Querkraft und die Längskraft im Querschnitt C des Grundsystems, verursacht durch den Angriff der Belastungsgruppe $X_a = -\beta_{ra}$, $X_b = -\beta_{rb}$, $\ldots X_n = -\beta_{rn}$. Somit kann man die Grundformeln (Ic), (IIcc) und (IIIcc) in eine einfache, allgemeine Regel für die Ermitt-

lung des Momentendiagramms M_ξ^S zur Darstellung der Einflußlinie einer Schnittkraft $S_{x\xi}$ zusammenfassen: Man bestimmt die Werte $\mathfrak{S}_{x(rk)}$ dieser Schnittkraft im Grundsystem infolge der Gruppenbelastungen $X_a = -\beta_{ra}$, $X_b = -\beta_{rb}$, ... $X_n = -\beta_{rn}$ ($r = 1$ bis n) und bringt dieselben am Grundsystem als Überzählige X_r an; die dazugehörige Momentenlinie ist die gesuchte Linie M_ξ^S.

Die zweite Belastungslinie z_ξ^S zur Bestimmung der Einflußlinie von $S_{x\xi}$ als Biegelinie ist aus der derart ermittelten Momentenlinie M_ξ^S nach der Formel (A) oder nach der Formel (B) zu berechnen, je nachdem die Einflußzahlen β_{rk} aus den E-fachen oder $EJ_x \cdot \cos\varphi_x$-fachen Vorzahlen δ_{rk} berechnet worden sind.

Bei Verwendung eines g-fach statisch unbestimmten Hauptsystems, in dem die Überzähligen X_a bis X_g nicht befreit sind, hat man statt (15) die Gleichung

$$M_{\xi x} = \mathfrak{M}_{\xi x}^{(g)} + X_{hx}\,\mathfrak{m}_{\xi h}^{(g)} + X_{ix}\,\mathfrak{m}_{\xi i}^{(g)} + \dots + X_{nx}\,\mathfrak{m}_{\xi n}^{(g)}$$

oder weiter, indem man auf das statisch bestimmte Grundsystem des g-fach statisch unbestimmten Hauptsystems zurückgeht,

$$(22)\quad \begin{cases} M_{\xi x} = \left(\mathfrak{M}_{\xi x} + X_{ax}\,\mathfrak{m}_{\xi a} + X_{bx}\,\mathfrak{m}_{\xi b} + \dots + X_{gx}\,\mathfrak{m}_{\xi g}\right) \\ \qquad + \left(X_{hx}\,\mathfrak{m}_{\xi x}^{(g)} + X_{ix}\,\mathfrak{m}_{\xi i}^{(g)} + \dots + X_{nx}\,\mathfrak{m}_{\xi n}^{(g)}\right). \end{cases}$$

Nach zweimaliger Ableitung dieser Gleichung und mit Verwendung der oben an Gl. (16) durchgeführten Betrachtungen kommt man zum folgenden Ergebnis: Zur Bildung des Momentendiagramms M_ξ^S einer Schnittkraft $S_{x\xi}$ hat man die obige allgemeine Regel vorerst auf das statisch bestimmte Grundsystem des g-fach statisch unbestimmten Hauptsystems mit den Gruppenbelastungen

$$X_a = -\beta_{ra},\ X_b = -\beta_{rb},\ \dots\ X_g = -\beta_{rg}\ (r = a \text{ bis } g)$$

und danach auf das g-fach statisch unbestimmte Hauptsystem mit den Gruppenbelastungen

$$X_h = -\beta_{rh}^{(g)},\ X_i = -\beta_{ri}^{(g)},\ \dots\ X_n = -\beta_{rn}^{(g)}\ (r = h \text{ bis } n)$$

anzuwenden. Die Ergebnisse sind sodann zu überlagern.

Die Anwendung des Verfahrens soll an drei charakteristischen Beispielen gezeigt werden.

1. Durchlaufender Träger über fünf Öffnungen, nach Bild 7[5]). Zu ermitteln sind die Einflußlinien der inneren Kräfte im Querschnitt C (Abszisse $x = 9$ m) des Feldes $l_i = l_3$.

$l_1 = 18$ m, $l_2 = 24$ m, $l_3 = 24$ m, $l_4 = 18$ m, $l_5 = 15$ m,
$J_1/J_3 = 5/4$, $J_2/J_3 = 1$, $J_3/J_3 = 1$, $J_4/J_3 = 5/4$, $J_5/J_3 = 4/3$,
$l_1' = 22{,}5$ m, $l_2' = 24$ m, $l_3' = 24$ m, $l_4' = 22{,}5$ m $l_5' = 20$ m
(reduzierte Stablängen).

Rechnerische Lösungen.

a) Zur Ermittlung der Momentenlinien M_ξ^M und M_ξ^Q der Hauptsysteme (Bild 7a bzw. 7c) braucht man, wenn man die Festpunkte ausnutzt, nur die Stützenmomente M_{i-1}^M und M_i^M bzw. M_{i-1}^Q und M_i^Q des Feldes l_i mit dem Nullfeld zu berechnen. Dieselben ergeben sich nach Gl. (Ib) bzw. (IIb) aus den Ausdrücken für die entsprechenden Stützenmomente $M_{i-1,x}$ und $M_{i,x}$ im gegebenen Tragwerke infolge der Belastung $P = 1$ in C:

$$\left.\begin{aligned} M_{i-1,x} &= -K\,x\,x'\,a_i\left(2\,l_i - x - 3\,a_i'\right) \\ M_{i,x} &= -K\,x\,x'\,a_i'\left(2\,l_i - x' - 3\,a_i\right) \end{aligned}\right\}\qquad K = \frac{1}{\left(l_i - a_i - a_i'\right) l_i^2}.$$

Die zweite und dritte Ableitung dieser Gleichungen liefert, mit dem Vorzeichen „—" versehen:

$$\text{a)}\ \begin{cases} M_{i-1}^M = 6\,K\,a_i\left(a_i' - x'\right), \\ M_i^M = 6\,K\,a_i'\left(a_i - x\right). \end{cases}\qquad \text{b)}\ \begin{cases} M_{i-1}^Q = 6\,K\,a_i, \\ M_i^Q = -6\,K\,a_i'. \end{cases}$$

Nach Einsetzen der Zahlenwerte erhält man daraus die in Bild 7b und 7d eingetragenen Größen der Momente über den Stützen 2 und 3 und mit Hilfe der Festpunktabstände die übrigen Stützenmomente. (Die reduzierten Momentenlinien sind gestrichelt gezeichnet.)

b) Auf Grund der allgemeinen Regel für die Ermittlung der Momentenlinien des Hauptsystems erhält man ohne weiteres die folgenden Ausdrücke für die Berechnung der Stützenordinaten der M_ξ^M- und M_ξ^Q-Linie:

$$M_r^M = \mathfrak{M}_{x(rk)} = -\beta_{r,i-1}\cdot\frac{x'}{l_i} - \beta_{ri}\cdot\frac{x}{l_i},$$

$$M_r^Q = \mathfrak{Q}_{x(rk)} = \frac{\beta_{r,i-1} - \beta_{ri}}{l_i}.$$

Nach diesen Formeln können aus der β_{rk}-Matrix durch eine einfache tabellarische Rechnung alle Stützenmomente zugleich bestimmt werden.

---

[5]) Müller-Breslau, Die graphische Statik der Baukonstruktionen, II/2, 2. Aufl., S. 122.

Hierbei muß hervorgehoben werden, daß die β_{rk}-Matrix aus den ursprünglichen Vorzahlen δ_{rk} der Elastizitätsgleichungen zu berechnen ist; in der üblichen Clapeyronschen Gleichung kommen bekanntlich die sechsfachen Werte von δ_{rk} vor.

Für die Berechnung der Einflußlinie eines Stützenmoments M_r folgt aus der obigen Formel das bekannte Ergebnis: $M_r^M = -\beta_{ri}$.

Die Einflußlinien $M_{x\xi}$ und $Q_{x\xi}$ sind nun als Biegelinien des aus zwei durchlaufenden Kragträgern A—$(i-1)$—C und B—i—C zusammengesetzten Trägers A—B zu ermitteln. Die Bezugsachse ist durch die Durchbiegungen der Stützpunkte festgelegt; da diese gleich Null sind, können die Ordinaten der Biegelinie in einem Feld $l_r \neq l_i$ als Biegungsmomente des einfachen Balkens zur Belastung mit den Elementarlasten $d\tau = z_\xi^S\,d\xi$ berechnet werden nach der Formel

$$\delta_\xi^S = \frac{l_r\,l_r'}{6}\left(M_{r-1}^S\,\omega_D' + M_r^S\,\omega_D\right);\qquad [r \neq i].$$

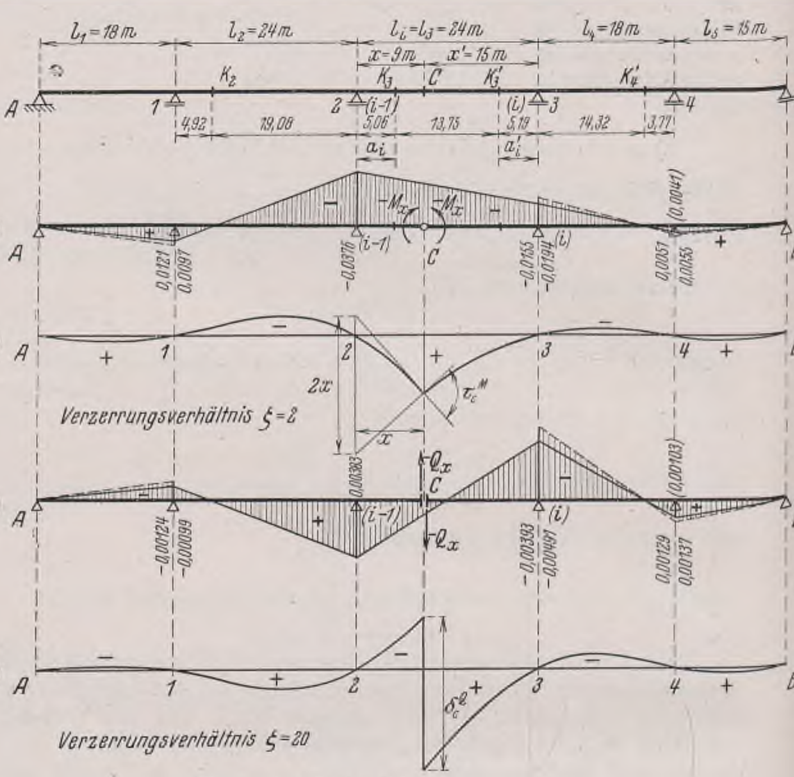


Bild 7a bis d.

Im Feld l_i kann man die Einflußlinien als Biegelinien der elastisch eingespannten Freiträger $(i-1)$—C und i—C erhalten, deren Stützenverdrehungen von den Nachbarfeldern aus leicht nach Mohr bestimmt werden können. Dabei müssen sich für die Endquerschnitte im Punkte C bei der δ_ξ^M-Linie von beiden Seiten aus die gleichen Durchbiegungen und der gegenseitige Drehwinkel $\tau_c^M = 1$ ergeben, bei der δ_ξ^Q-Linie die gleichen Verdrehungen 0 der Endquerschnitte und die gegenseitige Verschiebung $\delta_c^Q = 1$. Einfacher ist es aber, im Gelenke C den daselbst auftretenden Drehwinkel $\tau_c^M = 1$ bzw. Sprung $\delta_c^Q = 1$ als Einzelkraft bzw. Einzelmoment anzubringen und hernach bei der Berechnung der Biegelinie als Momentenlinie auch das Feld l_i mit dem Nullfeld C als einfachen Balken zu behandeln. Danach ergeben sich die Formeln:

Einflußlinie $M_{x\xi}$:

$$\begin{aligned} \xi \leqq x:&\quad \delta_\xi^M = \frac{x'}{l_i}\cdot\xi + \frac{l_i^2}{6}\left(M_{i-1}^M\,\omega_D' + M_i^M\,\omega_D\right), \\ \xi \geqq x:&\quad \delta_\xi^M = \frac{x}{l_i}\cdot\xi + \frac{l_i^2}{6}\left(M_{i-1}^M\,\omega_D' + M_i^M\,\omega_D\right); \end{aligned}$$

Einflußlinie $Q_{x\xi}$:

$$\begin{aligned} \xi \leqq x:&\quad \delta_\xi^Q = -\frac{1}{l_i}\cdot\xi + \frac{l_i^2}{6}\left(M_{i-1}^Q\,\omega_D' + M_i^Q\,\omega_D\right), \\ \xi \geqq x:&\quad \delta_\xi^Q = \frac{1}{l_i}\cdot\xi + \frac{l_i^2}{6}\left(M_{i-1}^Q\,\omega_D' + M_i^Q\,\omega_D\right). \end{aligned}$$

(Die Ausdrücke für δ_ξ^Q kann man ebenso durch Ableitung der Ausdrücke für δ_ξ^M erhalten.) Diese Berechnungsart kann man auch folgendermaßen deuten: Im Feld l_i verwendet man statt der geraden Schlußlinie des einfachen Balkens eine gebrochene Schlußlinie mit dem Knick gleich 1 unter C bzw. eine abgestufte Schlußlinie mit dem Sprung gleich 1 unter C. (Schluß folgt.)

Ein neues Verfahren praktischer Rahmenberechnung.

Von Erich Wiedemann in Riga, Privatdozent der Lettländischen Universität.

Bezeichnungen (durch | hervorgehoben sind die in den Formeln des neuen Verfahrens vorkommenden Größen). Knotenpunkte werden bezeichnet: am zu berechnenden Rahmen — durch fortlaufende Zahlen, in den Ausführungen ohne Bezugnahme auf einen bestimmten zu berechnenden Rahmen — auch durch Buchstaben (bevorzugt i und k). Stäbe werden durch zwei Zahlen (bzw. Buchstaben) bezeichnet, die den Knotenpunkten an den Enden derselben entsprechen;

l_{ik} Länge des Stabes (i, k); Längenänderungen Δl durch Achsenkräfte sollen, wie üblich, in dieser Abhandlung nicht berücksichtigt werden;

J_{ik} Trägheitsmoment des Stabquerschnitts (i, k); dasselbe soll in dieser Abhandlung für jeden Stab als unveränderlich angenommen werden;

E Elastizitätsmodul, derselbe soll durchweg als unveränderlich angenommen werden;

$l' = \frac{l}{6EJ}$ („reduzierte Stablänge");

| $J' = \frac{2EJ}{l}$ („reduziertes Trägheitsmoment");

q Intensität einer gleichmäßig verteilten Belastung;

| ν_i Drehwinkel des Knotenpunktes (i);

| ϑ_{ik} Drehwinkel des Stabes (i, k) infolge Knotenpunktverschiebung;

| M_{ik} und M_{ki} Stützmomente an den Enden (i) und (k) des Stabes (i, k);

| M^0_{ik} und M^0_{ki} Stützmomente für den an den Enden vollkommen eingespannt gedachten Stab (i, k) bei gegebener Belastung desselben („Belastungsglieder" beim „Formänderungsgrößen-Verfahren");

| M'_{ik} und M'_{ki} Stützmomente des Stabes (i, k) in unbelastetem Zustande bei Drehung der Endtangenten um die Knotendrehwinkel ν_i und ν_k;

γ_{ik} und γ_{ki} Drehwinkel der Endtangenten des an den Enden gelenkig angeschlossen gedachten Stabes (i, k) bei gegebener Belastung desselben („Belastungsglieder" beim „Kraftgrößen-Verfahren");

| m_{ik} das Moment, welches, am abgeschnitten gedachten, in (i) elastisch eingespannten Ende des Stabes (i, k) angreifend, den Knotenpunkt (i) um den Winkel $\nu_i = 1$ dreht [„Einspannungsgrad" des Stabes (i, k) am Ende (i)];

| ${}_1m_i$ das Moment, welches, am gelenkig gelagert gedachten Ende (i) des Stabes $(i, 1)$ angreifend [wobei das Ende (1) am Knotenpunkt (1) elastisch eingespannt ist], die Tangente am Ende (i) um den Winkel $= 1$ dreht [kann auch als „partieller Einspannungsgrad" eines beliebigen Stabes (i, k) am Ende (i) aufgefaßt werden, d. h. als Einspannungsgrad nach Fortnahme der anderen in (i) zusammentreffenden Stäbe bis auf den Stab $(i, 1)$];

ε_{ik} der Winkel, um den sich der Knotenpunkt (i) dreht, wenn auf das abgeschnitten gedachte Ende (i) des Stabes (i, k) ein Moment $= 1$ einwirkt; es ist $\varepsilon_{ik} = \frac{1}{m_{ik}}$;

${}_1\varepsilon_i$ der Winkel, um den sich die Tangente am gelenkig gelagert gedachten Ende (i) des Stabes $(i, 1)$ dreht [wobei das Ende (1) am Knotenpunkt (1) elastisch eingespannt ist], wenn auf dasselbe ein Moment $= 1$ einwirkt; es ist ${}_1\varepsilon_i = \frac{1}{{}_1m_i}$;

a „Festpunktabstand";

a_{ik} Abstand des Festpunktes F_{ik} vom Ende (i) des Stabes (i, k);
a'_{ik} „ „ „ F_{ik} „ „ (k) „ „ (i, k);
a_{ki} „ „ „ F_{ki} „ „ (k) „ „ (i, k);
a'_{ki} „ „ „ F_{ki} „ „ (i) „ „ (i, k);

α „Festpunktverhältnis", es ist $\alpha_{ik} = \frac{a'_{ik}}{a_{ik}}$, $\alpha_{ki} = \frac{a'_{ki}}{a_{ki}}$;

| $\varkappa_{ik}$ und $\varkappa_{ki}$ „Winkelverhältnisse", dimensionslose Größen, wie weiter unten definiert;

${}_1\mu_i$ „Übergangszahlen", wie weiter unten definiert;

k Zahl der Knotenpunkte eines Rahmens;

p Zahl der (elastisch oder vollkommen) eingespannten Stabenden;

p_i Zahl der am Knotenpunkt (i) eingespannten Stabenden (soll in dieser Abhandlung als $\geqq 2$ angenommen werden);

d Zahl der Stäbe, die eine Drehung erfahren;

b Zahl der Bewegungsfreiheiten der nach Aufhebung der Knotensteifigkeiten erzeugten „Stabkette".

Vorzeichen. Momente M positiv im Drehsinn des Uhrzeigers, wenn auf den Stab bezogen; also entgegen dem Drehsinn des Uhrzeigers, wenn auf den Knoten bezogen;

Drehwinkel ν, ϑ, γ positiv entgegen dem Drehsinn des Uhrzeigers.

Das Kraftgrößen-Verfahren (K-V) und das Formänderungsgrößen-Verfahren (F-V).

Bekanntlich stehen dem Statiker zur Berechnung statisch unbestimmter Systeme zwei „duale" Grundverfahren [9] zur Verfügung: das K-V und das F-V.

Beim K-V erhält man Elastizitätsgleichungen mit unbekannten Kraftgrößen (Kräften, Momenten), indem man in den Formänderungsgleichungen die Formänderungsgrößen (Drehwinkel) durch die Kraftgrößen ausdrückt.

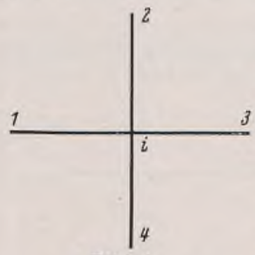


Bild 1.

Beim F-V erhält man Elastizitätsgleichungen mit unbekannten Formänderungsgrößen, indem man in den Formänderungsgleichungen die Kraftgrößen durch die Formänderungsgrößen ausdrückt.

Bei Anwendung des K-V können zur Rahmenberechnung 4-Momenten-Gleichungen aufgestellt werden [1, 2]; sieht man zunächst von der Verschiebbarkeit der Knotenpunkte ab, so haben diese Gleichungen die Form:

$$2\,(M_{i1}\,l'_{i1} + M_{i2}\,l'_{i2}) - (M_{1\,i}\,l'_{i1} + M_{2\,i}\,l'_{i2}) = \gamma_{i1} + \gamma_{i2};$$

das ist eine Bestimmungsgleichung geometrischen Inhalts, aussagend, daß $\nu_{i1} = \nu_{i2}$ ist.

Für einen Knotenpunkt (i) können angeschrieben werden:

$(p_i - 1)$ Elastizitätsgleichungen und außerdem eine statische Gleichung, daß $\Sigma M_i = 0$ ist; zusammen p_i Gleichungen.

Bei Anwendung des F-V können zur Rahmenberechnung $(p_i + 1)$ Winkel-Gleichungen aufgestellt werden [3 bis 8]; sieht man zunächst wieder von der Verschiebbarkeit der Knotenpunkte ab, so haben diese Gleichungen z. B. für $p_i = 4$ die Form:

$$2\,\nu_i(J'_{i1} + J'_{i2} + J'_{i3} + J'_{i4}) + (\nu_1 J'_{i1} + \nu_2 J'_{i2} + \nu_3 J'_{i3} + \nu_4 J'_{i4}) = M^0_{i1} + M^0_{i2} + M^0_{i3} + M^0_{i4};$$

das ist eine Bestimmungsgleichung statischen Inhalts, aussagend, daß $\Sigma M_i = 0$ ist. Für jeden Knotenpunkt kann eine solche Elastizitätsgleichung angeschrieben werden.

Die Zahl der zu bestimmenden Unbekannten ist: bei Anwendung des K-V p unbekannte Momente; davon lassen sich k durch k statische Gleichungen eliminieren; die überzähligen $p - k$ sind durch $p - k$ Elastizitätsgleichungen zu berechnen; bei Anwendung des F-V (bei unverschiebbaren Knotenpunkten) k unbekannte Knotendrehwinkel; dieselben sind durch k Elastizitätsgleichungen zu berechnen.

Bei Berücksichtigung der Verschiebbarkeit der Knotenpunkte kommen noch d zu bestimmende unbekannte Stabdrehwinkel ϑ hinzu, zu deren Bestimmung ergänzend aufgestellt werden müssen: b Elastizitätsgleichungen statischen Inhalts, die aussagen, daß b „Festhaltekräfte" zu Null werden müssen, und $(d - b)$ kinematische Gleichungen; an Stelle der letzteren tritt mit Vorteil das graphische Verfahren der Verschiebepläne [6].

Die Auflösung eines Systems linearer algebraischer Gleichungen mit vielen zu bestimmenden Unbekannten ist eine sehr unbequeme Arbeit; daher ist es bei komplizierteren Rahmenformen, insbesondere bei wechselnder Belastung, vorteilhafter, sich solcher Berechnungsverfahren zu bedienen, bei denen die Aufstellung und Auflösung eines umfangreichen Systems linearer algebraischer Gleichungen ganz fortfällt.

Ein solches Verfahren, das oft mit Vorteil angewendet wird, ist das „Festpunkt-Verfahren". Wird für den durchlaufenden Träger vorteilhaft das graphische Festpunkt-Verfahren verwendet [10], so kommt für die Berechnung von Rahmen meist das analytische Festpunkt-Verfahren besser in Frage [11 bis 15].

Bei Anwendung des Festpunkt-Verfahrens werden die Stützmomente als unmittelbar zu bestimmende Unbekannte eingeführt; das Festpunkt-

Verfahren ist also ein Momenten-Verfahren (M-V), dessen man sich mit Vorteil bedient, wenn man an Stelle des K-V der 4-Momenten-Gleichungen ein Verfahren anwenden will, bei welchem die Aufstellung und Auflösung eines umfangreichen Systems algebraischer Gleichungen fortfällt.

Auf Grund obiger Ausführungen ist zu erwarten, daß es auch ein „duales" „Winkel-Verfahren" (W-V) geben muß, bei dem die Knotendrehwinkel als unmittelbar zu bestimmende Unbekannte eingeführt werden, dessen man sich mit Vorteil bedienen könnte, wenn man an Stelle des F-V der (p_i+1)-Winkel-Gleichungen ein Verfahren anwenden wollte, bei welchem wiederum die Aufstellung und Auflösung eines umfangreichen Systems algebraischer Gleichungen fortfiele.

Da meines Wissens ein solches Verfahren bis jetzt nicht gezeigt worden ist, soll es Aufgabe dieser Abhandlung sein, nachzuweisen, daß sich tatsächlich ein solches aufstellen läßt.

Aufstellung der Formeln des neuen Winkel-Verfahrens (W-V).

Die Formeln sollen für den praktisch wichtigsten Fall aufgestellt werden, daß die Querschnitte der einzelnen Stäbe unveränderlich und die Stäbe gerade sind; die Formeln könnten aber auch in allgemeinerer Form aufgestellt werden, ähnlich wie das für das M-V schon durchgeführt ist [11, 12].

a) Es sei m_{ik} der Einspannungsgrad des Stabes (i, k) am Knoten (i); es sei die dimensionslose Größe $\varkappa_{ik}$ wie folgt definiert:

$$\varkappa_{ik} = 2 + \frac{m_{ik}}{J'_{ik}} \qquad \text{(I)}$$

b) Ein unbelasteter Stab $(i, 1)$ sei am Ende (i) gelenkig gelagert, am Ende (1) elastisch eingespannt; das Moment ${}_1m_i$, auf das Ende (i) wirkend, dreht die Tangente in (i) um den Winkel $=1$; am anderen Ende treten das Stützmoment M_{1i} und der Knotendrehwinkel ν_1 auf.

Es ist, da $M_{1i} = + m_{1i}\nu_1$:

$$\begin{cases} +2\,m_{1i}\nu_1 + {}_1m_i = -3\,J'_{1i}\,\nu_1, \\ + \;\; m_{1i}\nu_1 + 2\,{}_1m_i = +3\,J'_{1i}\cdot 1. \end{cases}$$

Hieraus errechnet sich nach Ausschluß von ν_1 unter Berücksichtigung von (I):

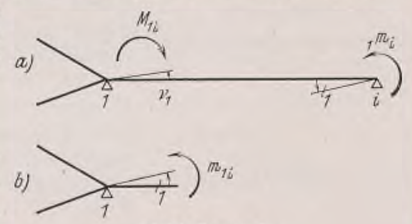


Bild 2a u. b.

$${}_1m_i = \left(2 - \frac{1}{\varkappa_{1i}}\right) J'_{1i} \qquad \text{(II)}$$

c) Ist der Stab (i, k) in (i) durch Anschluß an mehrere Stäbe $(i, 1)$ bis (i, c) elastisch eingespannt und sind die partiellen Einspannungsgrade ${}_1m_i$ bis ${}_cm_i$, so ist der Einspannungsgrad:

$$m_{ik} = {}_1m_i + \ldots + {}_cm_i \qquad \text{(III)}$$

d) Es sei nur der Stab $i, k)$ belastet; derselbe ist an den Enden elastisch eingespannt; infolge der Belastung nur dieses einen Stabes treten die Stützmomente M_{ik} und M_{ki} und die „primären" Knotendrehwinkel ν_i und ν_k auf.

Der Kräfte- und Formänderungszustand des Stabes kann aus zwei Teilzuständen zusammengesetzt angesehen werden.

1. Teilzustand: der belastete Stab ist an den Enden vollkommen eingespannt; infolge der Belastung treten die Stützmomente M^0_{ik} und M^0_{ki} auf (die „Belastungsglieder" bei der Berechnung nach dem W-V);

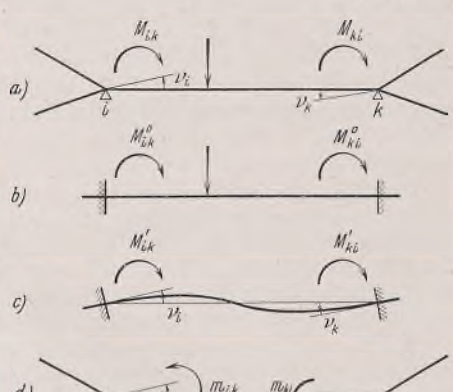


Bild 3a bis d.

2. Teilzustand: der Stab ist unbelastet; die Endtangenten werden um die Winkel ν_i und ν_k gedreht; hierbei treten die Stützmomente M'_{ik} und M'_{ki} auf. Es ist:

$$\begin{cases} M_{ik} = M^0_{ik} + M'_{ik} \\ M_{ki} = M^0_{ki} + M'_{k1} \\ M'_{ik} = -J'_{ik}(2\,\nu_i + \nu_k) \\ M'_{ki} = -J'_{ik}(2\,\nu_k + \nu_i) \end{cases} \qquad \text{(VII)}^{1)}$$

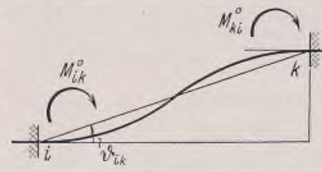
[1]) Die Numerierung der Gleichungen entspricht der weiter unten folgenden Zusammenstellung.

anderseits ist auch:

$$\begin{cases} M_{ik} = + m_{ik}\nu_i, \\ M_{ki} = + m_{ki}\nu_k. \end{cases}$$

Hieraus berechnen sich die primären Knotendrehwinkel unter Berücksichtigung von (I):

$$\begin{cases} \nu_i = + \dfrac{1}{J'_{ik}} \cdot \dfrac{M^0_{ik}\varkappa_{ki} - M^0_{ki}}{\varkappa_{ik}\varkappa_{ki} - 1} \\ \nu_k = + \dfrac{1}{J'_{ik}} \cdot \dfrac{M^0_{ki}\varkappa_{ik} - M^0_{ik}}{\varkappa_{ik}\varkappa_{ki} - 1} \end{cases} \qquad \text{(IV)}$$


Bild 4.

e) Der Stab (i, k) sei unbelastet; es findet eine Knotenpunktverschiebung statt, derart, daß sich der Stab um den Winkel ϑ_{ik} dreht. Die Belastungsglieder sind dann:

$$M^0_{ik} = M^0_{ki} = +3\,J'_{ik}\,\vartheta_{ik}.$$

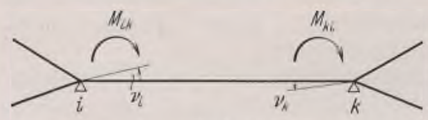
Dieses in (IV) eingesetzt, ergibt:

$$\begin{cases} \nu_i = +3\,\vartheta_{ik} \cdot \dfrac{\varkappa_{ki} - 1}{\varkappa_{ik}\varkappa_{ki} - 1} \\ \nu_k = +3\,\vartheta_{ik} \cdot \dfrac{\varkappa_{ik} - 1}{\varkappa_{ik}\varkappa_{ki} - 1} \end{cases} \qquad \text{(V)}$$

f) Der Stab (i, k) sei unbelastet; belastet sei der Rahmen „links" von (i), unbelastet „rechts" von (k); infolge der Belastung links von (i) treten am Stabe (i, k) die Stützmomente M_{ik} und M_{ki} und die Knotendrehwinkel ν_i und ν_k auf.

Es ist, da $M_{ki} = + m_{ki}\nu_k$:

$$m_{ki}\nu_k = J'_{ik}(2\,\nu_k + \nu_i).$$


Bild 5.

Hieraus berechnet sich unter Berücksichtigung von (I):

$$\nu_k = -\frac{\nu_i}{\varkappa_{ki}} \qquad \text{(VI)}$$

aus dieser Formel ist die Bedeutung der dimensionslosen Größe $\varkappa$ als „Winkelverhältnis" ersichtlich.

Zusammenstellung der Formeln des W-V und M-V.

Unter „K-V und F-V" zeigte sich eine weitgehende Übereinstimmung im Aufbau der Bestimmungsgleichungen bei den beiden dualen Grundverfahren. Eine entsprechende Übereinstimmung ist daher auch bei einer Gegenüberstellung korrespondierender Formeln des W-V und M-V zu erwarten. Untenstehend sollen die eben aufgestellten Formeln des W-V übersichtlich zusammengestellt werden, in der Reihenfolge, in welcher sie bei der Rahmenberechnung nach diesem Verfahren zur Anwendung kommen. Dieser Zusammenstellung sollen gegenübergestellt werden die korrespondierenden Formeln des M-V, und zwar in einer meines Wissens neuen Form; an Stelle der Festpunktabstände a sind die Festpunktverhältnisse α getreten, wodurch der Aufbau der Formeln vereinfacht und ihre praktische Brauchbarkeit verbessert ist. Von einer Ableitung der Formeln des M-V soll Abstand genommen werden, da diese Ableitung schon von früheren Arbeiten her gut bekannt ist [11, 12].

Winkel-Verfahren.

Zur Berechnung von $\varkappa$ und m:

$$\varkappa_{ik} = 2 + \frac{m_{ik}}{J'_{ik}} \qquad \text{(I)}$$

bei gelenkigem Anschluß $m_{ik} = 0$, $\varkappa_{ik} = 2$,
bei vollkommener Einspannung $m_{ik} = \infty$, $\varkappa_{ik} = \infty$.

$${}_1m_i = \left(2 - \frac{1}{\varkappa_{1i}}\right) J'_{1i} \qquad \text{(II)}$$

bei gelenkigem Anschluß $(\varkappa_{1i} = 2)$, ${}_1m_i = 1{,}5\,J'_{1i}$,
bei vollkommener Einspannung $(\varkappa_{1i} = \infty)$, ${}_1m_i = 2\,J'_{1i}$.

$$m_{ik} = {}_1m_i + \ldots + {}_cm_i \qquad \text{(III)}$$

Zur Berechnung der primären ν:
infolge Belastung

$$\begin{cases} \nu_i = + \dfrac{1}{J'_{ik}} \cdot \dfrac{M^0_{ik}\varkappa_{ki} - M^0_{ki}}{\varkappa_{ik}\varkappa_{ki} - 1} \\ \nu_k = + \dfrac{1}{J'_{ik}} \cdot \dfrac{M^0_{ki}\varkappa_{ik} - M^0_{ik}}{\varkappa_{ik}\varkappa_{ki} - 1} \end{cases} \qquad \text{(IV)}$$

infolge Knotenpunktverschiebung

$$\left.\begin{aligned} \nu_i &= +3\,\vartheta_{ik}\cdot\frac{\varkappa_{ki}-1}{\varkappa_{ik}\,\varkappa_{ki}-1} \\ \nu_k &= +3\,\vartheta_{ik}\cdot\frac{\varkappa_{ik}-1}{\varkappa_{ik}\,\varkappa_{ki}-1} \end{aligned}\right\} \qquad \text{(V)}$$

Zur Berechnung der „sekundären" ν:

$$\nu_k = -\frac{\nu_i}{\varkappa_{ki}} \qquad \text{(VI)}$$

Zur Berechnung der M:

$$\left.\begin{aligned} M_{ik} &= M^0_{ik} - J'_{ik}(2\,\nu_i + \nu_k) \\ M_{ki} &= M^0_{ki} - J'_{ik}(2\,\nu_k + \nu_i) \end{aligned}\right\} \qquad \text{(VII)}$$

Momenten-Verfahren.

Zur Berechnung von α und ε:

$$\alpha_{ik} = 2 + \frac{\varepsilon_{ik}}{l'_{ik}} \qquad \text{(I)}$$

bei gelenkigem Anschluß $\varepsilon_{ik} = \infty,\ \alpha_{ik} = \infty$,
bei vollkommener Einspannung $\varepsilon_{ik} = 0,\ \alpha_{ik} = 2$.

$${}_1\varepsilon_i = \left(2 - \frac{1}{\alpha_{1i}}\right) l'_{1i} \qquad \text{(II)}$$

bei gelenkigem Anschluß $(\alpha_{1i} = \infty),\ {}_1\varepsilon_i = 2\,l'_{1i}$,
bei vollkommener Einspannung $(\alpha_{1i} = 2),\ {}_1\varepsilon_i = 1{,}5\,l'_{1i}$.

$$\frac{1}{\varepsilon_{ik}} = \frac{1}{{}_1\varepsilon_i} + \ldots + \frac{1}{{}_c\varepsilon_i} \qquad \text{(III)}$$

Zur Berechnung der primären M:
infolge Belastung

$$\left.\begin{aligned} M_{ik} &= +\frac{1}{l'_{ik}}\cdot\frac{\gamma_{ik}\,\alpha_{ki} + \gamma_{ki}}{\alpha_{ik}\,\alpha_{ki} - 1} \\ M_{ki} &= +\frac{1}{l'_{ik}}\cdot\frac{\gamma_{ki}\,\alpha_{ik} + \gamma_{ik}}{\alpha_{ik}\,\alpha_{ki} - 1} \end{aligned}\right\} \qquad \text{(IV)}$$

infolge Knotenpunktverschiebung

$$\left.\begin{aligned} M_{ik} &= +\frac{1}{l'_{ik}}\cdot\vartheta_{ik}\cdot\frac{\alpha_{ki} + 1}{\alpha_{ik}\,\alpha_{ki} - 1} \\ M_{ki} &= +\frac{1}{l'_{ik}}\cdot\vartheta_{ik}\cdot\frac{\alpha_{ik} + 1}{\alpha_{ik}\,\alpha_{ki} - 1} \end{aligned}\right\} \qquad \text{(V)}$$

Zur Berechnung der „sekundären" M:

$$M_{ki} = +\frac{M_{ik}}{\alpha_{ki}} \qquad \text{(VI)}$$

$$M_{i1} = -{}_1\mu_i\,M_{ik},\quad {}_1\mu_i = \frac{\varepsilon_{ik}}{{}_1\varepsilon_i}. \qquad \text{(VIa)}$$

Zur Berechnung der ν:

$$\left.\begin{aligned} \nu_i &= \gamma_{ik} - l'_{ik}(2\,M_{ik} - M_{ki}) \\ \nu_k &= \gamma_{ki} - l'_{ik}(2\,M_{ki} - M_{ik}) \end{aligned}\right\} \qquad \text{(VII)}$$

Anmerkung: Bei Anwendung des M-V hat die Formel (VII) nur die Bedeutung einer Rechenkontrolle.

Die tatsächliche Übereinstimmung im Aufbau entsprechender Formeln des W-V und M-V ist eine überraschend große! Der $\varkappa$-Größe des W-V als „Winkelverhältnis" steht gegenüber das Festpunktverhältnis α des M-V als „Momentenverhältnis".

Anwendungsbeispiel für das W-V.

Da im Endergebnis nur die Momentenwerte, nicht aber die Winkelwerte interessieren, kommt es bei der Berechnung nur auf das Verhältnis der Stablängen bzw. der Trägheitsmomente, nicht aber auf die absoluten Werte derselben an; daher können die Stablängen und Trägheitsmomente in beliebigen Einheiten gemessen werden; desgl. kann der Elastizitätsmodul beliebig angenommen werden.

Der zu berechnende Rahmen, Knotenpunktnumerierung, Belastung (t/m), Stablängen (in m):

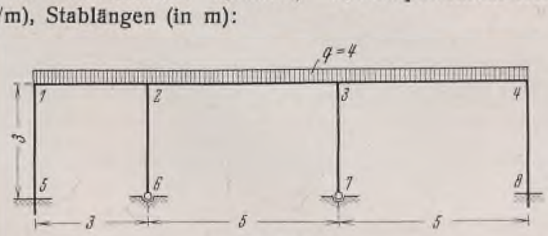


Bild 6.

Trägheitsmomente der Stabquerschnitte (in dcm⁴ — für einen Rahmen aus Stahlprofilen gedacht):

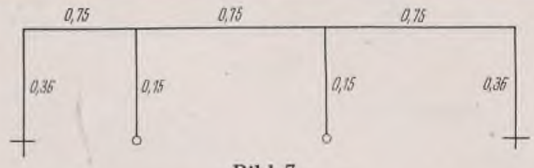


Bild 7.

Reduzierte Trägheitsmomente $J' = \frac{2\,E\,J}{l}$; es sei $2\,E = 1$ gesetzt; dann ist $J' = \frac{J}{l}$:

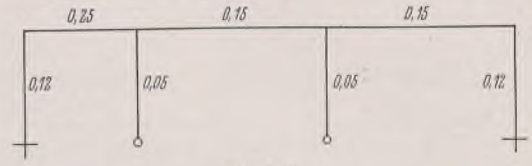


Bild 8.

Die Berechnung soll unter Annahme unverschieblicher Knotenpunkte durchgeführt werden.

a) Berechnung der m und $\varkappa$ [Formeln (I), (II), (III)].

Die Berechnung von links nach rechts ergibt nacheinander:		Die Berechnung von rechts nach links ergibt nacheinander:	
$m_{51} = \infty$	$\varkappa_{51} = \infty$	$m_{84} = \infty$	$\varkappa_{84} = \infty$
$m_{12} = 0{,}24$	$\varkappa_{12} = 2{,}96$	$m_{43} = 0{,}24$	$\varkappa_{43} = 3{,}60$
$m_{62} = 0$	$\varkappa_{62} = 2$	$m_{73} = 0$	$\varkappa_{73} = 2$
${}_1m_2 = 0{,}415$		${}_4m_3 = 0{,}258$	
${}_6m_2 = 0{,}075$		${}_7m_3 = 0{,}075$	
$m_{23} = 0{,}490$	$\varkappa_{23} = 5{,}27$	$m_{32} = 0{,}333$	$\varkappa_{32} = 4{,}22$
${}_2m_3 = 0{,}271$		${}_3m_2 = 0{,}264$	
${}_7m_3 = 0{,}075$		${}_6m_2 = 0{,}075$	
$m_{34} = 0{,}346$	$\varkappa_{34} = 4{,}31$	$m_{21} = 0{,}339$	$\varkappa_{21} = 3{,}36$
[$m_{48} = 0{,}265$	$\varkappa_{48} = 4{,}21$	[$m_{15} = 0{,}425$	$\varkappa_{15} = 5{,}54$
${}_1m_2 = 0{,}415$		${}_4m_3 = 0{,}258$	
${}_3m_2 = 0{,}264$		${}_2m_3 = 0{,}271$	
$m_{26} = 0{,}679$	$\varkappa_{26} = 15{,}6$]	$m_{37} = 0{,}529$	$\varkappa_{37} = 12{,}6$]

Die in Klammern [ ] gesetzten Teile der Berechnung können fortfallen, wenn, wie hier, eine Verschiebung der Knotenpunkte nicht berücksichtigt werden soll.

Die m-Werte werden für die weitere Berechnung nicht benötigt, daher sollen nur die $\varkappa$-Werte übersichtlich zusammengestellt werden.

$\varkappa$-Werte (Werte, die zur weiteren Berechnung nicht mehr benötigt werden, sind in Klammern gestellt):

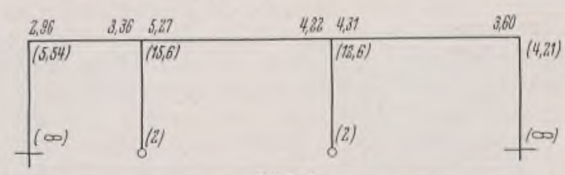


Bild 9.

b) Berechnung der Belastungsglieder M^0.

Für gleichmäßig verteilte Belastung ist M^0 links $= -\frac{q\,l^2}{12}$, rechts $= +\frac{q\,l^2}{12}$:

$$-M^0_{12} = +M^0_{21} = +3$$
$$-M^0_{23} = +M^0_{32} = +8{,}33$$
$$-M^0_{34} = +M^0_{43} = +8{,}33.$$

c) Berechnung der primären ν [Formeln (IV)].

Belastung auf (1, 2): $\nu_1 = -5{,}85$
$\nu_2 = +5{,}32$;

Belastung auf (2, 3): $\nu_2 = -13{,}70$
$\nu_3 = +16{,}45$;

Belastung auf (3, 4): $\nu_3 = -17{,}60$
$\nu_4 = +20{,}35$.

d) Berechnung der sekundären ν [Formel (VI)].

Belastung auf (1, 2):



Bild 10.

Belastung auf (2, 3):

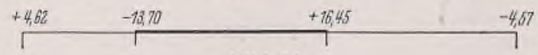


Bild 11.

Belastung auf (3, 4):

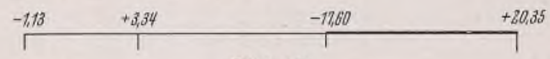


Bild 12.

Zusammen:

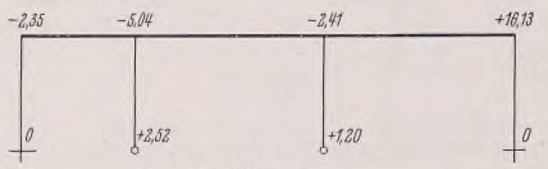


Bild 13.

(Von der Genauigkeit der berechneten ν-Werte kann man sich durch Einsetzen in die $(p_i + 1)$-Winkel-Gleichungen überzeugen.)

e) Berechnung der Stützmomente [Formeln (VII)].

M'-Werte:

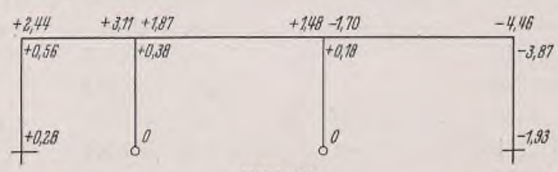


Bild 14.

M-Werte:

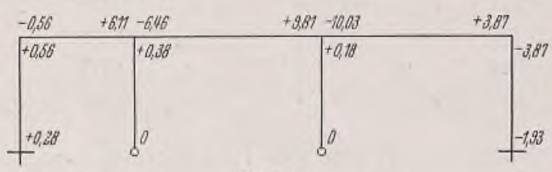


Bild 15.

Kontrollen.

Es ist für den Knotenpunkt (1): $-0{,}56 + 0{,}56 = 0$,

(2): $+6{,}11 - 6{,}46 + 0{,}38 = +0{,}03$ (statt 0),

(3): $+9{,}81 - 10{,}03 + 0{,}18 = -0{,}04$ (statt 0),

(4): $+3{,}87 - 3{,}87 = 0$.

In ähnlicher Weise ließe sich auch der Einfluß einer Knotenpunktverschiebung berücksichtigen (Anwendung der Formeln (V); Gleichgewichtsbedingung, daß die horizontale Festhaltekraft des Riegels zu Null werden muß), somit auch der Einfluß einer horizontalen Windkraft.

Die Berechnung der m und $\varkappa$ für einen „geschlossenen" Rahmen nach dem W-V gestaltet sich in ähnlicher Weise wie die Berechnung der ε und α für einen solchen Rahmen nach dem M-V.

Bei Anwendung des M-V werden die ε-Werte vorläufig geschätzt [15]; desgl. werden bei Anwendung des W-V die m-Werte vorläufig geschätzt: für einen gelenkigen Anschluß ist ${}_1m_i = 1{,}5\, J'_{1\,i}$,
für vollkommene Einspannung ist ${}_1m_i = 2\, J'_{1\,i}$,
für elastische Einspannung kann angenommen werden ${}_1m_i = (1{,}6 \text{ bis } 1{,}8)\, J'_{1\,i}$, je nachdem, ob augenscheinlich ein kleinerer [Anschluß des Stabes $(i, 1)$ mit großem $J'_{1\,i}$ in (1) an einen Stab mit kleinem J'] oder größerer Einspannungsgrad [Anschluß des Stabes $(i, 1)$ mit kleinem $J'_{1\,i}$ in (1) an Stäbe mit großem J'] vorliegt; darauf werden die $\varkappa$-Werte ausgerechnet, dann die m-Werte verbessert usw.; die Konvergenz ist eine ausgezeichnete.

Näherungsverfahren.

Praktisch genügt meist ein Näherungsverfahren, wie es ähnlich auch beim M-V angewendet wird [13]. Es werden:

1. die $\varkappa$-Werte geschätzt und nicht mehr verbessert:
für einen gelenkigen Anschluß ist $\varkappa = 2$,
für vollkommene Einspannung ist $\varkappa = \infty$; fast vollkommene Einspannung kann als vollkommene gerechnet werden,
für elastische Einspannung kann angenommen werden $\varkappa = 3$ bis 5;

2. die Berechnung der sekundären ν nur bis zu den Knotenpunkten durchgeführt, welche den primären Punkten unmittelbar benachbart sind.

Brauchbarkeit des W-V.

Das W-V hat vor dem M-V den Vorzug, daß die wiederholte, für die Belastung jedes einzelnen Stabes einzeln durchzuführende Momentenverteilung an den einzelnen Knotenpunkten [nach Formel (VIa)] fortfällt, wodurch auch die Fehleranhäufung verringert wird.

Während bei Anwendung des M-V nach Ausrechnung der ε- und α-Werte sowohl die α-Werte als auch die ε-Werte [wegen Formel (VIa)] weiter benötigt werden, werden bei Anwendung des W-V nach Ausrechnung der m- und $\varkappa$-Werte nur noch die $\varkappa$-Werte benötigt, nicht aber die m-Werte, was der Übersichtlichkeit der Berechnung zugute kommt. Beim W-V wird die Berechnung der Stützmomente nur am Schluß der Rechnung vollzogen; die daranschließende Kontrolle $\Sigma M_i = 0$ gestattet, die Fehlergröße der durchgeführten Berechnung sicher zu erfassen.

Schrifttum,

auf welches in dieser Abhandlung Bezug genommen ist.

In Anbetracht der großen praktischen Bedeutung, die der Rahmenberechnung zukommt, ist das Schrifttum über diesen Gegenstand ein überaus großes; die hier gegebene Zusammenstellung erhebt bei weitem keinen Anspruch auf Vollständigkeit.

Kraftgrößen-Verfahren (K-V).

[1] F. Bleich, Die Berechnung statisch unbestimmter Tragwerke nach der Methode des Viermomentensatzes. Berlin 1918, Jul. Springer.

[2] G. Ehlers, Die Clapeyronsche Gleichung als Grundlage der Rahmenberechnung. Berlin 1924, D. Bauztg.

Formänderungsgrößen-Verfahren (F-V).

[3] A. Bendixsen, Methode der α-Gleichungen zur Berechnung von Rahmenkonstruktionen. Berlin 1914, Jul. Springer.
(„α" hier gleichbedeutend mit dem Knotendrehwinkel ν.)

[4] W. Gehler, Rahmenberechnung mittels der Drehwinkel, in der Festschrift „Otto Mohr zum achtzigsten Geburtstage". Berlin 1916, Wilh. Ernst & Sohn. — desgl. in Der Rahmen, 2. Auflage. Berlin 1919, Wilh. Ernst & Sohn.

[5] A. Ostenfeld, Die Deformationsmethode. Berlin 1926, Jul. Springer.

[6] L. Mann, Theorie der Rahmenwerke auf neuer Grundlage. Berlin 1926, Jul. Springer.

[7] G. Unold, Die praktische Berechnung der Stahlskelettrahmen. Berlin 1933, Wilh. Ernst & Sohn.

[8] Krabbe, Allgemeines Verfahren zur Berechnung biegungsfest verbundener Stabsysteme. Stahlbau 7 (1934), H. 5 u. 6. (Sperrkreuzverfahren.)

Kraftgrößen-Verfahren und Formänderungsgrößen-Verfahren.

[9] A. Hertwig, Das Kraftgrößenverfahren und das Formänderungsgrößenverfahren für die Berechnung statisch unbestimmter Gebilde. Stahlbau 6 (1933), H. 19.

Festpunkt- oder Momenten-Verfahren (M-V).

[10] W. Ritter, Anwendungen der graphischen Statik. 3. Teil. Zürich 1900, Raustein.

[11] A. Straßner, Beiträge zur Theorie kontinuierlicher Eisenbetonkonstruktionen. Berlin 1912, Wilh. Ernst & Sohn, und mehrere jüngere Arbeiten desselben Verfassers.

[12] E. Suter, Die Methode der Festpunkte. Berlin 1923, Jul. Springer.

[13] B. Löser in Bemessungsverfahren. 1. Auflage. Berlin 1925, Wilh. Ernst & Sohn.

[14] B. Löser in neuer Form. 5. Auflage. Berlin 1936, Wilh. Ernst & Sohn.

[15] K. Martens, Vereinfachtes Festpunktverfahren. B. u. E. 37 (1938), H. 21.

Berichtigung

zum Aufsatz: „Die Aulatalbrücke der Reichsautobahnen bei Hersfeld" von Reg.-Baumeister a. D. H. W. Schlegel, Kassel, in Heft 14/15. Die Unterschrift zu Bild 15 auf S. 117 muß richtig lauten: Setzungsmessungen.

Verantwortlich für den Inhalt: Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt.
Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin W 9.
Druck der Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.

DER STAHLBAU

Schriftleitung:
Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt, Technische Hochschule
Fernsprecher: Darmstadt 7711, Apparat 599
Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61
Veröffentlichungsbeiträge an voranstehende Anschriften erbeten

Beilage zur Zeitschrift **DIE BAUTECHNIK** Fachschrift für das gesamte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

12. Jahrgang | BERLIN, 18. August 1939 | Heft 17

Über die Verrostung alter im Wasserbau verwendeter Stahlteile.

(Mitteilung aus dem Staatlichen Materialprüfungsamt Berlin-Dahlem.)

Von **Gerhard Schikorr** und **Kurt Alex.**

A. Einleitung.

Bei den mannigfachen Abbrüchen, die in den letzten Jahren in Berlin ausgeführt wurden, wurde eine große Zahl von alten Stahlteilen frei. Zur Erweiterung der Kenntnisse über die Rostbeständigkeit des Stahls beantragte der Deutsche Stahlbau-Verband beim Staatlichen Materialprüfungsamt Berlin-Dahlem eine entsprechende Untersuchung einiger alter Teile. Über diese Untersuchung und ihre Ergebnisse wird im folgenden berichtet.

B. Herkunft der Teile.

Die untersuchten Teile stammen vom Umbau der alten Stadtschleuse 1936/1937, die im Grundriß in Bild 1 wiedergegeben ist. Die Nummern 1 bis 5 kennzeichnen in ihm die Stellen, an denen sich die untersuchten Teile befunden hatten. Die Stellen waren:

1. Trägerwand aus Normalprofilen (vom Jahre 1896),
2. Umlauf vom westlichen Unterhaupt (vom Jahre 1863),
3. Rostabdeckung des westlichen Einlaufs am Oberhaupt (vom Jahre 1863),
4. westliche Uferwand (vom Jahre 1890),
5. östliche Uferwand (vom Jahre 1894).

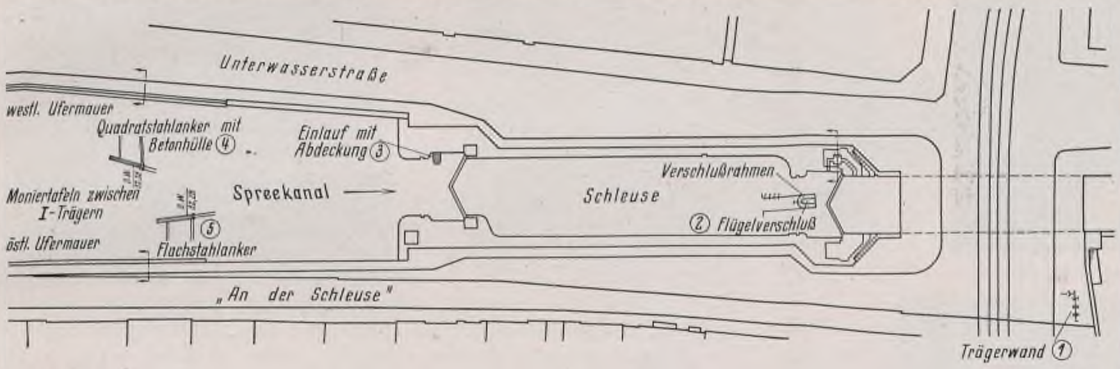


Bild 1. Grundriß der alten Stadtschleuse.

C. Untersuchung von Normalprofilen aus einer Trägerwand

(Einbau 1896, vgl. Bild 1).

Zur Untersuchung lagen je ein 1,50 m langer Abschnitt von I 24 und I 13 vor; die I 24 und I 13 waren in der in Bild 1 angedeuteten Art eingebaut, so daß die Stege der I 13 sich zwischen den Flanschen der I 24 befanden.

a) Normalprofil I 24. Der Abschnitt der I 24 ist in Bild 2 von der einen Seite wiedergegeben. Bild 3 zeigt den unteren Teil des Abschnitts von der anderen Seite. Die eine Seite (Bild 2) war mit Betonresten bedeckt, diese Seite hatte also im eingebauten Zustand gegen Beton gelegen. Irgendein beträchtlicher Angriff war nicht zu erkennen[1]).

[1]) Worauf das verschiedene Aussehen des oberen und des unteren Teils zurückzuführen ist, ist hier unbekannt. Die dunklen Flächen auf dem oberen Teil sind rote Farbstriche.



Bild 2. Betonseite.



Bild 3. Bodenseite.

I 24. Alter 40 Jahre.



Bild 4. Schnitt *a* aus Bild 2 u. 3, entrostet (Betonseite).



Bild 5. Schnitt *a* aus Bild 2 u. 3, entrostet (Bodenseite).

Die andere Seite war auf ihrem unteren Teil (Bild 3) mit einer festhaftenden lehmigen, zum Teil rostfarbigen Sandschicht, in der mehrere größere Kalkmörtel- und Ziegelsteinstücke fest eingewachsen waren, bedeckt; auf dem oberen Teil befand sich eine ziemlich gleichmäßige, lehmige graugelbe Sandrostschicht[2]). Diese Seite hatte also gegen das Erdreich gelegen.

Zur Feststellung des Angriffs unter der Sandrostschicht wurde das in Bild 2 mit *a* bezeichnete Stück abgesägt und von der Sandrostschicht befreit (zuerst mechanisch, dann mit sparbeizehaltiger Salzsäure und durch kathodische Behandlung in Natronlauge). Ein praktisch belangreicher Angriff war jetzt nicht zu erkennen. Bild 4 zeigt das gereinigte Stück von der Betonseite, Bild 5 von der Bodenseite her. Hier sind noch die Walzzeichen zu erkennen. Noch deutlicher ist die gute Erhaltung des I 24 aus Bild 6 zu erkennen, die den geschliffenen Schnitt *S* (vgl. Bild 2) wiedergibt und zeigt, daß die Einfressungen belanglos sind.

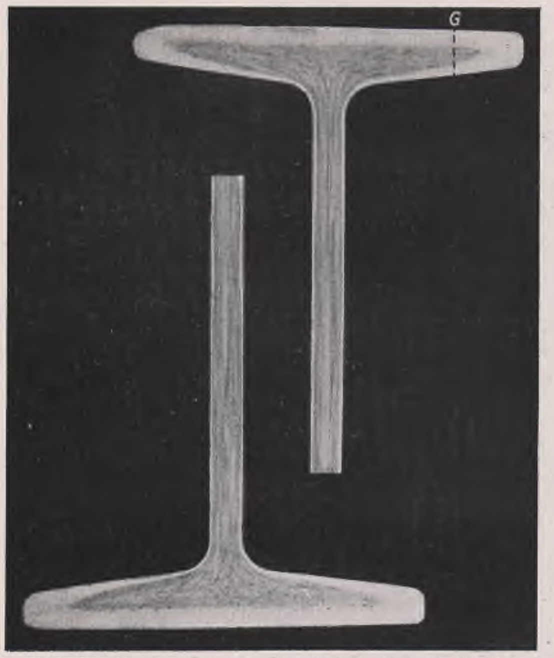


Bild 6. Querschnitt durch I 24 bei *S* in Bild 2.



Bild 7. Gefüge bei *G* in Bild 6.

Bild 6 zeigt gleichzeitig die durch Ätzen mit Kupfer-Ammoniumchlorid-Lösung kenntlich gemachte Zonenbildung infolge Schwefel- und Phosphorseigerungen, die als normal zu bezeichnen ist.

Das Gefüge des Stahls an der in Bild 6 mit *G* bezeichneten Stelle ist in Bild 7 wiedergegeben. Es handelt sich hiernach um kohlenstoffarmen Flußstahl mit beträchtlichen nichtmetallischen Einschlüssen, die im allgemeinen in der Walzrichtung gestreckt sind.

[2]) Die Ursachen für diese Verschiedenheit der anderen Seite sind ebenfalls unbekannt.

Die chemische Analyse des Stahls ist in Zahlentafel 1 wiedergegeben[3]).

Zahlentafel 1. Chemische Analyse der untersuchten Stahlteile.

Art des Stahlteils	Gehalt in % an							
	C	Si	Mn	P	S	Cu	Ni	Cr
I 24	0,08	0,01	0,56	0,067	0,063	0,04	0,04	0,02
I 13	0,04	0,01	0,51	0,064	0,026	0,08	0,05	0,02
Steigeisen	0,01	0,18	0,06	0,22	0,069	0,07	0,03	0,02
I 20	0,02	0,02	0,42	0,074	0,065	0,05	0,03	0,02
I 32	0,03	0,01	0,39	0,044	0,032	0,10	0,05	0,02
I 30	0,04	0,01	0,40	0,107	0,092	0,10	0,05	0,02

Es handelt sich hiernach um kohlenstoffarmen Flußstahl.

b) Normalprofil I 13. Der untersuchte Abschnitt des I 13 ist in Bild 8 wiedergegeben. Er war auf beiden Seiten des Stegs mit zum Teil dunklem blasigen, zum Teil braunem Rost bedeckt. (Der Steg hatte auf beiden Seiten unmittelbar an den Außenseiten von Flanschen des I 24 gelegen.) Der eine Flansch zeigte etwa das Aussehen der gegen das Erdreich (im wesentlichen Sand-Lehm-Gemisch) gelagerten Seite des I 24, während der andere Flansch mit einer ähnlichen Rostschicht wie der Steg bedeckt war. Dieser Flansch zeigte einen nur geringen Angriff, während jener an einem Teil (vermutlich demjenigen, der sich in der Höhe des Grundwasserspiegels befunden hatte) erheblich angefressen war.

In Bild 9 ist die am stärksten angegriffene Stelle (in Bild 8 mit *a* bezeichnet) nach Entrosten wiedergegeben. Man erkennt die deutlichen Anfressungen an dem einen Flansch.

Bild 10 zeigt einen geschliffenen Querschnitt durch den Träger an der Stelle der stärksten Anfressung in $1/2$ natürlicher Größe, aus dem sich die Dicke der abgerosteten Schicht zu höchstens etwa 4 mm ergibt. Hieraus errechnet sich die größte Korrosionsgeschwindigkeit zu etwa 0,1 mm Abtragung je Jahr. Es ist dabei jedoch zu beachten, daß es sich um einen Höchstwert handelt und der Träger an den meisten anderen Stellen erheblich besser erhalten war. — Die Werkstoffuntersuchung des Trägers hatte das folgende Ergebnis:

Die Seigerungen waren ziemlich gering (vgl. Bild 10). Das Gefüge (bei *G*, Bild 10, festgestellt) entsprach kohlenstoffarmem Flußstahl mit geringen nichtmetallischen Einschlüssen (vgl. Bild 11). Die chemische Analyse ist in Zahlentafel 1 wiedergegeben. — Nach der Analyse handelt es sich um kohlenstoffarmen Flußstahl normaler Zusammensetzung.

[3]) Die Probespäne für die Analyse wurden hier und in allen folgenden Fällen über den ganzen Querschnitt entnommen.



Bild 8. I 13.



Bild 9.
Abschnitt *a* aus Bild 8, entrostet.

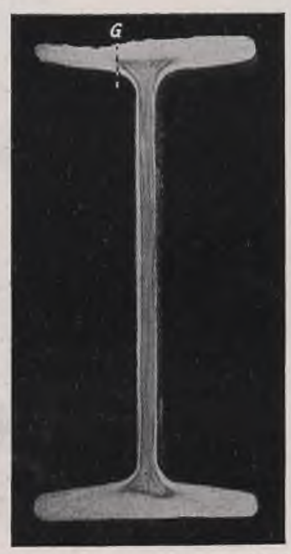


Bild 10. Schnitt durch I 13 entsprechend *S* in Bild 8 u. 9.



Bild 11.
Gefüge bei *G* in Bild 10.

D. Untersuchung von Stahlteilen vom Umlauf und Einlauf

(vgl. Bild 1, 2 u. 3, Einbau 1863).

Untersucht wurden:

1 Flügelverschluß, 1 Steigeisen, 1 Stück des Verschlußrahmens, 1 Rostabdeckung.

a) Flügelverschluß. Der Einbau des Flügelverschlusses in den Umlauf ist in Bild 1 dargestellt. Der Verschluß, der aus Schmiedeeisen bestand, war größtenteils stehendem, beim Öffnen der Schleuse jedoch sehr rasch fließendem Flußwasser[4]) ausgesetzt gewesen. Zur Verfügung stand nur etwa $^1/_6$ des Verschlusses (Bild 12). Auf ihm waren noch Reste eines Mennigeanstrichs vorhanden. Ein beträchtlicher Angriff war nirgends erkennbar. Von einer näheren Untersuchung des Flügelverschlusses wurde abgesehen.



Bild 12. Teil des Flügelverschlusses. (Alter 75 Jahre.)

b) Steigeisen. Das untersuchte Steigeisen bildete eine Sprosse einer in die Wand des Einstiegschachtes zum Flügelverschluß eingelassenen Leiter (vgl. Bild 1 bei 2). Es befand sich dauernd unter Wasser, und zwar bei etwa den gleichen Bedingungen wie der Flügelverschluß.

Das Steigeisen ist in Bild 13 wiedergegeben. Deutlich sind die in das Mauerwerk eingelassen gewesenen, noch völlig unangegriffenen Enden von dem stark angefressenen Mittelteil, der dem Wasser ausgesetzt gewesen war, zu unterscheiden. Besonders stark[5]) war der Angriff kurz nach der einen Austrittstelle aus dem Mauerwerk.

Die angegriffene Fläche zeigte eine Art Faserstruktur in der Walzrichtung. In Bild 14 ist das in Bild 13 mit a bezeichnete Stück größer wiedergegeben. Hier ist die Faserstruktur deutlich zu erkennen (vgl. dazu weiter unten).

Zur Bestimmung der Abtragungsdicke wurden bei q_1 und q_2 in Bild 13 Querschliffe des unangegriffenen und des angegriffenen Teils des Steigeisens hergestellt, die in Bild 15 wiedergegeben sind. Hieraus ermißt sich eine Höchstabtragung von etwa 6 mm, d. h. eine Abtragung von durchschnittlich 0,1 mm je Jahr.

Das Gefüge des Steigeisens ist in den Bildern 16, 17 u. 18 wiedergegeben. Bild 16 u. 17 zeigen einen Längs- und einen Querschliff (geätzt), woraus sich erkennen läßt, daß es sich um Paketier-Schweißstahl handelt. Bild 18 gibt das Mikrogefüge an einer besonders charakteristischen Stelle (bei a in Bild 16 als Längsschliff) wieder. Es besteht im wesentlichen aus Ferritkristallen und zum Teil sehr großen nichtmetallischen Einschlüssen (Schweißschlacke), die in der Walzrichtung gestreckt sind. Die Analyse ist in Zahlentafel 1 wiedergegeben. Nach dieser Analyse handelt es sich um einen Schweißstahl mit hohem Phosphorgehalt.



Bild 14. Abschnitt aus Bild 13, entrostet.



Bild 15. Schnitt bei q_1 und q_2 in Bild 13.



Bild 17. Geätzter Querschliff bei q_1 in Bild 13.

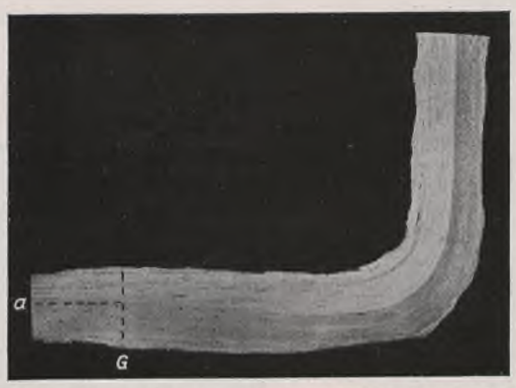


Bild 16. Geätzter Längsschliff durch Abschnitt a in Bild 13.

[4]) Spreewasser (an der Schleuse Charlottenburg) enthält folgende Bestandteile je Liter: Kieselsäure 11 mg, Kalk 65 mg, Magnesia 8 mg, Kohlensäure (einfach gebunden) 49 mg, Schwefelsäure (SO_3) 19 mg, Chlor (gebunden) 28 mg, organische Stoffe 103 mg, Trockenrückstand (Gesamt-) 257 mg, Schwefelwasserstoff und Salpetersäure fehlen, Gesamthärte 7,6, bleibende Härte 1,4.

[5]) Alle Ausdrücke wie „stark", „beträchtliche Anfressungen" usw. sind relativ zu verstehen. Für die lange Einwirkungszeit ist die gefundene Verrostung auffällig gering. In der chemischen Industrie wird eine Abtragung von 0,1 mm je Jahr als „völlig beständig" bezeichnet.

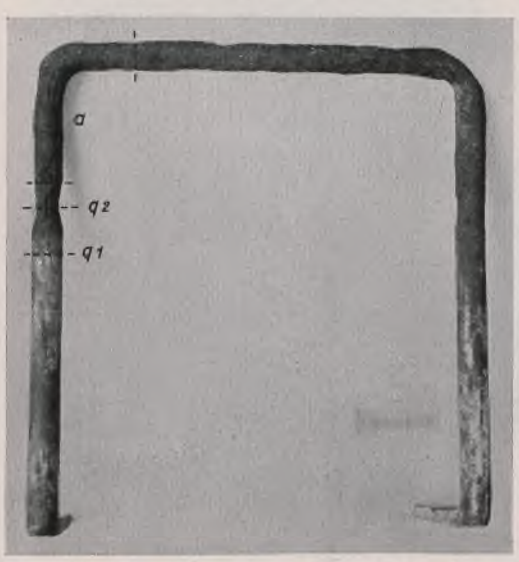


Bild 13. Steigeisen. (Alter 75 Jahre.)

v = 135

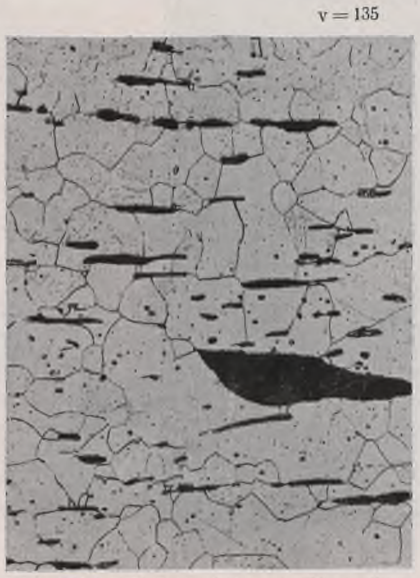


Bild 18. Gefüge bei a in Bild 16.

v = 65

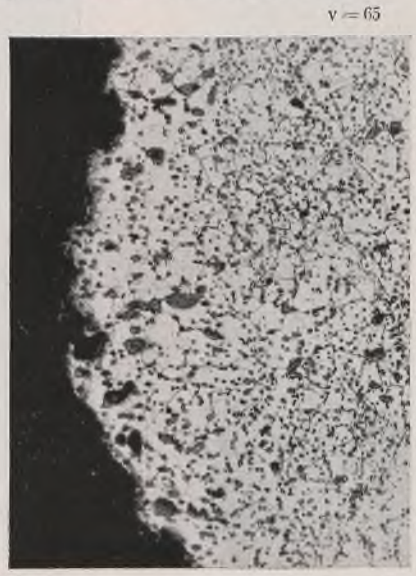


Bild 19. Randzone des Querschliffes G in Bild 16.

Da es sehr wahrscheinlich war, daß die Faserstruktur des verrosteten Steigeisens mit dem Gefüge in Zusammenhang stand, wurde ein Querschliff einer angegriffenen Stelle hergestellt. Eine Zone am Rand ist in Bild 19 wiedergegeben. Sie läßt erkennen, daß die am Rand gelegenen nichtmetallischen Einschlüsse weitgehend herausgefressen sind, wonach sich die Faserstruktur der angefressenen Eisenoberfläche leicht erklären läßt. Zu Bild 19 muß jedoch bemerkt werden, daß nicht an allen Stellen der Probe die Ausfressungen so gut zu erkennen sind.

c) Verschlußrahmen. Das untersuchte Stück des Verschlußrahmens bestand aus Gußeisen. Es war auf drei Seiten in Mauerwerk gebettet und auf der vierten (einer Stirnseite) dem Wasser unter ähnlichen Bedingungen ausgesetzt gewesen wie der Flügelverschluß. Äußerlich sah das Stück völlig unangegriffen aus. Wie der in Bild 20 wiedergegebene Querschliff zeigt, war jedoch bis zu einer Tiefe von etwa 6 mm Graphitierung eingetreten. Hieraus errechnet sich ein etwa gleich starker Angriff wie bei dem Steigeisen (0,1 mm je Jahr). Von einer weiteren Untersuchung des Verschlußrahmens wurde abgesehen.

d) Rostabdeckung. Die Rostabdeckung, von der etwa $^1/_4$ zur Verfügung stand, stammte vom westlichen Einlauf am Oberhaupt und war etwa den gleichen Bedingungen ausgesetzt gewesen wie das Steigeisen. Der vorhandene Teil ist in Bild 21 wiedergegeben. Da der Angriff sehr ähnlich war wie bei dem Steigeisen, wurde die Rostabdeckung nicht näher untersucht.

E. Untersuchung von Teilen der Ufermauern

(vgl. Bild 1, 4 u. 5, Einbau 1890 und 1894).

Eingesandt wurden von der westlichen Ufermauer (1890):

1 Monierwandträger (I 20) mit Fuß,
1 Rundstahlanker mit Betonummantelung,

von der östlichen Ufermauer (1894):

1 Flachstahlanker,
1 Monierwandträgerfuß,
1 Flachstahl (als Holm) mit Nägeln.

a) Monierwandträger (I 20) mit Fuß. Die Anordnung des Monierwandträgers ist in Bild 22 dargestellt. Auf der offenbar etwa in Höhe des Wasserspiegels endenden Spundwand, die das Ufer gegen das Wasser der Spree abdeckte, war der gußeiserne Fuß befestigt; in diesem stand der Monierwandträger. Seine beiden Stegseiten und das Innere der Flansche waren mit Beton bedeckt. Die Außenseite des einen Flansches grenzte gegen das Erdreich, war aber auch noch mit beträchtlichen Mengen Beton behaftet. Die Außenseite des anderen Flansches war am untersten Teil mit Wasser bespült und sonst der Atmosphäre und

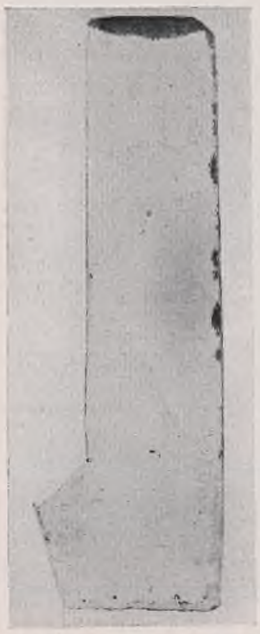


Bild 20. Querschliff durch den Verschlußrahmen. (Alter 75 Jahre.)

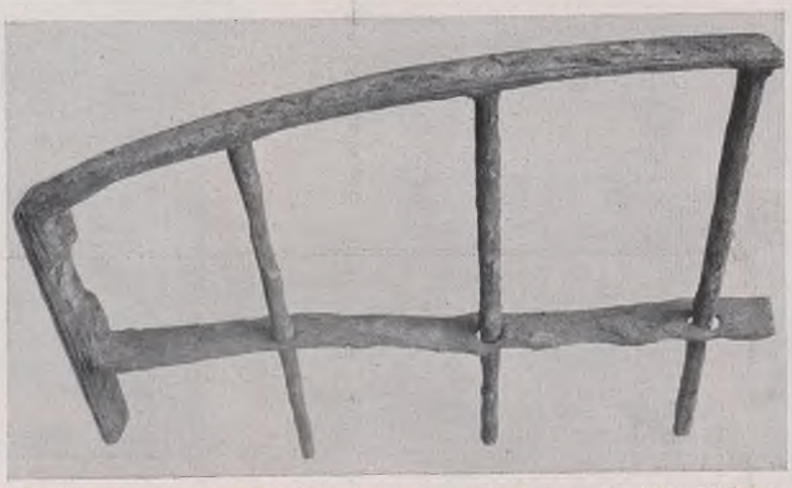


Bild 21. Rostabdeckung (schräg von oben aufgenommen). Alter 75 Jahre.

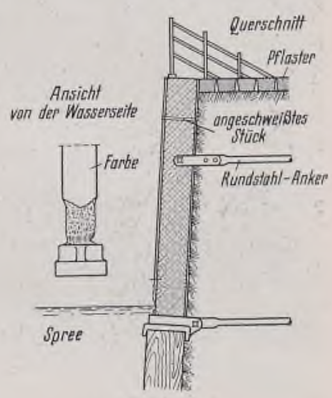


Bild 22.



Bild 23. Monierwandträger mit Fuß (I 20). Alter 45 Jahre.

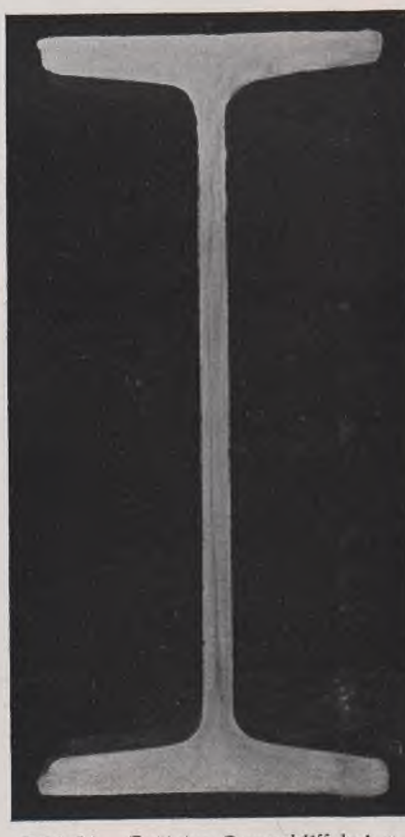


Bild 24. Geätzter Querschliff bei q in Bild 23.



Bild 25. Wasserseite des unteren Abschnittes des I 20 mit Fuß. (Alter 45 Jahre.)

gelegentlichen Wasserspritzern ausgesetzt. Im Erdreich war der Träger mit betonummantelten Rundstählen verankert (vgl. weiter unten). Am oberen Ende des Trägers war eine Winkelkonsole befestigt, die zur Anbringung des Ufergeländers diente.

In Bild 23 ist der Träger (mit Fuß) von einer Seite her wiedergegeben. Im ganzen war er gut erhalten. Im besonderen war (mit der unten näher beschriebenen Ausnahme) am Steg und an dem nach dem Erdreich gelegenen Flansch praktisch kein Angriff aufgetreten. Die Außenseite des nach der Spree gelegenen Flansches war zum größten Teil noch mit einem Mennigeanstrich bedeckt, unter dem der Stahl praktisch unangegriffen war. Bild 24 gibt einen Querschnitt durch den Träger an der in Bild 23 mit *q* bezeichneten Stelle, an der sich noch Anstrich befand, wieder. Der Angriff ist hier an allen Seiten des Trägers belanglos.

Beträchtliche Anfressungen waren jedoch am untersten Teil des Trägers zu beobachten, der sich offenbar in Höhe des Wasserspiegels befunden hatte. Bild 25 zeigt den untersten Teil mit dem Trägerfuß von der Wasserseite her. An dem obersten Teil ist noch der rosthemmende Anstrich zu erkennen. Darunter zeigen sich deutliche Verrostungen, die vor Eintritt des Trägers in den Fuß so stark werden, daß ein etwa 2 cm breites Stück des Flansches in seiner ganzen Dicke herausgefressen ist. Merkwürdigerweise ist das jedoch nur auf einer Hälfte der Fall, während der Angriff auf der anderen Hälfte viel geringer war. Welche besonders ungünstigen Umstände für die stark angegriffene Hälfte vorlagen, läßt sich nicht mehr übersehen.



Bild 26. Unterer Abschnitt des I 20, entrostet. Seitenansicht.



Bild 27. Unterer Abschnitt des I 20, entrostet. Schrägansicht.

Von dem Träger wurde — nach Herausheben aus dem Fuß — unten ein etwa 40 cm langes Stück abgeschnitten und mit Hilfe von Sparbeize entrostet. Das Stück ist in Bild 26 von der Seite, in Bild 27 schräg von vorn wiedergegeben. Wie aus diesen Bildern ersichtlich ist, hat der bei weitem stärkste Angriff an dem Flansch, der dem Wasser zugekehrt war, stattgefunden. Aber auch der Steg und der andere Flansch zeigten deutliche Anfressungen, was darauf hindeutet, daß Wasser zwischen Träger und Beton eindringen und sich dort ziemlich frei bewegen konnte.

Das Gefüge des Werkstoffs des Trägers bestand aus Ferritkristallen und in der Walzrichtung gestreckten Schlackeneinschlüssen. Die Analyse ist in Zahlentafel 1 wiedergegeben. Es handelt sich demnach um kohlenstoffarmen Flußstahl. — Der gußeiserne Fuß zeigte beträchtliche Graphitierung. Er wurde nicht näher untersucht.

An der in Bild 23 mit *S* bezeichneten Stelle war (aus nicht mehr erkennbaren Ursachen) ein Stück an den ursprünglich kürzeren Träger angeschweißt worden. Da es sich um eine offenbar sehr frühe Schweißung handelt, wurde sie etwas näher untersucht. In Bild 28 ist das betreffende Stück nach Herausschneiden und Entrosten wiedergegeben. Wie man erkennt, ist die Schweißung für heutige Begriffe sehr schlecht. Bild 29 zeigt einen geätzten Querschliff der Schweißung. Man erkennt einen breiten, nicht verschweißten Spalt im Innern des Bleches, starke Ungleichmäßigkeiten der Schweißung und nicht ausreichenden Einbrand. Zu bemerken ist aber, daß die Schweißung ihren Zweck völlig erfüllt hat und keinerlei beachtenswerte Korrosionserscheinungen aufgetreten sind.

b) Rundstahlanker mit Betonummantelung. Der Rundstahlanker, dessen Anordnung in Bild 22 dargestellt ist, hatte sich zum größten Teil im Erdreich befunden. Die Betonummantelung war noch fast unversehrt. In Bild 30 ist ein Abschnitt mit zum Teil abgeschlagener Ummantelung wiedergegeben. Auch der Stahl zeigte unter dem Beton keinen nennenswerten Angriff. Bild 31 gibt einen Querschnitt wieder, aus dem zu erkennen ist, daß der Stahl praktisch unangegriffen ist.



Bild 30. Rundstahlanker mit Beton-Ummantelung (Ummantelung oben entfernt). Alter 45 Jahre.

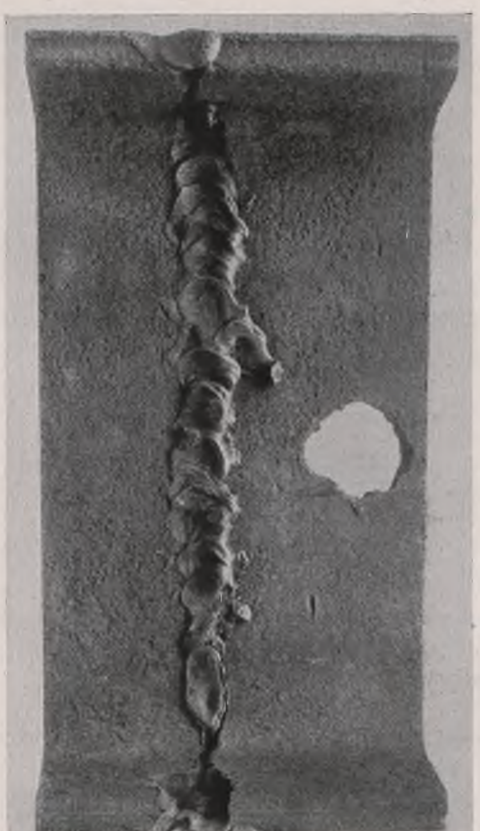


Bild 28. Schweißung bei *S* in Bild 23.



Bild 29. Geätzter Querschliff durch die Schweißung.



Bild 31. Querschnitt durch den Rundstahlanker.

c) Flachstahlanker. Der Flachstahlanker, der sich in gleicher Anordnung wie der Rundstahlanker in Bild 22 im Boden befunden hatte, war nicht mit Beton ummantelt, sondern mit einem Mennigeanstrich versehen.



Bild 32. Flachstahlanker.



Bild 33. Abschnitt a aus Bild 32, entrostet.

In Bild 32 ist ein Abschnitt des Ankers wiedergegeben. Er ist an einigen Teilen noch mit dem unversehrten Anstrich bedeckt, während an anderen beträchtliche mit Rost durchsetzte Sand- nud Steinmengen angewachsen sind. Nach Reinigung des Ankers zeigte sich, daß an den Stellen, an denen der Anstrich gehaftet hatte, der Werkstoff noch völlig unangegriffen war, während an den anderen Stellen ein zum Teil deutlicher Angriff eingetreten war. Bild 33 zeigt in $^2/_3$ natürlicher Größe die an dem in Bild 32 mit a bezeichneten Teil beobachteten Anfressungen. Wie Bild 34, das einen geätzten Querschliff bei q in Bild 33 darstellt, zeigt, sind die Anfressungen jedoch nur etwa 1 mm tief, so daß sie praktisch vernachlässigt werden können. Wie Bild 34 weiter zeigt, enthielt der Flachstahlanker nur geringe Seigerungen. Das Gefüge des Ankers,

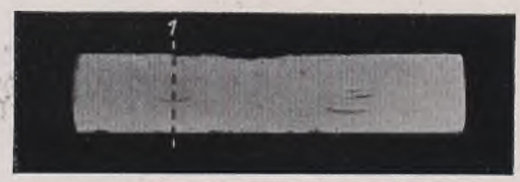


Bild 34. Geätzter Querschliff.

an einem Längsschliff (in Bild 34 bei 1) festgestellt, besteht aus Ferrit, Spuren von Perlit und in der Längsrichtung gestreckten nichtmetallischen Einschlüssen. Es handelt sich hiernach ebenfalls um kohlenstoffarmen Flußstahl. Von einer chemischen Analyse wurde abgesehen.

Die übrigen eingesandten Teile wurden nicht untersucht, da nicht zu erwarten war, daß die Untersuchung neue Befunde ergeben würde.

F. Zusammenfassung.

Stahlteile, die bis zu 75 Jahre alt und im Berliner Wasserbau verwendet waren, wurden auf Verrostung untersucht. An den meisten Stellen war der Angriff unmeßbar gering. Stärker war er in rasch fließendem Spreewasser (bis zu etwa 0,1 mm/Jahr). Noch stärker (bis zu 0,3 mm/Jahr) war er an einigen Stellen, die sich in Höhe des Grundwasserspiegels befunden hatten. Hierbei handelte es sich jedoch offenbar um besonders ungünstige Verhältnisse oder um nicht näher erkennbare Zufälligkeiten, da dieser hohe Angriff an anderen Stellen, die scheinbar genau die gleiche Beanspruchung erlitten hatten, nicht aufgetreten war.

Das Nullfeldverfahren zur allgemeinen Ermittlung der Einflußlinien von Balken und Rahmentragwerken.

Von Prof. Dr.-Ing. Rajko Kušević, Zagreb.

(Schluß aus Heft 16.)

Zeichnerische Lösungen.

a) Aus den obigen Formeln (a) und (b) ergeben sich durch Aufstellung des Verhältnisses zwischen den Stützenmomenten M_{i-1}^M und M_i^M bzw. M_{i-1}^Q und M_i^Q die in Bild 8a und 8b dargestellten zeichnerischen Verfahren zur Ermittlung dieser Momente. Die Multiplikatoren der Lösungen sind:

für die $\overline{M_\xi^M}$-Linie: $$\frac{1}{6\,K(a_i - x)(a_i' - x')} = \overline{\tau_c^M},$$

für die $\overline{M_\xi^Q}$-Linie: $$\frac{1}{6\,K} = \overline{\delta_c^Q}.$$

Dieselben brauchen aber nicht berechnet zu werden, da sie in den Einflußlinien selbst als Maßstäbe enthalten sind.

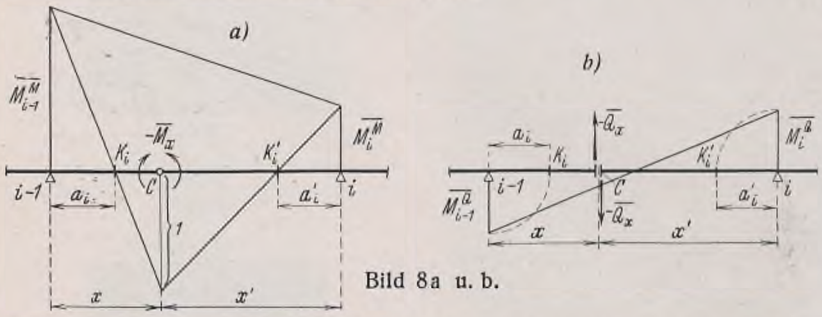


Bild 8a u. b.

Die Konstruktion für $\overline{M_\xi^M}$ versagt, wenn C nahe an einem Festpunkte liegt oder mit diesem zusammenfällt. In diesem Falle kann man die Momentenlinie bestimmen, indem man von einem über der Nachbarstütze des betreffenden Festpunktes beliebig angenommenen Punkte ausgeht (d. h. das entsprechende Stützenmoment beliebig annimmt).

b) Zu einer anderen zeichnerischen Lösung kommt man, wenn man von der Konstruktion der Stützenmomente M_{i-1} und M_i aus den Kreuzlinienabschnitten ausgeht. (Diese Konstruktion ist wohl bekannter als die obigen fertigen Formeln für die Momente.) Die Kreuzlinienabschnitte sind hier (mit $l_i' = l_i$) durch die Formeln gegeben:

$$f_i' = -\frac{6}{l_i} \cdot \frac{R_i}{l_i} = -\frac{6}{l_i} \cdot \alpha_{i-1,x}; \qquad f_i = -\frac{6}{l_i} \cdot \frac{L_i}{l_i} = -\frac{6}{l_i} \cdot \alpha_{ix}'.$$

$\alpha_{i-1,x}$ und α_{ix}' sind (bei $E = 1$) die J_i-fachen Verdrehungen der Endtangenten der Biegelinie des Balkens l_i infolge $P = 1$ im Querschnitt C; dieselben sind nach Maxwell gleich den J_i-fachen Durchbiegungen des Balkens an der Stelle C infolge des Angriffs $M = 1$ am betreffenden Balkenende:

$$\alpha_{i-1,x} = \delta_{x,i-1} \qquad \alpha_{ix}' = \delta_{xi}.$$

Zur Ermittlung der Stützenmomente M_{i-1}^M und M_i^M im Hauptsystem sind nun die negativen zweiten Ableitungen der obigen Kreuzlinienabschnitte zu verwenden:

$$f_i'^M = -\frac{\partial^2 f_{i-1}}{\partial x^2} = \frac{6}{l_i} \cdot \frac{\partial^2 \delta_{x,i-1}}{\partial x^2} = -\frac{6}{l_i^2} \cdot x'$$

$$f_i^M = -\frac{\partial^2 f_i}{\partial x^2} = \frac{6}{l_i} \cdot \frac{\partial^2 \delta_{xi}}{\partial x^2} = -\frac{6}{l_i^2} \cdot x.$$

Danach ergibt sich die einfache Konstruktion der $\frac{l_i^2}{6}$-fachen Stützenmomente $\overline{M_{i-1}^M}$ und $\overline{M_i^M}$ nach Bild 9a [6]).

Die Kreuzlinienabschnitte für die Ermittlung von M_{i-1}^Q und M_i^Q sind:

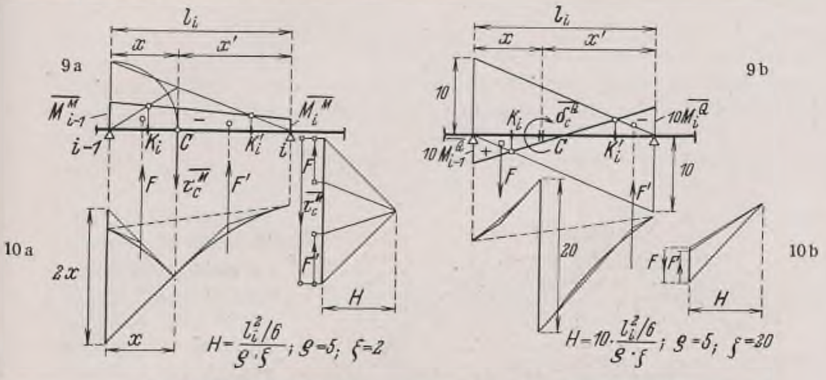
$$f_i'^M = \frac{\partial f_i'^Q}{\partial x} = +\frac{6}{l_i^2} \qquad f_i^Q = \frac{\partial f_i^M}{\partial x} = -\frac{6}{l_i^2}.$$

Aus diesen Formeln folgt die Konstruktion der $\frac{l_i^2}{6}$-fachen Momente $\overline{M_{i-1}^Q}$ und $\overline{M_i^Q}$ nach Bild 9b.

Wenn man nun die Einflußlinien mittels je eines fortlaufenden Seilpolygons zur Belastung $\overline{z_\xi^M}\,d\xi$ bzw. $\overline{z_\xi^Q}\,d\xi$ zeichnet, wird die Schluß-

[6]) Diese Konstruktion findet sich, anders abgeleitet, bei Ritter (s. Fußnote 2).

linie — die durch die Durchbiegungen Null der Stützpunkte festgelegt ist — bei der $M_{x\xi}$-Linie unter C einen Knick und bei der $Q_{x\xi}$-Linie eine Abstufung aufweisen. Der Knickwinkel (im Sinne der graphischen Statik gemessen) bzw. der Sprung der Schlußlinie gibt die Maßeinheit für die Ordinaten der Einflußlinie.



ϱ = Verwandlungsbasis ξ = Verzerrungsverhältnis

Bild 9a u. b und 10a u. b.

Bekanntlich kann man den Knick bzw. den Sprung in der Schlußlinie vermeiden und im Seilpolygon auftreten lassen, wenn man das Seilpolygon in zwei Teilen zeichnet: von links und von rechts gegen den Querschnitt C zu. (Bei der $M_{x\xi}$-Linie werden dazu zwei verschiedene Pole verwendet.) Falls die Momentenlinien $\overline{M_\xi^M}$ und $\overline{M_\xi^Q}$ zeichnerisch nach Punkt b) aus den Kreuzlinienabschnitten ermittelt werden, ist es wohl bequemer, den leicht zu berechnenden Multiplikator $\frac{l_i^2}{6}$ als Einzellast bzw. Einzelmoment im Nullfeld anzubringen, so daß man die Einflußlinie im Feld l_i als Momentenlinie des einfachen Balkens $(i-1)-i$ unabhängig von den übrigen Feldern zeichnen kann (s. Bild 10a u. 10b).

2. Zweistieliges Rahmentragwerk nach Bild 11[7].

$l_1 = 12$ m, $l_2 = 24$ m, $l_3 = 18$ m, $h = 7{,}5$ m,
$J_2/J_1 = 3/2$, $J_2/J_2 = 1$, $J_2/J_3 = 6/5$, $J_2/J_h = 2$,
$l_1' = 18$ m, $l_2' = 24$ m, $l_3' = 21{,}6$ m, $l_4' = 15$ m
(reduzierte Stablängen).

Es sind die Einflußlinien der Schnittkräfte $M_{x\xi}$ und $Q_{x\xi}$ in einem Querschnitt C des Mittelfeldes zu bestimmen: $x = 10$ m, $x' = 14$ m.

Als statisch unbestimmte Größen sind die Biegungsmomente X_a und X_b in Balkenquerschnitten dicht außerhalb der Stützen und das Biegungsmoment X_c im Stützenquerschnitt unterhalb des Balkens angenommen. Die Biegungsmomente sollen als positiv bezeichnet werden, wenn sie auf der in Bild 11 gestrichelten Seite der Stäbe Zugspannungen hervorrufen.

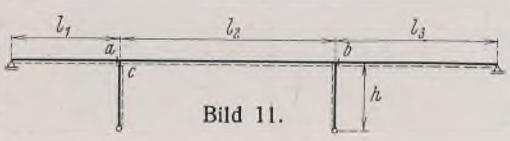


Bild 11.

Die Momentenlinien infolge $X_a = 1$, $X_b = 1$ und $X_c = 1$ sind in Bild 12a, 12b u. 12c dargestellt. Aus denselben ergibt sich auf Grund der obigen Zahlenwerte die nachstehende Matrix der Vorzahlen $EJ_2\,\delta_{rk}$ der Unbekannten in den Elastizitätsgleichungen. Die Determinante der $EJ_2\,\delta_{rk}$ berechnet sich hiernach mit $D = 3638{,}4$; für die Subdeterminanten $D_{rk} = D\,\beta_{rk}$ erhält man die in Tafel 2 eingetragenen Werte.

[7]) Entnommen aus der in Fußnote 3 angegebenen Zuschrift von Pohl.

Tafel 1. $EJ_2\,\delta_{rk}$-Matrix.

$k \backslash r$	a	b	c
a	14	4	12
b	4	15,2	12
c	12	12	34

Tafel 2. $D\,\beta_{rk}$-Matrix.

$k \backslash r$	a	b	c
a	372,8	8	— 134,4
b	8	332	— 120
c	— 134,4	— 120	196,8

Tafel 3.

k	$\mathfrak{m}_{xk}$	$\mathfrak{q}_{xk}$
a	14/24	—1/24
b	10/24	1/24
c	1	0

Neben der $D\,\beta_{rk}$-Matrix sind in Tafel 3 die Werte der Biegungsmomente $\mathfrak{m}_{xk}$ und Querkräfte $\mathfrak{q}_{xk}$ im Querschnitt C infolge der Angriffe $X_k = 1$ eingeschrieben (s. Bild 12a, b, c). Mit denselben ist in Tafel 4 die Berechnung der Momente $\mathfrak{M}_{x(rk)}$ und in Tafel 5 die Berechnung der Querkräfte $\mathfrak{Q}_{x(rk)}$ durchgeführt.

Tafel 4. $(-D\,\beta_{rk})\,\mathfrak{m}_{xk}$.

$k \backslash r$	a	b	c
a	— 217,5	— 4,7	78,4
b	— 3,3	— 138,3	50,0
c	134,4	120,0	— 196,8
$D\,\mathfrak{M}_{x(rk)}$	— 86,4	— 23,0	— 68,4

Tafel 5. $(-D\,\beta_{rk})\,\mathfrak{q}_{xk}$.

$k \backslash r$	a	b	c
a	15,5	0,3	— 5,6
b	— 0,3	— 13,8	5,0
c	0	0	0
$D\,\mathfrak{Q}_{x(rk)}$	15,2	— 13,5	— 0,6

Die Werte $D\,\mathfrak{M}_{x(rk)}$ bzw. $D\,\mathfrak{Q}_{x(rk)}$, als Überzählige X_r angebracht, liefern die Momentenlinien $D\,M_\xi^M$ bzw. $D\,M_\xi^Q$ des Balkens. Bild 13a zeigt die Momentenlinie $D\,M_\xi^M$, Bild 14a die zugehörige Belastungslinie $D\,z_\xi^M$, Bild 15a die Gestalt der sich daraus ergebenden Einflußlinie $M_{x\xi}$. Bild 13b, 14b u. 15b zeigen das gleiche für die Einflußlinie $Q_{x\xi}$. Die Belastungslinien sind nach der Formel (B) berechnet:

$$z_\xi^S = M_\xi \cdot \frac{J_2}{J_\xi}.$$

Die Einflußlinien können durch Rechnung oder Zeichnung ermittelt werden, wie dies im Beispiel 1 dargelegt worden ist.

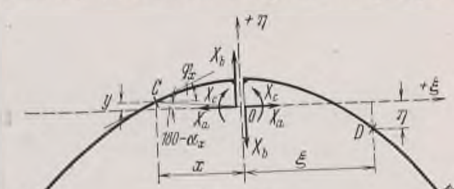


Bild 16.

3. Eingespannter Bogen, Grundsystem in Bild 16. Zu ermitteln sind die Einflußlinien der Schnittkräfte in einem beliebigen Punkte C. Der Einfluß der Längskräfte auf die Formänderungen soll dabei vernachlässigt werden[8]).

Als Grundsystem ist ein Freiträgerpaar gewählt; die Überzähligen X_a, X_b und X_c sind im Schwerpunkte O des mit den elastischen Gewichten $\frac{ds}{J}$ belegten Bogens angebracht, die ξ- und die η-Achse sind die entsprechenden Hauptträgheitsachsen. Die Matrix der δ_{rk} besitzt danach nur Diagonalglieder δ_{rr} mit den Werten

$$\delta_{aa} = \int_A^B \eta^2 \cdot \frac{ds}{J} = T_\xi; \qquad \delta_{bb} = \int_A^B \xi^2 \cdot \frac{ds}{J} = T_\eta; \qquad \delta_{cc} = \int_A^B \frac{ds}{J} = G;$$

ebenso die Matrix der β_{rk}:

$$\beta_{aa} = \frac{1}{\delta_{aa}} = \frac{1}{T_\xi}; \qquad \beta_{bb} = \frac{1}{\delta_{bb}} = \frac{1}{T_\eta}; \qquad \beta_{cc} = \frac{1}{\delta_{cc}} = \frac{1}{G}.$$

T_ξ und T_η sind die elastischen Hauptträgheitsmomente des Bogens, G das elastische Gewicht.

Die einzelnen negativen Einflußzahlen $-\beta_{rr}$, als Überzählige X_r angebracht, verursachen im Querschnitt C (Schwerpunktkoordinaten $\xi_c = x$, $\eta_c = y$) die Biegungsmomente

[8]) Die Berechnung mit Berücksichtigung dieses Einflusses hat der Verfasser (ohne Zuhilfenahme der hier entwickelten Sätze, d. h. mit unmittelbarer Vorberechnung des Hauptsystems) in seiner in Fußnote 2 angeführten Abhandlung dargelegt.

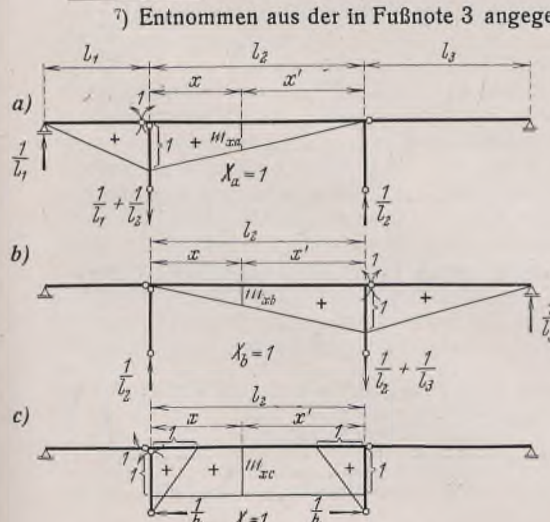


Bild 12a bis c.

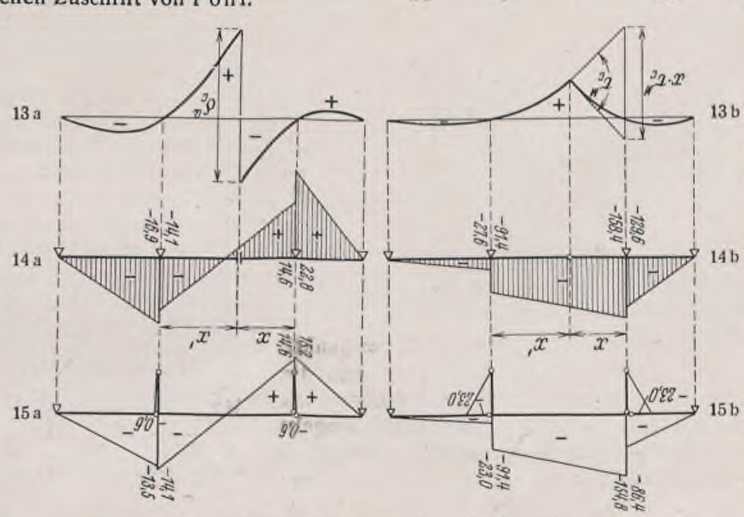


Bild 13a u. b, 14a u. b und 15a u. b.

$$\mathfrak{M}_{x(aa)}=\frac{1}{T_\xi}\cdot y;\quad \mathfrak{M}_{x(bb)}=\frac{1}{T_\eta}\cdot x;\quad \mathfrak{M}_{x(cc)}=\frac{1}{G};$$

diese Größen, als Überzählige X_r angebracht, haben im beliebigen Querschnitt D (Schwerpunktkoordinaten ξ, η) das Biegungsmoment

(a) $$M_\xi^M=-\frac{y}{T_\xi}\cdot\eta-\frac{x}{T_\eta}\cdot\xi-\frac{1}{G}$$

zur Folge. Aus dieser schematisch gewonnenen Gleichung [die man leicht auch nach der Formel (Ia) erhalten kann] folgt durch Ableitung nach ds:

(b) $$M_\xi^Q=-\frac{\sin\varphi_x}{T_\xi}\cdot\eta-\frac{\cos\varphi_x}{T_\eta}\cdot\xi.$$

Durch Ableitung von (b) nach $d\varphi_x$ erhält man endlich:

(c) $$M_\xi^N=-\frac{\cos\varphi_x}{T_\xi}\cdot\eta+\frac{\sin\varphi_x}{T_\eta}\cdot\xi.$$

[Die Ausdrücke (b) und (c) können freilich auch unmittelbar aufgestellt werden auf Grund der allgemeinen Regel zur Bildung der Werte M_ξ^S.]

Die obigen Gleichungen (a), (b) und (c) führen, zweckmäßig umgebildet, zu einer einfachen zeichnerischen Lösung. (Die zeichnerische Behandlung kommt bei dieser Aufgabe wohl in erster Linie in Betracht.)

Aus Gl. (a) folgt: $$M_\xi^M=-\frac{y}{T_\xi}\left(\eta+\operatorname{ctg}\alpha_x\cdot\frac{T_\xi}{T_\eta}\cdot\xi+\frac{T_\xi}{G\,y}\right),$$

wobei α_x den Neigungswinkel der Geraden OC zur ξ-Achse bezeichnet. Da die Achsen ξ und η Hauptachsen sind, ist nach dem bekannten Satze über die Richtungen der zugeordneten Achsen

$$\operatorname{ctg}\alpha_x\cdot\frac{T_\xi}{T_\eta}=-\operatorname{tg}\gamma^M;$$

γ^M ist der Neigungswinkel der zur Richtung OC zugeordneten Achse ϱ'^M. Weiter ist:

$$\frac{T_\xi}{G\,y}=\frac{t_\xi^2}{y}=-r_y^M;$$

t_ξ ist der Trägheitshalbmesser, r_y^M eine auf der η-Achse abgeschnittene Strecke, die sich nach der obigen Gleichung als vierte Proportionale zeichnerisch ermitteln läßt. Demnach lautet der Ausdruck für M_ξ^M:

$$M_\xi^M=-\frac{y}{T_\xi}\left(\eta-\operatorname{tg}\gamma^M\xi-r_y^M\right).$$

Der Ausdruck in der Klammer ist nach Bild 16a der in der Richtung der η-Achse gemessene Abstand η^M des Punktes D von einer zur Achse ϱ'^M gleichlaufenden Achse ϱ^M, die auf der η-Achse die Strecke r_y^M abschneidet. (Diese Achse ϱ^M wäre die Nulllinie des ideellen Querschnitts G für den Fall einer in C angreifenden Normalkraft.) Somit lautet das Endergebnis:

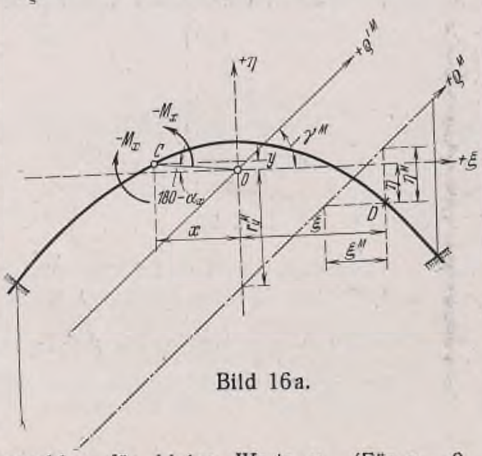


Bild 16a.

(a') $$M_\xi^M=-\frac{y}{T_\xi}\cdot\eta^M.$$

Diese Formel ist unbrauchbar für kleine Werte y. (Für $y=0$, $OC\equiv\xi$-Achse, fällt die Achse ϱ'^M mit der η-Achse zusammen, so daß die Ordinaten η^M unendlich groß werden.) In diesen Fällen kann man die folgende analoge Formel (a'') benutzen, die sich aus (a) ergibt, wenn man $\frac{x}{T_\eta}$ als Faktor herausnimmt:

(a'') $$M_\xi^M=-\frac{x}{T_\eta}\cdot\xi^M.$$

Aus Gl. (b) folgt: $$M_\xi^Q=-\frac{\sin\varphi_x}{T_\xi}\left(\eta+\operatorname{ctg}\varphi_x\cdot\frac{T_\xi}{T_\eta}\cdot\xi\right)$$

oder $$M_\xi^Q=-\frac{\sin\varphi_x}{T_\xi}\left(\eta-\operatorname{tg}\gamma^Q\xi\right),$$

wobei γ^Q der Neigungswinkel der zur Richtung der Bogenberührenden in C zugeordneten Achse ϱ^Q gegen die ξ-Achse ist. (Dies ist die der Bogenberührenden als Biegungsachse entsprechende Nullinie des ideellen Querschnitts G.) Der Klammerausdruck ist nach Bild 16b der im Sinne der η-Achse gemessene Abstand η^Q des Punktes D von der Achse ϱ^Q; demnach ist:

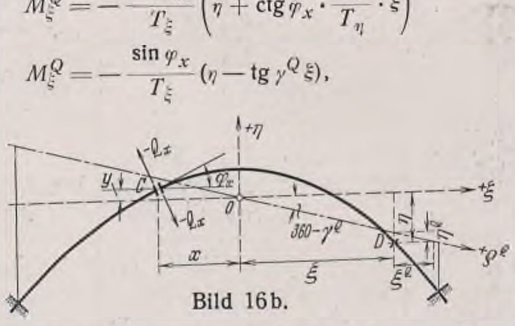


Bild 16b.

(b') $$M_\xi^Q=-\frac{\sin\varphi_x}{T_\xi}\cdot\eta^Q.$$

Die Formel versagt für kleine Werte $\sin\varphi_x$; dann wird man die analog abgeleitete Formel anwenden:

(b'') $$M_\xi^Q=-\frac{\cos\varphi_x}{T_\eta}\cdot\xi^Q.$$

Aus Gl. (c) folgt endlich:

$$M_\xi^N=-\frac{\cos\varphi_x}{T_\xi}\left(\eta-\operatorname{tg}\varphi_x\cdot\frac{T_\xi}{T_\eta}\cdot\xi\right),$$

oder, mit Benutzung der Beziehung $\operatorname{tg}\varphi_x=-\operatorname{ctg}\psi_x$, wobei ψ_x den Neigungswinkel der Bogennormale in C zur Achse ξ ist,

$$M_\xi^N=-\frac{\cos\varphi_x}{T_\xi}\left(\eta-\operatorname{tg}\gamma^N\xi\right).$$

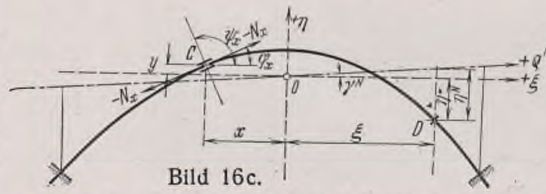


Bild 16c.

Darin ist γ^N der Neigungswinkel der zur Richtung der Bogennormale in C zugeordneten Achse ϱ^N gegen die ξ-Achse (d. h. der Neigungswinkel der Nullinie des ideellen Querschnitts G, die der Bogennormale in C als Biegungsachse entspricht). Der Klammerausdruck ist nach Bild 16c der im Sinne der η-Achse gemessene Abstand η^N des Punktes D von der Achse ϱ^N. Somit ist:

(c') $$M_\xi^N=-\frac{\cos\varphi_x}{T_\xi}\cdot\eta^N\quad\text{oder, analog,}$$

(c'') $$M_\xi^N=\frac{\sin\varphi_x}{T_\eta}\cdot\xi^N.$$

Die Momentendiagramme M_ξ^S sind also allgemein, abgesehen von einem Multiplikator, durch die Bogenachse selbst dargestellt, mit der Achse ϱ^S als Bezugsachse. Die Bezugsachse hat eine einfache statische Bedeutung: Sie ist die Wirkungsgerade der Gelenkkraft K^S. Ihre Richtung läßt sich leicht mit Hilfe des Mohrschen Trägheitskreises ermitteln. (Die graphische Ermittlung des Abschnitts r_y^M, die analog auch für den Abschnitt r_x^M gilt, ist schon erwähnt worden.)

Die Einflußlinien werden als Biegelinien der Freiträger AC und BC erhalten, die sich als Seillinien zur zweiten Belastung

$$z_\xi^S=\frac{M_\xi^S}{J_\xi\cdot\cos\varphi_\xi}\cdot d\,\xi$$

ergeben. Dabei muß sich bei der $M_{x\xi}$-Linie unter C von beiden Seiten aus dieselbe Ordinate, bei der $Q_{x\xi}$-Linie der Sprung $\cos\varphi_x$, bei der $N_{x\xi}$-Linie der Sprung $\sin\varphi_x$ ergeben.

Die zeichnerische Lösung gestaltet sich besonders einfach, wenn man den Bogen in Elemente $\varDelta s_i$ gleicher elastischer Wirkung aufteilt $\left(\frac{\varDelta s_i}{J_i}=\text{konst}\right.$, mittels der Integralkurve der Funktion $\left.\frac{ds}{J}\right)$; dann ist die elastische Last für ein Element $\varDelta s_i$, abgesehen von einem Multiplikator, gleich der Ordinate seines Schwerpunktes η_i^S oder der Abszisse ξ_i^S. (Für die Ermittlung der Einflußlinie des Biegungsmoments ist z. B. dieser Multiplikator $\mu=-\frac{y}{T_\xi}\cdot\frac{\varDelta s}{J}$ bzw. $\mu=-\frac{x}{T_\eta}\cdot\frac{\varDelta s}{J}$.) Nimmt man nun die reziproken Werte dieser Multiplikatoren als Polweiten, so ergeben sich durch Zeichnen der Seillinien zur Belastung η^S bzw. ξ^S die Ordinaten der Einflußlinien im Längenmaßstabe der Zeichnung.

Wie aus den vorstehenden Beispielen ersichtlich, unterscheidet sich der Rechnungsgang beim Nullfeldverfahren nur wenig von jenem des Lastflächenverfahrens oder des Verfahrens von Szegö und Neményi bzw. von Kirsten. Wenn man bei der Ermittlung der Einflußlinien als Seillinien die Verschiebung „Eins“ im Nullfeld als Einzelwirkung am Tragwerk anbringt, kommt man sogar zum identischen Rechnungsgang.

Das Nullfeldverfahren, das auf einem Satze beruht, dem man im Fachschrifttum wiederholt eine größere praktische Bedeutung abgesprochen hat[9]), ist somit faktisch ein allgemein brauchbares Verfahren. Vor den übrigen Verfahren der unmittelbaren Ermittlung der Einflußlinien zeichnet sich das Nullfeldverfahren vor allem durch seine Anschaulichkeit aus, sodann aber auch durch die Möglichkeit einer ganz schematischen Berechnung der Belastungsfläche auf Grund der hier entwickelten allgemeinen Regel für die Ermittlung des Momentendiagramms M_ξ^S.

[9]) Szegö u. Neményi behaupten z. B. in ihrem in Fußnote[3]) angegebenen Aufsatz: „So anschaulich auch diese Sätze sind, so wenig kann man mit ihnen im allgemeinen praktisch anfangen“.

INHALT: Über die Verrostung alter im Wasserbau verwendeter Stahlteile. — Das Nullfeldverfahren zur allgemeinen Ermittlung der Einflußlinien von Balken und Rahmentragwerken. (Schluß.)

Verantwortlich für den Inhalt: Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt.
Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin W 9.
Druck der Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.

DER STAHLBAU

Schriftleitung:
Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt, Technische Hochschule
Fernsprecher: Darmstadt 7711, Apparat 599
Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61
Veröffentlichungsbeiträge an voranstehende Anschriften erbeten

Beilage zur Zeitschrift **DIE BAUTECHNIK** Fachschrift für das gesamte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

12. Jahrgang | BERLIN, 1. September 1939 | Heft 18

Die neuen Bahnsteighallen des Bahnhofs Ankara (Türkei).

Von Dr.-Ing. C. J. Hoppe, Düsseldorf (vordem Rheinbrohl).

Allgemeines.

Nachdem im Jahre 1920 Ankara zur Hauptstadt der aus dem alten osmanischen Reich hervorgegangenen jungen türkischen Republik bestimmt wurde, hat diese Stadt dank der bewundernswerten Tatkraft des viel zu früh verstorbenen ersten Staatspräsidenten Kemal Atatürk einen gewaltigen Aufschwung genommen, der sich u. a. im Bau zahlreicher öffentlicher Gebäude bekundet. Ankara ist seit 1892 durch die Anatolische Eisenbahn, die über Bagdad bis zum Persischen Golf hinabreicht, mit Haydarpascha und damit Istanbul verbunden. Da ein geschlossenes Landstraßennetz noch nicht besteht, ist diese Bahn der wichtigste Verbindungsnerv mit allen Teilen des großen Reiches. In der richtigen Erkenntnis, daß der Bahnhof gewissermaßen die Besuchskarte einer Stadt darstellt, ist der Plan zu einer Neugestaltung, die neben der Erfüllung aller verkehrstechnischen Belange auch den repräsentativen Forderungen genügt, schon frühzeitig erwogen worden.



Bild 1. Vorderansicht des Empfangsgebäudes.

Zunächst wurde der Bau des Empfangsgebäudes in Angriff genommen, das nach den Plänen des Architekten Sekip Akalin in den Jahren 1935 bis 1937 entstand (Bild 1). Das Gebäude wirkt mit seinen klaren Linien, der fein abgestimmten Tönung der verwendeten Werksteine sehr ansprechend und verkörpert in glücklicher Weise den Gestaltungswillen der jungen türkischen Republik. Für die Überdachung der Bahnsteige war von vornherein eine vollständig geschweißte Stahlkonstruktion als zweckmäßigste Lösung ins Auge gefaßt. Der Vorentwurf hierzu wurde von Dipl.-Ing. Murat Temirhan (Verwaltung der türkischen Staatsbahnen) aufgestellt.

Im nachfolgenden soll diese Konstruktion, die von der Firma Hilgers A.-G., Rheinbrohl, Werk Brückenbau Neuwied, geliefert und eingebaut wurde, näher beschrieben werden.

Der Vorentwurf.

Der Abfertigung des Fahrgastverkehrs dienen drei Gleise. Gleis I ist vom Empfangsgebäude durch einen breiten Bahnsteig getrennt. Im Anschluß an die große Mittelhalle dieses Gebäudes, in der sich die Fahrkartenschalter und die Gepäckabfertigung befinden, war eine entsprechende Bahnsteighalle vorzusehen, an die sich seitwärts zwei Seitenhallen anschließen, deren westlicher Flügel in eine einstielige Bahnsteigüberdachung übergeht. Bei Gleis II und III war für den dazwischenliegenden Bahnsteig eine gleiche Überdachung geplant, die im allgemeinen von einstieligen Bindern, im Bereiche der Treppen zu den Verbindungstunneln von zweistieligen Bindern getragen werden sollte.

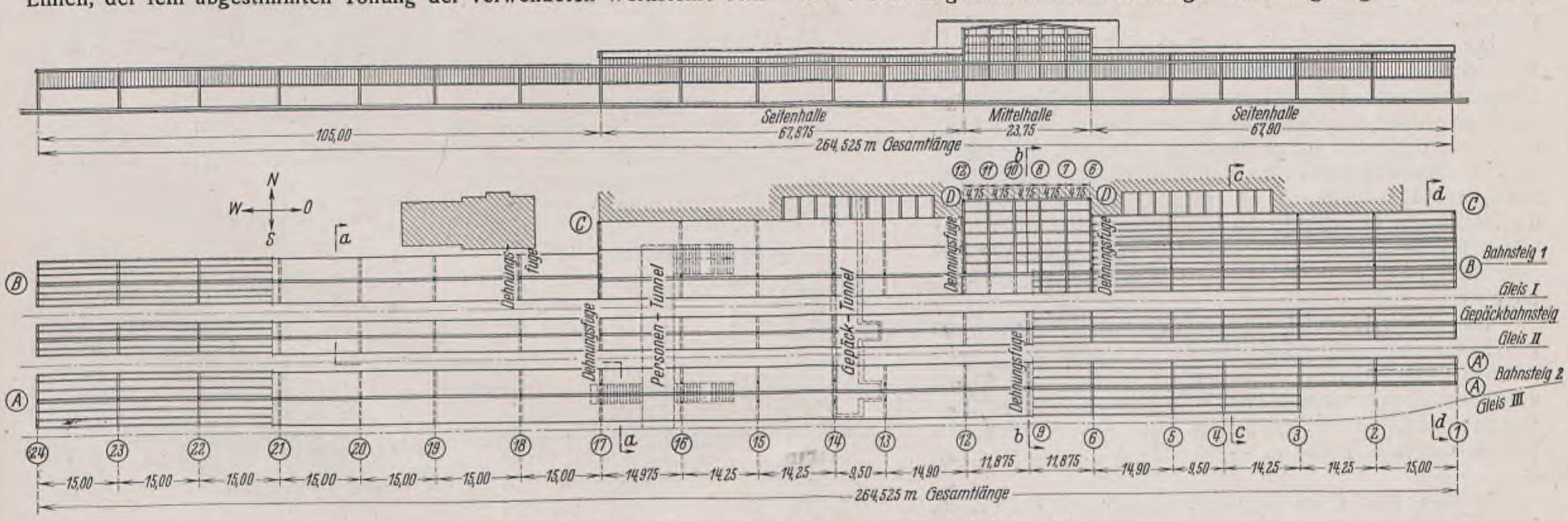


Bild 2. Ausführungsentwurf. Längsansicht und Grundriß.

Während für die Mittelhalle des ersten Bahnsteigs eine durchsichtige Eindeckung gewünscht wurde, sollten alle sonstigen Dachflächen mit Ruberoiddach auf Bimsbetonplatten abgedeckt werden. Einige Querschnitte dieses Vorentwurfes sind aus Bild 2b zu ersehen; der Grundriß entspricht — mit Ausnahme des später hinzugekommenen Gepäckbahnsteiges, über den gleich noch zu sprechen sein wird — im wesentlichen demjenigen des Ausführungsentwurfes nach Bild 2.

Dieser Vorentwurf wurde im Sommer 1937 öffentlich ausgeschrieben. Die einzureichenden Angebote sollten die vollständige Lieferung der Überdachungen, also der Unterbauten, der tragenden Stahlkonstruktion, der Dacheindeckung und Verglasung einschließlich aller Entwässerungseinrichtungen umfassen. Von den am Stichtag (19. September 1937) vorliegenden Angeboten wurde der Zuschlag der Firma Hohtif Istanbul, der türkischen Tochtergesellschaft der Hochtief AG. Essen, erteilt, die sich bei dieser Ausschreibung das Angebot der Firma Hilgers A.-G., Rheinbrohl, für die Lieferung der Stahlkonstruktion zu eigen gemacht hatte.

Der Ausführungsentwurf.

Die Ausschreibungsbedingungen hatten gefordert, baldigst nach Zuschlagserteilung für die Gestaltung der Stahlkonstruktion einige Wahlvorschläge auszuarbeiten, um dem Bauherrn, der Verwaltung der türkischen Staatsbahn, Gelegenheit zu geben, die Zweckmäßigkeit der vorgesehenen Lösung zu prüfen. In Verfolg dessen wurde zunächst die Anordnung eines besonderen Gepäckbahnsteiges zwischen den beiden für die Reisenden vorgesehenen Bahnsteigen empfohlen, ein Vorschlag, der im Hinblick auf die verkehrstechnischen Vorzüge sofort die Zustimmung der maßgebenden Stellen fand. Des weiteren wurden von der Firma Hilgers wesentliche Abänderungsvorschläge über die Ausbildung der Mittelhalle und der Seitenhallen gemacht (Bild 2). Ein hierzu angefertigtes Modell (Bild 3) überzeugte den Bauherrn von der technischen und ästhetischen Überlegenheit des neuen Lösungsvorschlages[1]).

Bild 2 zeigt eine Übersicht über das gesamte Bauwerk. Dieses gliedert sich in die Tragwerke des Bahnsteiges 1, des Gepäckbahnsteiges und des Bahnsteiges 2. Alle drei Überdachungen haben die gleiche Länge von 264,525 m, die in gleicher Weise durch die Binderabstände aufgeteilt ist. Diese Abstände, in der Übersicht durch die Reihen 1 bis 24 gekennzeichnet, konnten nur im westlichen Teil von Reihe 24 bis 17 einheitlich zu 15 m festgesetzt werden. Von Reihe 17 bis 1 waren die durch das schon bestehende Empfangsgebäude gegebenen Verhältnisse zu berücksichtigen. Die Aufteilung der Abstände, die zwischen 15,0 und 9,5 m liegen, ist im allgemeinen zur Mittelachse der Mittelhalle (Reihe 9) symmetrisch gewählt.

Diese 23,75 m lange Mittelhalle hat ein senkrecht zu den Gleisen verlaufendes, flach geneigtes Satteldach, dessen Traufe rd. 12,5 m über dem Bahnsteig 1 liegt; die Binderstützweite beträgt 13,425 m. Die Bahnsteigkante liegt noch 4,25 m außerhalb der Stützen. Dieser Raum wird durch ein etwa 6,5 m über dem Bahnsteig liegendes Kragdach mit Glasschürzen abgedeckt. Das Mittelhallendach, die Frontwand oberhalb der Kragdächer und die Seitenwände oberhalb der beidseitig anschließenden Seitenhallen sind verglast.

Die Seitenhallen, die von Reihe 17 bis 12 und von Reihe 6 bis 1 reichen, haben bei 67,9 m Länge 10,825 m Binderstützweite. Das mit Ruberoid auf Bimsbetonplatten eingedeckte Satteldach verläuft hier parallel zu den Gleisen, die Traufe liegt etwa 8,5 m über dem Bahnsteig. Der nächst dem Gleise außerhalb der vorderen Stützen befindliche Bahnsteigteil wird durch ein gleiches Kragdach wie bei der Mittelhalle überdeckt. An den Enden in Reihe 1 und 17 bilden Glasschürzen den oberen Abschluß. Mittelhalle und Seitenhallen sind unmittelbar an das Empfangsgebäude angelehnt.

Von Reihe 17 bis 24 schließt sich auf eine Länge von 105 m ein zweiseitiges freistehendes Kragdach mit beiderseitigen Glasschürzen an. Seine Form ist durch das an die vorstehend beschriebenen Hallen angebaute Kragdach bestimmt; seine Breite zwischen den Außenkanten der Schürzen beträgt 8,672 m. — Der Gepäckbahnsteig erhält eine Überdachung, die über die ganze Länge von 264,525 m auf einstieligen zweiseitigen Kragarmbindern ruht. Glasschürzen sind hier nicht vorgesehen. Das Dach liegt etwa 5,0 m über dem Bahnsteig, seine Gesamtbreite beträgt 6,19 m zwischen den Außenflächen der Randpfetten.

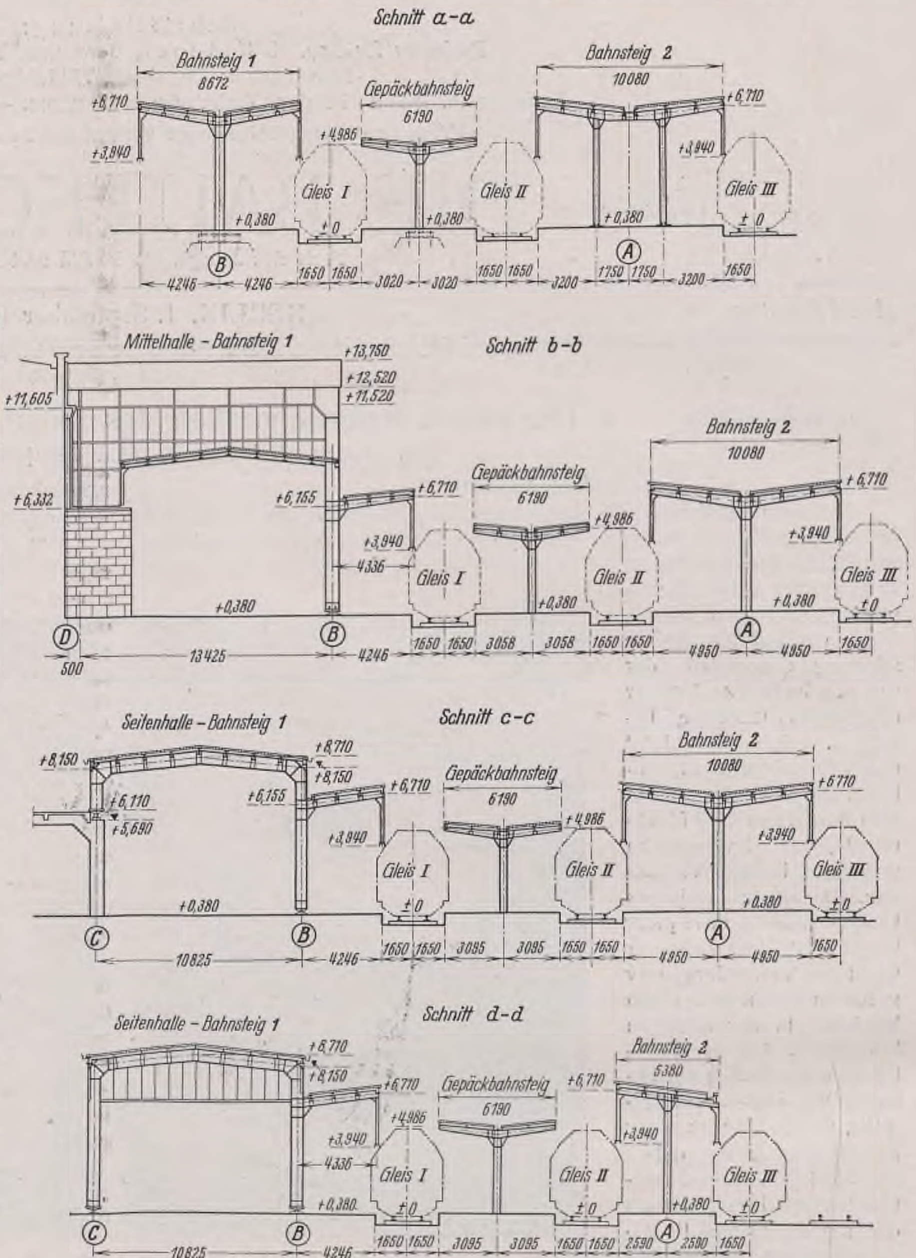


Bild 2a. Ausführungsentwurf. Querschnitte.

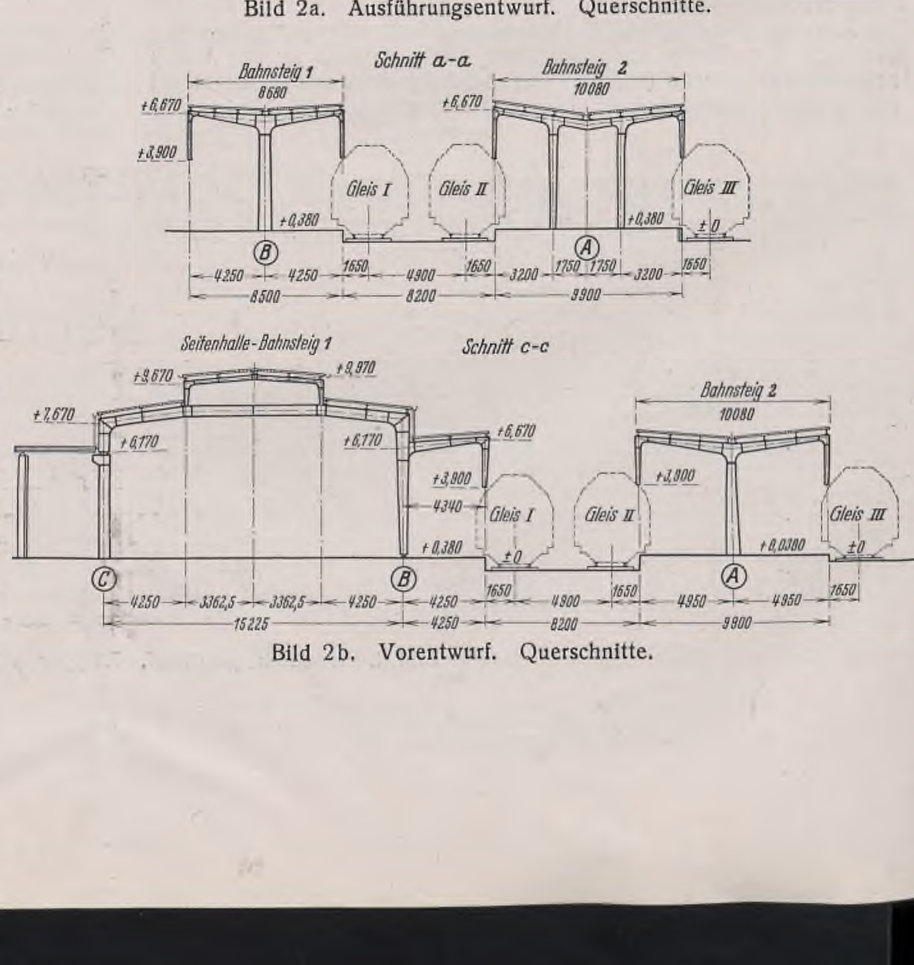


Bild 2b. Vorentwurf. Querschnitte.

[1]) Dieses Modell wurde von der Modellfabrik Peter Koch, Köln-Nippes, hergestellt.

Das Dach des Bahnsteiges 2 wird von ähnlichen Bindern wie der westliche Dachteil des Bahnsteiges 1 getragen. Bei gleicher Höhenlage wie dort ist die Dachbreite mit 10,08 m jedoch etwas größer. Im Bereiche der zur gleisfreien Verbindung der Bahnsteige dienenden Unterführungen sind die einstieligen Binder durch zweistielige Binder, zwischen deren Pfosten die Treppen hinabführen, ersetzt. Am östlichen Ende bedingt die Gleislage eine weitere Unregelmäßigkeit. Der halbe Kragarm mußte auf zwei Binderfelder von 1 bis 3 fortfallen; die tragenden Stiele sind hierbei aus der Achslinie versetzt.

Die gesamte Grundrißfläche aller Dächer beträgt etwa 7770 m².

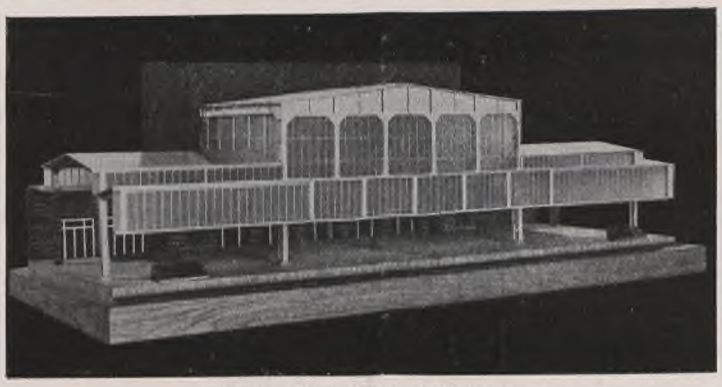
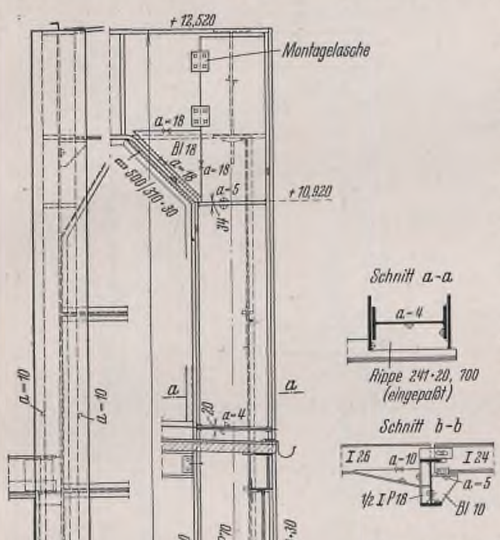


Bild 3. Modell der Mittelhalle.

Wie schon erwähnt, war von vornherein in richtiger Erkenntnis der daraus sich ergebenden Vorteile gewünscht, die gesamten Bauteile sowohl in der Werkstatt wie auch auf der Baustelle zu schweißen, also von jeglicher Niet- oder Schraubverbindung abzusehen. Nicht ohne weiteres klar war dagegen die Frage der zu verwendenden Baustoffe. Eine eingehende Vergleichsuntersuchung erbrachte jedoch das Ergebnis, daß es zweckmäßig sei, auf die Anwendung von St 52 für die höher beanspruchten Teile zu verzichten. Abgesehen von den günstigeren schweißtechnischen Eigenschaften des St 37 waren u. a. für die Wahl dieses letzteren Stoffes für alle Bauteile die infolge der größeren Querschnitte sich ergebenden geringeren Formänderungen entscheidend. Diese Formänderung möglichst klein zu halten, war vor allem im Hinblick auf die anderenfalls zu befürchtende vermehrte Rißbildung in den Tafeln der vielen Glasflächen dringend erwünscht.



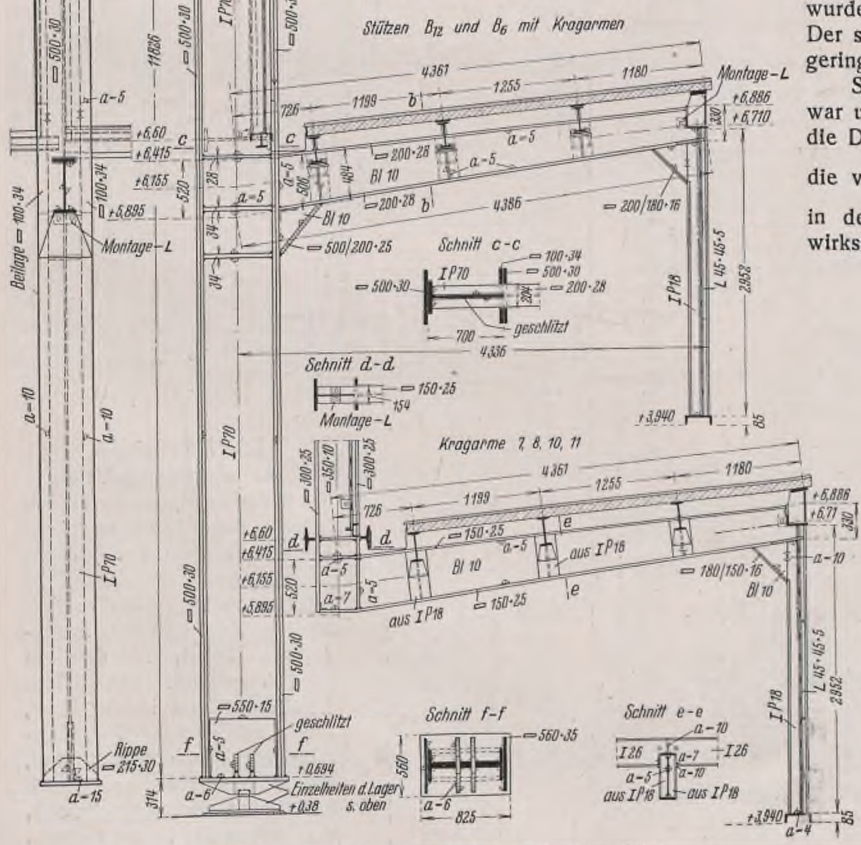


Bild 4. Hauptbinder der Mittelhalle. Stiel.

Der Berechnung der gesamten Tragwerke wurden die deutschen Bestimmungen Din 1050, Din 1055 und Din 4100 zugrunde gelegt.

Bei der Wahl des statischen Systems der Mittel- und Seitenhallen mußte berücksichtigt werden, daß die auf der Seite des Empfangsgebäudes auf dessen Mauern aufliegenden Tragteile nur lotrechte Drücke ausüben durften, da die Mauern zur Aufnahme waagerechter Kräfte nicht geeignet waren. Somit mußten diese Binder als Balken auf zwei Stützen mit beweglichen Lagern auf der Gebäudeseite und mit zur Ableitung der waagerechten Kräfte geeigneten festen Lagern auf dem Bahnsteig berechnet werden. Eine Ausnahme zeigen lediglich der letzte Binder der östlichen Seitenhallen, der außerhalb der Gebäude steht, und die Zwischenbinder der Mittelhalle; diese Binder sind als Zweigelenkrahmen ausgebildet. Bei den letztgenannten Zwischenbindern sind die waagerechten Kräfte an der Gebäudeseite durch einen waagerecht liegenden Träger abgefangen, der sie an die Hauptbinder abgibt; auf das Gebäude werden auch hier also nur lotrechte Lasten übertragen.

Diese obenerwähnte statische Bedingung machte sich bei der Bemessung der Binder hinsichtlich des Baustoffaufwandes sehr bemerkbar. Eine weitere Schwierigkeit zeigte sich ferner darin, daß, insbesondere unter Einwirkung von Wind auf die längsverlaufenden Wandflächen, erhebliche Verschiebungen an den beweglichen Lagern auf den Mauervorsprüngen unvermeidlich waren. Der einwandfreien Abdichtung dieser Teile mußte daher besondere Aufmerksamkeit geschenkt werden. Diese Auswirkungen mußten jedoch, weil unvermeidlich, in Kauf genommen werden.

Als Längsverbände sind für die Mittelhalle der Frontwandträger mit den biegungsfest ausgebildeten und angeschlossenen Stielen der vorderen Glaslängswand, für die Seitenhallen die beiden oberen Lichtbänder, die ebenfalls durch Einschalten biegungssteifer Pfosten als Rahmenträger aufzufassen sind, herangezogen. Der Einbau besonderer Verbände, die die Einheitlichkeit der Konstruktion sicher gestört hätten, konnte dadurch vermieden werden.

Die einstieligen Binder des restlichen Teiles von Bahnsteig 1 sowie die einstieligen und zweistieligen Binder des Gepäckbahnsteiges und Bahnsteiges 2 bieten statisch nichts Besonderes. Vermerkt sei nur, daß auch hier — in erster Linie aus schönheitlichen Gründen — auf Anordnung besonderer Längsverbände verzichtet wurde. Die Mittelpfetten wurden durch kräftige Eckbleche biegungsfest mit den Stielen verbunden. Der so entstehende vielfeldrige Rahmen ist geeignet, die zu erwartenden geringen Längskräfte mit Sicherheit aufzunehmen.

Sämtliche Pfetten sind durchlaufend gerechnet und ausgebildet. Dies war um so notwendiger, als bei den bis zu 15 m großen Binderabständen die Durchbiegungen sonst nicht ohne zusätzlichen Werkstoffaufwand auf die vorgeschriebene Größe von $\frac{l}{300}$ beschränkt werden konnten. Nur in den Endfeldern war, da hier die Kontinuität bekanntlich nicht so wirksam ist, bei der Bemessung die Durchbiegung maßgebend.

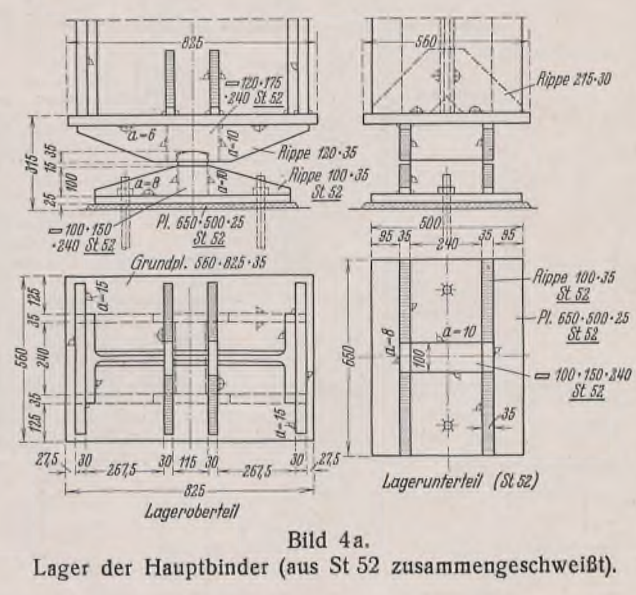


Bild 4a.
Lager der Hauptbinder (aus St 52 zusammengeschweißt).

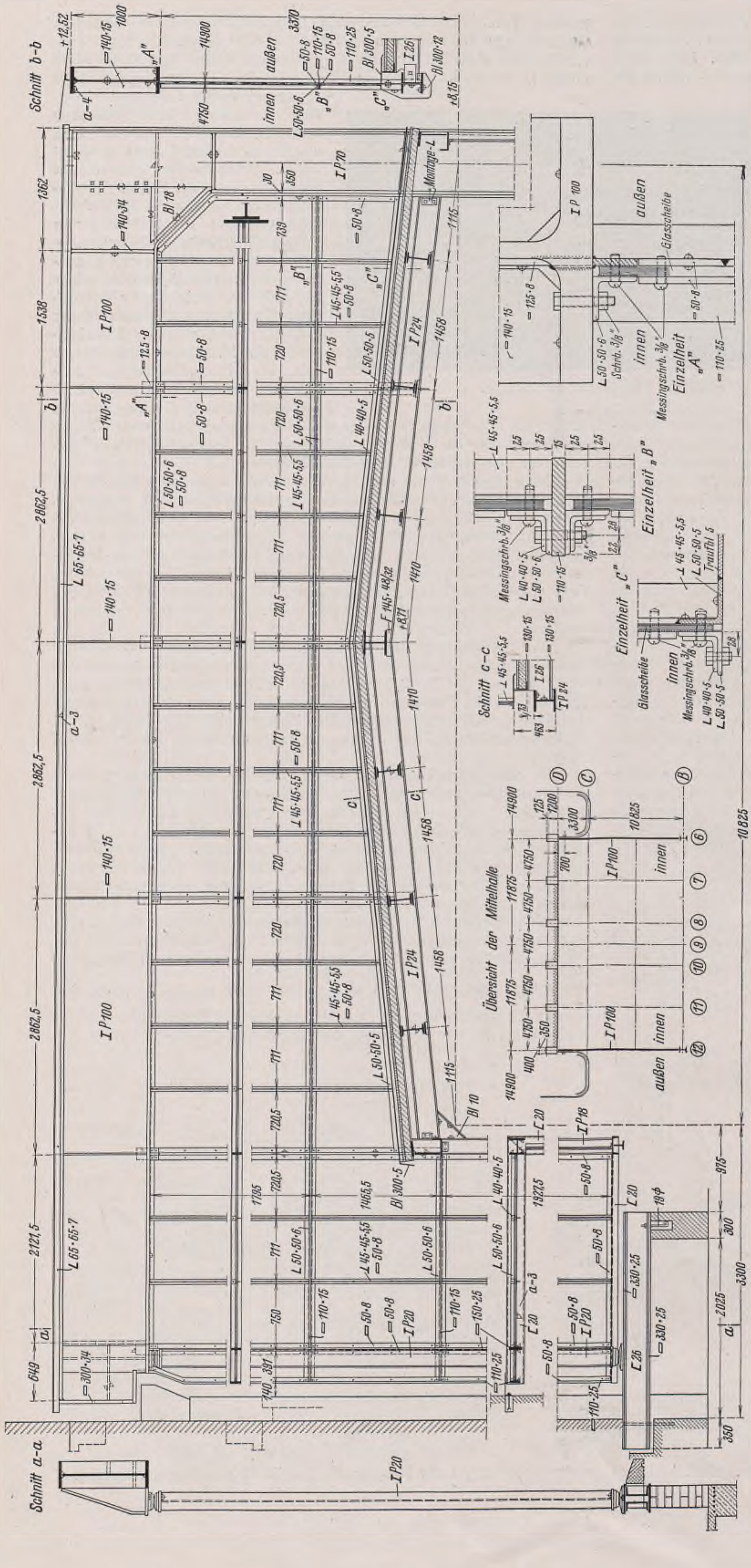


Bild 5. Hauptbinder der Mittelhalle. Riegel.

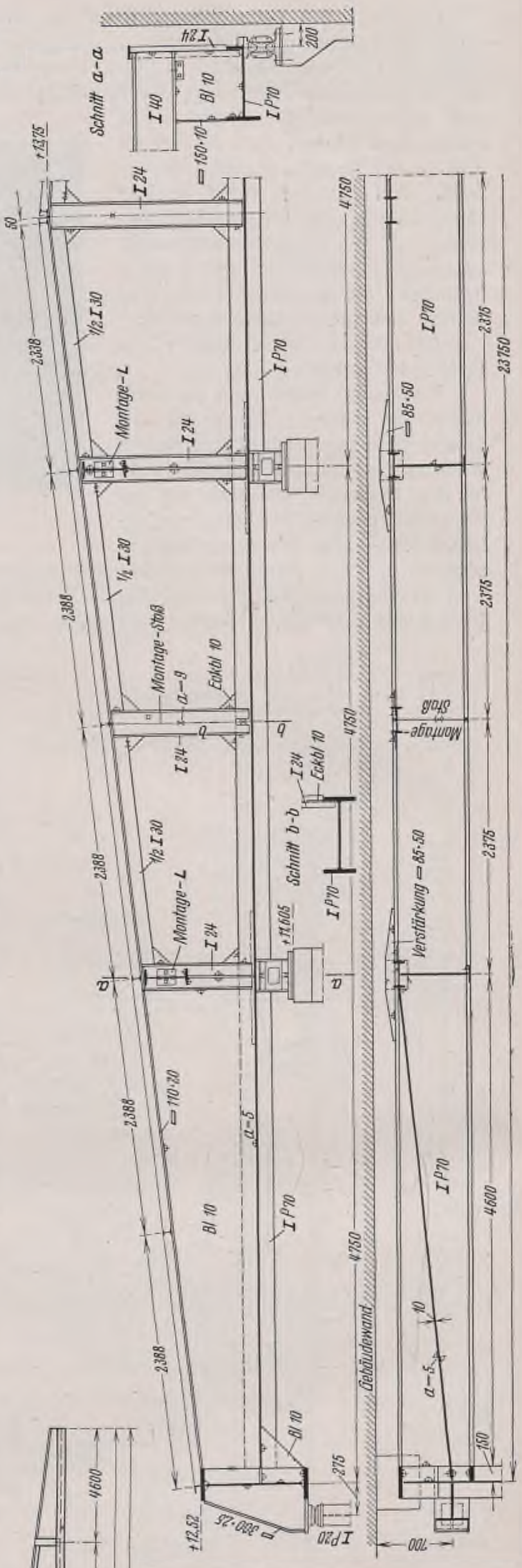




Bild 7. Rückwandträger der Mittelhalle.

Die Mittelhalle.

Die wichtigsten Tragteile der Mittelhalle sind die beiden in Reihe 6 und 12 angeordneten Hauptbinder (Bild 4 u. 5). Jeder besteht aus dem aus I P 70 mit Gurtplatten ═ 500 · 30 gebildeten Stiel und dem waagerechten Riegel, für den ein I P 100 gewählt ist. Diese I P-Träger sind in der Ecke, die erhebliche Biegungsmomente aufzunehmen hat, zusammengeschlossen. Die Stege sind stumpf geschweißt, die Außengurte bis zur äußeren Ecke gerade durchgeführt; zur

Bildung der inneren Eckschrägen ist ein dreieckiges Füllblech eingeschweißt, während die Gurtung hier aus dem abgespaltenen Flansch des I P 100 und der von unten kommenden Gurtplatte des Stieles gebildet wird. Der Fußpunkt des Stieles ist auf ein aus Baustahl St 52 zusammengeschweißtes Linienkipplager abgesetzt (Bild 4a). Da die bereits fertigen Stützkonsolen auf der Frontmauer des Empfangsgebäudes den lotrechten Auflagerdruck, der infolge ständiger Last, Schnee und Wind etwa 28 t beträgt, nicht übernehmen konnten, wurde an Stelle des zunächst geplanten Rollenlagers auf dieser Seite eine aus I P 20 gebildete Pendelstütze vorgesehen, deren Kopf und Fuß aus Punktkipplagern Baustoff Stahlguß bestehen (Bild 5). Aus Gründen, die gleichfalls durch die bereits bestehenden Teile des Empfangsgebäudes gegegeben waren, mußte die Pendelstütze 275 mm aus der Binderebene herausgestellt werden, wobei der später noch beschriebene Rückwandträger zu dieser Umleitung der Kräfte herangezogen wurde.

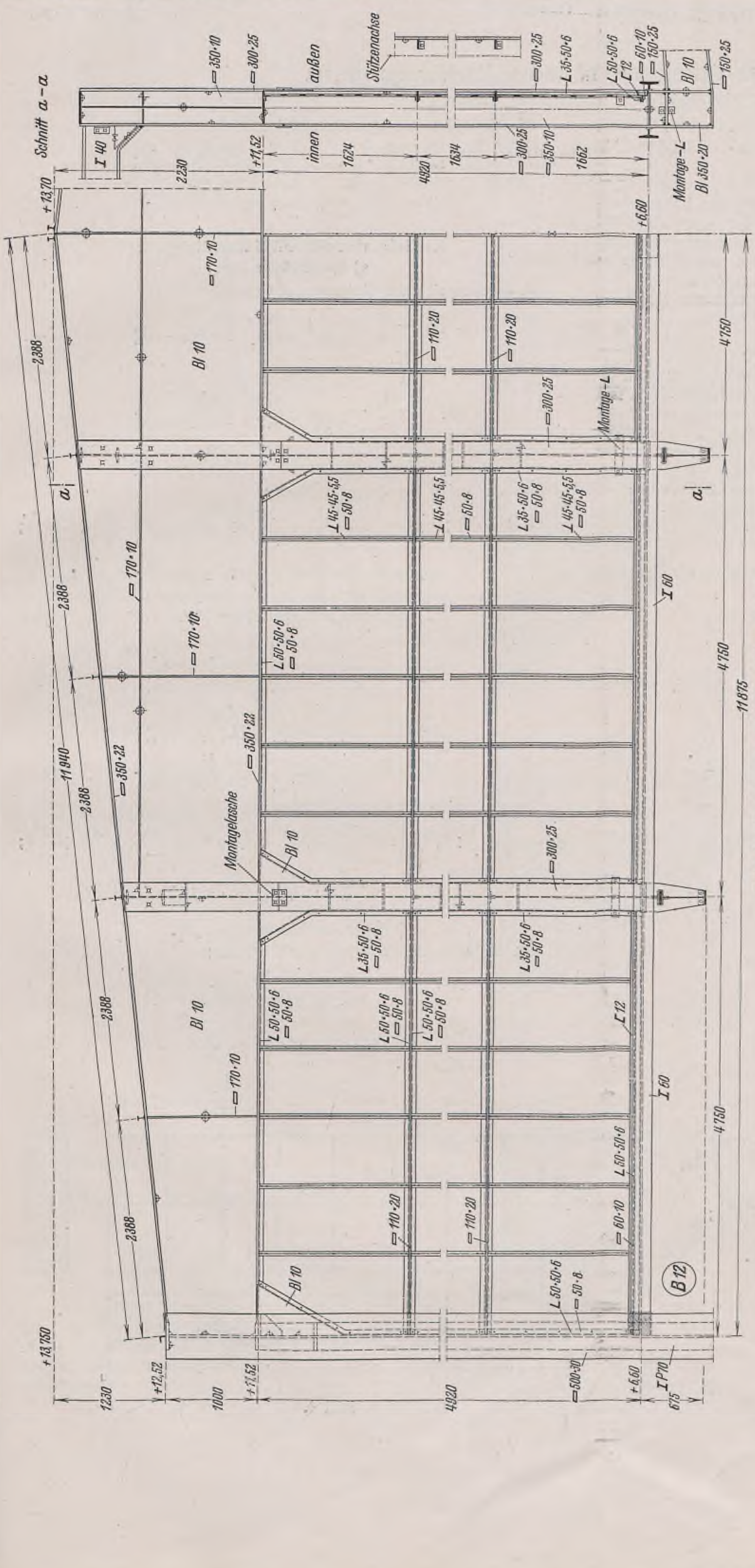


Bild 6. Frontwandträger der Mittelhalle.

Etwa in halber Höhe ist an den Stiel der Hauptbinder der Kragarm zur Überdachung des vor der Halle liegenden Bahnsteigteiles angeschlossen (Bild 4). In etwa $^3/_4$ Höhe liegt ferner der Abschlußträger der Seitenhalle, der mit der darüber befindlichen, den Seitenabschluß bildenden Glasschürze am Hauptbinder angehängt ist.

Zwischen diesen Hauptbindern liegt in der Ebene der Stiele die vordere Frontwand (Bild 6). Sie wird von einem der Dachneigung angepaßten vollwandigen Träger, der in der Mitte 2,23 m hoch ist, getragen; sein Querschnitt ist aus 10 mm dickem Blech mit Gurtplatten ▭ 350 · 22 zusammengeschweißt.

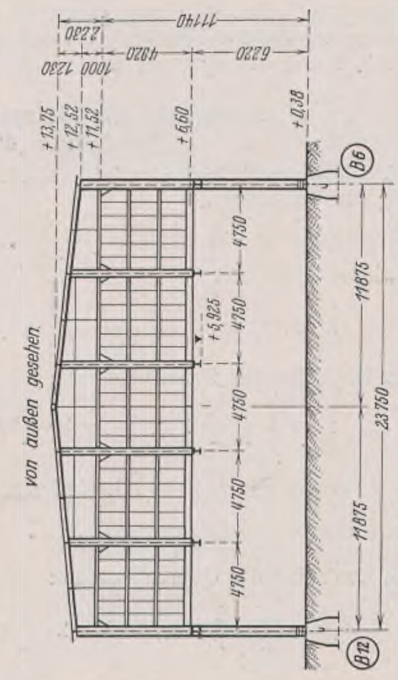


Bild 6a. Vorderansicht der Mittelhalle.

Vier kräftige Zwischenstiele unterteilen die fünffeldrige angehängte Glaswand. Diese Zwischenstiele tragen unten die Binderarme des vorgezogenen Kragdaches und durchdringen den Steg eines liegenden I 60, das zur Aufnahme der aus diesen Kragarmen herrührenden waagerechten Kräfte unmittelbar über deren Anschlüssen angeordnet ist und vom Stiel des einen Hauptbinders zum anderen, also von Reihe 6 bis 12 reicht.

Dem Frontwandträger entsprechend ist unmittelbar vor der Mauer des Empfangsgebäudes ein Rückwandträger vorgesehen (Bild 7). Dieser hat die Lasten der Zwischenbinder des Satteldaches durch Vermittlung von Einrollenlagern auf die Mauerkonsolen abzusetzen und an den Enden als wichtige Aufgabe die Lasten der Hauptbinder zu den 275 mm aus ihrer Achse stehenden Pendelstützen abzuleiten. Da die Zwischenbinder zur Verringerung der Formänderungen, wie bereits erwähnt, als Zweigelenkrahmen behandelt sind, mußte für den Rückwandträger

ein Querschnitt gewählt werden, dessen unterer Gurt zur Aufnahme der Rahmenschubkräfte geeignet ist. So entstand ein Profil aus einem lotrechten Stehblech von 10 mm Dicke mit einem halbierten I 30 als Obergurt und einem liegenden IP 70 als Untergurt. Da der Anschluß an die Hauptbinder durch die Lage der 700 mm vor der Gebäudewand stehenden Pendelstützen gegeben war, die Mauerkonsolen aber einen geringeren Abstand von der gleichen Gebäudewand verlangten, mußte das Stehblech in Reihe 11 und 7, im Grundriß betrachtet, geknickt werden.

Die Zwischenbinder bestehen aus I 40, die am Frontwandträger mit eingesetzten Dreiecken, am Rückwandträger mit untergesetzten Eckstücken angeschweißt sind. Ein Gerippe aus einfachen Sparren und Pfetten bildet das Tragwerk für das mit Eberspächer-Sprossen hergestellte kittlose Glasdach. (Schluß folgt.)

Rostträgerbrücken mit höherem Randträgerprofil.

Von Stud.-Rat Dipl.-Ing. **Friedrich Geiger**, Erfurt.

Die Benutzung der Entwicklungen in Stahlbau 1938, Heft 10, 11 u. 26, über Rostträgerbrücken wird an einem Beispiel gezeigt.

Einleitung.

Die Erkenntnis, daß bei Trägerrosten die Randträger höhere Lastanteile erhalten als die inneren Träger, veranlaßt bei einer wirtschaftlichen Ausnutzung, die Randträger höher, die inneren Träger aber nicht gleich, sondern der Lastverteilung entsprechend, aber auch niedriger zu dimensionieren. Davon wird nicht immer Gebrauch gemacht.

Es soll daher in diesem Aufsatz die Einfachheit einer solchen Rechnung aufgezeigt werden.

Ordinaten der Quereinflußlinien.

In analoger Ableitung der Hefte 10, S. 78 usw., und 11, S. 86 usw., erhält man für höhere Trägheitsmomente in den Randträgern als in den inneren Trägern, wenn man das Trägheitsmoment des Randträgers „r" mal größer setzt als das Trägheitsmoment eines inneren Trägers, zunächst die Stützenmomente. Die Ableitung ergibt wieder wie früher, daß für die Berechnung nur die Kenntnis einiger weniger Konstanten erforderlich ist.

Für 3, 4 und 5 Hauptträger werden die Ergebnisse angegeben.

Rostbrücke mit 3 Hauptträgern.

a) Randträger „0".

Mit den Bildern in Heft 11 wird das Stützenmoment für die elastische Stützung der Querscheibe

$$X_1 = -\frac{K}{r\,\alpha_4},$$

worin wieder wie früher

$$K = 6\,\delta_K \cdot \frac{E\,J_Q}{\lambda^2} \quad \text{und} \quad \alpha_4 = 4 + \frac{K}{\lambda}\left(4 + \frac{2}{r}\right) \text{ ist.}$$

Die Ordinaten der Quereinflußlinie:

$$\eta_0{}^0 = 1 + \frac{X_1}{\lambda}; \quad \eta_1{}^0 = -2 \cdot \frac{X_1}{\lambda} \cdot r; \quad \eta_2{}^0 = \frac{X_1}{\lambda}.$$

b) Mittelträger.

$$X_1 = 2 \cdot \frac{K}{\alpha_4}.$$

Die Ordinaten der Quereinflußlinie:

$$\eta_0{}^1 = \frac{X_1}{\lambda} \cdot \frac{1}{r}; \quad \eta_1{}^1 = 1 - 2 \cdot \frac{X_1}{\lambda}; \quad \eta_2{}^1 = \frac{X_1}{\lambda} \cdot \frac{1}{r}.$$

Rostbrücke mit 4 Hauptträgern.

a) Randträger „0".

Hier wird

$$X_1 = -\frac{K}{r} \cdot \frac{\alpha_1}{\alpha_1\,\alpha_5 - \alpha_2{}^2}$$

und

$$X_2 = -\frac{\alpha_2}{\alpha_1} \cdot X_1.$$

Es ist

$$\alpha_1 = 4 + K \cdot \frac{6}{\lambda} \qquad \alpha_2 = 1 - K \cdot \frac{4}{\lambda} \qquad \alpha_5 = 4 + \frac{K}{\lambda}\left(5 + \frac{1}{r}\right).$$

Die Ordinaten der Quereinflußlinie:

$$\eta_0{}^0 = 1 + \frac{X_1}{\lambda}; \quad \eta_1{}^0 = \left(-2 \cdot \frac{X_1}{\lambda} + \frac{X_2}{\lambda}\right) r;$$

$$\eta_2{}^0 = \left(-2 \cdot \frac{X_2}{\lambda} + \frac{X_1}{\lambda}\right) r; \quad \eta_3{}^0 = \frac{X_2}{\lambda}.$$

b) Innerer Träger „1".

$$X_1 = K \cdot \frac{2\,\alpha_1 + \alpha_2}{\alpha_1\,\alpha_5 - \alpha_2{}^2}$$

und

$$X_2 = -K \cdot \frac{2\,\alpha_2 + \alpha_5}{\alpha_1\,\alpha_5 - \alpha_2{}^2}.$$

Die Ordinaten der Quereinflußlinie:

$$\eta_0{}^1 = \frac{X_1}{\lambda} \cdot \frac{1}{r}; \quad \eta_1{}^1 = 1 - 2 \cdot \frac{X_1}{\lambda} + \frac{X_2}{\lambda};$$

$$\eta_2{}^1 = -2 \cdot \frac{X_2}{\lambda} + \frac{X_1}{\lambda}; \quad \eta_3{}^1 = \frac{X_2}{\lambda} \cdot \frac{1}{r}.$$

Rostträgerbrücke mit 5 Hauptträgern.

a) Randträger „0".

Es ergeben sich die Stützenmomente zu

$$X_1 = -\frac{K}{r} \cdot \frac{\alpha_1\,\alpha_5 - \alpha_2{}^2}{\alpha_1\,(\alpha_5{}^2 - \alpha_3{}^2) + 2\,\alpha_2{}^2\,(\alpha_3 - \alpha_5)}$$

$$\alpha_3 = \frac{K}{\lambda}$$

$$X_2 = -\frac{K}{r} \cdot \frac{\alpha_2\,(\alpha_3 - \alpha_5)}{\alpha_1\,(\alpha_5{}^2 - \alpha_3{}^2) + 2\,\alpha_2{}^2\,(\alpha_3 - \alpha_5)}$$

$$X_3 = -\frac{K}{r} \cdot \frac{\alpha_2{}^2 - \alpha_1\,\alpha_3}{\alpha_1\,(\alpha_5{}^2 - \alpha_3{}^2) + 2\,\alpha_2{}^2\,(\alpha_3 - \alpha_5)}.$$

Die Ordinaten der Quereinflußlinie:

$$\eta_0{}^0 = 1 + \frac{X_1}{\lambda}; \quad \eta_1{}^0 = \left(-2 \cdot \frac{X_1}{\lambda} + \frac{X_2}{\lambda}\right) r; \quad \eta_2{}^0 = \left(-2 \cdot \frac{X_2}{\lambda} + \frac{X_1}{\lambda}\right) r;$$

$$\eta_3{}^0 = \left(-2 \cdot \frac{X_3}{\lambda} + \frac{X_2}{\lambda}\right) r; \quad \eta_4{}^0 = \frac{X_3}{\lambda}.$$

b) Innerer Hauptträger „1".

Die Gleichungen der Stützenmomente lauten:

$$X_1 = K \cdot \frac{2\,(\alpha_1\,\alpha_5 - \alpha_2{}^2) - \alpha_2\,(\alpha_3 - \alpha_5)}{\alpha_1\,(\alpha_5{}^2 - \alpha_3{}^2) + 2\,\alpha_2{}^2\,(\alpha_3 - \alpha_5)}$$

$$X_2 = K \cdot \frac{2\,\alpha_2\,(\alpha_3 - \alpha_5) - (\alpha_5{}^2 - \alpha_3{}^2)}{\alpha_1\,(\alpha_5{}^2 - \alpha_3{}^2) + 2\,\alpha_2{}^2\,(\alpha_3 - \alpha_5)}$$

$$X_3 = K \cdot \frac{2\,(\alpha_2{}^2 - \alpha_1\,\alpha_3) - \alpha_2\,(\alpha_3 - \alpha_5)}{\alpha_1\,(\alpha_5{}^2 - \alpha_3{}^2) + 2\,\alpha_2{}^2\,(\alpha_3 - \alpha_5)}.$$

Die Ordinaten der Quereinflußlinie:

$$\eta_0{}^1 = \frac{X_1}{\lambda} \cdot \frac{1}{r}; \quad \eta_1{}^1 = 1 - \frac{2\,X_1}{\lambda} + \frac{X_2}{\lambda}; \quad \eta_2{}^1 = -2 \cdot \frac{X_2}{\lambda} + \frac{X_1}{\lambda} + \frac{X_3}{\lambda};$$

$$\eta_3{}^1 = -2 \cdot \frac{X_3}{\lambda} + \frac{X_2}{\lambda}; \quad \eta_4{}^1 = \frac{X_3}{\lambda} \cdot \frac{1}{r}.$$

c) Innerster Hauptträger „2".

Die Stützenmomente haben hier die Form:

$$X_1 = K \cdot \frac{\alpha_3\,(2\,\alpha_2 - \alpha_1) - 2\,\alpha_2{}^2 - \alpha_5\,(2\,\alpha_2 + \alpha_1)}{\alpha_1\,(\alpha_5{}^2 - \alpha_3{}^2) + 2\,\alpha_2{}^2\,(\alpha_3 - \alpha_5)}$$

$$X_2 = 2\,K \cdot \frac{\alpha_5{}^2 - \alpha_3{}^2 - \alpha_2\,(\alpha_3 - \alpha_5)}{\alpha_1\,(\alpha_5{}^2 - \alpha_3{}^2) + 2\,\alpha_2{}^2\,(\alpha_3 - \alpha_5)}$$

$$X_3 = X_1.$$

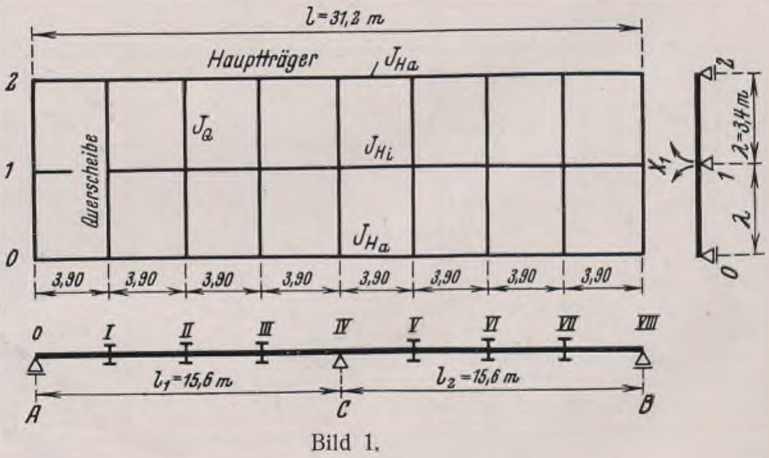


Bild 1.

Tafel der Quereinflußlinien.

Punkt	Querscheibenort	$\mu_{\text{ideell}} = \sum_{i=m}^{i=n} \mu_m^i$	β-Wert $\beta = \mu\,\beta'$	$K = \lambda\,\beta$	$\alpha_4 = 4 + \beta\left(4 + \frac{2}{r}\right)$	Äußerer Hauptträger „0"				Innerer Hauptträger „1"			
		μ_{ideell}	β	K	α_4	$X_1^0 = -\frac{K}{r\,\alpha_4}$	$\eta_0^0 = 1 + \frac{X_1^0}{\lambda}$	$\eta_1^0 = -2\cdot\frac{X_1^0}{\lambda}\cdot r$	$\eta_2^0 = \frac{X_1^0}{\lambda}$	$X_1^1 = 2\cdot\frac{K}{\alpha_4}$	$\eta_0^1 = \frac{X_1^1}{\lambda}\cdot\frac{1}{r}$	$\eta_1^1 = 1 - 2\cdot\frac{X_1^1}{\lambda}$	$\eta_2^1 = \frac{X_1^1}{\lambda}\cdot\frac{1}{r}$
I	3,90	0,002 415	4,766	16,2	30,88	— 0,430	0,8735	0,3087	— 0,1265	1,049	0,253	0,383	0,253
II	7,80	0,003 261	6,44	21,9	40,31	— 0,445	0,8691	0,3195	— 0,1309	1,086	0,2619	0,3615	0,2619
III	11,7	0,002 232	4,41	15,0	28,88	— 0,426	0,8747	0,3057	— 0,1253	1,039	0,2502	0,389	0,2502

Die Ordinaten der Quereinflußlinie:

$$\eta_0^2 = \frac{X_1}{\lambda}\cdot\frac{1}{r};$$

$$\eta_1^2 = -\frac{2\,X_1}{\lambda} + \frac{X_2}{\lambda};$$

$$\eta_2^2 = 1 - \frac{2\,X_2}{\lambda} + \frac{2\,X_1}{\lambda};$$

$$\eta_3^2 = \eta_1^2;$$

$$\eta_4^2 = \eta_0^2.$$

Beispiel.

Es sei ein bekanntes Beispiel einer Straßenbrücke gegeben (Bild 1).

Diese Brücke besteht aus drei über zwei Öffnungen durchlaufenden Hauptträgern mit je drei lastverteilenden Querscheiben in einer Feldöffnung.

Trägheitsmomente:

Hauptträger außen . . . $J_{H_0} = J_{H_2} = J_{H_a} = 0{,}1437\ \text{m}^4$

Hauptträger innen . . . $J_{H_1} = J_{H_i} = 0{,}1174\ \text{m}^4$

Querträger einheitlich . $J_Q = 0{,}0500\ \text{m}^4$.

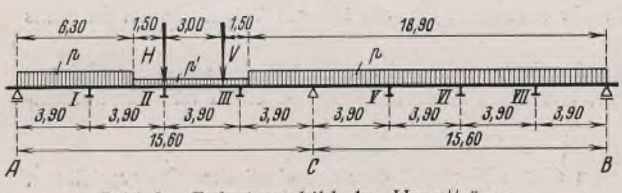


Bild 2. Belastungsbild der Hauptträger.

Verhältnisse der Steifigkeit:

$$\frac{J_Q}{J_{H_i}} = \frac{0{,}0500}{0{,}1174} = \underline{0{,}43}$$

$$r = \frac{J_{H_a}}{J_{H_i}} = \frac{0{,}1437}{0{,}1174} = \underline{1{,}22}$$

$$\frac{l}{\lambda} = \frac{31{,}2}{3{,}4} = \underline{9{,}176.}$$

Konstanten des Rostsystems:

Nach Gl. (15) oder Kurvenblatt (Bild 14) der S. 87 in Heft 11 wird

$$\beta' = 6\cdot\frac{J_Q}{J_{H_i}}\left(\frac{l}{\lambda}\right)^3 = 6\cdot\frac{0{,}0500}{0{,}1174}\left(\frac{31{,}2}{3{,}4}\right)^3 = \underline{1974.}$$

Die weiteren Konstanten werden in der obenstehenden Tafel für den jeweiligen Querscheibenort ermittelt. Mit diesen Werten erhält man die Ordinaten der Quereinflußlinien der Lastverteilung, die in dieser Tafel mit aufgenommen wurden.

Quereinflußlinien des Randträgers „0".

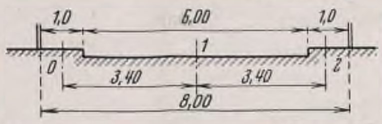


Bild 3. Brückenquerschnitt.

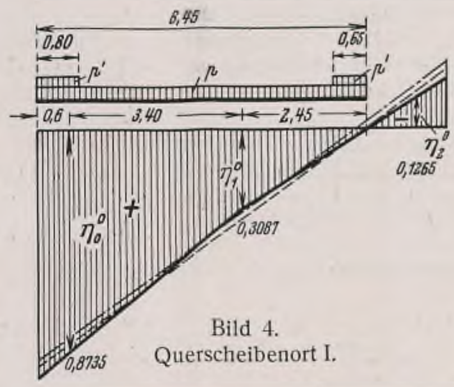


Bild 4. Querscheibenort I.

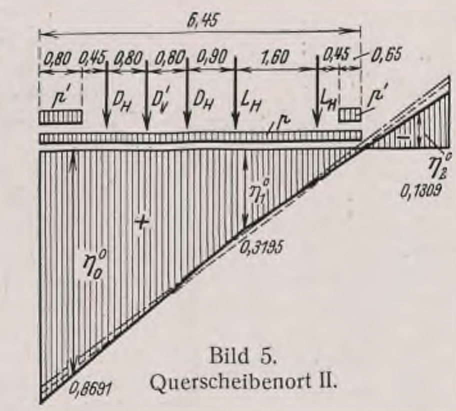


Bild 5. Querscheibenort II.

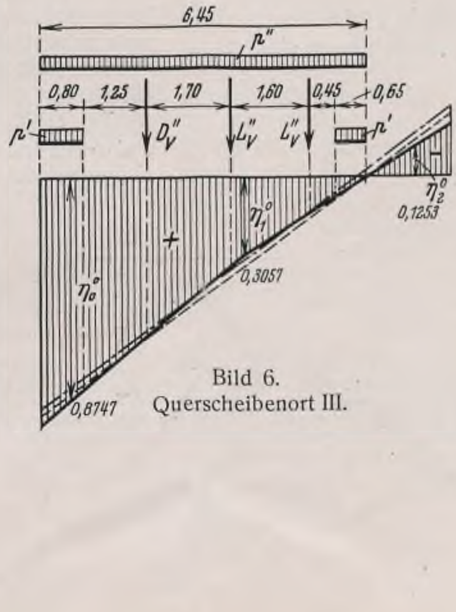


Bild 6. Querscheibenort III.

Quereinflußlinien des Mittelträgers „1".



Bild 7. Brückenquerschnitt.

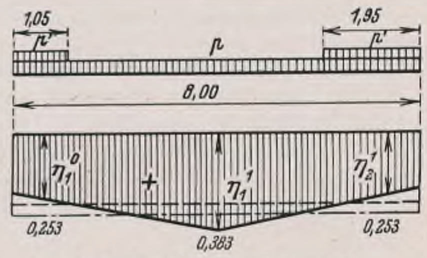


Bild 8. Querscheibenort I.

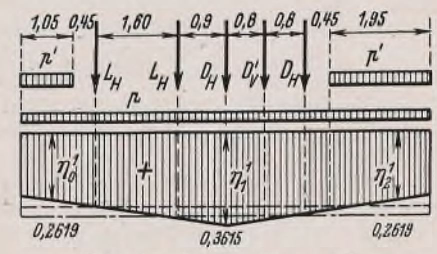


Bild 9. Querscheibenort II.

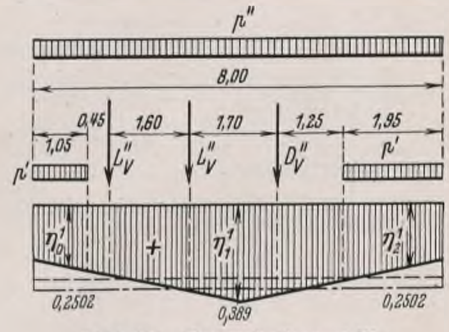


Bild 10. Querscheibenort III.

Aus der μ-Kurve in Bild 5, Stahlbau 1938, Heft 10, S. 80, wird μ_{ideell} für die betrachtete Querscheibe „m" ermittelt, aus dem gleichzeitigen Zusammenwirken aller Querscheiben zu:

$$\mu_{\text{ideell}} = \sum_{i=m}^{i=n} \mu_{m_i} \cdot \qquad (n = \text{Zahl der Querscheiben})$$

Für die Querscheiben V, VI und VII ergeben sich die entsprechenden Werte.

Für den Randträger „2" erhält man die Ordinaten durch Vertauschung mit dem Randträger „0".

Belastungen der Brücke.

Die Untersuchung erstreckt sich auf die auftretenden Verkehrslasten. Diese betragen an Menschengedränge: $p = 0{,}500$ t/m².

Fahrzeuge: Dampfwalze, Vorderrad $D_V = 10$ t
Hinterrad $D_H = 7$ t.
Lastwagen, Vorderrad $L_V = 2$ t
Hinterrad $L_H = 4$ t.

Verteilung der Lasten auf die Querscheiben (Bild 2).

Die Verteilung der Verkehrslasten auf die Querscheiben erfolgt in der Richtung des größten Stützenmoments in „C", das sowohl für den Randträger als auch für den Mittelträger aufgestellt werden soll.

Verlauf und Auswertung der Quereinflußlinien (Bild 3 bis 10).

Die Quereinflußlinien werden nur für eine Feldöffnung aufgezeichnet, da sie für die andere Öffnung gleich sind. In diese Quereinflußlinien werden die ungünstigsten Stellungen der Verkehrslasten eingetragen.

Die Auswertung der Quereinflußlinien ergibt (Bild 11):

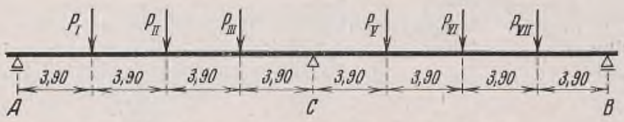


Bild 11. Lastanteile aus der Querverteilung.

a) Randträgerbelastung:

$P_I = 5{,}408$ t; $P_{II} = 14{,}733$ t; $P_{III} = 8{,}577$ t;
$P_V = 5{,}722$ t; $P_{VI} = 5{,}832$ t; $P_{VII} = 5{,}742$ t.

b) Mittelträgerbelastung:

$P_I = 4{,}5784$ t; $P_{II} = 10{,}474$ t; $P_{III} = 6{,}400$ t;
$P_V = 4{,}820$ t; $P_{VI} = 4{,}690$ t; $P_{VII} = 4{,}75$ t.

Die Ordinaten der Einflußlinie (Bild 12) wurden dem Tabellenwerk von Anger entnommen.

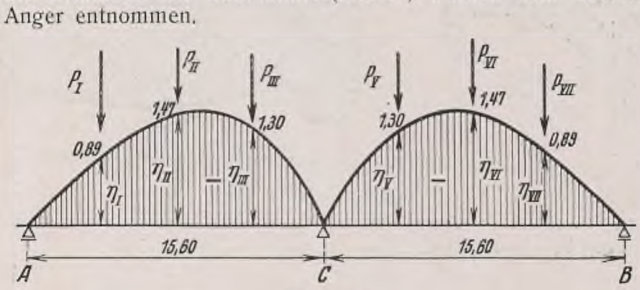


Bild 12.

Ermittlung des Stützenmoments in „C".

Durch Auswerten der Einflußlinie (Bild 12) erhält man für

a) Randträger:

$$M_{Cr} = -\underline{58{,}745 \text{ tm}}$$

b) Mittelträger:

$$M_{Cm} = -\underline{45{,}184 \text{ tm.}}$$

Vergleich mit starrer Querverteilung.

Die Lastverteilung erfolgt unter Berücksichtigung verschiedener Trägheitsmomente der Hauptträger nach der bekannten Engeßerschen Gleichung:

$$\eta_i = J_i \left(\frac{1}{\sum\limits_{i=0}^{i=n} J_i} \pm \frac{\lambda_i e}{\sum\limits_{i=0}^{i=n} J_i \lambda_i^2} \right).$$

Hierin ist

$$\sum_0^2 J_i = 0{,}1174 + 2 \cdot 0{,}1437 = 0{,}4048 \text{ m}^4.$$

Die Ordinaten der Quereinflußlinie des Mittelträgers.

Aus obiger Gleichung folgt:

$$\eta_0{}^1 = 0{,}1174 \left(\frac{1}{0{,}4048} + 0 \right) = \underline{0{,}290}$$

$$\eta_1{}^1 = \underline{0{,}290}$$

$$\eta_2{}^1 = \underline{0{,}290.}$$

$$\Sigma \eta = \underline{0{,}870.}$$

Die Quereinflußlinien wurden in den Bildern 8, 9 und 10 für starre Lastverteilung gestrichelt eingetragen.

Aus diesem Verlauf der Quereinflußlinien mit der auftretenden Verkehrslast erhält man die Lastanteile des Mittelträgers zu:

$P_I = 4{,}314$ t; $P_{II} = 9{,}548$ t; $P_{III} = 5{,}832$ t;
$P_V = 4{,}524$ t; $P_{VI} = 4{,}524$ t; $P_{VII} = 4{,}524$ t.

Mit diesen Lastanteilen errechnet sich das Stützenmoment des Mittelträgers in „C" aus der Einflußlinie (Bild 12) zu

$$M_{Cm} = -\underline{42{,}00} \text{ tm.}$$

Ergebnis.

Vergleicht man die Ergebnisse der elastischen Querverteilung mit denen der vollkommen starren, so erhält man für das Stützenmoment des Mittelträgers aus der elastischen Querverteilung ein um

$$\frac{(45{,}184 - 42{,}00) \cdot 100}{42{,}00} \cong 8\,\%$$

höheres Moment als bei der starren Querverteilung. Der Randträger wird entsprechend entlastet.

Je weicher also ein Rostsystem ist, um so mehr wird der Rand entlastet, die inneren Träger aber mehr belastet. Im Falle vollkommener Weichheit, wo die Querverteilung aufhört, werden die Randträger zum Mittragen nicht mehr herangezogen, die inneren Träger wirken dann als Einzelbalken.

Rechnet man das Stützenmoment des Mittelträgers aus der Wirkung des Einzelbalkens, also ohne Querverteilung, so erhält man ein Stützenmoment

$$M_{Cm} = -\underline{73{,}26} \text{ tm.}$$

Vergleicht man diesen Wert mit dem der elastischen Querverteilung, so erhält man einen Unterschied von $\underline{55\,\%}$, der den großen Vorteil der Rostwirkung kennzeichnet. Diese Entlastung der Mittelträger geschieht aber auf Kosten der Randträger. Diese werden dafür höher belastet, sie werden zum Mittragen herangezogen, die Belastung übertrifft sogar die Wirkung des Einzelbalkens. Die Mehrbelastung liegt im Mittel von 15%. Der Unterschied reicht also bei weitem nicht aus, die Vorteile der Rostwirkung zu zerstören. Der Einfluß der gegenseitigen Beeinflussung der Querscheiben beträgt hier 5%.

Das vorliegende Beispiel und die vorausgegangenen Entwicklungen in den genannten Heften zeigen die weitestgehende Anwendung eines Rechenverfahrens, das sowohl für Hauptträger mit verschiedenen Trägheitsmomenten, ohne Einschränkung der Querscheibenzahl, ob symmetrisch oder unsymmetrisch, wie auch für über mehrere Öffnungen durchlaufende Hauptträger gilt.

Die ganze Rechenarbeit liegt in dem Aufstellen von Einflußlinien und deren Auswertung, eine Arbeit, die von jedem Statiker leicht, schnell und ohne Mühe bewältigt werden kann.

Verantwortlich für den Inhalt: Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt. — Verlag von Wilh. Ernst & Sohn, Berlin W 9. — Druck: Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.

DER STAHLBAU

Schriftleitung:
Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt, Technische Hochschule
Fernsprecher: Darmstadt 7711, Apparat 599
Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61
Veröffentlichungsbeiträge an voranstehende Anschriften erbeten

Beilage zur Zeitschrift DIE BAUTECHNIK Fachschrift für das gesamte Bauingenieurwesen
Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

12. Jahrgang | BERLIN, 15. September 1939 | Heft 19/20

Grundlagen zu einer Theorie räumlicher Rahmentragwerke.

Von Professor Dr.-Ing. **Ludwig Mann,** Breslau.

Die aus Stäben zusammengesetzten räumlichen oder ebenen Tragwerke, deren geometrische Systeme im Gegensatz zum Fachwerk nicht durch Stablängen allein bestimmt sind, bilden die Sondergruppe der Rahmentragwerke, die dadurch gekennzeichnet sind, daß zur Erhaltung der Gestalt Knotensteifigkeiten notwendig sind.

Die einzelnen Stäbe sind beiderseits an Knoten fest oder gelenkig angeschlossen. Die Knoten können als nachgiebige Auflager angesehen werden, die Verdrehungen und Verschiebungen unterworfen sind. Es gehört zu den bekannten Aufgaben der Festigkeitslehre, den Spannungszustand eines belasteten Stabes bei bekannten Auflagerbewegungen zu bestimmen.

Methoden, die das primäre Ziel verfolgen, die Knotenbewegungen oder ein sonst geeignetes System von Verformungsgrößen, durch welche jene geometrisch bestimmt sind, zu bestimmen, haben für ebene Rahmentragwerke schon eingehende Behandlung und Anwendung gefunden[1]). Für räumliche Tragwerke fehlt jedoch eine systematische Darstellung noch vollständig. Sie ist der Gegenstand der vorliegenden Abhandlung.

1. Kinematische Betrachtungen.

Die Knoten betrachten wir als Raumelement, dessen Verschiebungs- und Drehvektor in einem festen Koordinatensystem die rechtwinkligen Komponenten ξ, η, ζ bzw. x, y, z besitze. Der Endpunkt der Stabachse ist gezungen, die Verschiebung mitzumachen.

Die Hauptträgheitsachsen des angeschlossenen Querschnitts sowie die Stabachse sollen in der Anfangslage Richtungen a, b und c besitzen, die durch ihre Richtungskosinusse nach folgendem Schema bestimmt seien:

	x	y	z
a	a_1	a_2	a_3
b	b_1	b_2	b_3
c	c_1	c_2	c_3

Sind im Sinne der üblichen Näherungstheorie die Drehungen des Endquerschnitts um diese Anfangslagen gleich α, β und γ, so betrachten wir Verbindungen zwischen Stab und Knoten, die ihren analytischen Ausdruck in dem Bestehen oder Nichtbestehen nachstehender Gleichungen finden:

(1) $$\alpha = a_1\,x + a_2\,y + a_3\,z,$$

(2) $$\beta = b_1\,x + b_2\,y + b_3\,z,$$

(3) $$\gamma = c_1\,x + c_2\,y + c_3\,z.$$

Rechts stehen die Komponenten der Knotendrehung, nach den Richtungen von a, b und c genommen, und ihre Gleichsetzung mit α, β und γ setzt eine Erzwingung durch konstruktive Mittel voraus. Allgemein bedeutet die einzelne Gleichung drehfesten Anschluß, wobei längs der Achsen a und b Biegungsmomente und an c ein Verdrehungsmoment zwischen Stab und Knoten übertragen werden. Bei starrem Anschluß sind alle drei Gleichungen, bei Anordnung eines Kugelgelenks keine derselben notwendig erfüllt, d. h. die Tangente im Endpunkt des Stabes kann sich unabhängig von der Drehung des Knotens einstellen. Es kann auch im Sinn einer Annäherung liegen, einzelne der Gleichungen (1) bis (3) außer acht zu lassen, wenn die übertragenen Momente geringfügig sind.

[1]) Ostenfeld, Die Deformationsmethode. Berlin 1926, Julius Springer; Mann, Theorie der Rahmenwerke auf neuer Grundlage. Berlin 1927, Julius Springer; Hertwig, Das „Kraftgrößenverfahren" und das „Formänderungsgrößenverfahren" für die Berechnung statisch unbestimmter Gebilde. Stahlbau 1933, S. 145; Kammüller, Statik der Rahmentragwerke. Berlin, Wilh. Ernst & Sohn.

Kann man z. B. vom Verdrehungswiderstand des Stabes absehen, was dem Anschluß mittels Spurlagers entsprechen würde, so scheidet Gl. (3) aus. Sind gleichzeitig der Biegungswiderstand um eine der Hauptachsen und der Verdrehungswiderstand vernachlässigbar, so kann man zweifache Drehfreiheit, etwa durch Anschluß mittels eines Kreuzgelenks, annehmen, wodurch eine der beiden ersten Gleichungen und die dritte ausscheiden.

Sind die Stäbe an einem freien Knoten insgesamt mit nur drei oder weniger drehfesten Achsen angeschlossen, so besteht, sofern äußere Momente am Knoten nicht angreifen, statisch kein Unterschied, wenn sämtliche Anschlüsse durch Kugelgelenke ersetzt werden, weil aus Gleichgewichtsgründen die Anschlußmomente am Knoten verschwinden.

Es sind Stabverbindungen denkbar, bei welchen mehrfach Stabenden zu gemeinsamer Drehung biegungsfest verbunden sind, während die einzelnen Gruppen gegeneinander drehbar sind. Wir schematisieren z. B. den Fall eines Bolzengelenks in der Ebene (Bild 1) durch Einführung eines zweifachen Knotens mit gemeinsamer Verschiebung, jedoch verschiedener Drehung mit den Komponenten x' bzw. x''.

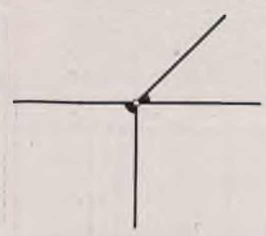


Bild 1.

Im Gegensatz zu freien Knoten, welche sechsfache Bewegungsfreiheit besitzen, sind die Lagerknoten gegen Drehung gesperrt.

Die Verschiebungsfreiheit werde den Lagerbedingungen entsprechend durch Auflagerstäbe beschränkt. Von den Stabanschlüssen gilt das für freie Knoten Gesagte einschließlich der Einführung zweifacher Knoten.

Es bezeichne n_1 die Zahl der freien Knoten, n_2 die der Lagerknoten, ferner sei f die Zahl aller Auflagerstäbe und g die Zahl aller relativen Drehachsen bei zweifachen Knoten. Dann beträgt die Zahl der Bestimmungsstücke, d. h. der Dreh- und Verschiebungskomponenten, welche eine neue Konfiguration der Knoten bei der Gestaltsänderung eines Rahmentragwerks festlegen:

(4) $$\varrho = 6\,n_1 + 3\,n_2 - f + g.$$

Wir nennen diese ϱ-Größen, die geometrisch unabhängig voneinander sind, Grundverformungen. Nach ihrer Ermittlung lassen sich Verbiegung, Verwindung und Längenänderung irgendeines Stabes und damit seine Beanspruchung sofort in elementarer Weise angeben.

Es sind andere Systeme von Grundverformungen denkbar, die mit den vorgenannten in geometrischem Zusammenhang stehen, wobei wir uns bei kleinen Formänderungen auf lineare Abhängigkeit beschränken. Durch folgende Betrachtungen soll zunächst ein System aufgestellt werden, welches sich dem Rahmenwerk analytisch besser anpaßt.

Wir denken uns sämtliche steifen Stabanschlüsse an freien und Lagerknoten aufgehoben und durch Kugelgelenke ersetzt. Dadurch erzeugen wir eine kinematische Kette. Bei p-facher Bewegungsfreiheit läßt sich diese Kette durch Hinzufügen von p passend gewählten Stäben, die wir als u-Stäbe bezeichnen wollen, in ein Stabsystem verwandeln, welches die Abzählungsbedingung statischer Bestimmtheit erfüllen oder noch überzählige Stäbe enthalten kann, die wir dann als überzählige Stäbe des Rahmentragwerks bezeichnen wollen.

Unter der Voraussetzung kleiner Verschiebungen, die eine lineare Superposition gestatten, sehen wir zunächst von der Längenänderung der Stäbe ab; dann wird ein System möglicher Knotenverschiebungen des Rahmentragwerks stets durch eine Bewegung der zugeordneten Kette bestimmt sein, die wir dadurch erzeugen, daß wir in Richtung der oben beschriebenen u-Stäbe p willkürliche Verschiebungen vornehmen, die mit u_1 . . . bis u_p bezeichnet werden sollen.

Der Definition entsprechend, enthält die Kette auch die als Raumelemente vorgestellten Knoten, und zwar in frei drehbarem Zustand unter Beachtung der Beschränkung am Auflager. Eine Konfiguration ist dann durch die Verschiebungen $u_1 \ldots$ bis u_p der Kette zusammen mit Drehungen x, y, z der Knoten gegeben.

Sollen noch die Längenänderungen der Stäbe berücksichtigt werden, so zieht dies für die Gestaltsänderung noch weitere s Bewegungsfreiheiten nach sich, wenn das Rahmenwerk nach Ausscheidung etwa überzähliger Stäbe noch s Stäbe besitzt.

Die p Verschiebungen u, die $3\,n_1 + g$ Knotendrehwinkel und die s Stablängenänderungen bilden zusammen ein System von Grundverformungen. Man überzeugt sich leicht, daß ihre Anzahl

(5) $$\varrho = p + 3\,n_1 + g + s$$

wegen der Abzählungsbedingung für statisch bestimmte Systeme:

$$3\,(n_1 + n_2) = s + p + f$$

mit dem oben gefundenen Wert für ϱ übereinstimmt.

Für das ebene Rahmenwerk gilt entsprechend:

(5a) $$\varrho = p + n_1 + g + s.$$

Für die Vereinfachung und Allgemeinheit der Darstellung ist es zweckmäßig, die ϱ Grundverformungen mit dem gleichen Buchstaben zu bezeichnen. Wir wählen dafür:

$$w_1 \ldots \text{bis } w_\varrho.$$

2. Formänderungen und Kräfte am Einzelstab. Potentielle Energie des Systems.

Die Endpunkte der Stäbe sollen stets durch Buchstaben i und k gekennzeichnet werden.

Die Tangenten an die Biegelinie in den Endpunkten i und k bilden mit der ursprünglichen Richtung der Stabachse Winkel, die wir in Vektordarstellung nach den Richtungen a und b der Hauptachsen in α_i und β_i bzw. α_k und β_k zerlegen, wobei für die Folge darauf zu achten ist, daß an beiden Enden die Winkel nach derselben Richtung positiv gezählt werden sollen.

Die dritte dem Stabende zugeordnete Achse soll dagegen stets nach dem anderen Stabende weisen.

Infolge der Knotenverschiebungen ändern die Stabsehnen ihre Richtung. Die Komponenten des „Stabdrehwinkels"

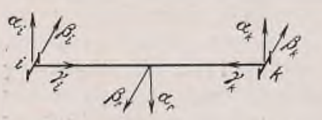


Bild 2.

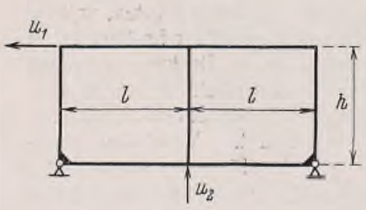


Bild 3.

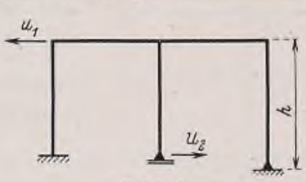


Bild 4.

nach Richtung der Hauptachsen seien mit α_r und β_r bezeichnet, sie sollen den Tangentendrehwinkeln entgegengesetzt positiv gezählt werden (Bild 2). Blickt man in Richtung des Pfeiles auf den Stab, so entspricht immer positiven Werten eine Drehung im Sinne des Uhrzeigers.

Einige Beispiele mögen zur Erläuterung dienen, wobei als praktisch zulässig die Längenänderungen der Stäbe vernachlässigt werden sollen.

Das in Bild 3 dargestellte ebene Tragwerk besitzt vier freie Knoten. An beiden Lagern befinden sich zweifache Knoten mit je einer freien Drehachse. Die zugeordnete Kette hat zweifache Bewegungsfreiheit.

Es ist $n_1 = 4$, $g = 2$, $p = 2$, somit nach Gl. (5a) $\varrho = 8$.

Ferner wird für die drei Pfosten . . $\alpha_r = \dfrac{u_1}{h}$

für die linken Gurtstäbe . . . . . $\alpha_r = \dfrac{u_2}{l}$

und für die rechten Gurtstäbe . . . $\alpha_r = -\dfrac{u_2}{l}$.

Der Doppelrahmen in Bild 4 besitzt drei freie Knoten und die Kette zwei Bewegungsfreiheiten; hiermit wird $\varrho = 5$.

Für Stiel 1 und 3 gilt . . . $\alpha_r = -\dfrac{u_1}{h}$

für Stiel 2 . . . . $\alpha_r = -\dfrac{u_1 + u_2}{h}$

für die Riegel . . . . . . $\alpha_r = 0$.

Zur allgemeinen Behandlung ebener Rahmentragwerke vgl. die in Fußnote 1 angegebene Quelle.

Das in Bild 5 dargestellte räumliche Tragwerk habe starr miteinander verbundene Stäbe. Bei a, b, c und d seien Bolzenkipplager angeordnet; wir führen schematisch zweifache Knoten ein mit freien Drehachsen in Richtung ad und bc. Bei e und f seien die Stiele am Lagerknoten beliebig angeschlossen. Bei 14 Auflagerstäben, die durch Pfeile angedeutet sind, wird die Kette durch Hinzufügen eines u-Stabes in ein statisch bestimmtes System verwandelt.

Als Grundverformungen haben wir die Drehwinkel an den freien Knoten 1 und 2 ($n_1 = 2$), die $g = 4$ Drehwinkel der zweifachen Knoten an den Lagern und die Verschiebung u der Kette ($p = 1$). Daher wird bei Unterdrückung der Stablängenänderungen nach Gl. (5)

$$\varrho = 1 + 3 \cdot 2 + 4 = 11.$$

Die Achsen a und b mögen am Balken und am Stiel nach den Richtungen y und z bzw. x und y zeigen. Dann gilt für die Balken

links . . . . . $\alpha_r = 0$ $\quad \beta_r = -\dfrac{u}{l}$

rechts . . . . $\alpha_r = 0$ $\quad \beta_r = +\dfrac{u}{l}$

und für die Stäbe $\alpha_r = \dfrac{u}{h}$ $\quad \beta_r = 0.$

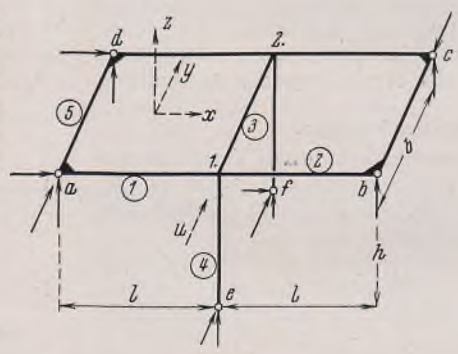


Bild 5.

Das Rahmentragwerk nach Bild 6 besteht aus einem regulären n-Eck, das von Ringstäben gebildet wird, die unter sich und mit Stielen starr verbunden sind. Die Stiele seien an den Auflagerknoten nach Belieben starr oder drehbar angeschlossen. Die zugeordnete Kette läßt sich nach Bild 7 durch Hinzufügen von n u-Stäben zu einem statisch bestimmten System ergänzen.

Mit $n_1 = n$, $\quad p = n$, $\quad g = 0$ hat man $\quad \varrho = 3\,n_1 + p + g = 4\,n$.

Die Längen am Ringstab und Stiel seien l und s, ferner sei $\omega = \dfrac{2\,\pi}{n}$ und γ die Neigung des Stieles gegen die Lotrechte. Am Ringstab liege die Hauptachse a in der Ringebene und zeige nach innen, b zeige nach oben.

Eine lotrecht nach unten im Knoten m wirkende Last 1 wird durch einen Zug K im u-Stab bei m und einen Druck K bei $m-1$ im Gleichgewicht gehalten, wobei

$$K = \frac{\operatorname{tg} \gamma}{2 \cdot \sin \frac{\omega}{2}}.$$

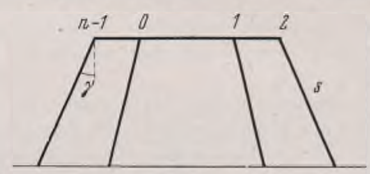


Bild 6.

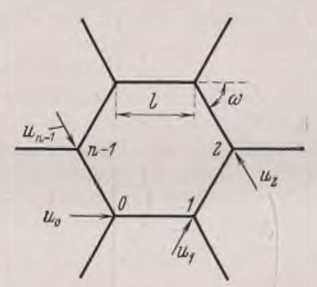


Bild 7.

Das in Bild 6 angedeutete Kräftepaar am Ringstab $m - m + 1$ erfordert in den u-Stäben bei $m-1$ und $m+1$ den Druck K und bei m den Zug $2\,K$. Mit Vernachlässigung von Größen zweiter Ordnung erhält man die Beziehung zwischen α_r und den Verschiebungen u durch Anwendung des Prinzips der virtuellen Verrückungen:

$$l\,\alpha_r + K\,(u_{m+1} - 2\,u_m + u_{m-1}) = 0.$$

In entsprechender Weise finden wir für den Drehwinkel des Ringstabes $m - m + 1$ in der waagerechten Ebene:

$$l\,\beta_r + \frac{1}{\sin \omega} \cdot u_{m+1} - 2 \cdot \operatorname{ctg} \omega\, u_m + \frac{1}{\sin \omega} \cdot u_{m-1} = 0.$$

Bei dem Stiel zeige von außen gesehen die Hauptachse a nach rechts und b nach innen. Eine radial in der Ringebene am Punkt m nach innen gerichtete Last 1 erzeugt in den u-Stäben bei m und $m-1$

$$\text{Kräfte:} \quad \pm \frac{1}{2 \cdot \sin \frac{\omega}{2}}$$

und eine der Richtung von a entgegengesetzt wirkende Last 1

$$\text{Kräfte:} \quad -\frac{1}{\cos \frac{\omega}{2}}.$$

Das Prinzip der virtuellen Verrückungen liefert somit für den Stiel bei m:

$$s \cdot \cos \gamma\, \alpha_r - \frac{1}{2 \cdot \sin \frac{\omega}{2}}\,(u_m - u_{m-1}) = 0$$

$$s\,\beta_r + \frac{1}{2 \cdot \cos \frac{\omega}{2}}\,(u_m + u_{m-1}) = 0.$$

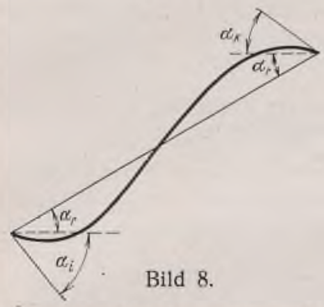
Nach Betrachtung dieser Beispiele wenden wir uns wieder der allgemeinen Erörterung der Formänderungen zu.

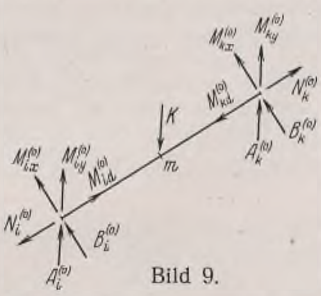
Die relative Verdrehung der Endquerschnitte infolge der Drillung des Stabes werde mit τ bezeichnet, die positiven Richtungen in i und k sind einander zugekehrt.

Schließlich erleide der Stab noch die als Zunahme positiv gezählte Längenänderung Δs. Die acht Größen α_i, α_k, α_r, β_i, β_k, β_r, τ und Δs bezeichnen wir als die Stabverzerrungen. Bild 8 stellt die Projektion der Biegelinie parallel zur ersten Hauptachse a mit den Winkeln α_i, α_k und α_r dar.

Die auf Hauptachsen bezogenen Biegemomente am Stab seien M_x und M_y, das Drehmoment M_d und die Normalkraft N. Die an den Endquerschnitten bei i und k wirkenden Kräfte sollen zweckentsprechend als Summe zweier Bestandteile dargestellt werden:

$$(6)\quad \begin{cases} M_{ix} = M_{ix}^{(o)} + X_i & M_{kx} = M_{kx}^{(o)} + X_k \\ M_{iy} = M_{iy}^{(o)} + Y_i & M_{ky} = M_{ky}^{(o)} + Y_k \\ M_{id} = M_{id}^{(o)} + D & N_i = N_i^{(o)} + S \\ M_{kd} = M_{kd}^{(o)} + D & N_k = N_k^{(o)} + S. \end{cases}$$


Bild 8.


Bild 9.

Sämtliche Biegemomente sollen in dem für die Tangentendrehwinkel festgelegten Sinn positiv gezählt werden (Bild 2). Die Vorzeichen von D und S entsprechen denen von τ und Δs.

Die mit dem oberen Index (o) versehenen Größen sollen die Kräfte bedeuten, welche die gegebenen Stablasten bei unverschieblich und undrehbar im Raum festgelegten Knoten und dem Stabanschluß entsprechend erzeugen würden, und mit denen sie nach Hinzufügen entsprechender Querkräfte in i und k im Gleichgewicht sind (Bild 9). Dieses Kräftesystem entspricht mit anderen Worten der Annahme, daß sämtliche Grundverformungen w verschwinden. Beispielsweise erzeugt eine zur Stabachse und der Hauptachse a senkrecht stehende Last K bei beiderseitiger Einspannung (Bild 10):

$$(7)\quad M_{ix}^{(o)} = -K \cdot \frac{x\,x'^2}{l^2} \qquad M_{kx}^{(o)} = +K \cdot \frac{x^2\,x'}{l^2}$$

und bei einseitiger Einspannung in i (Bild 11):

$$(8)\quad M_{ix}^{(o)} = -\frac{K\,l}{2}\left(\frac{x'}{l} - \frac{x'^3}{l^3}\right) \qquad M_{kx}^{(o)} = 0.$$

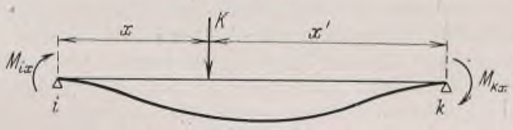


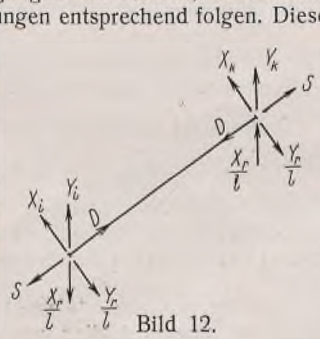
Bild 10.



Bild 11.

Das zweite aus den Größen $X \ldots$ bis S bestehende und noch zu überlagernde Kräftesystem (Bild 12) entspricht, kurz ausgedrückt, den Auflagerverschiebungen, d. h. den Bewegungen der Knoten, welchen die Stäbe den geometrischen Anschlußbedingungen entsprechend folgen. Diese Kräfte können somit als homogene lineare Funktionen der Grundverformungen aufgefaßt werden. Wir stellen sie zunächst in ihrer Abhängigkeit von den Stabverzerrungen dar.

Um zu einer allgemeinen Darstellung zu gelangen, greifen wir die Fälle drehfester Anschlüsse an den Achsen a und b, und zwar beiderseits in i und k oder einseitig in i heraus. Hierbei gelten für den Winkel zwischen Sehne und Tangente (Bild 8) entweder die Beziehungen


Bild 12.

$$\alpha_i + \alpha_r = \frac{l'}{6}(2X_i - X_k) \qquad \beta_i + \beta_r = \frac{l''}{6}(2Y_i - Y_k)$$

$$\alpha_k + \alpha_r = \frac{l'}{6}(-X_i + 2X_k) \qquad \beta_k + \beta_r = \frac{l''}{6}(-Y_i + 2Y_k)$$

oder

$$\alpha_i + \alpha_r = \frac{l'}{3} \cdot X_i \qquad \beta_i + \beta_r = \frac{l''}{3} \cdot Y_i$$

$$X_k = 0 \qquad Y_k = 0.$$

Zur Abkürzung wurde $l' = \dfrac{l}{EJ_a}$ und $l'' = \dfrac{l}{EJ_b}$ gesetzt.

Die Auflösung ergibt entweder

$$X_i = \frac{1}{l'}(4\alpha_i + 2\alpha_k + 6\alpha_r) \qquad Y_i = \frac{1}{l''}(4\beta_i + 2\beta_k + 6\beta_r)$$

$$X_k = \frac{1}{l'}(2\alpha_i + 4\alpha_k + 6\alpha_r) \qquad Y_k = \frac{1}{l''}(2\beta_i + 4\beta_k + 6\beta_r)$$

oder

$$X_i = \frac{1}{l'}(3\alpha_i + 3\alpha_r) \qquad Y_i = \frac{1}{l''}(3\beta_i + 3\beta_r)$$

$$X_k = 0 \qquad Y_k = 0.$$

In allgemeiner Form schreiben wir:

$$(9)\quad \begin{cases} X_i = \frac{1}{l'}(z_{ii}\alpha_i + z_{ik}\alpha_k + z_{ir}\alpha_r) \\ X_k = \frac{1}{l'}(z_{ki}\alpha_i + z_{kk}\alpha_k + z_{kr}\alpha_r) \\ X_r = \frac{1}{l'}(z_{ri}\alpha_i + z_{rk}\alpha_k + z_{rr}\alpha_r) \\ Y_i = \frac{1}{l''}(z_{ii}\beta_i + z_{ik}\beta_k + z_{ir}\beta_r) \\ Y_k = \frac{1}{l''}(z_{ki}\beta_i + z_{kk}\beta_k + z_{kr}\beta_r) \\ Y_r = \frac{1}{l''}(z_{ri}\beta_i + z_{rk}\beta_k + z_{rr}\beta_r). \end{cases}$$

Für spätere Zwecke sind die Werte $X_r = X_i + X_k$ und $Y_r = Y_i + Y_k$ hinzugefügt worden.

Die Beiwerte z_{ii} usw. sind aus nachfolgender Tabelle zu entnehmen:

(9a)

	z_{ii}	z_{ik}	z_{kk}	z_{ir}	z_{kr}	z_{rr}
drehfeste Achsen a bzw. b in i und k	4	2	4	6	6	12
drehfeste Achsen a bzw. b nur in i .	3	0	0	3	0	3
drehfeste Achsen a bzw. b nur in k .	0	0	3	0	3	3
drehfreie Achsen a bzw. b in i und k	0	0	0	0	0	0

Hiermit kann man in leicht erkennbarer Weise die 16 möglichen Fälle kombinieren.

Für die Bestimmung der Koeffizienten bei veränderlichem Trägheitsmoment verweisen wir auf die in Fußnote [1]) an zweiter Stelle angegebene Quelle.

Es gilt ferner immer:

$$z_{ki} = z_{ik} \qquad z_{rk} = z_{kr} = z_{kk} + z_{ki}$$

$$z_{ri} = z_{ir} = z_{ii} + z_{ik} \qquad z_{rr} = z_{ir} + z_{kr}.$$

Für D und S gelten noch die Beziehungen:

$$(10)\quad D = \frac{GJ_d}{l} \cdot \tau$$

$$(11)\quad S = \frac{EF}{l} \cdot \Delta s.$$

Die acht Größen $X_i \ldots$ bis S bezeichnen wir als w-Kräfte; sie verschwinden ebenso wie die acht Stabverzerrungen gleichzeitig mit den Grundverformungen.

Wir drücken jetzt noch die im Stab aufgespeicherte Formänderungsarbeit durch die Stabverzerrungen aus.

Zur Umformung von

$$A = \int M_x^2 \cdot \frac{dx}{2EJ_a} + \int M_y^2 \cdot \frac{dx}{2EJ_b} + \int M_d^2 \cdot \frac{dx}{2GJ_d} + \int N^2 \cdot \frac{dx}{2EF}$$

haben wir z. B.

$$M_x = M_x^{(o)} + X_i \cdot \frac{x'}{l} - X_k \cdot \frac{x}{l},$$

hieraus folgt:

$$\int M_x^2 \cdot \frac{dx}{2EJ_a} = \int M_x M_x^{(o)} \cdot \frac{dx}{2EJ_a} + \frac{1}{2} \cdot X_i \int M_x \cdot \frac{x'}{l} \cdot \frac{dx}{EJ_a} - \frac{1}{2} \cdot X_k \int M_x \cdot \frac{x}{l} \cdot \frac{dx}{EJ_a}.$$

Hierbei ist aber

$$\int M_x \cdot \frac{x'}{l} \cdot \frac{dx}{EJ_a} = \alpha_i + \alpha_r$$

und

$$\int M_x \cdot \frac{x}{l} \cdot \frac{dx}{EJ_b} = -(\alpha_k + \alpha_r),$$

ferner ist noch $\int M_x M_x^{(o)} \cdot \frac{dx}{2EJ_a} = \int M_x^{(o)2} \cdot \frac{dx}{2EJ_a}$

$$+ \frac{1}{2} \cdot X_i \int M_x^{(o)} \cdot \frac{x'}{l} \cdot \frac{dx}{EJ_a} - \frac{1}{2} \cdot X_k \int M_x^{(o)} \cdot \frac{x}{l} \cdot \frac{dx}{EJ_a}.$$

Der Wert der beiden letzten Glieder verschwindet stets, weil der Einspannung entsprechend entweder die Integrale oder X_i und X_k verschwinden.

Im ganzen hat man

$$\int M_x{}^2 \cdot \frac{dx}{2EJ_a} = \int M_x^{(o)2} \cdot \frac{dx}{2EJ_a} + \frac{1}{2}(X_i \alpha_i + X_k \alpha_k + X_r \alpha_r).$$

In analoger Weise erhält man

$$\int M_y{}^2 \cdot \frac{dx}{2EJ_b} = \int M_y^{(o)2} \cdot \frac{dx}{2EJ_b} + \frac{1}{2}(Y_i \beta_i + Y_k \beta_k + Y_r \beta_r).$$

Schließlich erhalten wir noch

$$\int M_d{}^2 \cdot \frac{dx}{2GJ_d} = \int (M_d^{(o)} + D)^2 \cdot \frac{dx}{2GJ_d} = \int M_d^{(o)2} \cdot \frac{dx}{2GJ_d} + \frac{1}{2} \cdot D\tau$$

$$\int N^2 \cdot \frac{dx}{2EF} = \int (N^{(o)} + S)^2 \cdot \frac{dx}{2EF} = \int N^{(o)2} \cdot \frac{dx}{2EF} + \frac{1}{2} \cdot S \varDelta s.$$

Somit folgt für A der Ausdruck:

$$(12) \quad A = \int M_x^{(o)2} \cdot \frac{dx}{2EJ_a} + \int M_y^{(o)2} \cdot \frac{dx}{2EJ_b} + \int M_d^{(o)2} \cdot \frac{dx}{2GJ_d} + \int N^{(o)2} \cdot \frac{dx}{2EF} + \Phi,$$

wobei

$$(13) \quad \Phi = \frac{1}{2}(X_i \alpha_i + X_k \alpha_k + X_r \alpha_r + Y_i \beta_i + Y_k \beta_k + Y_r \beta_r + D\tau + S \varDelta s).$$

Für das ganze Rahmentragwerk ergibt sich die aufgespeicherte Formänderungsarbeit durch Summierung der für die einzelnen Stäbe gefundenen Beiträge:

$$\mathfrak{A} = \Sigma A.$$

Es sei nun v die Komponente der Verschiebung des Angriffspunktes einer gegebenen Last K in Richtung derselben, dann ist die gesamte potentielle Energie des Systems:

$$\Pi = \mathfrak{A} - \Sigma K v.$$

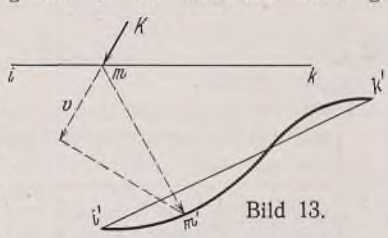


Bild 13.

Die Summe erstreckt sich über sämtliche Lasten. Zu ihrer Umformung betrachten wir einen einzelnen Stab, dessen wirkliche Formänderung in Bild 13 angedeutet ist. Dabei sei ein Punkt m nach m' verschoben. Die in m angreifende Last K erzeuge bei festgelegten Knoten die in Bild 9 dargestellten Reaktionen. Zur Aufstellung einer Arbeitsgleichung bezeichnen wir die Arbeit der Reaktionen an den wirklichen Wegen von Bild 13 mit $-U$ und erhalten:

$$Kv - U = \int M_x^{(o)} M_x \cdot \frac{dx}{EJ_a} + \int M_y^{(o)} M_y \cdot \frac{dx}{EJ_b} + \int M_d^{(o)} M_d \cdot \frac{dx}{GJ_d} + \int N^{(o)} N \cdot \frac{dx}{EF}$$

oder nach Umformung der rechten Seite, wie bereits oben durchgeführt,

$$Kv - U = \int M_x^{(o)2} \cdot \frac{dx}{EJ_a} + \int M_y^{(o)2} \cdot \frac{dx}{EJ_b} + \int M_d^{(o)2} \cdot \frac{dx}{GJ_d} + \int N^{(o)2} \cdot \frac{dx}{EF}.$$

Hiermit erhalten wir zunächst für einen Stab nach Gl. (12)

$$A - Kv = \Phi - U.$$

Summieren wir über sämtliche Stäbe und setzen dabei $\Sigma U = L$, so ergibt sich für die potentielle Energie des Systems der endgültige Ausdruck:

$$(14) \qquad \Pi = \Sigma \Phi - L.$$

Die Größe L besitzt eine anschauliche Bedeutung:

Verteilt man die Stablasten auf die Knoten gemäß den Auflagerkräften, die bei festgelegten Knoten dem beiderseitigen Anschluß entsprechen, so stellt L die Arbeit dieser aus bekannten Momenten und Einzellasten bestehenden Knotenlasten dar, welche diese an den durch die Grundverformungen w bedingten Drehungen und Verschiebungen der Knoten leisten. Dies folgt ohne weiteres daraus, daß die eingeführten, den Stablasten statisch äquivalenten Knotenlasten durch Umkehrung der Reaktion erhalten werden.

Bei kleinen Verschiebungen stellen wir L als lineare homogene Funktion der Grundverformungen dar und setzen

$$(14\text{a}) \qquad L = \sum_{m=1}^{\varrho} L_m w_m.$$

L_m kann dabei als Arbeit der Knotenlasten bei dem Verschiebungszustand $w_m = 1$ aufgefaßt werden.

3. Eigenschaften der Energiefunktion Φ. Bestimmungsgleichungen für die Grundverformungen.

Φ stellt die Arbeit dar, welche die auf ihren Endbetrag angewachsenen w-Kräfte an den gleichzeitig auf ihren Endbetrag angewachsenen Stabverzerrungen geleistet haben. Durch Benutzung von (9), (10) u. (11) erhalten wir Φ als homogene quadratische Funktion der acht Stabverzerrungen:

$$(15) \quad \Phi = \frac{z_{ii}}{2l'} \cdot \alpha_i^2 + \frac{z_{ik}}{l'} \cdot \alpha_i \alpha_k + \frac{z_{ir}}{l'} \cdot \alpha_i \alpha_r + \ldots + \frac{z_{kk}}{2l'} \cdot \alpha_k^2 + \frac{z_{kr}}{l'} \cdot \alpha_k \alpha_r + \ldots + \frac{z_{rr}}{l'} \cdot \alpha_r^2 + \ldots + \frac{GJ_d}{2l} \cdot \tau^2 + \frac{EF}{2l} \cdot \varDelta s^2.$$

Die Ableitungen nach den Veränderlichen $\alpha_i \ldots$ bis $\varDelta s$ bezeichnen wir mit $\Phi'(\alpha_i) \ldots$ bis $\Phi'(\varDelta s)$.

Man findet z. B.

$$\Phi'(\alpha_i) = \frac{1}{l'}(z_{ii}\alpha_i + z_{ik}\alpha_k + z_{ir}\alpha_r) = X_i.$$

Auf diese Weise gelangen wir zu den Beziehungen:

$$(16) \quad \begin{cases} X_i = \Phi'(\alpha_i) & X_k = \Phi'(\alpha_k) & X_r = \Phi'(\alpha_r) \\ Y_i = \Phi'(\beta_i) & Y_k = \Phi'(\beta_k) & Y_r = \Phi'(\beta_r) \\ D = \Phi'(\tau) & S = \Phi'(\varDelta s). & \end{cases}$$

Wir betrachten jetzt zwei verschiedene durch obere Indizes (m) und (n) gekennzeichnete Zustände, bei denen w-Kräfte $X_i^{(m)} \ldots$ bis $S^{(m)}$ Verzerrungen $\alpha_i^{(m)} \ldots$ bis $\varDelta s^{(m)}$ bzw. w-Kräfte $X_i^{(n)} \ldots$ bis $S^{(n)}$ Verzerrungen $\alpha_i^{(n)} \ldots$ bis $\varDelta s^{(n)}$ erzeugen.

Die Arbeit, welche die konstant gedachten Kräfte der ersten Gruppe an den Verzerrungswegen der zweiten Gruppe leisten, beträgt:

$$(17) \quad \Phi_{mn} = X_i^{(m)} \alpha_i^{(n)} + X_k^{(m)} \alpha_k^{(n)} + X_r^{(m)} \alpha_r^{(n)} + Y_i^{(m)} \beta_i^{(n)} + Y_k^{(m)} \beta_k^{(n)} + Y_r^{(m)} \beta_r^{(n)} + D^{(m)} \tau^{(n)} + S^{(m)} \varDelta s^{(n)}.$$

Andererseits findet man für die Arbeit der zweiten Kräftegruppe an den Wegen der ersteren:

$$(18) \quad \Phi_{nm} = X_i^{(n)} \alpha_i^{(m)} + X_k^{(n)} \alpha_k^{(m)} + X_r^{(n)} \alpha_r^{(m)} + Y_i^{(n)} \beta_i^{(m)} + Y_k^{(n)} \beta_k^{(m)} + Y_r^{(n)} \beta_r^{(m)} + D^{(n)} \tau^{(m)} + S^{(n)} \varDelta s^{(m)}.$$

Die rechten Seiten der Gl. (17) u. (18) stimmen aber überein, wie sich durch Benutzung der Beziehungen (9), (10) u. (11) zwischen den w-Kräften und Stabverzerrungen leicht nachweisen läßt. Es gilt daher

$$(19) \qquad \Phi_{mn} = \Phi_{nm}.$$

Diese Gleichheit entspricht dem Bettyschen Reziprozitätssatz, der allgemein besagt: Wirken zwei Systeme von Kräften, so ist die Arbeit, welche die Kräfte des ersten Systems an den Verschiebungen des zweiten leisten, gleich der Arbeit, welche die Kräfte des zweiten Systems an den Verschiebungen des ersten leisten.

Verschwindet eine der w-Kräfte, z. B. X_k, infolge drehbaren Anschlusses identisch, was dadurch zum Ausdruck gelangt, daß nach Aufstellung (9a) $z_{ki} = z_{kk} = z_{kr} = 0$ zu setzen ist, so folgt nach Gl. (16) aus $\Phi'(\alpha_k) = 0$, daß Φ von der betreffenden Stabverzerrung α_k unabhängig ist. Allgemein hängt Φ nur von Stabverzerrungen ab, die rein geometrisch durch die Grundverformungen bedingt sind und sich in erster Annäherung als homogene lineare Funktionen derselben darstellen lassen. Somit ist Φ als homogene quadratische Funktion der Grundverformungen darstellbar.

Zum Nachweis der fundamentalen Eigenschaft, welche zu den Bestimmungsgleichungen für die Grundverformungen führt, betrachten wir den Zuwachs, welchen die über sämtliche Stäbe erstreckte $\Sigma\Phi$ erhält, falls die der Gleichgewichtslage angehörigen Größen w um beliebige kleine Werte δw geändert werden. Wir haben zunächst

$$\delta\Phi = \Phi'(\alpha_i)\,\delta\alpha_i + \ldots \Phi'(\varDelta s)\,\delta\varDelta s$$

oder nach Gl. (16)

$$\delta\Phi = X_i\,\delta\alpha_i + X_k\,\delta\alpha_k + X_r\,\delta\alpha_r + Y_i\,\delta\beta_i + Y_k\,\delta\beta_k + Y_r\,\delta\beta_r + D\,\delta\tau + S\,\delta\varDelta s.$$

Zur Umformung sollen Gleichgewichtsbeziehungen benutzt werden, die sich aus folgenden Betrachtungen ergeben:

Verwandeln wir das belastete Rahmentragwerk durch Aufheben aller drehfesten Stabanschlüsse in die zugeordnete Kette, so bleibt das Gleichgewicht erhalten, wenn wir M_{xi}, M_{yi}, M_{di} sowie M_{xk}, M_{yk}, M_{dk} an den Stabenden und die entgegengesetzten Momente an den Knoten als äußere Kräfte hinzufügen.

Wir betrachten zunächst das Gleichgewicht eines Knotens. Neben den von den angeschlossenen Stäben übertragenen Momenten möge auch noch ein äußeres gegebenes Moment M_i angreifen. Dem Knoten werde die Drehung $\delta\vec{v}$ mit den Komponenten δ_x, δ_y, δ_z erteilt. Die Projektionen von $\delta\vec{v}$ auf die Achsen a, b, c seien $\delta\alpha_i$, $\delta\beta_i$, $\delta\gamma_i$; man erhält sie durch Variation der Gl. (1) bis (3). Bei Auflagerknoten ist $\delta\vec{v}$ den Lagerbedingungen entsprechend zu wählen. Dann folgt allgemein aus dem Prinzip der virtuellen Verrückungen:

$$-\Sigma(M_{xi}\,\delta\alpha_i + M_{yi}\,\delta\beta_i + M_{di}\,\delta\gamma_i) + M_i\,\delta\vartheta_i = 0,$$

wobei $\delta\vartheta_i$ die Projektion von $\delta\vec{v}$ auf die Richtung von M_i bedeutet.

Zur Umformung drücken wir die Momente nach Gl. (6) aus und erhalten nach Umstellung der Summanden unter gleichzeitiger Anwendung von $\delta\gamma_i + \delta\gamma_k = \delta\tau$:

$$(21)\qquad \sum_r (X_i\,\delta\alpha_i + X_k\,\delta\alpha_k + Y_i\,\delta\beta_i + Y_k\,\delta\beta_k + D\,\tau) = \delta L_1.$$

Dabei ist

$$\delta L_1 = \sum_i \Big[M_i\,\delta\vartheta_i - \Sigma\big(M_{xi}^{(o)}\,\delta\alpha_i + M_{yi}^{(o)}\,\delta\beta_i + M_{di}^{(o)}\,\delta\gamma_i\big)\Big].$$

Es bedeutet hierbei Σ die Summenbildung von Größen an einem einzelnen Knoten, $\sum_i$ die Summierung von Werten, die für die einzelnen Knoten, und $\sum_r$ von Werten, die für die einzelnen Stäbe aufgestellt sind, über alle Knoten bzw. Stäbe.



Bild 14.

Zwecks Formulierung einer weiteren Gleichgewichtsbeziehung denken wir uns an der Kette den zugfesten Anschluß zwischen Stab und Knoten unterbrochen, indem wir etwa bei k einen Langlochanschluß annehmen. Dann sind zur Aufrechterhaltung des Gleichgewichts noch die beiden Kräfte N_k an Stab und Knoten einzuführen (Bild 14). Dem so entstandenen Gebilde erteilen wir eine virtuelle Verschiebung aus der Gleichgewichtslage, indem wir die p Grundverformungen u in $u + \delta u$ übergehen lassen und ferner die Entfernungen der durch Stäbe verbundenen Knoten um $\delta\varDelta s$ vergrößern. Die Knotendrehwinkel sollen ungeändert bleiben, d. h. es sei $\delta\vec{v} = 0$. Bei dieser Verschiebung werden die Stabsehnen zwangsläufig um die Winkel $\delta\alpha_r$ und $\delta\beta_r$ gedreht, und die Knoten führen Verschiebungen aus, deren Projektionen auf die Richtungen a, b und c mit δa, δb und δc bezeichnet werden.

Die Endmomente führen wir wieder nach Gl. (6) ein und zerlegen die äußeren Kräfte am Stab in K' und K'' senkrecht und K''' parallel zur Stabachse und ermitteln die von den Kräften am Stab und Knoten bei der Verschiebung geleistete Arbeit in Teilen:

1. X_i, X_k, Y_i und Y_k liefern:

$$-(X_i + X_k)\,\delta\alpha_r - (Y_i + Y_k)\,\delta\beta_r = -(X_r\,\delta\alpha_r + Y_r\,\delta\beta_r).$$

2. Die aus den Kräften K' und K'' und den Momenten $M_{xi}^{(o)}$, $M_{xk}^{(o)}$, $M_{yi}^{(o)}$ und $M_{yk}^{(o)}$ bestehende Gruppe würde bei festgelegten Knoten Reaktionen hervorrufen, die wir mit $A_i^{(o)}$ und $A_k^{(o)}$ bzw. $B_i^{(o)}$ und $B_k^{(o)}$ bezeichnen (Abb. 9).

Aus statischen Gründen ist dann die Arbeit dieser Gruppe gleich

$$-(A_i^{(o)}\,\delta a_i + A_k^{(o)}\,\delta a_k + B_i^{(o)}\,\delta b_i + B_k^{(o)}\,\delta b_k).$$

3. Die Arbeit der Komponenten K''' und der beiden Kräfte N_k am Stab und Knoten beträgt

$$(N_k - \Sigma K''')\,\delta c_i + N_k\,\delta c_k,$$

wofür auch aus statischen Gründen $N_i\,\delta c_i + N_k\,\delta c_k$ geschrieben werden darf. Mit Benutzung von Gl. (6) und der geometrischen Beziehung $\delta c_i + \delta c_k = -\delta\varDelta s$ folgt schließlich der Betrag:

$$-S\,\delta\varDelta s + N_i^{(o)}\,\delta c_i + N_k^{(o)}\,\delta c_k.$$

Das Prinzip der virtuellen Verrückungen sagt aus, daß die Summe aller Arbeiten, für sämtliche Stäbe genommen, verschwindet. Dadurch erhalten wir die Beziehung:

$$(22)\qquad \sum_r (X_r\,\delta\alpha_r + Y_r\,\delta\beta_r + S\,\delta\varDelta s) = \delta L_2,$$

wobei

$$\delta L_2 = \sum_i \Sigma\,(-A_i^{(o)}\,\delta a_i - B_i^{(o)}\,\delta b_i + N_i^{(o)}\,\delta c_i).$$

Zählen wir Gl. (21) u. (22) zusammen, so folgt mit Rücksicht auf Gl. (20)

$$\Sigma\,\delta\Phi = \delta L_1 + \delta L_2.$$

Entsinnt man sich jetzt der Bedeutung der in Gl. (14) eingeführten Größe L, so erkennt man ohne weiteres, daß $\delta L_1 + \delta L_2$ den Zuwachs δL dieser Größe darstellt, falls die Grundverformungen w der Gleichgewichtslage in $w + \delta w$ übergehen.

Hiermit gelangt man zu dem Resultat:

$$(23)\qquad \delta\Pi = \delta[\Sigma\Phi - L] = 0,$$

d. h. in der Gleichgewichtslage entsprechen die Grundverformungen allgemein einem stationären Wert der potentiellen Energie, der bei stabilen Systemen ein Minimum darstellt.

Hieraus folgt unter Beachtung von Gl. (14a) für die ϱ Größen w ein System von ϱ Gleichungen:

$$(24)\qquad \sum_r \frac{\partial\Phi}{\partial w_m} = L_m; \qquad m = 1, 2, \ldots \varrho.$$

Gleichzeitig kommt hierbei das wichtige Resultat zum Ausdruck, daß man zur Bestimmung der Grundverformungen an Stelle der gegebenen Lasten Kräfte einführen darf, die von jedem Stab unabhängig auf die festgelegten Knoten übertragen würden. Diese Kräfte sollen als „Knotenlasten" bezeichnet werden.

Wir betrachten noch die in Gl. (24) auftretende Ableitung $\dfrac{\partial\Phi}{\partial w_m}$.

Als lineare Funktion der Größen w setzen wir z. B.

$$(25)\qquad \alpha_i = \sum_{n=1}^{\varrho} \alpha_i^{(n)}\,w_n \qquad\qquad \alpha_r = \sum_{n=1}^{\varrho} \alpha_r^{(n)}\,w_n,$$

wobei $\alpha_i^{(n)}$ und $\alpha_r^{(n)}$ die Drehwinkel infolge $w_n = 1$ darstellen. In gleicher Weise können wir alle anderen Stabverzerrungen ausdrücken. Mit Rücksicht auf Gl. (16) erhalten wir

$$\frac{\partial\Phi}{\partial w_m} = X_i\,\alpha_i^{(m)} + X_k\,\alpha_k^{(m)} + X_r\,\alpha_r^{(m)} + \ldots + S\,\varDelta s^{(m)}.$$

Nach dem Reziprozitätssatz können wir auch setzen

$$(24\text{a})\qquad \frac{\partial\Phi}{\partial w_m} = X_i^{(m)}\,\alpha_i + X_k^{(m)}\,\alpha_k + X_r^{(m)}\,\alpha_r + \ldots + S^m\,\varDelta s.$$

Führt man noch für die Stabverzerrungen ihre Werte nach dem Vorbild von Gl. (25) ein, so hat man schließlich

$$\frac{\partial\Phi}{\partial w_m} = \sum_{n=1}^{\varrho} \Phi_{mn}\,w_n,$$

wobei Φ_{mn} durch Gl. (17) dargestellt wird mit der besonderen Bestimmung, daß die oberen Indizes (m) und (n) auf Werte hindeuten, die den Verschiebungen $w_m = 1$ bzw. $w_n = 1$ entsprechen.

Zur endgültigen Formulierung der Bestimmungsgleichungen für die Größen w setzen wir den gefundenen Ausdruck in Gl. (24) ein, vertauschen noch die Reihenfolge der Summation und erhalten

$$(26)\qquad \sum_n a_{mn}\,w_n = L_m; \qquad m = 1, 2, \ldots \varrho.$$

Hierbei ist

$$(27)\qquad a_{mn} = \sum_r \Phi_{mn},$$

und es gilt der Satz

$$a_{mn} = a_{nm}.$$

Die Anwendung der Formel (27) erfordert lediglich die Ermittlung der Beiwerte $\alpha_i^{(m)} \ldots \varDelta s^{(m)}$ auf Grund meist sehr einfacher, rein kinematischer Erwägungen. Die Größen $X^{(m)} \ldots S^{(m)}$ werden dann mit Hilfe der Gl. (9), (10) u. (11) bestimmt.

Der allgemeinen Formel (27) läßt sich eine zweite zur Berechnung von a_{mn} zur Seite stellen.

Zu dem Zwecke stellen wir die Aufgabe, Knotenlasten zu bestimmen, die beliebig vorgegebene Grundverformungen erzeugen. Die Lösung folgt aus Gl. (9) in Verbindung mit den kinematischen Beziehungen nach Art von Gl. (25).

Man erhält die Knotenlasten durch Zusammensetzen der w-Kräfte X_i, Y_i, D, $\dfrac{X_r}{l}$, $\dfrac{Y_r}{l}$ und S (Bild 12), welche an den Stabenden wirken, die am Knoten zusammenstoßen. Das Resultat bestehe aus dem Moment mit den Komponenten M_x, M_y, M_z und der Einzellast mit den Komponenten P_ξ, P_η, P_ζ.

Diese Größen erfüllen zunächst zusammen mit den auf den Knoten übertragenen Kräften, d. h. den umgekehrten w-Kräften, die Gleichgewichtsbedingungen; zweitens folgt die Eindeutigkeit aus folgender Betrachtung:

Die Knotendrehwinkel x, y, z und die Knotenverschiebungen ξ, η, ζ bilden, wie im Abschnitt 1 erläutert wurde, ein unabhängiges System von Grundverformungen; ferner geht aus Gl. (12) hervor, daß bei fehlenden Stablasten Φ die gesamte innere Energie darstellt. Nach dem Prinzip der virtuellen Verrückungen hat man daher

$$(28)\qquad \sum_i (M_x\,\delta x + M_y\,\delta y + M_z\,\delta z + P_\xi\,\delta\xi + P_\eta\,\delta\eta + P_\zeta\,\delta\zeta) = \sum_r \delta\Phi,$$

wobei

$$\delta\Phi = X_i\,\delta\alpha_i + \ldots S\,\delta\varDelta s.$$

Nehmen wir nun an, es gäbe noch ein zweites System von Knotenlasten, die mit $\overline{M}_x \ldots$ bis $\overline{P}_\zeta$ bezeichnet werden sollen, so würde eine der Gl. (28) analoge bestehen. Durch Subtraktion erhielte man

$$\sum_i (M_x - \overline{M}_x)\,\delta x + (M_y - \overline{M}_y)\,\delta y + (M_z - \overline{M}_z)\,\delta z + (P_\xi - \overline{P}_\xi)\,\delta\xi + (P_\eta - \overline{P}_\eta)\,\delta\eta + (P_\zeta - \overline{P}_\zeta)\,\delta\zeta = 0.$$

Bei der Unabhängigkeit der Variationen $\delta x \ldots \delta\zeta$ folgt aber daraus, daß die Klammerwerte verschwinden, d. h. die Knotenlasten stimmen überein.

Die Knotenlasten, welche die Verschiebung $w_n = 1$ bewirken, kennzeichnen wir durch den oberen Index (n). Wir können für diesen Zustand Gl. (26) ansetzen, indem wir neben $w_n = 1$ alle anderen Größen w gleich Null setzen und für L_m die Arbeit bilden, welche die Knotenlasten an den zum Verschiebungszustand $w_m = 1$ gehörigen Wegen leisten. Dadurch erhalten wir

$$(29)\qquad a_{mn} = \Sigma\, M_x^{(n)}\,x^{(m)} + M_y^{(n)}\,y^{(m)} + M_z^{(n)}\,z^{(m)} + P_\xi^{(n)}\,\xi^{(m)} + P_\eta^{(n)}\,\eta^{(m)} + P_\zeta^{(n)}\,\zeta^{(m)}.$$

Nach dem Reziprozitätssatz bleibt dieser Wert bei Vertauschung der Indizes (m) und (n) unverändert. Wir haben daher die zweifache Deutung:

Der Koeffizient a_{mn} ist gleich der Arbeit der Knotenlasten des Zustandes $w_n = 1$ an den Wegen des Zustandes $w_m = 1$ oder gleich der Arbeit der Knotenlasten des Zustandes $w_m = 1$ an den Wegen des Zustandes $w_n = 1$. (Schluß folgt.)

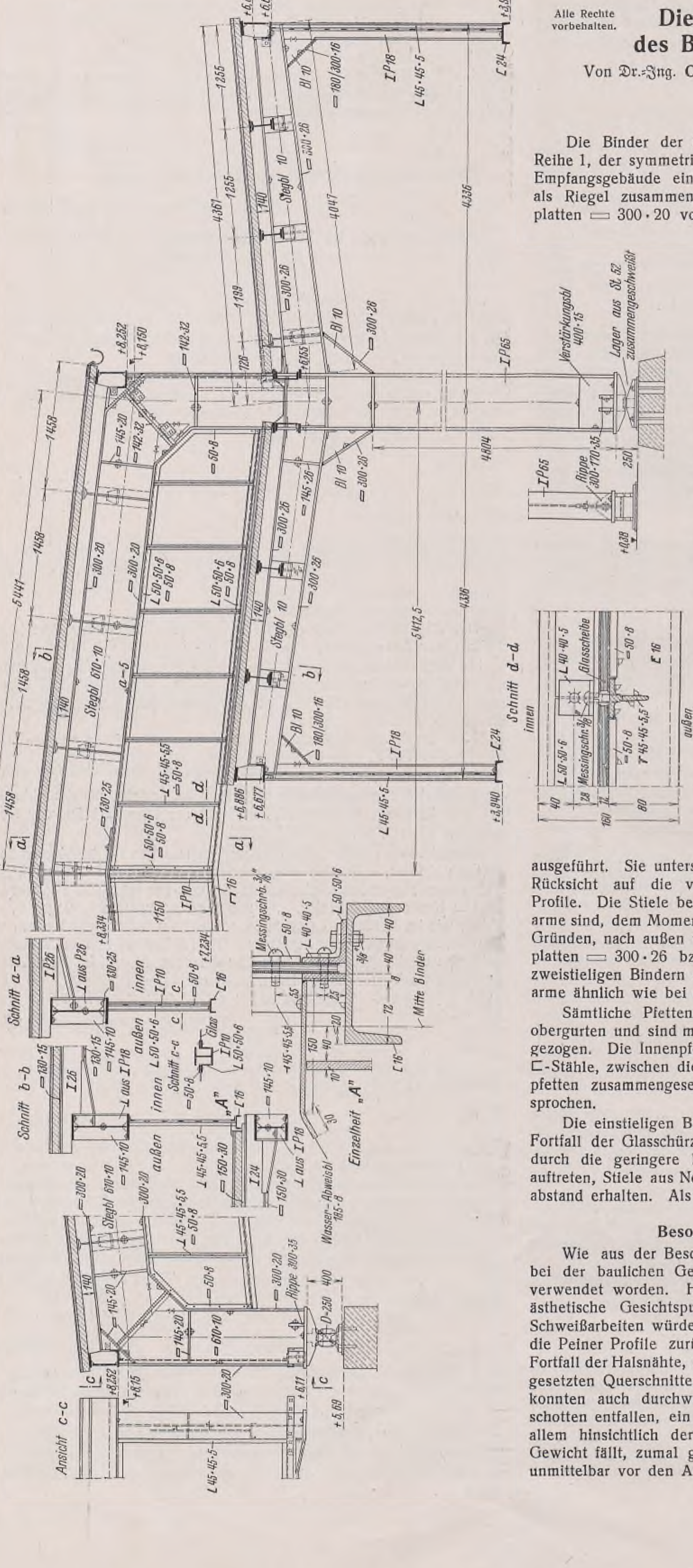


Bild 8. Einhüftiger Binder der Seitenhalle.

Die neuen Bahnsteighallen des Bahnhofs Ankara (Türkei).

Von Dr.-Ing. C. J. Hoppe, Düsseldorf (vordem Rheinbrohl).

(Schluß aus Heft 18.)

Die Seitenhallen.

Die Binder der Seitenhallen sind mit Ausnahme des Binders in Reihe 1, der symmetrisch ist, wegen der einseitigen Auflagerung auf das Empfangsgebäude einhüftig ausgebildet (Bild 8). Als Stiele sind IP 65, als Riegel zusammengesetzte Träger aus Stegblech 610 · 10 und Gurtplatten ▭ 300 · 20 vorgesehen. Die langen Stiele endigen in Linienkipplagern, die — ähnlich wie bei der Mittelhalle — aus St 52 zusammengeschweißt sind; unter die kurzen Stiele auf der Gebäudeseite sind Einrollenlager aus Stahlguß untergesetzt. In den Ecken sind die Stege auf Gehrung gestoßen. An den außenstehenden langen Stielen sind die Binderarme des Kragdaches angeschlossen.

Beim symmetrischen, da frei stehenden Binder der Reihe 1 ist eine Glasschürze eingezogen (Bild 9). Vom Binder Reihe 17 beginnt nach Reihe 24 zu die einfache einstielige Überdachung; der Binder erhält daher zur Aufnahme der Pfetten dieser Überdachung auch noch einen nach innen gerichteten Kragarm und eine entsprechende Glasschürze (Bild 8).

Die Pfetten liegen mit ihrer Oberkante durchweg 140 mm über den Bindern; die unteren Flansche sind mit eingeschweißten Dreiecksblechen heruntergezogen. Die Innen- und Mittelpfetten sind I 26 bzw. IP 26, in den Endfeldern durch Beilagen auf den Gurten verstärkt. Die Randpfetten sind, da sie ja zusätzlich den waagerechten Winddruck auf das Lichtband aufzunehmen haben, aus geeigneten Profilen zu einem unsymmetrischen Querschnitt zusammengesetzt.

Die ein- und zweistieligen Überdachungen.

Die einstieligen Binder des westlichen Teiles von Bahnsteig 1 sowie des Bahnsteiges 2 sind sämtlich grundsätzlich gleich ausgeführt. Sie unterscheiden sich nur durch die Abmessungen der mit Rücksicht auf die verschiedenen Kragweiten verschieden gewählten Profile. Die Stiele bestehen durchweg aus IP 50 und IP 55; die Kragarme sind, dem Momentenverlauf entsprechend und auch aus ästhetischen Gründen, nach außen verjüngt und hierzu aus 10 mm-Blechen mit Gurtplatten ▭ 300 · 26 bzw. 300 · 30 zusammengesetzt (Bild 10). Bei den zweistieligen Bindern sind als Stiele IP 36 gewählt, während die Kragarme ähnlich wie bei den einstieligen Bindern ausgebildet sind.

Sämtliche Pfetten liegen auch hier 140 mm über den Kragarmobergurten und sind mit eingeschweißten Dreiecken in die Binder hineingezogen. Die Innenpfetten sind I-Normalprofile, die Mittelpfetten zwei ⊏-Stähle, zwischen die die Entwässerungsrinne eingehängt ist, die Randpfetten zusammengesetzte Profile, ähnlich wie bei der Seitenhalle besprochen.

Die einstieligen Binder des Gepäckbahnsteiges haben, da durch den Fortfall der Glasschürzen und damit der seitlichen Windflächen sowie durch die geringere Dachbreite wesentlich kleinere Biegungsmomente auftreten, Stiele aus Normalprofilen I 50 und I $42\frac{1}{2}$, je nach dem Binderabstand erhalten. Als Randpfetten genügen hier ⊏-Stähle.

Besondere Merkmale des Entwurfs.

Wie aus der Beschreibung und den Abbildungen zu ersehen, sind bei der baulichen Gestaltung in weitgehendstem Maße Peiner Träger verwendet worden. Hierfür sprachen sowohl wirtschaftliche wie auch ästhetische Gesichtspunkte. Die an sich schon sehr umfangreichen Schweißarbeiten würden sich stark erhöht haben, wenn man nicht auf die Peiner Profile zurückgegriffen hätte. Hierbei ist nicht nur an den Fortfall der Halsnähte, die bei aus Stegblechen und Gurtplatten zusammengesetzten Querschnitten erforderlich gewesen wären, gedacht; vielmehr konnten auch durchweg die sonst üblichen Aussteifungen und Querschotten entfallen, ein Vorteil, der nicht nur wirtschaftlich, sondern vor allem hinsichtlich der ästhetischen Wirkung der Konstruktion sehr ins Gewicht fällt, zumal gerade die aus P-Trägern bestehenden Binderstiele unmittelbar vor den Augen der Betrachter liegen.

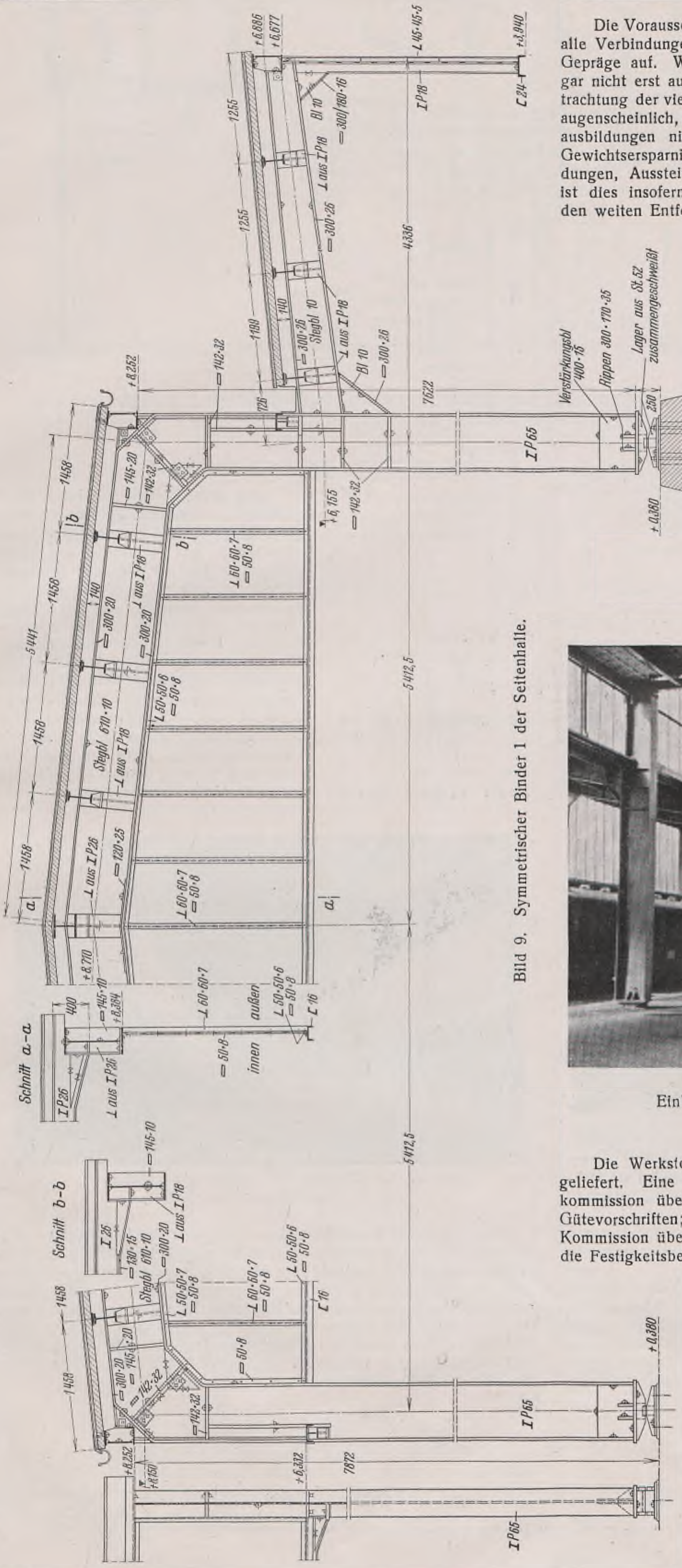


Bild 9. Symmetrischer Binder 1 der Seitenhalle.

Die Voraussetzung, durchweg in der Werkstatt und auf der Baustelle alle Verbindungen zu schweißen, drückt naturgemäß dem Entwurf sein Gepräge auf. Wenn auch in diesem Falle ein genieteter Gegenentwurf gar nicht erst aufgestellt ist, so ist es doch, insbesondere bei der Betrachtung der vielen biegungsfesten Ecken der großen und kleinen Binder, augenscheinlich, daß sich in genieteter Ausführung ähnlich glatte Eckausbildungen nicht hätten verwirklichen lassen. Auf die wesentliche Gewichtsersparnis durch die Vereinfachung der Anschlüsse, Stoßausbildungen, Aussteifungen, sei nur kurz hingewiesen. Für Auslandsbauten ist dies insofern ein wesentlicher Gesichtspunkt, als die Frachten bei den weiten Entfernungen eine fühlbare Rolle spielen.

Das Gewicht der Stahlkonstruktion beträgt 825 t, die sich wie folgt aufgliedern:

Bahnsteig 1 für die Mittel- und Seitenhallen . . .	319 t =	38,7 %
für die einstieligen Dächer	108 t =	13,1 %
Gepäckbahnsteig	122 t =	14,8 %
Bahnsteig 2	276 t =	33,4 %
	825 t =	100,0 %

Hierin ist das Gewicht von 11,8 t = 148 000 Stück Elektroden eingeschlossen, von denen 8,0 t in der Werkstatt und 3,8 t auf der Baustelle verschweißt wurden. Der Elektroden-Verbrauch, nach Gewicht beurteilt, stellt sich somit auf etwa 1,5 % der Fertigkonstruktion; hieraus ist zu erkennen, daß durch die weitgehende Verwendung von Peiner Trägern — etwa 110 t P-Träger sind eingebaut — der Elektrodeneinheitsbedarf verhältnismäßig gering gehalten werden konnte. Insgesamt sind etwa 20 000 lfdm Schweißnähte, d. h. 24 m/t Konstruktion erforderlich gewesen.

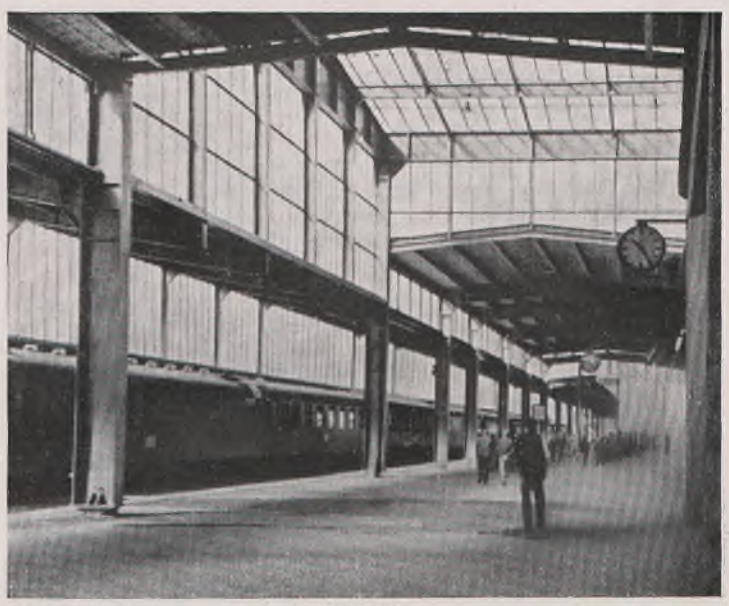


Bild 11.
Einblick in die Mittelhalle des Bahnsteiges 1.

Werkstattarbeiten.

Die Werkstoffe wurden in Güte St 37 mit Werkbescheinigung angeliefert. Eine in Deutschland einige Monate weilende Abnahmekommission überzeugte sich durch Stichproben von der Einhaltung der Gütevorschriften; Beanstandungen sind nicht vorgekommen. Die gleiche Kommission überprüfte sodann die gesamten Entwurfszeichnungen sowie die Festigkeitsberechnung und überwachte die Werkstattarbeiten.

Der Wunsch, die Bauteile bereits in der Werkstatt zu möglichst großen Einheiten zusammenzuschweißen, fand seine Begrenzung in den Beförderungsmöglichkeiten, wobei Gewicht und Sperrigkeit der Versandstücke in gleiche Weise zu berücksichtigen waren. Sorgfältigste Vorarbeiten erforderten vor allem die unsymmetrischen Profile, deren ungleiche Schrumpfungen ein Verziehen begünstigten. Nach einigen Versuchen gelang es aber, auch ohne wesentliches Nachrichten einwandfrei gerade Bauteile zu erhalten. Die Güte der Schweißarbeiten wurde durch laufende Röntgenuntersuchungen ständig überwacht, wobei insbesondere die Stegblechstöße der Binder geprüft wurden.

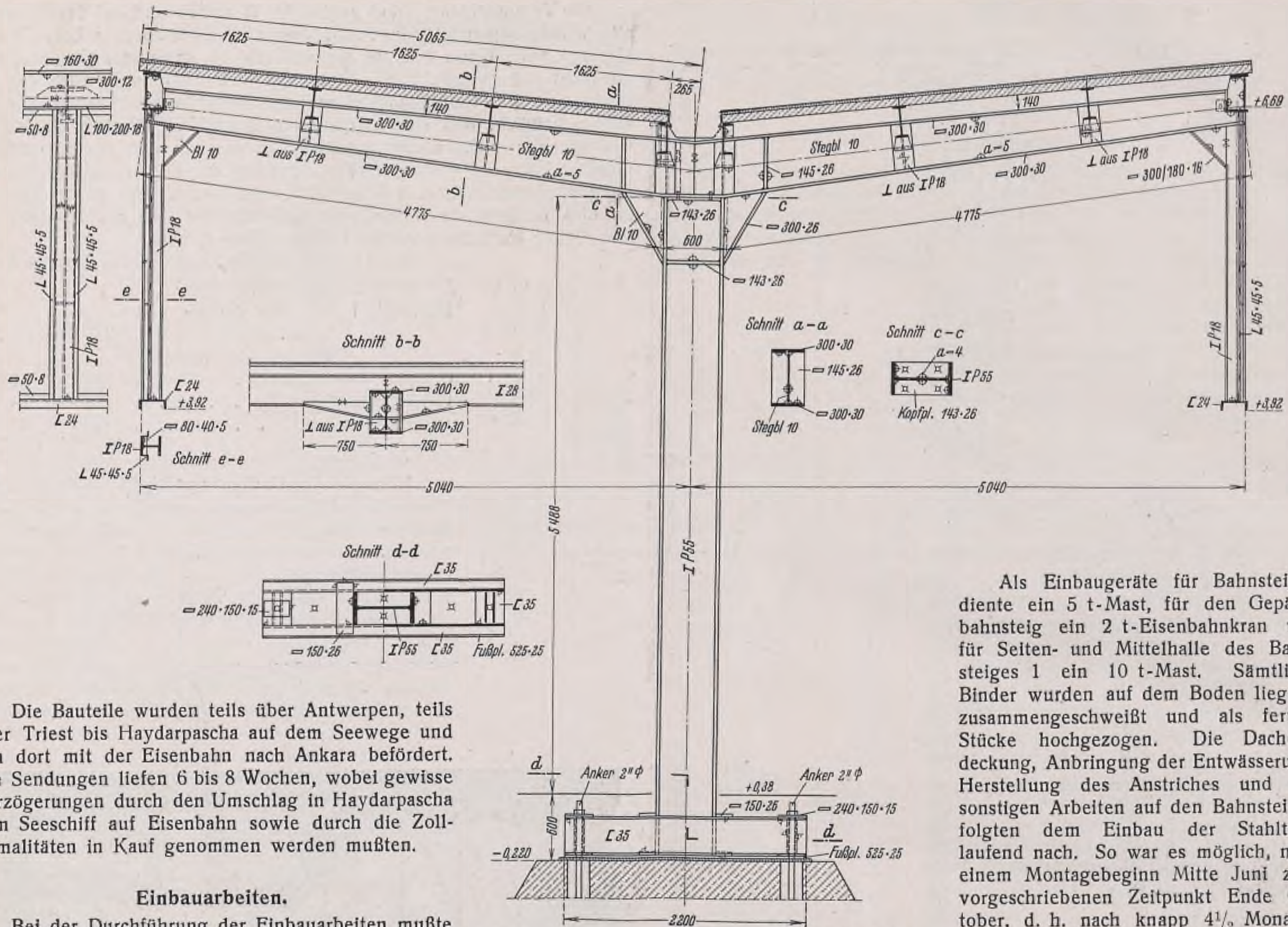


Bild 10. Einstielige Binder des Bahnsteiges 2.

Die Bauteile wurden teils über Antwerpen, teils über Triest bis Haydarpascha auf dem Seewege und von dort mit der Eisenbahn nach Ankara befördert. Die Sendungen liefen 6 bis 8 Wochen, wobei gewisse Verzögerungen durch den Umschlag in Haydarpascha vom Seeschiff auf Eisenbahn sowie durch die Zollformalitäten in Kauf genommen werden mußten.

Einbauarbeiten.

Bei der Durchführung der Einbauarbeiten mußte auf die Aufrechterhaltung des Zugverkehrs Rücksicht genommen werden. Außer einigen deutschen Monteuren und Schweißern wurden auch türkische, an Ort und Stelle angelernte Schweißer eingesetzt, die sich mit gutem Geschick bewährt haben.

Da die Mittelhalle erst zuletzt vom Bauherrn zur Ausführung freigegeben war, lag die Reihenfolge der Arbeiten des technischen Büros, der Werkstatt und damit die Anlieferung auf der Baustelle zwangläufig fest. Zunächst wurden die Bauteile des Bahnsteiges 2, sodann des Gepäckbahnsteiges und schließlich des Bahnsteiges 1 angeliefert und in gleicher Reihenfolge eingebaut.

Als Einbaugeräte für Bahnsteig 2 diente ein 5 t-Mast, für den Gepäckbahnsteig ein 2 t-Eisenbahnkran und für Seiten- und Mittelhalle des Bahnsteiges 1 ein 10 t-Mast. Sämtliche Binder wurden auf dem Boden liegend zusammengeschweißt und als fertige Stücke hochgezogen. Die Dacheindeckung, Anbringung der Entwässerung, Herstellung des Anstriches und die sonstigen Arbeiten auf den Bahnsteigen folgten dem Einbau der Stahlteile laufend nach. So war es möglich, nach einem Montagebeginn Mitte Juni zum vorgeschriebenen Zeitpunkt Ende Oktober, d. h. nach knapp $4^1/_2$ Monaten Bauzeit, fertig zu werden.



Bild 12. Blick gegen das östliche Ende des Bahnsteiges 1 (rechts), des Gepäckbahnsteiges (Mitte) und des Bahnsteiges 2 (links, Schürze).


Bild 13. Überdachung des Bahnsteiges 2 (halblinks) und des Gepäckbahnsteiges (rechts).

Die Einhaltung dieses Zeitpunktes, die nur unter tatkräftigstem Einsatz aller Beteiligten möglich war und die gute geleistete Arbeit — die endgültige, sorgfältig durchgeführte Abnahme erbrachte keinerlei nennenswerte Beanstandungen — dürften für eine erfolgversprechende weitere Belebung der deutsch-türkischen Handelsbeziehungen nur günstig sein. Die Einweihung der neuen Bahnhofshallen, die durch den kurz zuvor erfolgten Tod des türkischen Staatspräsidenten mehrfach verzögert war, fand am 9. Dezember 1938 statt. Die Bilder 11 bis 13 vermitteln einen Eindruck der fertiggestellten Anlage.

Verantwortlich für den Inhalt: Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt. — Verlag von Wilh. Ernst & Sohn, Berlin W 9. — Druck: Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.

DER STAHLBAU

Schriftleitung:
Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt, Technische Hochschule
Fernsprecher: Darmstadt 7711, Apparat 599
Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61
Veröffentlichungsbeiträge an voranstehende Anschriften erbeten

Beilage zur Zeitschrift DIE BAUTECHNIK Fachschrift für das gesamte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

12. Jahrgang | BERLIN, 6. Oktober 1939 | Heft 21/22

Grundlagen zu einer Theorie räumlicher Rahmentragwerke.

Von Professor Dr.-Ing. **Ludwig Mann**, Breslau.

(Schluß aus Heft 19/20.)

4. Spezielle Durchführung der Koeffizientenberechnung.

In der m-ten Gl. (26) ist a_{mn} der Koeffizient der Unbekannten w_n. Zur leichteren Übersicht führen wir an Stelle von a_{mn} die Bezeichnung $(w_m\, w_n)$ ein. Die Symmetrie der Gl. (26) findet ihren Ausdruck in der Beziehung $(w_m\, w_n) = (w_n\, w_m)$.

a) Die an einem Knoten auftretenden Drehwinkel geben Anlaß zu den sechs Koeffizienten: $(x\,x)$, $(x\,y)$, $(x\,z)$, $(y\,y)$, $(y\,z)$, $(z\,z)$, die zunächst bestimmt werden sollen.

Es sei $\vec{\nu}_i$ mit den Komponenten x, y, z der Drehwinkel des Knotens i. Bei Festlegung aller übrigen Knoten ist $\gamma = \tau$, und wir erhalten aus Gl. (1) bis (3), (9) u. (10) an einem Stab:

$$X_i = \varrho_a \alpha_i = \varrho_a (a_1 x + a_2 y + a_3 z)$$
$$Y_i = \varrho_b \beta_i = \varrho_b (b_1 x + b_2 y + b_3 z)$$
$$D = \varrho_c \tau\ = \varrho_c (c_1 x + c_2 y + c_3 z),$$

wobei $\varrho_a = \dfrac{z_{ii}}{l'}$ $\quad \varrho_b = \dfrac{z_{ii}}{l''}$ $\quad \varrho_c = \dfrac{G J_d}{l}$.

Durch Zerlegung der drei Momente nach den Richtungen x, y, z folgt weiter:

$$M_x = \alpha_{11} x + \alpha_{12} y + \alpha_{13} z$$
$$M_y = \alpha_{21} x + \alpha_{22} y + \alpha_{23} z$$
$$M_z = \alpha_{31} x + \alpha_{32} y + \alpha_{33} z,$$

wobei

$$(30) \quad \begin{cases} \alpha_{11} = \varrho_a a_1^2 + \varrho_b b_1^2 + \varrho_c c_1^2 \\ \alpha_{22} = \varrho_a a_2^2 + \varrho_b b_2^2 + \varrho_c c_2^2 \\ \alpha_{33} = \varrho_a a_3^2 + \varrho_b b_3^2 + \varrho_c c_3^2 \\ \alpha_{12} = \alpha_{21} = \varrho_a a_1 a_2 + \varrho_b b_1 b_2 + \varrho_c c_1 c_2 \\ \alpha_{23} = \alpha_{32} = \varrho_a a_2 a_3 + \varrho_b b_2 b_3 + \varrho_c c_2 c_3 \\ \alpha_{31} = \alpha_{13} = \varrho_a a_3 a_1 + \varrho_b b_3 b_1 + \varrho_c c_3 c_1. \end{cases}$$

Ermittelt man am Knoten i die Summen der von den einzelnen Stäben herrührenden Beträge, so erhält man für das Moment $\vec{M}_\nu$, welches die Drehung $\vec{\nu}$ bewirkt, die Komponenten

$$(31) \quad \begin{cases} M_x = a_{11} x + a_{12} y + a_{13} z \\ M_y = a_{21} x + a_{22} y + a_{23} z \\ M_z = a_{31} x + a_{32} y + a_{33} z. \end{cases}$$

Hierbei ist

$$(32) \quad \begin{cases} a_{11} = \Sigma \alpha_{11} & a_{12} = a_{21} = \Sigma \alpha_{12} \\ a_{22} = \Sigma \alpha_{22} & a_{23} = a_{32} = \Sigma \alpha_{23} \\ a_{33} = \Sigma \alpha_{33} & a_{31} = a_{13} = \Sigma \alpha_{31}. \end{cases}$$

Im Hinblick auf die am Schluß des vorigen Abschnitts erfolgte Deutung gelangen wir jetzt zu den gesuchten Koeffizienten durch Berechnung der Arbeit, welche das Moment M_ν an einer davon unabhängigen Drehung $\bar{\nu}$ des Knotens mit den Komponenten $\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{z}$ leistet.

Man erhält dafür das innere Produkt:

$$M_\nu \bar{\nu} = (a_{11} x + a_{12} y + a_{13} z)\, \bar{x}$$
$$+ (a_{21} x + a_{22} y + a_{23} z)\, \bar{y}$$
$$+ (a_{31} x + a_{32} y + a_{33} z)\, \bar{z}.$$

Setzt man einen der Werte x, y, z und zugleich einen der Werte $\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{z}$ gleich 1 und alle übrigen Drehwinkel gleich Null, so findet man dadurch

$$(33) \quad \begin{cases} (x\,x) = a_{11} & (y\,y) = a_{22} & (z\,z) = a_{33} \\ (x\,y) = a_{12} & (x\,z) = a_{13} & (y\,z) = a_{23}. \end{cases}$$

Die Übersicht über die auszuführenden Operationen wird durch nachfolgende einfache Deutung sehr erleichtert:

Auf den Achsen a, b und c der einzelnen Stäbe nehmen wir im Abstand 1 vom Knoten Massen ϱ_a, ϱ_b und ϱ_c an. Wir haben z. B.

$$a_{11} = \Sigma\, \varrho_a a_1^2 + \varrho_b b_1^2 + \varrho_c c_1^2$$
$$a_{12} = \Sigma\, \varrho_a a_1 a_2 + \varrho_b b_1 b_2 + \varrho_c c_1 c_2.$$

Die einzelnen Summanden werden durch Multiplikation der Massen mit den Quadraten oder Produkten der Abstände von den Koordinatenebenen erhalten. Die Koeffizienten stellen daher die Massenmomente zweiter Ordnung dar.

b) Bestimmung von Koeffizienten (x_i, x_k) usw. für Drehwinkel an verschiedenen Knoten.

Nur Kombinationen von Drehwinkeln an Knoten, die durch einen Stab verbunden sind, liefern von Null verschiedene Werte.

Der unter a) durch den Drehwinkel ν_i bestimmte Zustand erfordert in K ein am Knoten wirkendes Moment M_k, dessen Komponenten nach Gl. (9) u. (10) folgende Werte besitzen:

$$X_k = \varrho_a' \alpha_i = \varrho_a' (a_1 x_i + a_2 y_i + a_3 z_i)$$
$$Y_k = \varrho_b' \beta_i = \varrho_b' (b_1 x_i + b_2 y_i + b_3 z_i)$$
$$D = \varrho_c \tau\ = \varrho_c (c_1 x_i + c_2 y_i + c_3 z_i).$$

Hierbei ist $\varrho_a' = \dfrac{z_{ik}}{l'}$ $\quad \varrho_b' = \dfrac{z_{ik}}{l''}$.

Mitunter ist es vorteilhaft, in k die Richtung der Bezugsachsen zu wechseln. An Stelle der Gl. (1) bis (3) setzen wir dann

$$\alpha_k = \bar{a}_1 x_k + \bar{a}_2 y_k + \bar{a}_3 z_k$$
$$\beta_k = \bar{b}_1 x_k + \bar{b}_2 y_k + \bar{b}_3 z_k$$
$$\gamma_k = \bar{c}_1 x_k + \bar{c}_2 y_k + \bar{c}_3 z_k.$$

Die gesamte Arbeit, welche die Knotenlasten des Zustandes ν_i an den Wegen des Zustandes ν_k leisten, ist hiermit

$$M_k \nu_k = \varrho_a' (a_1 x_i + a_2 y_i + a_3 z_i)(\bar{a}_1 x_k + \bar{a}_2 y_k + \bar{a}_3 z_k)$$
$$= \varrho_b' (b_1 x_i + b_2 y_i + b_3 z_i)(\bar{b}_1 x_k + \bar{b}_2 y_k + \bar{b}_3 z_k)$$
$$= \varrho_c\, (c_1 x_i + c_2 y_i + c_3 z_i)\, (\bar{c}_1 x_k + \bar{c}_2 y_k + \bar{c}_3 z_k).$$

Ordnet man nach Produkten der x_i, y_i, z_i mit den x_k, y_k, z_k, so stellen die dabei auftretenden Faktoren die gesuchten neun Koeffizienten dar. Man hat z. B.

$$(34) \quad \begin{cases} (x_i\, x_k) = \varrho_a' a_1 \bar{a}_1 + \varrho_b' b_1 \bar{b}_1 + \varrho_c c_1 \bar{c}_1 \\ (x_i\, y_k) = \varrho_a' a_1 \bar{a}_2 + \varrho_b' b_1 \bar{b}_2 + \varrho_c c_1 \bar{c}_2 \\ (y_i\, x_k) = \varrho_a' a_2 \bar{a}_1 + \varrho_b' b_2 \bar{b}_1 + \varrho_c c_2 \bar{c}_1 \\ \ldots = \ldots \end{cases}$$

Eine übersichtliche Darstellung gewinnt man durch folgende Umformung:

Für den Zusammenhang der Achsenrichtungen in i und k gelte folgendes Schema:

	x_i	y_i	z_i
x_k	e_1	e_2	e_3
y_k	f_1	f_2	f_3
z_k	g_1	g_2	g_3

Dementsprechend setzen wir in Gl. (34)

$$\begin{aligned} \overline{a}_1 &= e_1 a_1 + e_2 a_2 + e_3 a_3 & \overline{a}_2 &= f_1 a_1 + f_2 a_2 + f_3 a_3 \\ \overline{b}_1 &= e_1 b_1 + e_2 b_2 + e_3 b_3 & \overline{b}_2 &= f_1 b_1 + f_2 b_2 + f_3 b_3 \\ \overline{c}_1 &= -(e_1 c_1 + e_2 c_2 + e_3 c_3) & \overline{c}_2 &= -(f_1 c_1 + f_2 c_2 + f_3 c_3) \end{aligned}$$

usw.

und erhalten

$$\begin{aligned} (x_i x_k) &= e_1 A_1 + e_2 B_3 + e_3 B_2 \\ (x_i y_k) &= f_1 A_1 + f_2 B_3 + f_3 B_2 \\ (y_i x_k) &= e_1 B_3 + e_2 A_2 + e_3 B_1 \\ &\ldots \\ (z_i z_k) &= g_1 B_2 + g_2 B_1 + g_3 A_3. \end{aligned}$$

Hierbei ist:

$$\begin{aligned} A_1 &= \varrho_a' a_1^2 + \varrho_b' b_1^2 + \varrho_c' c_1^2 \\ A_2 &= \varrho_a' a_2^2 + \varrho_b' b_2^2 + \varrho_c' c_2^2 \\ A_3 &= \varrho_a' a_3^2 + \varrho_b' b_3^2 + \varrho_c' c_3^2 \\ B_1 &= \varrho_a' a_2 a_3 + \varrho_b' b_2 b_3 + \varrho_c' c_2 c_3 \\ B_2 &= \varrho_a' a_3 a_1 + \varrho_b' b_3 b_1 + \varrho_c' c_3 c_1 \\ B_3 &= \varrho_a' a_1 a_2 + \varrho_b' b_1 b_2 + \varrho_c' c_1 c_2 \\ \varrho_c' &= -\varrho_c = -\frac{G J_d}{l}. \end{aligned}$$

Die Größen A und B stellen die auf das Koordinatensystem in i bezogenen Momente zweiter Ordnung von Massen ϱ_a', ϱ_b' und ϱ_c' dar, welche im Abstand l vom Knoten i auf den Achsen a, b und c angenommen werden.

Die Gesamtheit der neun Koeffizienten läßt sich jetzt am einfachsten durch ein Matrizenprodukt darstellen:

$$(35)\qquad \begin{Bmatrix} (x_i x_k)(y_i x_k)(z_i x_k) \\ (x_i y_k)(y_i y_k)(z_i y_k) \\ (x_i z_k)(y_i z_k)(z_i z_k) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} e_1\, e_2\, e_3 \\ f_1\, f_2\, f_3 \\ g_1\, g_2\, g_3 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1\, B_3\, B_2 \\ B_3\, A_2\, B_1 \\ B_2\, B_1\, A_3 \end{Bmatrix},$$

d. h. man erhält das q-te Element der p-ten Zeile der aus den Koeffizienten gebildeten Matrix auf der linken Seite, indem man rechts jedes Glied der p-ten Zeile der ersten Matrix mit dem entsprechenden Gliede der q-ten Spalte der zweiten Matrix multipliziert und die Produkte addiert; $p = 1, 2, 3$, $q = 1, 2, 3$.

Bis auf Sonderfälle ist es zweckmäßig, die Koordinatensysteme in i und k gleichgerichtet anzunehmen, dann erhält man mit

$$e_1 = f_2 = g_3 = 1 \quad \text{und}$$
$$e_2 = e_3 = f_1 = f_3 = g_1 = g_2 = 0$$

$$(36)\qquad \begin{Bmatrix} (x_i x_k)(y_i x_k)(z_i x_k) \\ (x_i y_k)(y_i y_k)(z_i y_k) \\ (x_i z_k)(y_i z_k)(z_i z_k) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} A_1\, B_3\, B_2 \\ B_3\, A_2\, B_1 \\ B_2\, B_1\, A_3 \end{Bmatrix},$$

d. h. die Koeffizienten sind gleich den Massenmomenten zweiter Ordnung.

c) Bestimmung von Koeffizienten, welche Kombinationen $(\nu_n\, u_m)$ entsprechen.

Der Formänderungszustand ν_n sei dadurch gekennzeichnet, daß dem Knoten n bei Sperrung aller anderen Knoten die Drehung mit den Komponenten x_n, y_n, z_n erteilt werde. Den Index i weisen wir den angeschlossenen Stabenden zu.

Als Stabverzerrungen kommen nur α_i, β_i und τ in Betracht. Die Formänderung $u_m = 1$ hat nur Stabdrehwinkel $\alpha_r^{(m)}$ und $\beta_r^{(m)}$ zur Folge, da mit den Knotendrehwinkeln auch die Verwindungen $\tau^{(m)}$ verschwinden.

Nach Gl. (9) u. (10) ist somit

$$X_i^{(m)} = \frac{z_{ir}}{l'} \cdot \alpha_r^{(m)}$$
$$Y_i^{(m)} = \frac{z_{ir}}{l''} \cdot \beta_r^{(m)}$$
$$D^{(m)} = 0.$$

Die Arbeit dieser Kräfte an den zur Drehung ν_n gehörigen Wegen ist daher mit Rücksicht auf Gl. (1) u. (2)

$$\sum \frac{z_{ir}}{l'} \cdot \alpha_r^{(m)} (a_1 x_n + a_2 y_n + a_3 z_n) + \sum \frac{z_{ir}}{l''} \cdot \beta_r^{(m)} (b_1 x_n + b_2 y_n + b_3 z_n).$$

Identifiziert man der Reihe nach ν_n mit x_n, y_n oder z_n, so erhält man gemäß Gl. (27):

$$(37)\qquad \left\{ \begin{aligned} (x_n u_m) &= \sum \left(\frac{z_{ir}}{l'} \cdot a_1 \alpha_r^{(m)} + \frac{z_{ir}}{l''} \cdot b_1 \beta_r^{(m)} \right) \\ (y_n u_m) &= \sum \left(\frac{z_{ir}}{l'} \cdot a_2 \alpha_r^{(m)} + \frac{z_{ir}}{l''} \cdot b_2 \beta_r^{(m)} \right) \\ (z_n u_m) &= \sum \left(\frac{z_{ir}}{l'} \cdot a_3 \alpha_r^{(m)} + \frac{z_{ir}}{l''} \cdot b_3 \beta_r^{(m)} \right). \end{aligned} \right.$$

Dabei erstrecken sich die Summen nur über Stäbe, die vom Knoten n ausgehen.

In Worten kann man die Regel aufstellen:

Projiziert man die mit $\frac{z_{ir}}{l'}$ bzw. $\frac{z_{ir}}{l''}$ multiplizierten Drehvektoren $\alpha_r^{(m)}$ und $\beta_r^{(m)}$ der einzelnen vom Knoten n ausgehenden Stäbe auf die Richtungen der Achsen x, y, z und bildet die Summen, so erhält man die drei Koeffizienten $(x_n u_m)$, $(y_n u_m)$ und $(z_n u_m)$

d) Bestimmung der Koeffizienten $(u_m\, u_n)$.

Da die Knotendrehwinkel und Drillungen ausscheiden, erhält man nach Gl. (27)

$$(u_m u_n) = \sum_r X_r^{(m)} \alpha_r^{(n)} + Y_r^{(m)} \beta_r^{(n)}.$$

Dabei ist nach Gl. (9)

$$X_r^{(m)} = \frac{z_{rr}}{l'} \cdot \alpha_r^{(m)} \qquad Y_r^{(m)} = \frac{z_{rr}}{l''} \cdot \beta_r^{(m)},$$

somit wird für die Berechnung:

$$(38)\qquad (u_m u_n) = \sum_r \left(\frac{z_{rr}}{l'} \cdot \alpha_r^{(m)} \alpha_r^{(n)} + \frac{z_{rr}}{l''} \cdot \beta_r^{(m)} \beta_r^{(n)} \right).$$

e) Berücksichtigung der Stablängenänderungen.

Der wesentliche Vorteil, daß die Größen Δs zu den Grundverformungen zählen, kommt dadurch zur Geltung, daß bei zulässiger Vernachlässigung der Längsdehnungen in den Gl. (25), (26) und (17) einfach die von Δs abhängigen Glieder zu streichen sind. Wir haben es dann nur mit Knotendrehungen und Verschiebungen u an der Kette als Grundverformungen zu tun, zu deren Berechnung die nötige Zahl von $\varrho - s$ Gleichungen nach Formel (26) mit Hilfe der unter a) bis d) ermittelten Koeffizienten aufgestellt werden kann.

Die weitere Berechnung stützt sich auf die Formeln (25), (9) und (10), während (11) illusorisch wird. Näherungswerte für die Stabkräfte findet man durch Berechnung des aus der Kette durch Hinzufügen der u-Stäbe erzeugten statisch bestimmten oder unbestimmten Systems, wenn man zu den gegebenen Lasten die Biegemomente an den Stabenden nach den Formeln (6) hinzufügt, beziehungsweise an den an i und k angrenzenden Knoten durch Einzelkräfte:

$$\frac{M_{ix} + M_{kx}}{l} \quad \text{und} \quad \frac{M_{iy} + M_{ky}}{l}$$

ersetzt.

Will man den Einfluß von Δs in zweiter Annäherung verfolgen, so kann man die Näherungswerte von S benutzen, um entsprechend Gl. (11) Δs in Gl. (24a) einzuführen. Dabei ist $S^{(m)}$ gleich Null, insofern w_m einen Knotendrehwinkel oder eine Kettenverschiebung u bedeutet. Ferner sind die nach Gl. (25) einzuführenden Größen α_i, β_i, α_k, β_k und τ unabhängig von Δs.

α_r und β_r hängen von u und Δs ab.

Wir setzen daher

$$(39)\qquad \left\{ \begin{aligned} \alpha_r &= \sum_n \alpha_r^{(n)} u_n + \alpha_r' \\ \beta_r &= \sum_n \beta_r^{(n)} u_n + \beta_r', \end{aligned} \right.$$

indem wir in α_r' und β_r' die Anteile der Stabdrehwinkel, die geometrisch durch die Längenänderungen der Stäbe bedingt sind, zusammenfassen.

Wir setzen $S^{(m)} = 0$ sowie nach Gl. (39) α_r und β_r in Gl. (24a) ein, wodurch weiter Gl. (26) die Form erhält:

$$(40)\qquad \Sigma a_{mn} w_n = L_m' = L_m - \sum_n \left(X_r^{(m)} \alpha_r' + Y_r^{(m)} \beta_r' \right).$$

Je nachdem nun w_m einen der Knotendrehwinkel x_m, y_m, z_m bedeutet, erhalten wir nach Gl. (9) und (1) $X_r^{(m)}$ und $Y_r^{(m)}$. Durch Multiplikation mit a_1, a_2, a_3 bzw. mit b_1, b_2, b_3 oder, wenn w_m die Verschiebung u_m bedeutet, wird

$$X_r^{(m)} = \frac{z_{rr}}{l'} \cdot \alpha_r^{(m)}$$
$$Y_r^{(m)} = \frac{z_{rr}}{l''} \cdot \beta_r^{(m)}.$$

In den vier genannten Fällen wird somit die rechte Seite von Gl. (40) eine der Größen

$$L_m' = L_m - \sum_r \left(\frac{z_{ri}}{l'} \cdot a_1 \alpha_r' + \frac{z_{ri}}{l''} \cdot b_1 \beta_r' \right); \quad w_m = x_m$$

$$L_m' = L_m - \sum_r \left(\frac{z_{ri}}{l'} \cdot a_2 \alpha_r' + \frac{z_{ri}}{l''} \cdot b_2 \beta_r' \right); \quad w_m = y_m$$

$$L_m' = L_m - \sum_r \left(\frac{z_{ri}}{l'} \cdot a_3 \alpha_r' + \frac{z_{ri}}{l''} \cdot b_3 \beta_r' \right); \quad w_m = z_m$$

$$L_m' = L_m - \sum_r \left(\frac{z_{rr}}{l'} \cdot \alpha_r^{(m)} \alpha_r' + \frac{z_{rr}}{l''} \cdot \beta_r^{(m)} \beta_r' \right); \quad w_m = u_m.$$

5. Beispiele.

Für das im Abschnitt 2 besprochene und in Bild 5 dargestellte Rahmentragwerk sollen die Koeffizienten der Gl. (40) bestimmt werden. Bei den Balken und Stielen wurden die Richtungen der Achsen a und b bereits festgelegt, bei den Querträgern sollen sie mit den Richtungen von x und z übereinstimmen. Die in Abschnitt 4 unter a) eingeführten „Massen" ϱ_a, ϱ_b, ϱ_c werden bei den einzelnen Stäben durch Anhängung der Stabnummer als Index unterschieden. Die Zentrifugalmomente der für einen der beiden freien Knoten in Bild 15 zusammengestellten Massen verschwinden. Wir erhalten somit

$$(x_1 x_1) = (x_2 x_2) = \varrho_{c_1} + \varrho_{c_2} + \varrho_{a_3} + \varrho_{a_4}$$
$$(y_1 y_1) = (y_2 y_2) = \varrho_{a_1} + \varrho_{a_2} + \varrho_{b_3} + \varrho_{c_4}$$
$$(z_1 z_1) = (z_2 z_2) = \varrho_{b_1} + \varrho_{b_2} + \varrho_{c_3} + \varrho_{b_4}$$
$$(x_1 y_1) = (x_1 z_1) = (y_1 z_1) = 0$$
$$(x_2 y_2) = (x_2 z_2) = (y_2 z_2) = 0.$$

Nach den in Abschnitt 4 unter b) gegebenen Regeln ist weiter für die Ermittlung von $(x_1 x_2)$ usw. (Bild 16)

$$A_1 = \varrho_a'$$
$$A_2 = \varrho_c' = -\varrho_c'$$
$$A_3 = \varrho_b'$$
$$B_1 = B_2 = B_3 = 0,$$

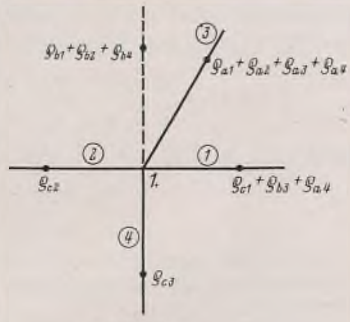


Bild 15.

wodurch wir nach Formel (36) erhalten:

$$(x_1 x_2) = \varrho_a'$$
$$(y_1 y_2) = -\varrho_c'$$
$$(z_1 z_2) = \varrho_b'$$
$$(y_1 x_2) = (x_1 y_2) = 0$$
$$(z_1 x_2) = (x_1 z_2) = 0$$
$$(z_1 y_2) = (y_1 z_2) = 0.$$

Am Doppelknoten a) war infolge der Auflagerkonstruktion $x_a = 0$, $z_a = 0$. Für die aus der Kombination mit y_a folgenden Koeffizienten findet man (Bild 17):

$$(y_a y_a) = \varrho_{a_1} + \varrho_{c_5} \qquad (y_a y_d) = \varrho'_{c_5} \qquad (y_a y_1) = \varrho'_{c_1}$$
$$(y_a x_1) = 0 \qquad (y_a z_1) = 0.$$

Schließlich sind noch die den Kombinationen mit u entsprechenden Koeffizienten zu bestimmen. Am Fuß der Stiele sollen Kugelgelenke angenommen werden.

Man hat (vgl. Abschnitt 2)

für Stab 1 $\quad \beta_r = -\frac{1}{l} \quad b_2 = 1 \quad z_{ir} = 6$

für Stab 2 $\quad \beta_r = -\frac{1}{l} \quad b_2 = 1 \quad z_{ir} = 6$

für Stab 3 $\quad \alpha_r = \frac{1}{h} \quad a_1 = 1 \quad z_{ir} = 3.$

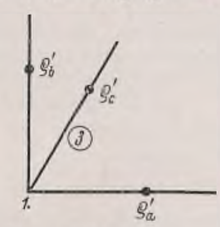


Bild 16.

Die Formeln (37) liefern hiermit

$$(y_a u) = -\frac{6}{l\,l''} \qquad (y_b u) = +\frac{6}{l\,l''} \qquad (x_1 u) = \frac{3}{h\,h'}$$
$$(y_1 u) = 0 \qquad (z_1 u) = 0.$$

Aus Formel (38) folgt noch mit $z_{rr} = 12$ an den Balken und $z_{rr} = 3$ an den Stielen

$$(u\,u) = 4 \cdot \frac{12}{l^2 l''} + 2 \cdot \frac{3}{h^2 h'}.$$

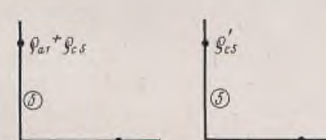


Bild 17.

In nachfolgendem Schema sind die Koeffizienten mit abgekürzten Bezeichnungen zusammengestellt:

	x_1	y_1	z_1	x_2	y_2	z_2	y_a	y_b	y_c	v_d	u	
x_1	a_1			b_1							e	L_1
y_1		a_2			b_2		c	c				L_2
z_1			a_3			b_3						L_3
x_2	b_1			a_1							e	L_4
y_2		b_2			a_2				c	c		L_5
z_2			b_3			a_3						L_6
y_a		c					d_1			d_2	$-f$	L_7
y_b		c						d_1	d_2		f	L_8
y_c					c			d_2	d_1		f	L_9
y_d					c		d_2			d_1	$-f$	L_{10}
u	e			e			$-f$	f	f	$-f$	g	L_{11}

Die infolge der Symmetrie des Tragwerks doppelt-symmetrischen Gleichungen werden in bekannter Weise durch Additionen und Subtraktionen auf Gleichungen mit einer verminderten Zahl von Unbekannten zurückgeführt.

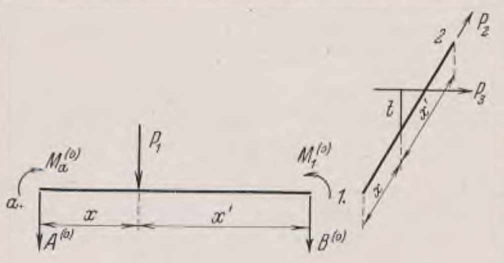


Bild 18.

Der Balken a — 1 sei lotrecht mit P_1 belastet, im Knoten 1 wirke in Richtung des Querträgers 3 die Last P_2, schließlich sei noch der Querträger 3 horizontal mit P_3 im Abstand t belastet (Bild 18).

Die auf die gesperrten Knoten vom Balken übertragenen Momente und Einzelkräfte sind

$$M_a^{(o)} = P_1 \cdot \frac{x\,x'^2}{l_1^2} \qquad M_1^{(o)} = P_1 \cdot \frac{x^2 x'}{l_1^2} \qquad A^{(o)} = P_1 \cdot \frac{x'^2}{l_1^2}\left(1 + \frac{2\,x}{l_1}\right)$$
$$B^{(o)} = P_1 \cdot \frac{x^2}{l_1^2}\left(1 + \frac{2\,x'}{l_1}\right)$$

und auf die Knoten 1 und 2 vom Querträger übertragenen Drehmomente:

$$M_{d_1}^{(o)} = P_3\,t \cdot \frac{x'}{l_3} \quad \text{und} \quad M_{d_2}^{(o)} = P_3\,t \cdot \frac{x}{l_3}.$$

Die Werte L ergeben sich als die Arbeiten dieser übertragenen Kräfte an den Wegen $x_1 = 1$, $y_1 = 1$ usw. Man findet:

$$L_2 = -P_1 \cdot \frac{x^2 x'}{l_1^2} + P_3\,t \cdot \frac{x'}{l_3}$$
$$L_3 = -P_3 \cdot \frac{x\,x'^2}{l_3^2}$$
$$L_5 = P_3\,t \cdot \frac{x'}{l_3}$$
$$L_6 = P_3 \cdot \frac{x^2 x'}{l_3^2}$$
$$L_7 = P_1 \cdot \frac{x^2 x'}{l_1^2}$$
$$L_{11} = P_2.$$

Die übrigen Größen verschwinden.

An Hand des behandelten Beispiels werde noch eine Vereinfachung besprochen, die von allgemeiner Bedeutung ist. In der Regel ist der Drillungswiderstand des Querträgers im Vergleich mit der Biegesteifigkeit des Balkens gering, so daß am Querträger $D = 0$ gesetzt werden darf. Zunächst würde daraus noch keine Vereinfachung folgen. Am Auflager verschwinden aber aus Gleichgewichtsgründen die Balkenmomente um die y-Achse, so daß statisch kein Unterschied besteht, wenn der drehfeste Anschluß am Knoten durch ein Gelenk ersetzt wird (vgl. Abschnitt 1). Dann scheiden die Knotendrehwinkel y_a, y_b, y_c und y_d aus den Grundverformungen aus, deren Zahl somit von 11 auf 7 reduziert wird. In dem oben aufgestellten Schema sind die entsprechenden vier Reihen und Spalten zu unterdrücken. Die Berechnung der Koeffizienten ist entsprechend der einseitigen Einspannung des Balkens an der Achse a mit Rücksicht auf Tabelle (9a) zu modifizieren.

Wir betrachten den Unterschied der Berechnung an einem möglichst einfachen Schulbeispiel. Bei einem einseitig eingespannten Freiträger mit einer Einzellast am Ende (Bild 19) können wir in i einen freien Knoten annehmen, an dem der Stab drehfest angeschlossen ist. Die zugehörige Kette besitzt einfache Bewegungsfreiheit. Der Knotendrehwinkel y und die Verschiebung u sind bei dieser Auffassung Grundverformungen. Man findet

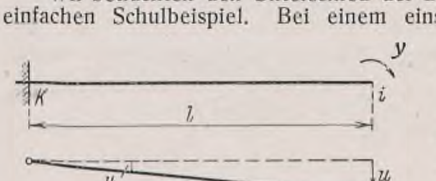


Bild 19.

$$(y\,y) = \frac{z_{ii}}{l'} = \frac{4}{l'} \qquad L_1 = 0$$
$$(y\,u) = -\frac{z_{ri}}{l\,l'} = -\frac{6}{l\,l'} \qquad L_2 = P$$
$$(u\,u) = \frac{z_{rr}}{l^2 l'} = \frac{12}{l^2 l'}.$$

Die Bestimmungsgleichungen für x und u lauten:

$$\frac{4}{l'} \cdot y - \frac{6}{l\,l'} \cdot u = 0$$
$$-\frac{6}{l\,l'} \cdot y + \frac{12}{l^2 l'} \cdot u = P.$$

Weil aber in i kein Moment übertragen wird, bestehen bei drehbarem Anschluß an dem Knoten dieselben statischen Verhältnisse, und man hat bei dieser Annahme nur die eine Grundverformung u.

Mit $z_{rr} = 3$ findet man

$$(u\,u) = \frac{3}{l^2 l'}.$$

Die Bestimmungsgleichung für u lautet

$$\frac{3}{l^2 l'} \cdot u = P.$$

Auf beide Arten erhält man

$$u = \frac{P l^2 l'}{3} = \frac{P l^3}{3 E J}.$$

In gleicher Weise kann man auch bei Vernachlässigung des Drehmoments am Querträger festen Anschluß des Balkens am Doppelknoten annehmen, man ist aber dann gezwungen, die Größen y mit in die Rechnung einzuführen.

Das andere Extrem eines gegen Verdrehung vollkommen starren Endquerträgers hat wegen $\tau = 0$ zur Folge, daß ebenfalls das Glied $D\,\tau$ zu streichen ist, und zieht offenbar die Gleichungen nach sich:

$$y_a = y_d \qquad y_b = y_c.$$

Es findet also auch hierbei eine Herabsetzung der Anzahl der von einander unabhängigen Grundverformungen statt. Dies ist allgemein beim Hinzufügen von Starrheitsbedingungen der Fall, und es sei hier nur bemerkt, daß nach Erledigung kinematischer Vorarbeiten die Formel (27) stets zum Ziele führt. Im nächsten Beispiel werden wir einen Sonderfall dieser Art betrachten (Bild 20).

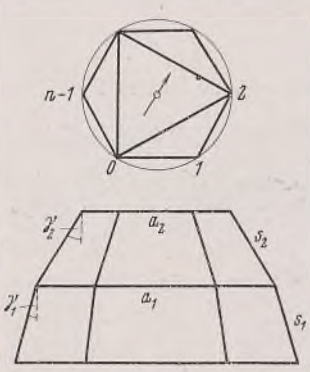


Bild 20.

Ein aus zwei Zonen nach Art von Bild 6 zusammengesetztes System werde mit einem steifen Schlußring versehen.

Für die Verformung der unteren Zone gilt das unter Abschnitt 1 Gesagte. Sie bietet Anlaß zur Einführung von $4\,n$ Grundverformungen. Die Verformung der oberen Zone ist je nach Art des steifen Schlußringes beschränkt. Denken wir uns die Ringebene durch passende Anordnung von $n-3$ Gelenkstäben in eine steife Scheibe verwandelt, so bleibt die Drehfreiheit der Knoten bestehen, dagegen sind die Größen u am Schlußring auf zwei Verschiebungskomponenten in der Ebene der starren Scheibe und eine Drehung um eine lotrechte Achse zurückführbar.

Beschränken wir uns auf Lasten, die zu beiden Seiten der etwa durch den Knoten 0 gelegten Meridianebene symmetrisch verteilt sind, so verschwindet eine Verschiebungskomponente und die Drehung; nur die in der Meridianebene gelegene Verschiebung, die mit v bezeichnet werde, bleibt bestehen. Im ganzen erfordert daher die obere Zone die Einführung von noch $3\,n + 1$ Grundverformungen.

Die Stabdrehwinkel für die untere Zone wurden bereits in Abschnitt 1 ermittelt. Für die obere Zone werden dieselben auf ähnliche Weise bestimmt.

Es sei l_2 die Länge des oberen Ringstabes sowie s_2 und γ_2 Länge und Neigung des Rippenstabes; man findet für den oberen Ringstab $m - m+1$ mit $\varphi_m = m\,\omega$

$$(41)\quad \left\{\begin{aligned} l_2\,\alpha_r &= \frac{\operatorname{tg}\gamma_2 - \operatorname{tg}\gamma_1}{2 \cdot \sin\frac{\omega}{2}}\,(u_{m+1} - 2\,u_m + u_{m-1}) \\ &\qquad + v \cdot \operatorname{tg}\gamma_2\,(\cos\varphi_m - \cos\varphi_{m+1}) \\ \beta_r &= 0. \end{aligned}\right.$$

Für den Rippenstab der oberen Zone bei m findet man:

$$(42)\quad \left\{\begin{aligned} s_2 \cdot \cos\gamma_2\,\alpha_r &= -\frac{1}{2 \cdot \sin\frac{\omega}{2}}\,(u_m - u_{m-1}) + v \cdot \cos\varphi_m \\ s_2\,\beta_r &= \frac{1}{2 \cdot \cos\frac{\omega}{2}}\,(u_m + u_{m-1}) - v \cdot \sin\varphi_m. \end{aligned}\right.$$

An einem Knoten des unteren Ringes zählen wir die Drehwinkel z lotrecht nach oben, y radial nach innen und x von außen gesehen nach rechts positiv. Am oberen Ring sollen entsprechende Bezeichnungen $\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{z}$ gelten.

Die Ermittlung der Koeffizienten a_{mn} bietet keine Schwierigkeiten, wir beschränken uns daher auf die Wiedergabe einzelner Fälle:

$$(x_0\,x_0) = \varrho_a + \varrho_b - (\varrho_a - \varrho_b)\cos\omega + \varrho_{a_1} + \varrho_{a_2}$$

$$(x_{n-1}\,x_0) = (x_0\,x_1) = -\frac{1}{2}(\varrho_a' + \varrho_c) + \frac{1}{2}(\varrho_a' - \varrho_c)\cos\omega$$

$$(x_0\,\bar{x}_0) = \varrho_{a_2}'.$$

Bei Herleitung der zweiten Formel berücksichtigen wir die Drehung des Koordinatensystems nach dem Schema:

	x_0	y_0	z_0
x_1	$\cos\omega$	$\sin\omega$	0
y_1	$-\sin\omega$	$\cos\omega$	0
z_1	0	0	1

und finden zunächst

$$A_1 = \varrho_c' \cdot \cos^2\frac{\omega}{2} + \varrho_a' \cdot \sin^2\frac{\omega}{2}$$

$$B_3 = \varrho_c' \cdot \sin\frac{\omega}{2} \cdot \cos\frac{\omega}{2} - \varrho_a' \cdot \sin\frac{\omega}{2} \cdot \cos\frac{\omega}{2}$$

$$(x_0\,x_1) = \cos\omega\,A_1 + \sin\omega\,B_3 \text{ gemäß Formel (25).}$$

ϱ_{a_1} bezieht sich auf den unteren Rippenstab, desgleichen ϱ_{a_2} und ϱ_{a_2}' auf den oberen. Die übrigen Größen ϱ gehören dem Ringstab an.

In analoger Weise ermitteln wir noch

$$(\bar{x}_0\,\bar{x}_0) \text{ und } (\bar{x}_{n-1}\,\bar{x}_0) = (\bar{x}_0\,\bar{x}_1).$$

Alle anderen Koeffizienten, die einer Kombination von x_0 oder $\bar{x}_0$ mit einer anderen Größe x_m oder $\bar{x}_m$ entsprechen, verschwinden.

Die gefundenen Werte genügen zur Berechnung des Tragwerks bei gleicher Belastung aller Meridiane, weil dabei infolge der zyklischen Symmetrie alle übrigen Grundverformungen verschwinden und alle Knotendrehwinkel x und $\bar{x}$ unter sich gleich groß sind.

Die für x_0 und $\bar{x}_0$ aufgestellten Gleichungen (40) haben die Form:

$$\varkappa_0\,x_0 + \varkappa_1\,x_1 + \varkappa_1\,x_{n-1} + \varrho_{a_2}'\,\bar{x}_0 = L_1'$$

$$\bar{\varkappa}_0\,\bar{x}_0 + \bar{\varkappa}_1\,\bar{x}_1 + \bar{\varkappa}_1\,\bar{x}_{n-1} + \varrho_{a_2}'\,x_0 = L_2';$$

setzt man $x_0 = x_1 = x_{n-1}$ und $\bar{x}_0 = \bar{x}_1 = \bar{x}_{n-1}$, so folgt

$$(\varkappa_0 + 2\,\varkappa_1)\,x_0 + \varrho_{a_2}'\,\bar{x}_0 = L_1'$$

$$\varrho_{a_2}'\,x_0 + (\bar{\varkappa}_0 + 2\,\bar{\varkappa}_1)\,\bar{x}_0 = L_2'.$$

Die Stablängenänderungen können nach dem im Abschnitt 4 unter e) beschriebenen Näherungsverfahren schon bei dem ersten Rechnungsgang berücksichtigt werden.

Wir finden unter Vernachlässigung der Längenänderungen am Schlußring die geometrischen Beziehungen:

für den unteren Rippenstab

$$\alpha_r' = \frac{1}{s_1}\left(\frac{\varDelta l}{2 \cdot \sin\frac{\omega}{2} \cdot \cos\gamma_1} + \varDelta s_1 \cdot \operatorname{tg}\gamma_1\right) \qquad \beta_r' = 0,$$

und für den oberen Rippenstab

$$\alpha_r' = \frac{1}{s_2}\left(\varDelta s_2 \cdot \operatorname{tg}\gamma_2 - \frac{\varDelta l}{2 \cdot \sin\frac{\omega}{2} \cdot \cos\gamma_2}\right) \qquad \beta_r' = 0.$$

Berechnet man hierbei die Längenänderungen $\varDelta l$, $\varDelta s_1$ und $\varDelta s_2$ aus den Stabkräften, die in bekannter Weise bei Vernachlässigung aller Knotenmomente erhalten werden, so ist man in der Lage, die rechten Seiten der Gl. (40) zu bestimmen.

Als Beispiele für die Koeffizienten a_{mn} ermitteln wir noch die aus der Kombination mit v folgenden Werte. Für den oberen Rippenstab hat man

$$a_1 = 1 \qquad a_2 = 0 \qquad a_3 = 0$$

$$b_1 = 0 \qquad b_2 = \cos\gamma_2 \qquad b_3 = -\sin\gamma_2.$$

Die Stabdrehwinkel für $v = 1$ folgen aus Gl. (42)

$$\alpha_r = \frac{\cos\varphi_m}{s_2 \cdot \cos\gamma_2} \qquad \beta_r = -\frac{\sin\varphi_m}{s_2}.$$

Die Formeln (37) liefern, sinngemäß übertragen,

$$(x_m\,v) = z_{ir} \cdot \frac{\cos\varphi_m}{s_2'\,s_2 \cdot \cos\gamma_2}$$

$$(y_m\,v) = -z_{ir} \cdot \frac{\cos\gamma_2 \cdot \sin\varphi_m}{s_2'\,s_2}$$

$$(z_m\,v) = z_{ir} \cdot \frac{\sin\gamma_2 \cdot \sin\varphi_m}{s_2'\,s_2}.$$

Bei Bestimmung von $(u_m\,v)$ erkennt man aus (41) u. (42), daß an der Verschiebung $u_m = 1$ drei aufeinanderfolgende Ringstäbe und zwei Rippenstäbe beteiligt sind. Setzt man die Stabdrehwinkel infolge $u_m = 1$ und $v = 1$ in (38) sinngemäß an Stelle von $\alpha_r^{(m)}\,\beta_r^{(m)}$ bzw. $\alpha_r^{(n)}$ und $\beta_r^{(n)}$, so folgt zunächst

$$(u_m v) = z_{rr} \cdot \frac{\operatorname{tg}\gamma_2\,(\operatorname{tg}\gamma_2 - \operatorname{tg}\gamma_1)}{2\,l_2'\,l_2 \cdot \sin\frac{\omega}{2}}\,[\cos\varphi_{m-1} - \cos\varphi_m - 2$$

$$(\cos\varphi_m - \cos\varphi_{m+1}) + \cos\varphi_{m+1} - \cos\varphi_m] + \frac{z_{rr}}{2\,s_2'\,s_2 \cdot \cos\gamma_2 \cdot \sin\frac{\omega}{2}}$$

$$(\cos\varphi_{m+1} - \cos\varphi_m) - \frac{z_{rr}}{2\,s_2''\,s_2 \cdot \cos\frac{\omega}{2}}\,(\sin\varphi_{m+1} + \sin\varphi_m).$$

Durch Umformung erhält man

$$(44)\quad (u_m\,v) = -\frac{z_{rr}}{l_2'\,l_2} \cdot 4 \cdot \sin^2\frac{\omega}{2} \cdot \operatorname{tg}\gamma_2\,(\operatorname{tg}\gamma_2 - \operatorname{tg}\gamma_1)\sin\left(\varphi_m + \frac{\omega}{2}\right)$$

$$- \frac{z_{rr}}{s_2'\,s_2 \cdot \cos\gamma_2} \cdot \sin\left(\varphi_m + \frac{\omega}{2}\right) - \frac{z_{rr}}{s_2''\,s_2} \cdot \sin\left(\varphi_m + \frac{\omega}{2}\right).$$

Schließlich wurde noch $(v\,v)$ bestimmt.

Mit Hilfe von (41) u. (42) sowie in Anlehnung an (38) findet man

$$(v\,v)=\sum_{m=0}^{n-1}\frac{z_{rr}}{l_2'\,l_2^2}\cdot \mathrm{tg}^2\,\gamma_2\,(\cos\varphi_m-\cos\varphi_{m+1})^2 + \frac{z_{rr}}{s_2'\,s_2^2\cdot\cos^2\gamma_2}\cdot\cos^2\varphi_m+\frac{z_{rr}}{s_2''\,s_2^2}\cdot\sin^2\varphi_m.$$

Die Ausführung der Summation liefert

$$(45)\quad (v\,v)=\frac{n}{2}\left[\frac{z_{rr}}{l_2'\,l_2^2}\cdot 4\cdot\sin^2\frac{\omega}{2}\cdot\mathrm{tg}^2\,\gamma_2+\frac{z_{rr}}{s_2'\,s_2^2\cdot\cos^2\gamma_2}+\frac{z_{rr}}{s_2''\,s_2^2}\right].$$

Die Unbekannten lassen sich, abgesehen von v, das auf die rechte Seite der Gleichung gebracht wird, in Gruppen zu n Größen derselben Art ordnen; innerhalb einer Gruppe sollen sie durch Indizes 0 bis $n-1$ unterschieden werden.

Zur leichteren Verständigung werde diejenige Gleichung (26), welche dem Index m entspricht, bei welcher also w_m in der Hauptdiagonale vorkommt, die Gleichung für w_m genannt.

Die linken Seiten der Gleichungen für x_0 bis x_{n-1} haben die Form

$$(46)\quad\begin{cases} a_0\,x_0+a_1\,x_1+\ldots a_{n-1}\,x_{n-1} \\ \qquad +b_0\,y_0+b_1\,y_1+\ldots b_{n-1}\,y_{n-1}+\ldots \\ a_{n-1}\,x_0+a_0\,x_1+\ldots a_{n-2}\,x_{n-1} \\ \qquad +b_{n-1}\,y_0+b_0\,y_1+\ldots b_{n-2}\,y_{n-1}+\ldots \\ \vdots \\ a_1\,x_0+a_2\,x_1+\ldots a_0\,x_{n-1} \\ \qquad +b_1\,y_0+b_2\,y_1+\ldots b_0\,y_{n-1}+\ldots, \end{cases}$$

wobei in gleicher Weise noch ebensolche Glieder für z, u und $\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{z}$ hinzuzufügen sind.

Man erhält aus der ersten Gleichung die $n-1$ folgenden, indem man innerhalb jeder Gruppe die Koeffizienten zyklisch permutiert. Dies folgt aus der zyklischen Symmetrie des Systems, wonach offenbar immer die Beziehungen bestehen:

$$(x_0\,x_p)=(x_1\,x_{p+1})=(x_2\,x_{p+2})\ \ldots$$

und ebenso $\quad (x_0\,y_p)=(x_1\,y_{p+1})=(x_2\,y_{p+2})=\ldots$

für alle Werte von $p=0$ bis $p=n-1$, wenn zugleich an Stelle von $n+m$ m gesetzt wird.

In entsprechender Weise haben die linken Seiten der Gleichung für y_0 bis y_{n-1} die Form:

$$(47)\quad\begin{cases} c_0\,x_0+c_1\,x_1+\ldots c_{n-1}\,x_{n-1} \\ \qquad +d_0\,y_0+d_1\,y_1+\ldots d_{n-1}\,y_{n-1}+\ldots \\ c_{n-1}\,x_0+c_0\,x_1+\ldots c_{n-2}\,x_{n-1} \\ \qquad +d_{n-1}\,y_0+d_0\,y_1+\ldots d_{n-2}\,y_{n-1}+\ldots \\ \vdots \\ c_1\,x_0+c_2\,x_1+\ldots c_0\,x_{n-1} \\ \qquad +d_1\,y_0+d_2\,y_1+\ldots d_0\,y_{n-1}+\ldots \end{cases}$$

Ebenso erhalten wir je n Gleichungen für z, u und $\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{z}$.

Aus der Beziehung $a_{mn}=a_{nm}$ folgt noch, daß sich die Matrix der Koeffizienten c aus der der Koeffizienten b durch Vertauschung der Zeilen mit den Spalten ergibt.

Zur leichteren Übersicht legen wir unseren nächsten Betrachtungen die allgemeine Form (46) u. (47) zugrunde, obwohl dem speziellen Charakter des Systems noch wesentliche Vereinfachungen entsprechen. So sind z. B. von den Koeffizienten a nur a_0 und $a_1=a_{n-1}$ von Null verschieden. Ferner verschwinden die Koeffizienten b bis auf $b_1=-b_{n-1}$. Die Werte d zeigen das gleiche Verhalten wie die Werte a usw.

Zur allgemeinen Lösung zyklischer Gleichungen werde auf die angegebene Literatur verwiesen[2].

Immerhin erfordert bei größerer Knotenzahl die numerische Durchführung der strengen Lösung einen erheblichen Arbeitsaufwand, so daß man nach Fällen suchen wird, die weitere Vereinfachungen gestatten.

Greift in der Ebene des versteiften Schlußringes ein Kräftepaar an, so ist wieder jeder Meridian in gleicher Weise beansprucht, zudem sind die Knotendrehwinkel x und $\bar{x}$ gleich Null. Ebenso verschwindet v, dafür tritt aber als Unbekannte der Drehwinkel der Scheibe hinzu. Wir behalten daher im ganzen sechs Unbekannte. Unter Umständen gestattet die Art der Versteifungskonstruktion des Schlußringes eine weitere Reduktion an den Größen $\bar{y}$ und $\bar{z}$.

Auch im Fall einer Einzellast K in der Ebene des Schlußringes, die wir unter Absonderung eines Kräftepaares radial gerichtet und etwa am Knoten 0 eingreifend annehmen können, ist eine ebenso wirkungsvolle Reduktion möglich.

Eine zyklische Gruppe von Grundverformungen habe infolge $K_0=1$ (Bild 21) die Werte

$$w_0\qquad w_1\qquad w_2\ \ldots\ldots\ w_{n-1};$$

dann entstehen infolge $K_p=1$ und $K_m=1$ die Wertefolgen

$$\begin{matrix} w_p & w_{p+1} & w_{p+2} & \ldots\ldots & w_{p-1} \\ w_m & w_{m+1} & w_{m+2} & \ldots\ldots & w_{m-1}. \end{matrix}$$

[2]) Mann, Über zyklische Symmetrie in der Statik mit Anwendungen auf das räumliche Fachwerk. Der Eisenbau 1911, Leipzig, Wilh. Engelmann.

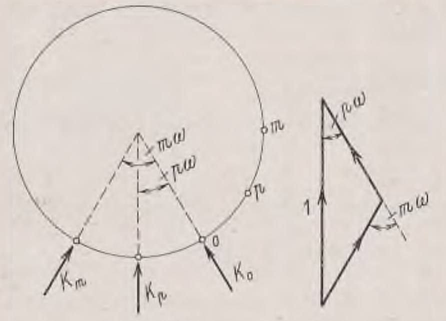


Bild 21.

Es entspricht nun dem Begriff der starren Scheibe, daß eine Kraft beliebig an ihr in Komponenten zerlegt werden darf, ohne daß die Wirkung sich ändert. Zerlegen wir K_p nach Richtung K_0 und K_m in die Komponenten

$$\frac{\sin(m-p)\,\omega}{\sin m\,\omega}$$

und

$$\frac{\sin p\,\omega}{\sin m\,\omega},$$

so folgt daraus

$$w_{p+q}=w_q\cdot\frac{\sin(m-p)\,\omega}{\sin m\,\omega}+w_{m+q}\cdot\frac{\sin p\,\omega}{\sin m\,\omega}$$

oder auch

$$(w_{p+q}-w_q\cdot\cos p\,\omega)\sin m\,\omega=(w_{m+q}-w_q\cdot\cos m\,\omega)\sin p\,w.$$

Man genügt dieser Gleichung durch den Ansatz:

$$w_p=C\cdot\cos p\,\omega+D\cdot\sin p\,\omega\qquad p=0,\ 1,\ \ldots\ n-1.$$

Die linke Seite nimmt dadurch den Wert an:

$$(D\cdot\cos q\,\omega-C\cdot\sin q\,\omega)\sin p\,\omega\cdot\sin m\,\omega.$$

Denselben Wert erhält aber auch die rechte Seite, da sie aus der linken durch Vertauschung von p und m hervorgeht.

Wir unterscheiden drei Fälle:

a) Die Gruppe der w ist zum Meridian durch den Knoten 0 symmetrisch, d. h. es ist

$$w_{n-p}=w_p.$$

Dann wird in Gl. (48) $D=0$, und wir haben

$$(49)\qquad w_p=C\cdot\cos p\,\omega.$$

b) Im Fall der Antimetrie ist

$$w_{n-p}=-w_p.$$

Hieraus folgt $C=0$, und wir haben

$$(50)\qquad w_p=D\cdot\sin p\,\omega.$$

Symmetrische Größen sind die Knotendrehwinkel x und $\bar{x}$, antimetrische Größen y und z sowie $\bar{y}$ und $\bar{z}$.

c) Für die Verschiebungen u gilt die Beziehung

$$u_{n-1-p}=-u_p.$$

Der allgemeine Ansatz fordert dann, daß

$$C\cdot\cos\frac{\omega}{2}=D\cdot\sin\frac{\omega}{2}.$$

Dieser Gleichung genügen wir durch $C=G\cdot\sin\frac{\omega}{2}$ und $D=G\cdot\cos\frac{\omega}{2}$, wodurch wir aus Gl. (48) erhalten:

$$(51)\qquad u_p=G\cdot\sin\left(p+\frac{1}{2}\right)\omega.$$

In jedem Fall haben wir somit die Gruppe von n Unbekannten auf eine Unbekannte C, D oder G zurückgeführt, zu deren Bestimmung nur noch je eine, etwa die erste Gleichung aus jeder Gruppe notwendig wäre. Da man jedoch auf diese Weise die Symmetrie der Gleichungen zerstören würde, wählen wir einen anderen Weg und leiten zu diesem Zweck zunächst einen Hilfssatz ab. Es sei

$$(52)\quad\begin{cases} a_0+a_1\cdot\cos\omega+a_2\cdot\cos 2\,\omega+\ldots a_{n-1}\cdot\cos(n-1)\,\omega=a \\ \qquad a_1\cdot\sin\omega+a_2\cdot\sin 2\,\omega+\ldots a_{n-1}\cdot\sin(n-1)\,\omega=a'. \end{cases}$$

Hierfür läßt sich auch schreiben:

$$(52\,a)\quad\begin{cases} a_0+a_{n-1}\cdot\cos\omega+a_{n-2}\cdot\cos 2\,\omega+\ldots a_1\cdot\cos(n-1)\,\omega=\ \ a \\ \qquad a_{n-1}\cdot\sin\omega+a_{n-2}\cdot\sin 2\,\omega+\ldots a_1\cdot\sin(n-1)\,\omega=-a'. \end{cases}$$

Die mit $i=\sqrt{-1}$ multiplizierte zweite Gleichung werde zur ersten addiert, hierauf multipliziere man beide Seiten der entstandenen Gleichung mit $e^{ip\omega}$. Indem wir noch die Reihenfolge der Summanden umordnen und Reelles und Imaginäres trennen, erhalten wir das Resultat:

$$a_p+a_{p-1}\cdot\cos\omega+a_{p-2}\cdot\cos 2\,\omega+\ldots a_{p+1}\cdot\cos(n-1)\,\omega = a\cdot\cos p\,\omega+a'\cdot\sin p\,\omega$$

$$a_{p-1}\cdot\sin\omega+a_{p-2}\cdot\sin 2\,\omega+\ldots a_{p+1}\cdot\sin(n-1)\,\omega = a\cdot\sin p\,\omega-a'\cdot\cos p\,\omega.$$

Die Gleichungen gelten für $p=0$ bis $n-1$ mit der Bestimmung, daß durch Hinzufügen von n negative Indizes vermieden werden. Die mit den Kosinus oder Sinus der Vielfachen des Winkels multiplizierten Koeffizienten sind die der $p-1$ten Spalte der Gl. (46).

Wir multiplizieren nun die n Gleichungen (46) der Reihe nach mit $\cos p\,\omega$, $p=0\ \ldots\ n-1$ und erhalten durch Addition:

$$C_1\sum_{p=0}^{n-1}(a\cdot\cos p\,\omega+a'\cdot\sin p\,\omega)\cos p\,\omega + C_2\sum_{p=0}^{n-1}(b\cdot\cos p\,\omega+b'\cdot\sin p\,\omega)\sin p\,\omega+\ldots = \frac{n}{2}\cdot a\,C_1+\frac{n}{2}\cdot b'\,C_2+\ldots,$$

Multiplizieren wir ebenso die n Gleichungen (47) der Reihe nach mit $\sin p\,\omega$, $p = 0 \ldots n-1$, so erhalten wir durch Addition:

$$C_1 \sum_{p=0}^{n-1} (c \cdot \sin p\,\omega - c' \cdot \sin p\,\omega) \cos p\,\omega + C_2 \sum_{p=0}^{n-1} (d \cdot \sin p\,\omega - d' \cdot \cos p\,\omega) \sin p\,\omega + \ldots = -\frac{n}{2} \cdot c'\, C_1 + \frac{n}{2} \cdot d\, C_2.$$

Hierbei wurde gemäß Gl. (49) u. (50)

$$x_p = C_1 \cdot \cos p\,\omega \quad \text{und} \quad y_p = C_2 \cdot \sin p\,\omega$$

gesetzt.

Die Bedeutung von b, b', c, c', d, d' erhält man aus Gl. (52), wenn a durch b, c oder d ersetzt wird. Man erkennt auch, daß $c' = -b'$ ist. Man hat nämlich:

$$-b' = b_{n-1} \cdot \sin \omega + b_{n-2} \cdot \sin 2\,\omega + \ldots \quad b_1 \cdot \sin (n-1)\,\omega$$
$$= -b_1 \cdot \sin \omega - \quad b_2 \cdot \sin 2\,\omega - \ldots b_{n-1} \cdot \sin (n-1)\,\omega = +c'.$$

In analoger Weise setzen wir

$$z_p = C_3 \cdot \sin p\,\omega \qquad u_p = C_4 \cdot \sin \left(p + \frac{1}{2}\right) \omega$$
$$\bar{x}_p = C_5 \cdot \cos p\,\omega \qquad \bar{y}_p = C_6 \cdot \sin p\,\omega \qquad \bar{z}_p = C_7 \cdot \sin p\,\omega.$$

Multiplizieren wir die dritte, sechste und siebente Gruppe von n Gleichungen nach Art von Gl. (46) der Reihe nach mit $\sin p\,\omega$, die vierte mit $\sin \left(p + \frac{1}{2}\right) \omega$ und die fünfte mit $\cos p\,\omega$, $p = 0 \ldots n-1$ und addieren jedesmal, so schrumpfen $7\,n$ Gleichungen in 7 symmetrische Gleichungen für die Größen C_1 bis C_7 zusammen:

$$(53) \qquad \sum_{k=1}^{7} \alpha_{mk}\, C_k + \alpha_m\, v = 0 \qquad \text{für } m = 1, 2 \ldots 7.$$

Mit Unterdrückung des Faktors $\frac{n}{2}$ ist z. B.

$$\alpha_{11} = a \qquad \alpha_{21} = \alpha_{12} = b' \qquad \alpha_{22} = d.$$

Hierzu kommt noch als achte Gleichung

$$(54) \qquad \sum_{k=1}^{7} \alpha_k\, C_k + \alpha_8\, v = \frac{2}{n} \cdot K.$$

Zur leichteren Übersicht seien die Bezeichnungen eingeführt

$$a = \gamma_{11} \qquad a' = \gamma_{11}'.$$

Setzt man an Stelle von $a_0, a_1 \ldots a_{n-1}$ in die Gl. (52) die Koeffizienten der k-ten Gruppe der Unbekannten, die in der m-ten Gruppe der Gleichungen nach dem Vorbild von Gl. (46) auftreten, in der natürlichen Reihenfolge ein, so bezeichnen wir die erhaltenen Werte mit γ_{mk} und γ'_{mk}.

Dann ergibt eine leichte Ausrechnung nach Durchführung der Summationen folgende Werte für die Koeffizienten α_{mk} der Gl. (53), wobei wir wieder den Faktor $\frac{n}{2}$ unterdrücken:

a) $$\alpha_{mk} = \gamma_{mk}$$
für $\alpha_{11}\ \alpha_{15},\ \alpha_{22}\ \alpha_{23}\ \alpha_{26}\ \alpha_{27},\ \alpha_{33}\ \alpha_{36}\ \alpha_{37},\ \alpha_{44},\ \alpha_{55},\ \alpha_{66}\ \alpha_{67},\ \alpha_{77}$;

b) $$\alpha_{mk} = \gamma'_{mk}$$
für $\alpha_{12}\ \alpha_{13}\ \alpha_{16}\ \alpha_{17},\ \alpha_{56}\ \alpha_{57}$;

c) $$\alpha_{mk} = -\gamma'_{mk}$$
für $\alpha_{25},\ \alpha_{35}$;

d) $$\alpha_{mk} = \gamma_{mk} \cdot \sin \frac{\omega}{2} + \gamma'_{mk} \cdot \cos \frac{\omega}{2}$$
für α_{14};

e) $$\alpha_{mk} = \gamma_{mk} \cdot \cos \frac{\omega}{2} - \gamma'_{mk} \cdot \sin \frac{\omega}{2}$$
für $\alpha_{24},\ \alpha_{34}$;

f) $$\alpha_{mk} = \gamma_{mk} \cdot \sin \frac{\omega}{2} - \gamma'_{mk} \cdot \cos \frac{\omega}{2}$$
für α_{45};

g) $$\alpha_{mk} = \gamma_{mk} \cdot \cos \frac{\omega}{2} + \gamma'_{mk} \cdot \sin \frac{\omega}{2}$$
für $\alpha_{46}\ \alpha_{47}$.

Man erkennt übrigens, daß die Herleitung der Gl. (53) u. (54) darauf hinausläuft, in den Ausdruck Gl. (14) für die potentielle Energie die Substitutionen nach Gl. (49) bis (51) einzuführen.

Zwecks Darstellung der Koeffizienten α_k entnimmt man aus den Gl. (43) u. (44), daß $(w_m\, v)$ in einer der Formen auftritt

$$\gamma_k \cdot \cos (p\,\omega); \quad \gamma_k \cdot \sin (p\,\omega) \text{ oder } \gamma_k \cdot \cos \left(p + \frac{1}{2}\right) \omega + \gamma_k' \cdot \sin \left(p + \frac{1}{2}\right) \omega;$$

entsprechend erhält man nach Unterdrückung von $\frac{n}{2}$

$$\alpha_k = \gamma_k \qquad \text{für } k = 1, 2, 3, 5, 6, 7$$

und $$\alpha_k = \gamma_k' \qquad \text{für } k = 4.$$

Schließlich hat man noch nach Gl. (45)

$$\alpha_8 = \frac{2}{n}\,(v\ v).$$

Stahlkonstruktion zu einem Fabrikationsbau.

Von Direktor **Hermann Maushake** VdI, Braunschweig.

Dieser Bau ist für ein größeres chemisches Werk im Westen Deutschlands erstellt worden. Wie aus der Übersicht (Bild 1) ersichtlich, besteht eine Länge von 112 m und eine Breite von 32 und 36 m. Die Gliederung ist dreiteilig, wovon der linke Teil, das eigentliche Apparate- und Behälterhaus, die Grundrißabmessungen 44 × 32 m und eine Traufenhöhe von 24,1 m hat, während der Mittelbau 38 × 36 m groß und 17,43 m hoch ist. Das rechts anschließende Lagerhaus ist 40 × 36 m groß und hat die Höhe vom Fußboden und von den Verladerampen bis Traufe von 13,8 m und vom Fabrikflur 14,8 m. Die drei Bauteile werden jedoch nicht durch Wände abschließend getrennt, so daß die Anlage als ein Bauwerk anzusprechen ist.

Als Traggerippe wurde ein Stahlskelett wegen seiner Vorzüge in wirtschaftlicher und baulicher Hinsicht gewählt. Es war auch in diesem Falle mit Erweiterungserfordernissen zu rechnen, und dafür bietet die Stahlbauweise auch die Vorteile, daß Veränderungen an den Konstruktionen ohne Schwierigkeiten vorgenommen werden können. Die Wandung des Bauwerks ist nicht tragend, sondern nur raumabschließend und aus einem schlichten einsteinigen Klinkermauerwerk (25 cm) gebildet. Hierdurch wurden an dem zu umbauenden Raum nicht unbeträchtliche Einsparungen erreicht.

Die Wandkonstruktionen und Stützen stehen bis zur halben Wanddicke in der Wand, so daß das Mauerwerk noch mit einer halben Mauersteindicke außen vor der Konstruktion durchgeführt werden konnte. Das Stahlgerippe ist mithin von außen vollständig verdeckt, und dadurch bestand die Möglichkeit, dem ganzen Bau eine ruhige einheitliche Ansichtsfläche zu geben, die unterbrochen ist durch die aufsteigenden Fenster, die Tore sowie Kranschürzen für die herausfahrenden Krane des mittleren Bauteils.

Aus luftschutztechnischen Gründen wurde streng darauf geachtet, durchweg nur senkrechte Belichtungsflächen anzuordnen. Auch die Entlüftungsaufbauten erhielten teilweise senkrecht stehende Lichtflächen mit kittloser Sprossenverglasung. Die Belichtung der Räume ist ausreichend und beträgt ungefähr für den Behälterbau 90% und für die übrigen beiden Gebäudeteile etwa 40% der Grundrißflächen. Bei dem linken großen Bauteil ist für einen besonders reichlichen Lichteinfall gesorgt, weil in diesem Bau viel Bühnen bestehen, die Apparate aufzunehmen haben, und ferner Behälter zur Aufstellung kommen, wodurch der Lichteinfall beeinträchtigt und der Raum verdunkelt wird.

Die Entlüftung der Dachaufbauten ist durch Asbestjalousien gebildet, und da ferner in den Fenstern der Außenwände für reichliche Entlüftungsmöglichkeit vorgesorgt wurde, bietet die Entlüftungseinrichtung eine Gewähr für den erforderlichen Frischluftzugang.

Die Dachdecke wurde aus Zomak-Leichtsteinen mit Ausgleichschicht und doppellagiger teerloser Pappe auf durchgehenden Trägern (Pfetten) hergerichtet.

Für jeden Bauteil wurde die Konstruktion hergestellt, daß jeder Teil in sich standfest ist. Es mußte aber vermieden werden, die Hauptttragglieder (Stützen) als im Fundament eingespannt zu rechnen, um nicht allzugroße Fundamentabmessungen zu bekommen und um ferner Nebenspannungen durch Senkungen zu vermeiden.

Das Stahlskelett ist derartig ausgeführt, daß die eigentlichen Überdachungskonstruktionen entweder rahmenartig oder aber durch Verbände versteift sind, um die Windlasten und Kranschübe in die Verbandskonstruktionen und von hier aus in die Fundamente abzuleiten.

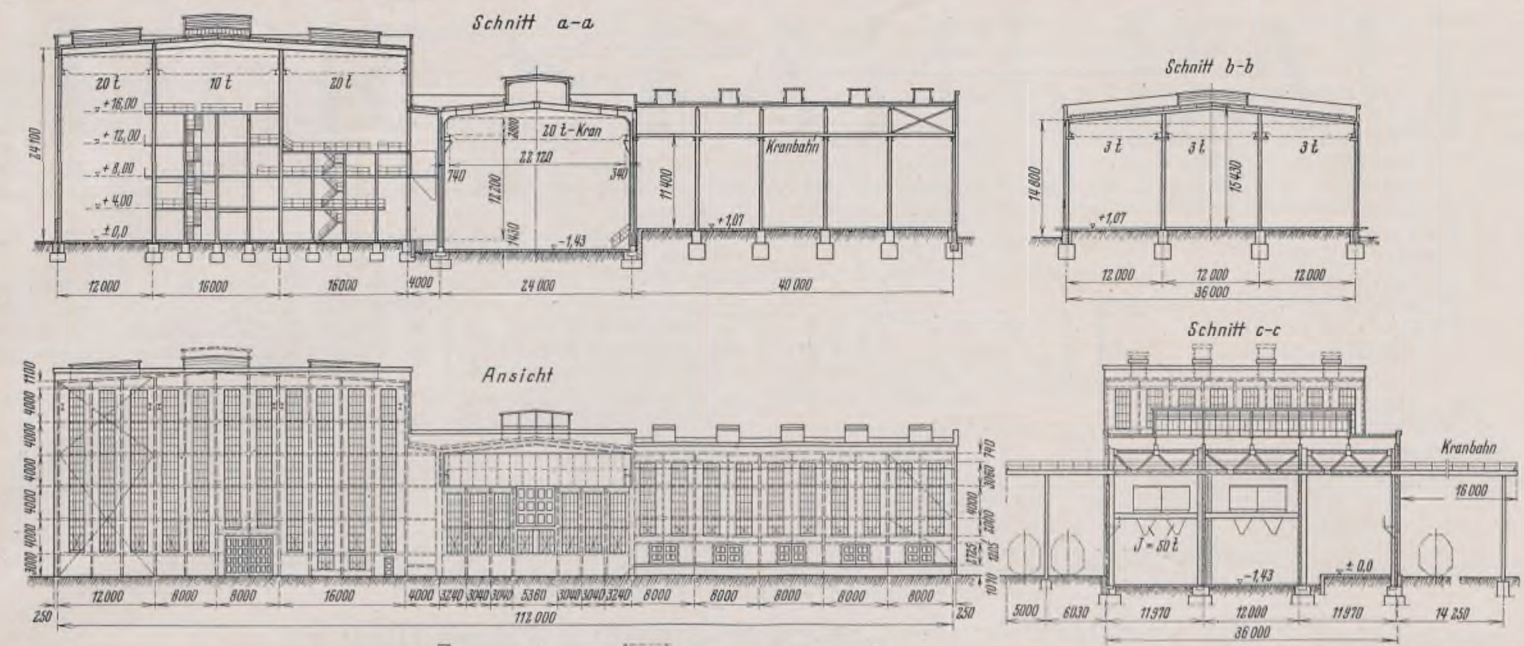
A. Apparate- und Behälterhaus (linker Bauteil).

Wie bereits erwähnt, sind in diesem Bau hauptsächlich die Apparate und Behälter zur Aufstellung gekommen. Hierfür mußten Bühnen in 4, 8, 12 und 16 m Höhe vorgesehen werden. Dieser Hallenteil ist dreischiffig mit den Stützenachsabständen von 12 und zweimal 16 m. Um eine Einheitlichkeit zu erzielen und um Schneesäcke zu vermeiden, ist das Dach nicht unterteilt, sondern als flaches einheitliches Satteldach hergerichtet worden. Der Binder- und Dachstützenabstand beträgt 8 m.

Die Binderträger sind in den 16 m-Feldern durchgehend über drei Stützen gerechnet. In 20 m Höhe befinden sich elektrische, von den Bühnen zu bedienende Laufkrane von 20 und 10 t Tragkraft.

Zur Aufnahme der Schübe sowie des Winddruckes auf die durch Stiele und Riegel versteiften hohen Wände dient in erster Linie der in Dachebene angebrachte Verband zur Überführung auf die Versteifungskonstruktionen. Hierbei ist jedoch zu beachten, daß die hohen Längswände (West- und Ostseite) bei den großen Stützenabständen von 12 und 16 m auch in 12 m Bühnenhöhe auf das Bühnengerüst abgestützt vorgesehen werden mußten, weil sonst außergewöhnlich schwere Wandkonstruktionen erforderlich geworden wären. Da in der Stirnwand (Nordseite) der Hauptstützenabstand nur 8 m beträgt und das letzte Hallenfeld von 12 m für Aufstellung hoher Behälter vollkommen frei zu halten war, wird die Konstruktion dieser Stirnwand auf ganzer Wandhöhe freitragend ausgebildet.

Für den Einbau der Bühnenkonstruktionen mußten die Entfernungen der Gebäudestützen von 8, 12 und 16 m erheblich unterteilt werden, und zwar betragen die Stützenabstände der Bühnen 4 m. Die Bühnenabdeckung besteht aus 8/10 mm Riffelblech. Als Belastung wurde eine gleichmäßige Last mit Eigengewicht von 1,3 t/m² berücksichtigt. Hinzu



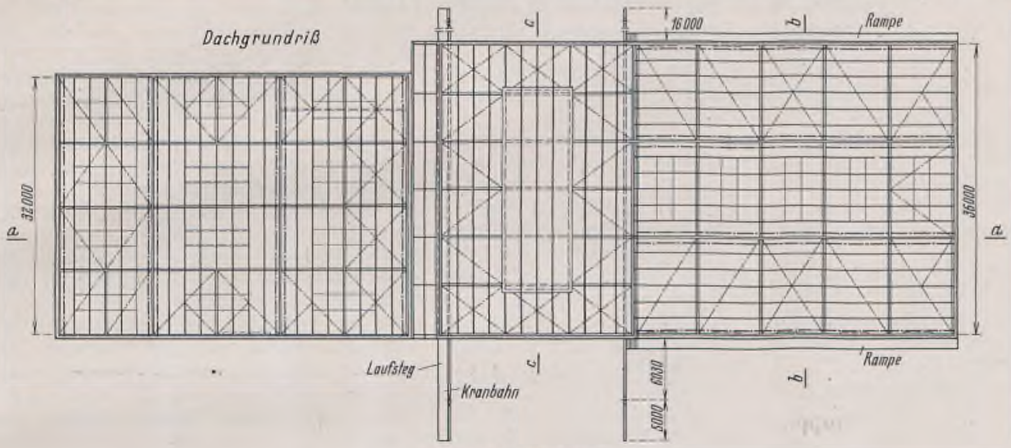


Bild 1. Übersicht.

kommt natürlich die Belastung durch die Behälter, die bis 300 t je Apparat oder Behälter betragen kann.

Jede Stütze ist einstielig und aus einem I P-Träger hergerichtet. Die höchste Stützenlast beträgt 250 t. Die Bühnen sind sehr unterschiedlich ausgebildet. Der Zugang ist überall durch leicht begehbare Treppen mit Riffelblechstufen vorgesehen. Das Geländer besteht durchweg aus Rohren.

Um auch eine Aufstiegmöglichkeit auf die Dächer zu haben, wurden von der 11 m-Bühne aus an dem Übergang zum mittleren Bauteil die nötigen Leitern mit Rückenschutz, Podest und eine Tür angebracht.

Die Bühnenkonstruktion wurde zur Aufnahme der Windlasten auf die 12 m-Bühne und zur eigenen Versteifung mit entsprechenden Verbänden versehen. — An der Ostseite befinden sich im Erdgeschoß und I. Stock kleinere Räume für Belegschaft und Aufsicht.

B. Mittlerer Hallenteil.

Der Fußboden liegt 1,43 m unter der ±-Nullinie, was betriebstechnische Gründe erfordern. Die Bauhöhe ist 17,43 m. Für diesen Bauteil ist eine schöne 24 m frei tragende Zweigelenkrahmen-Konstruktion aus IP-Trägern geschweißt hergerichtet. Der Rahmenabstand ist 12 m. Vom Auftraggeber wurden die Bedingungen gestellt, für diesen Bauabschnitt eine Überdachung zu schaffen, deren Abstützung den Raum sehr wenig beanspruchte. Verstrebungen von Gebäudeteilen konnten hier grundsätzlich nicht zugelassen werden. Die gewählte Konstruktion kann als eine durchaus befriedigende Lösung angesehen werden. Denn auch in Gebäudelängsrichtung ist keine Verstrebung, sondern sind in die Rahmenstielreihen Portale eingebaut worden, so daß dadurch der überbaute Raum mit dem Übergang zu den anschließenden Bauteilen frei ist.

Da hierfür der Lichteinfall hauptsächlich nur von den Stirnseiten aus möglich ist, wurden auch Belichtungsflächen in die Wände des Entlüftungsaufbaues von 8 m Stützweite und 3 m Höhe gelegt.

Der elektrische 20 t-Kran in diesem Gebäude kann beiderseits für die Verladung aus der Halle heraus und 11 bzw. 16 m ins Freie fahren. Durch diese weite Ausfahrt über mehrere Gleise können nebeneinanderstehende Waggons beschickt werden. Die für den Krandurchtritt in den beiden Stirnwänden angebrachten Schürzen aus glattem Blech sind verfahrbar und mit einer Feststell- und Lösevorrichtung versehen.

Die Kranbahnen sind waagerecht mit Verbänden ausgesteift, und hiervon wurde für die eine Kranbahnseite diese Versteifung als Bedienungssteg mit Riffelblechabdeckung, Geländer und einer Zugangsleiter versehen.

Zwischen diesem Hallenbau und dem Behälterbau befinden sich innerhalb der 4 m-Breite das Kohlentransportband und zwei Doppelbunker für Kohlenlagerung. Das Becherwerk ist vorn an der Westfront aufgestellt.

Bei dem Binderabstand vom 12 m wurde die Freilage der Pfetten für eine gewöhnliche Ausführung zu groß und daher sind auch hierfür vollwandige Zwischenbinder gewählt, um ein möglichst gefälliges Aussehen zu erreichen. Durch diese Binderfeldunterteilung von 12 m in zweimal 6 m wurden normale Abmessungen der Dachprofile erreicht.

Für die Rahmen wurden die Peiner Vorprofile I P 80 gewählt. Mit Rücksicht auf die rahmenartige Ausbildung als Versteifung mit oberem Fachwerkbalken in Längsrichtung dieses Hallenteiles mußten die Rahmenstiele aus kreuzweise hergerichteten zwei I P 80 zur Ausführung kommen. Es wurden die Rahmen in drei fertigen Teilen zur Baustelle gebracht, und mit Anordnung des Montagestoßes im Balken kurz vor jedem Eckpunkt ermöglichte sich das Zusammenbauen und Aufstellen der Rahmen auf der Baustelle verhältnismäßig einfach und ging schnell vor sich. Das Eigengewicht einer Rahmenkonstruktion beträgt rd. 36 t. Die Lager für den Zweigelenkrahmen wurden aus I P 30 mit Platten hergestellt.

C. Lagergebäude (rechter Bauteil).

Dieser dreischiffige Bau hat auch wieder wie das Behältergebäude die einheitliche satteldachförmige Dachdecke, die von Gelenkpfetten und den über vier Stützen gehenden Binderträgern getragen wird.

Der Binderträgerabstand ist 8 m. Das Profil hierfür ist I 34 und für die Pfetten I 20.

Jedes Schiff wird mit einem elektrischen 3 t-Kran befahren. Die in 11 m Höhe liegenden Fahrbahnen sind miteinander verbunden, und diese waagerechten Verbände wurden mit Riffelblech abgedeckt. Hierdurch war die Versteifung zur Aufnahme der Kranschübe gegeben, und gleichzeitig bietet diese Abdeckung den zur Bedienung der Krane nötigen Laufsteg.

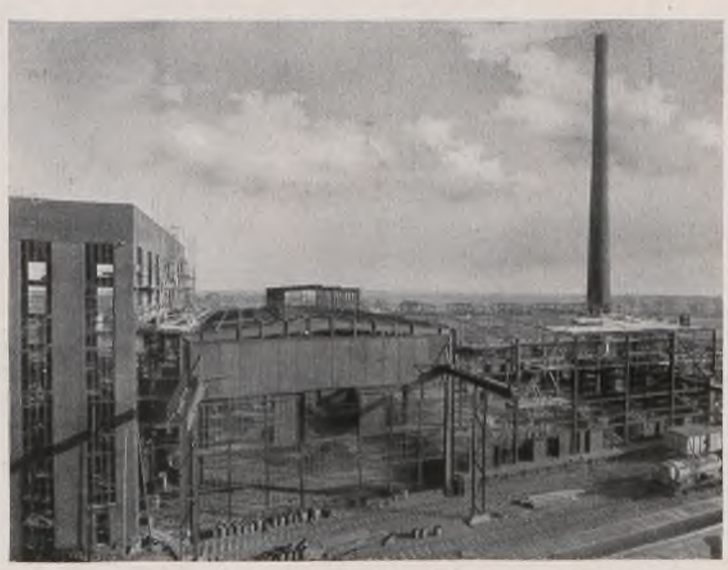


Bild 2. Ansicht.

Die Versteifung dieses Bauteils ist auch hier durch Anordnung der Verbände im Dach und in den Wänden erreicht. Die Stützen bestehen aus I P 28 bis I P 32 und sind nicht eingespannt, sondern gelenkig gelagert gerechnet. Der Fußboden liegt etwa 1 m über Fabrikflur. Auch für diesen Bauteil ist für eine gute Belichtung und Entlüftung gesorgt. Längsseitig sind beiderseits je fünf Stück zweiteilige Schiebetore sowie durchgehende Rampen für die Verladung der Erzeugnisse vorgesehen. Eine Ansicht der aufgestellten, zum Teil ausgefachten Stahlkonstruktion zeigt Bild 2.

Die Konstruktionsgewichte dieses ganzen Baues sind ungefähr folgende:

a_1) Behälterbau	360 t
b_1) Mittlerer Hallenbau	270 „
c_1) Lagergebäude	180 „
Bühnenkonstruktion für Behälterbau	400 „
Bunker	55 „
Kranschürzen	25 „
Gesamtgewicht etwa	1290 t

Der umbaute Raum ist für:

a_2) Behälterbau	etwa 34 600 m³
b_2) Mittelbau	„ 18 000 „
c_2) Lagergebäude	„ 20 800 „

Mithin ergibt sich das ungefähre Gewicht des umbauten Raumes zu:

a_3) für Behälterbau	360 000 kg : 34 600 m³ = 10,4 kg/m³
b_3) für Mittelbau	270 000 kg : 18 000 m³ = 15,0 „
c_3) für Lagergebäude	180 000 kg : 20 800 m³ = 8,7 „

Das ergibt ein Durchschnittsgewicht für das Baugerippe von 10 kg/m³ des umbauten Raumes.

Hierbei soll nicht unerwähnt bleiben, daß von dem Gesamtgewicht etwa 38 % Peiner Träger, das sind rd. 490 t, zur Verwendung kamen. Es hat sich hierbei wieder gezeigt, wie vorteilhaft sich I P-Träger für den Stahlbau verwenden lassen.

Es ist daher zu begrüßen, daß das Peiner Walzwerk sich dazu entschlossen hat, I P-Träger bis zum Profil 100 in ihr Walzprogramm aufzunehmen.

Es ist ohne weiteres ein Bauwerk erstellt worden, das allen Anforderungen gerecht wird. Die Hauptkonstruktionsglieder sind so ausgebildet, damit sie in der Lage sind, kleinere Zusatzlasten aufzunehmen, die oftmals sich leicht bei der Einrichtung solcher Anlage ergeben. Eine Stahlkonstruktion bietet auf jeden Fall die Vorteile, daß sie beweglicher wie jede andere massive Bauweise und zugänglicher für Betriebseinrichtung und bei Erweiterungen ist.

Die ganze Anlage ist den bestehenden Fabrikteilen gut angepaßt und reiht sich würdig in das Landschaftsbild ein.

Es ist daher nur zu wünschen, daß die für den Vierjahresplan in Anspruch genommenen erheblichen Stahlmengen wieder mehr für gleiche oder ähnliche Zwecke, wie hier vorliegend, zur Verfügung gestellt werden, damit der vorteilbietende Stahlbau immer weiteren Zuspruch findet.

Es wird auch dankbar auf das schöne Einvernehmen während der Abwicklung dieses Auftrages zwischen Auftraggeber und den mit der Ausführung betrauten Wilke-Werken AG., Braunschweig, hingewiesen.

Ein Vorschlag für einen neuen geschweißten Träger (DRP. a.).

Von techn. Reichsbahn-Oberinspektor **Bernh. Sahling**, Hamburg.

Unter den zahlreichen Veröffentlichungen, die in letzter Zeit über Versuche auf schweißtechnischem Gebiet erschienen sind, nehmen die Erörterungen über den sogenannten Schweißraupenbiegeversuch einen größeren Raum ein. Als Besonderheit wird z. B. angeführt[1]), daß „der Ausfall des Schweißraupenbiegeversuchs weitgehend von der Lage der Schweißraupe abhängt; Schweißraupen an Kanten oder Verwendung von Sonderprofilen ergeben erheblich günstigere Biegewinkel".

In ähnlichem Sinne äußert sich Dr.-Ing. Jurczyk in einer Abhandlung „Geschweißte Hohlträger"[2]):

„Die bekannten Versuche an Flachstählen von 200 × 50 mm² Querschnitt sowie die Ergänzungsversuche mit Wulst- und Nasenprofilen haben ergeben, daß die in der Mitte der breiten Seiten liegenden Schweißnähte bei bedeutend geringeren Biegewinkeln Risse verursachen, als wenn die Schweißnähte nahe den Kanten der Proben gelegt werden . . .".

Dr.-Ing. Jurczyk führt weiter aus, „daß die ungleichmäßige Spannungserhöhung auf einen dicken Querschnitt, insbesondere das schlechte Nachfließen des Materials bei der in der Mitte liegenden Längsraupe Schuld an dem Versagen haben muß".

Nach Ansicht des Verfassers spricht hier noch ein anderer Umstand mit, der zur Erklärung der geschilderten Beobachtung beitragen kann: die Eigenspannung des Baustoffs. Wie bekannt, hat jeder Guß- oder Walzkörper infolge der ungleichmäßigen Abkühlung einen unter mehr oder minder großem Zug stehenden Kern, während der Mantel infolge des Gleichgewichts der inneren Kräfte entsprechend „inneren Druck" erfährt. Je näher nun die Schweißnaht mit ihrem ohnehin starken Schrumpfbestreben an den unter Zug stehenden Kern heranrückt, desto ungünstiger muß das Versuchsergebnis ausfallen.

Doch welcher Erklärung man auch den Vorzug geben möge, das Ergebnis der Versuche wird durch die Erfahrung bestätigt, daß die Schweißnähte an den Kanten, z. B. bei aufgeschweißten Gurtplatten, keine der bei den sogenannten Halsnähten aufgetretenen Mängel gezeigt haben. Diese Beobachtung und die vorstehende Deutung führten zu dem in Bild 1 dargestellten neuen Querschnitt für geschweißte Träger, dessen Zusammensetzung aus den Bildern 2 und 3 ersichtlich und weiter unten noch ausführlicher beschrieben ist.

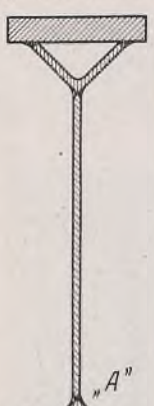


Bild 1.

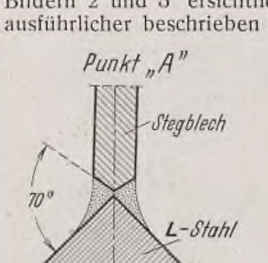


Bild 2.

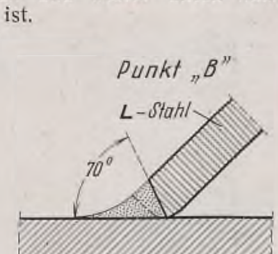


Bild 3.

Die Vorteile dieses neuen Trägerquerschnitts sind folgende:

1. An Stelle der Halsnaht in der Mitte der Gurtplatte treten Nähte an deren Kanten.

2. Der neue Trägerquerschnitt läßt sich leicht aus Breitflach- und Winkelstählen **ohne Verwendung von Sonderprofilen** herstellen.

3. Es werden eine innigere Verbindung zwischen Stegblech und Gurtplatte sowie ein günstigerer Kraftfluß als bei den bisher bekannten Bauweisen geschweißter Träger erzielt. Die bei der Nietbauweise üblichen Gurtwinkel werden durch schweißtechnisch richtig angeordnete Winkelstähle ersetzt.

4. Das Verkrümmen der Gurtplatten in der Querrichtung wird vermieden, desgleichen in der Längsrichtung, wie es sich zeigt, wenn die Gurtplatten nach den Aussteifungen aufgeschweißt werden.

5. Der Druckgurt erfährt durch den Winkel in waagerechter Richtung eine zusätzliche Aussteifung.

6. Die Beulsicherheit des Stegbleches wird durch Verringerung der Höhe heraufgesetzt. Es kann also unter Umständen möglich sein, mit geringeren Stegblechdicken auszukommen.

7. Die beim Schweißen nicht zu vermeidende Erwärmung wird gleichmäßiger über den Gurtquerschnitt verteilt und nicht so sehr auf einen Punkt vereinigt wie bei den bislang üblichen Querschnitten geschweißter Träger.

8. Das Aussehen der nach Bild 1 hergestellten Träger kann nur als durchaus befriedigend bezeichnet werden.

Die Ausführung in der Werkstatt ist denkbar einfach. Der Winkelstahl wird — nachdem dessen Kanten (vgl. Bild 3) bearbeitet wurden — auf die Gurtplatte aufgelegt und mit V-Nähten an diese angeschweißt. Sodann wird das Stegblech, dessen Längskanten nach Bild 2 gebrochen wurden, aufgesetzt und mit der Wurzel des Winkelstahls durch eine X-Naht fugenlos verbunden. Endlich wird der in gleicher Weise wie der untere Gurt vorbereitete obere Gurt auf das Stegblech gesetzt und mit diesem verschweißt.

Das Anschweißen von senkrechten Stegblechaussteifungen, Querverbänden oder der Querträger ist ebenso einfach wie bei den bisher üblichen Bauweisen. Die genannten Bauteile erhalten wie bislang Aussparungen, damit beim Anschweißen ein Überschweißen der Gurtnähte vermieden wird.

Die Ermittlung des Trägheitsmoments bereitet keinerlei Schwierigkeiten, weil die J-Werte des verkanteten Winkelstahls aus den meisten Tabellenwerken zu ersehen sind. Wesentlich ist, daß die Winkelschenkel dick genug bemessen werden, um die Querkräfte einwandfrei übertragen zu können.

Für die Hohlräume besteht keine Rostgefahr, wenn die Stahlbauteile vor dem Zusammenbau gut mit Leinölfirnis gestrichen und die Winkelstähle an den Enden geschlossen werden, weil dann weder Luft noch Feuchtigkeit Zutritt haben. Falls es dennoch für erforderlich gehalten wird, können die Hohlräume mit einer Bitumenmasse vergossen werden.

Der einzige Nachteil gegenüber den bisher üblichen Bauweisen, daß je Gurt statt zweier Kehlnähte oder einer X-Naht nunmehr zwei Kehlnähte und eine X-Naht erforderlich sind, dürfte bei weitem durch die geschilderten Vorteile aufgewogen werden, um so mehr, als die Verteilung der Kräfte auf mehr Nähte spannungstechnisch günstiger ist und die Nähte je nach Erfordernis stärker oder schwächer ausgebildet werden können. Z. B. könnte sich empfehlen, im mittleren Drittel (oder gar in der mittleren Hälfte) der Trägerlänge schwächere Nähte zu wählen, weil hier die Querkräfte geringer, die Längsspannungen aber größer sind, und kräftigere Nähte nur in den beiden seitlichen Dritteln (oder Vierteln) der Trägerlänge auszuführen, wo stärkere Schrumpfspannungen infolge der Schweißnähte weniger nachteilig sind.

Die vorgeschlagene Lösung ist von der Brückenbauanstalt Johannes Dörnen in Dortmund-Derne entwickelt, durchgearbeitet und inzwischen zum Patent angemeldet worden. Auf den gleichen Gedanken ist später völlig unabhängig auch der Verfasser gekommen. Die genannte Brückenbauanstalt führt zur Zeit Versuche an fertiggestellten Trägern durch. Über die Ergebnisse wird demnächst berichtet werden.

[1]) Dr.-Ing. Wasmuht, Einfluß des Normalglühens auf Festigkeitseigenschaften und Schweißverhalten von Baustahl St 52. St. u. E. 1939, Heft 8.

[2]) Arcos-Hausmitteilungen Nr. 88 vom Dezember 1938.

Verantwortlich für den Inhalt: Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt.
Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin W 9.
Druck der Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.

DER STAHLBAU

Schriftleitung:
Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt, Technische Hochschule
Fernsprecher: Darmstadt 7711, Apparat 599
Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61
Veröffentlichungsbeiträge an voranstehende Anschriften erbeten

Beilage zur Zeitschrift **DIE BAUTECHNIK** Fachschrift für das gesamte Bauingenieurwesen
Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

12. Jahrgang | BERLIN, 3. November 1939 | Heft 23/24

Das Tragwerk für den Neubau der Reichsstelle für Getreide in Berlin.

Von **Gerhard Mensch**, Beratender Ingenieur VBI, Berlin.

Für die Reichsstelle für Getreide, Futtermittel und sonstige landwirtschaftliche Erzeugnisse wurde am Fehrbelliner Platz in Berlin-Wilmersdorf der Neubau eines Bürohauses errichtet zu dem Zwecke, die bisher in privaten Geschäftshäusern zerstreut untergebrachten Abteilungen zusammenzufassen. Das neue Bürohaus, das in drei Bauabschnitten errichtet wurde, liegt, wie der Lageplan (Bild 1) zeigt, auf dem Grundstück zwischen dem Fehrbelliner Platz, der Brandenburgischen, Mannheimer, Mansfelder und der Barstraße. Der erste Bauabschnitt, über dessen Tragwerk nachstehend berichtet wird, wurde im Herbst 1936 begonnen und im Sommer 1937 fertiggestellt. Er wurde in der zur damaligen Zeit gegebenen Bauweise als Stahlgerippebau errichtet. Die 1937 und 1938 ausgeführten zweiten und dritten Bauabschnitte sind in stahlsparender Bauweise mit gemauerten Front- und Mittelwänden und mit über drei Felder durchlaufenden weitgespannten Decken ausgeführt. Durch die größeren Wanddicken im Mauerwerksbau ist die nutzbare Fläche entsprechend geringer als die im ersten Bauabschnitt.

Die Randbebauung im ersten Bauabschnitt enthält außer dem Keller- und Erdgeschoß vier Obergeschosse und das Dachgeschoß, wie aus Bild 2, das einen Querschnitt durch die Flügel an der Brandenburgischen und an der Barstraße zeigt, zu ersehen ist. Diese beiden Flügel sind durch einen Zwischenbau verbunden, der außer dem Keller- und Erdgeschoß jedoch nur drei Obergeschosse besitzt.

Für die Anordnung des Tragwerks war, abgesehen vom Kopfbau, das Maß einer normalen Außenwandachse von 1,70 m maßgebend (s. Bild 3). Der Abstand der Mittelstützen beträgt 6,80 m. Die Außenwandstützen sind in jedem zweiten Pfeiler in 3,40 m Abstand angeordnet worden. In den nicht zur Unterbringung des Tragwerks benötigten Pfeilern zwischen den Frontwandstützen, in die I 14 eingemauert sind, wurden die Abfallrohre und die Rohrleitungen für die Heizung untergebracht. Die Geschoßdecken, als Kleinesche Hohlsteindecken ausgebildet, sind 1,70 m weit zwischen Stahlträger gespannt, die normal zur Front liegen. Das Stahlgerüst wurde mit Schwemmsteinen ausgefacht.

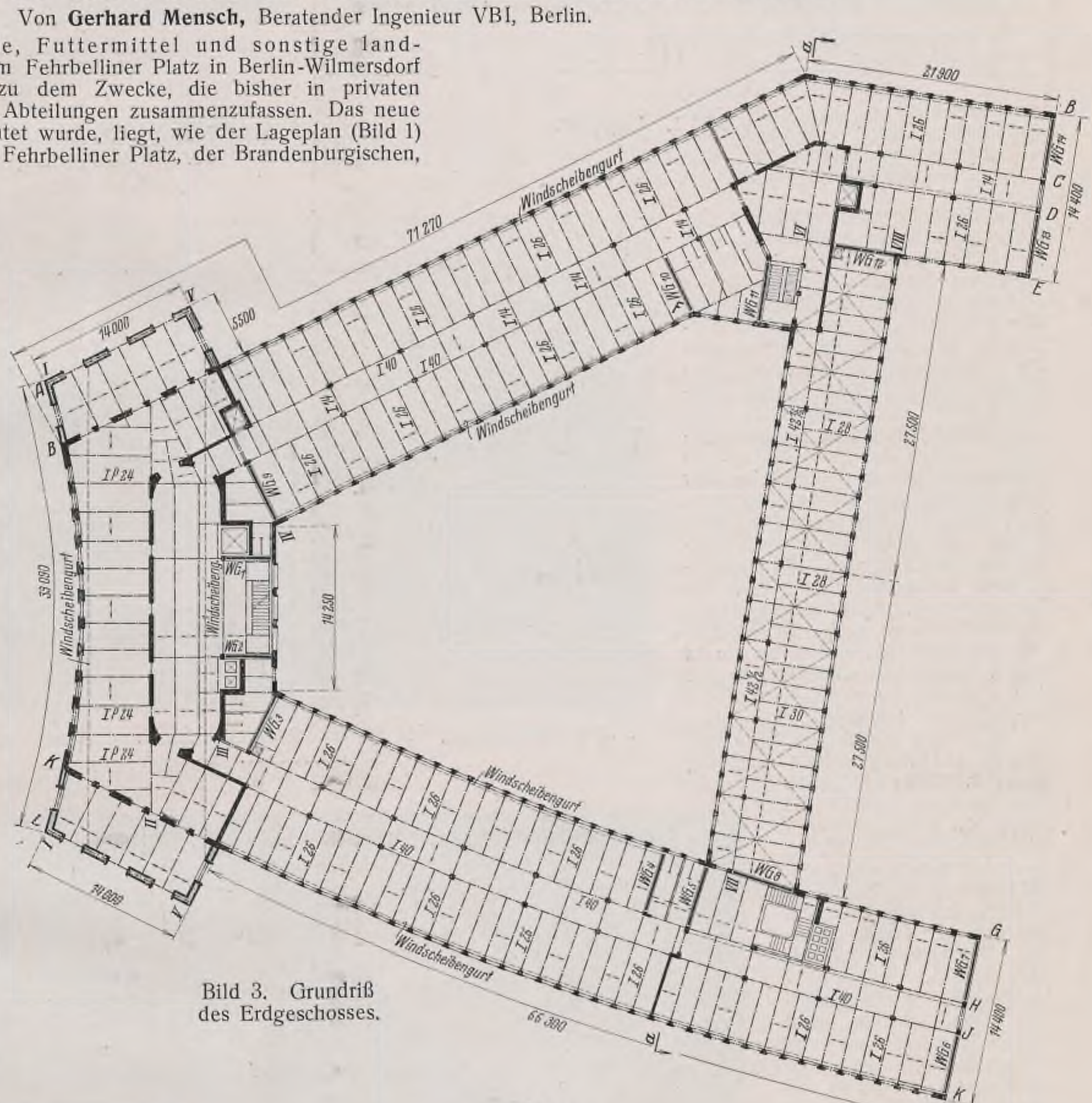


Bild 3. Grundriß des Erdgeschosses.

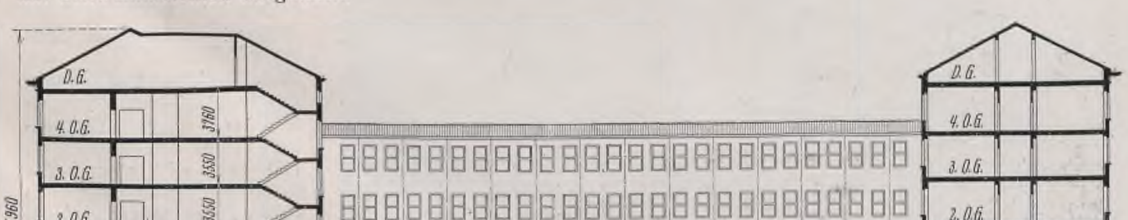


Bild 2. Querschnitt *a—a* (Bild 3).

Im Kopfbau am Fehrbelliner Platz wurden für die in größerem Abstand liegenden Deckenträger vorwiegend Peiner Breitflanschträger verwendet. In den übrigen Bauteilen konnten durchweg Normalprofile für die Trägerlagen ausgeführt werden. Die Stützen bestehen aus Peiner Breitflanschträgern, die in einigen Fällen durch Lamellen und Winkel verstärkt sind. Wegen der kurzen Bauzeit wurden im Keller unter den Mittelstützen gemauerte Pfeiler angeordnet, so daß die Montage erst

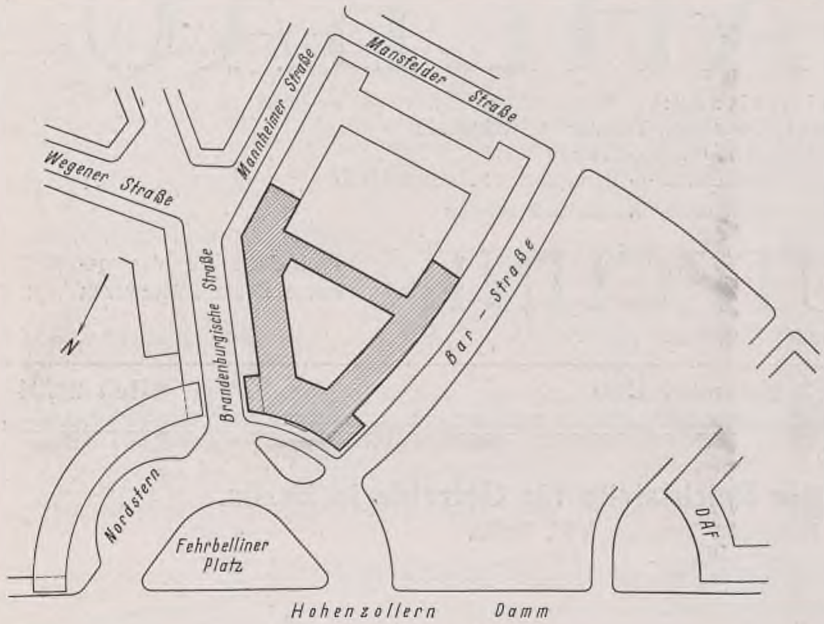


Bild 1. Lageplan.

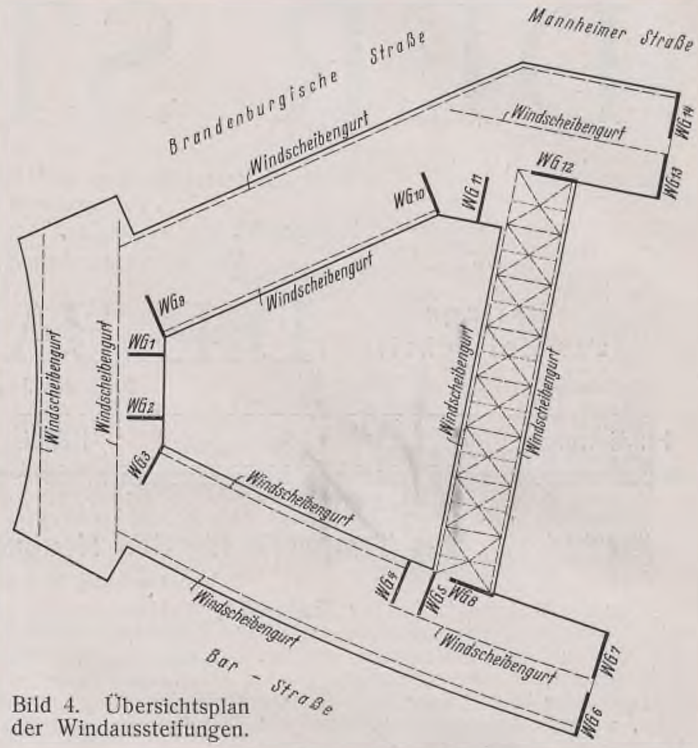


Bild 4. Übersichtsplan der Windaussteifungen.

einzusetzen brauchte, nachdem das Kellergeschoß fertig gemauert war.

Über die zur Erzielung der Standsicherheit des Bauwerks getroffenen Maßnahmen gibt der Übersichtsplan der Windaussteifungen (Bild 4) Aufschluß. Die Geschoßdecken wurden als waagerechte Windscheiben aufgefaßt und erhielten eine entsprechende Gurtbewehrung. Im Zwischenbau reichten die Geschoßdecken wegen der im Verhältnis zur Stützweite geringen Bauhöhe zur Übertragung der Windkräfte nicht aus. Deshalb wurde in jede Geschoßdecke ein waagerechter Fachwerkwindverband eingebaut. Die waagerechten Deckenscheiben bzw. die Windverbände geben die horizontalen Auflagerkräfte an senkrecht stehende Windverbände ab, durch die sie in den Baugrund weitergeleitet werden. Wie aus Bild 4 ersichtlich, wird der Kopfbau am Fehrbelliner Platz durch die senkrechten Verbände *WG* 1 und *WG* 2 in waagerechter Richtung gestützt. Für den Flügel an der Barstraße dienen die Verbände *WG* 3 bis *WG* 7 als Aussteifung. Der Mittelbau wird durch *WG* 8 und *WG* 12 und der Flügel an der Brandenburgischen und Mannheimer Straße durch die Verbände *WG* 9 bis *WG* 11, *WG* 13 und *WG* 14 ausgesteift. Die senkrechten Windverbände sind angeordnet innerhalb von Treppenhaus-, Toiletten- oder Brandwänden, so daß sie also keinen besonderen Raum beanspruchen.

Während dieses Tragwerk für die Flügelbauten, den Zwischenbau und den Mittelteil des Kopfbaues nach der üblichen Bauweise durchgeführt werden konnte, waren bei der Bearbeitung der in die Barstraße und in die Brandenburgische Straße vorspringenden Teile des Kopfbaues bauliche Schwierigkeiten, insbesondere bei der Fundierung, zu überwinden. Bild 5 zeigt im Vordergrunde die Aufstellung des Mittelteils des Stahlgerippes vom Kopfbau. Die vorspringenden Seitenteile sind aus Bild 6 mit dem Kopfbau nach der Fertigstellung zu erkennen. Bild 7 zeigt den Beginn der Aufstellung der Konstruktionen am Fehrbelliner Platz.

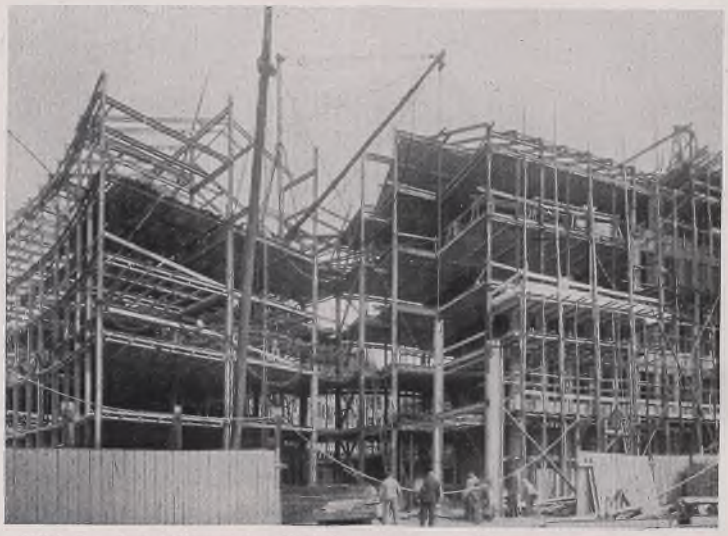


Bild 5. Aufstellung der Stahlkonstruktion Ecke Fehrbelliner Platz und Barstraße.

Durch eine früher vorgenommene Änderung der Straßenführung zum Zwecke der Neugestaltung des Fehrbelliner Platzes berührte die Fluchtlinie zum Teil städtische Tiefbauten. Die vier vorgezogenen Stützen an der Brandenburgischen Straße stehen über einem $\sim$ 5 m unter Straßenhöhe liegenden gemauerten Abwasserkanal von etwa 8 m² Querschnitt. Zur Abfangung der Stützenlasten waren seitlich des Kanals Fundamente bis zur Kanalsohle herunterzuführen. Dabei war der Straßenverkehr von Störungen möglichst frei zu halten. Weiterhin war zu berücksichtigen, daß bei später eintretenden Setzungen der Fundamente der Kanal nicht gefährdet werden durfte. Auf der anderen Seite des Kopfbaues schließt später die Überbauung der Barstraße an. Die senkrechten Lasten und die Windkräfte aus dem $\sim$ 18 m frei zu spannenden, durch vier Vollgeschosse und das Dachgeschoß belasteten Überbau waren bei den vier vorgezogenen Säulen zu berücksichtigen. Die Aufnahme der Lasten und die Ausbildung der Konstruktionen geschah in üblicher Weise. Die Fundierung bot auch hier Schwierigkeiten, da die Fluchtlinie in den Tunnel der U-Bahn-Strecke Fehrbelliner Platz — Breitenbach-Platz einschneidet. Die senkrechten und die waagerechten Lasten aus den Säulen wurden durch Kragkonstruktionen so weit zurückverlegt, daß die Unterbringung der erforderlichen $\sim$ 50 Bohrpfähle neben dem Tunnelkörper gerade noch möglich war. Einer der Kragträger ist in Bild 8 dargestellt. Der



Bild 6. Das fertige Bauwerk. Teilansicht Fehrbelliner Platz, Ecke Barstraße.



Bild 7. Aufstellung der Stahlkonstruktion am Fehrbelliner Platz. Dahinter die fertig aufgestellten Seitenflügel.



Bild 8. Kragträger, gestützt neben dem Untergrundbahntunnel in der Barstraße, zur Aufnahme der Stützen des vorspringenden Bauteils.

Trägerrost unter dem Auflager gibt die Last auf das Fundament über den Pfählen ab. Man sieht auch, daß das Kragende in den Tunnelkörper hineinragt.

Der Entwurf wurde von der Reichsbaudirektion Berlin verfaßt.

Die statische und konstruktive Bearbeitung erfolgte im Bauingenieurbüro des Verfassers. — Die Lieferung der 1860 t Stahlkonstruktionen geschah durch drei Firmen unter Führung der Werkhandelsfirma des Peiner Walzwerkes, von der auch die Montage durchgeführt wurde.

Zur Berechnung der Formänderungen vollwandiger Tragwerke mit veränderlichem Querschnitt.

Von Ing. Dr. **J. Wanke**, o. ö. Professor, Prag.

Die Formänderungen vollwandiger Tragwerke sind von den Querschnittsverhältnissen abhängig. Ist der Querschnitt gleichbleibend, so lassen sich für die Formänderungsgrößen in der Regel verhältnismäßig einfache Ausdrücke aufstellen. Auch für eine gesetzmäßige Veränderlichkeit des Trägheitsmoments sind Formeln entwickelt worden, die es ermöglichen, die Veränderlichkeit des Querschnitts ohne allzu großen Rechenaufwand zu berücksichtigen[1]). Ist eine solche Gesetzmäßigkeit nicht gegeben oder sind Unstetigkeiten vorhanden, so empfiehlt es sich, bei der Berechnung der $E J_c$-fachen Formänderungen das

$$\int M\overline{M}\cdot\frac{J_c}{J}\cdot dx \text{ bzw. } \int N\overline{N}\cdot\frac{J_c}{F}\cdot dx$$

durch entsprechende Summenausdrücke zu ersetzen. Auch wenn sich bei gesetzmäßiger Veränderlichkeit des Querschnitts unbequeme Formeln ergeben, ist die Berechnung mit Summen vorzuziehen.

Dabei kann es vorteilhaft sein, die reduzierte Momentenfläche — $M\cdot\frac{J_c}{J}$ — in zwei Teile zu zerlegen mit M und $\left(\frac{J_c}{J}-1\right)M$ als Ordinaten. Hat die M-Linie einen gesetzmäßigen Verlauf, so läßt sich für den dem ersten Teil entsprechenden Wert der Formänderung in der Regel ein geschlossener Ausdruck angeben; der zweite Teil mit den Ordinaten $\left(\frac{J_c}{J}-1\right)M$ liefert dann dazu die Verbesserung, bei deren Berechnung das $\int M\overline{M}\left(\frac{J_c}{J}-1\right)dx$ durch eine Summe ersetzt werden kann. Es empfiehlt sich meist, als Vergleichsträgheitsmoment den Größtwert zu wählen.

Das gleiche gilt sinngemäß für die Auswertung des $\int N\overline{N}\cdot\frac{J_c}{F}\cdot dx$ und $\frac{E}{G}\int Q\overline{Q}\cdot\frac{J_c}{F}\cdot dx$. Die folgenden Betrachtungen beschränken sich deshalb auf die Berechnung des von den Momenten herrührenden Teiles der Formänderungen $\int \mu\,\overline{M}\,dx$, wenn μ entweder das vollständige reduzierte Moment

(1) $\mu = M\cdot\frac{J_c}{J}$

oder einen Teil desselben

(1a) $\mu = M\left(\frac{J_c}{J}-1\right)$

bezeichnet.



Bild 1.

In manchen Fällen lassen sich, wenn das Trägheitsmoment absatzweise veränderlich, also in gewissen Teilstrecken gleichbleibend ist, bei der Berechnung von $\int\left(\frac{J_c}{J}-1\right)M\overline{M}\,dx$ durch weitere Zerlegung dieser Fläche Vereinfachungen erzielen. So wird man in Bild 1 den außerhalb der M-Linie liegenden Teil der reduzierten Momentenfläche in zwei Dreiecke unterteilen, wie es im Bilde durch Schraffierung angedeutet ist: das eine Dreieck mit seiner größten Ordinate $\left(\frac{J_c}{J}-1\right)M$ im Punkte 1 und das andere mit $\left(\frac{J_c}{J_2}-\frac{J_c}{J_1}\right)M$ im Punkte 2.

Ist beim Balken auf zwei Stützen die Funktion $\mu=\frac{J_c}{J}\cdot M$ bzw. $\mu=\left(\frac{J_c}{J}-1\right)M$ stetig und $\overline{M}$ konstant, so wird

(2) $$\int \mu\,\overline{M}\,dx = \overline{M}\int \mu\,dx = \overline{M}\,F.$$

F bedeutet dabei den Inhalt der μ-Fläche.

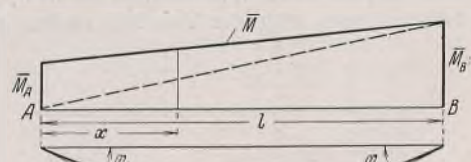


Bild 2.

Ist beim Balken auf zwei Stützen $\overline{M}$ eine Gerade, die durch die Gleichung $\overline{M}=\overline{M}_A\cdot\frac{l-x}{l}+\overline{M}_B\cdot\frac{x}{l}$ (Bild 2) dargestellt werden kann, so wird

$$\int \overline{M}\mu\,dx = \frac{\overline{M}_A}{l}\int \mu\,(l-x)\,dx + \frac{\overline{M}_B}{l}\int \mu\,x\,dx$$

(3) $$\int \overline{M}\mu\,dx = \frac{\overline{M}_A}{l}\cdot S_B + \frac{\overline{M}_B}{l}\cdot S_A,$$

wobei S_A und S_B die auf die Stützen A und B bezogenen statischen Momente der μ-Fläche bedeuten. Für $\mu=M\cdot\frac{J_c}{J}$ stellen $\frac{S_A}{l}$ und $\frac{S_B}{l}$ die $E J_c$-fachen Endtangentenwinkel φ_B und φ_A dar.

[1]) Vgl. Schadek u. Demel, Hilfsmittel zur Berechnung von Formänderungen; Beyer, Die Statik im Eisenbetonbau, 1. Band, u. a.

Beim Kragträger (Freiträger) bedeuten $F = \int M \cdot \frac{J_c}{J} \cdot dx$ den EJ_c-fachen Endtangentenwinkel φ und $S = \int M \cdot \frac{J_c}{J} \cdot x\, dx$ die EJ_c-fache Durchbiegung δ (Bild 3). Dieselben Ausdrücke kommen auch beim Rahmen, Bogen und anderen statisch unbestimmten Systemen vor.

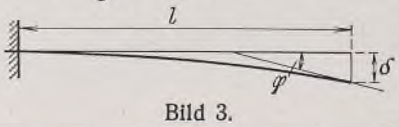


Bild 3.

Es handelt sich also darum, die Integrale $F = \int \mu\, dx$ und $S = \int \mu\, x\, dx$, die sich bei beliebigem, aber stetigem Verlauf der μ-Linie nicht berechnen lassen, durch Summenausdrücke zu ersetzen. Die einfache Simpsonsche Summenbildung ist in der Regel zu ungenau; besser ist es, wie der Verfasser bereits 1920 in einem Aufsatz gezeigt hat[2]), durch je drei im Abstande Δx aufeinanderfolgende Punkte eine Kurve zweiten Grades zu legen und die diesem Kurvenverlauf entsprechenden Einzelgewichte zu addieren. Bezeichnen 0 und n die Endpunkte bei einer Teilung in n gleiche Teile Δx, so sind die Einzelgewichte durch folgende Ausdrücke gegeben:

$$(4)\quad \begin{cases} w_0 = \dfrac{\Delta x}{24}\,(7\,\mu_0 + 6\,\mu_1 - \mu_2) \\ w_i = \dfrac{\Delta x}{12}\,(\mu_{i-1} + 10\,\mu_i + \mu_{i+1}) \\ w_n = \dfrac{\Delta x}{24}\,(7\,\mu_n + 6\,\mu_{n-1} - \mu_{n-2}). \end{cases}$$

Damit kann die Fläche $F = \int \mu\, dx$ mit großer Genauigkeit durch folgende Summe dargestellt werden:

$$(5)\quad F = \sum_0^n w_i = \Delta x \left[\frac{3}{8}(\mu_0 + \mu_n) + \sum_1^{n-1} \mu_i + \frac{1}{6}(\mu_1 + \mu_{n-1}) - \frac{1}{24}(\mu_2 + \mu_{n-2})\right].$$

Somit kann man, wenn es sich nur um die Ermittlung der Fläche F handelt, die Berechnung der Einzelgewichte (4) umgehen und F unmittelbar aus den μ_i (1) bzw. (1a) bestimmen.

Ähnlich verhält es sich auch mit dem Ausdruck $S = \int \mu\, x\, dx$ (Bild 4). Man könnte mit $\mu_i' = \mu_i x_i$ die Summenbildung nach (5) vornehmen. Einfacher aber ist es, die Summe $\sum_1^n w_i x_i$ zu bilden. Der dadurch entstehende geringe Fehler kann, ebenso wie bei der Berechnung von F nach (5), auf der positiven oder negativen Seite liegen. Mit $x_i = i\, \Delta x$ ist mit großer Genauigkeit

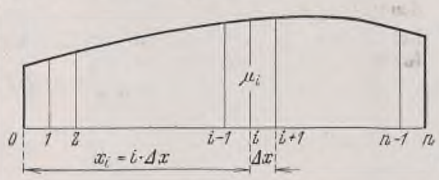


Bild 4.

$$(6)\quad S = \sum_1^n w_i x_i = \Delta x \sum_1^n w_i\, i.$$

Werden für die Gewichte w die μ-Werte nach (4) eingesetzt, so erhält man nach Zusammenziehung gleicher Größen

$$(7)\quad S = \Delta x^2 \left[\frac{1}{12}(\mu_0 - \mu_n) + \sum_1^n \sum_k^n \mu_i - \frac{n}{24}(\mu_{n-2} - 4\,\mu_{n-1} + 15\,\mu_n)\right].$$

Auch hier kann man also die Summen unmittelbar aus den μ_i bilden. Die Doppelsumme ist leicht nach folgender Vorschrift zu berechnen:

(8)

k	μ_k	$\sum_k^n \mu_i$
n	μ_n	$\mu_n = \sum_n^n \mu_i$
$n-1$	μ_{n-1}	$\sum_n^n \mu_i + \mu_{n-1} = \sum_{n-1}^n \mu_i$
$n-2$	μ_{n-2}	$\sum_{n-1}^n \mu_i + \mu_{n-2} = \sum_{n-2}^n \mu_i$
1	1	$\sum_2^n \mu_i + \mu_1 = \sum_1^n \mu_i$
		$\sum_1^n \sum_k^n \mu_i$

[2]) Die günstigste Form des eingespannten Gewölbes und die Bestimmung seiner Eigengewichtsspannungen. Technische Blätter, Prag. Siehe auch Melan, Der Brückenbau, II. Bd., 3. Auflage, S. 85.

Fällt der Bezugspunkt für das statische Moment S nicht mit dem Nullpunkt zusammen (Abstand a), so ist $x_i = a + i\,\Delta x$ und

$$(9)\quad S_a = a \sum_0^n w_i + \Delta x \sum_1^n i\, w_i = a\,F + S.$$

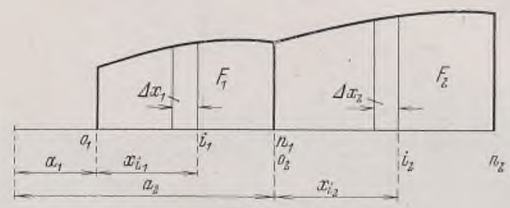


Bild 5.

Ist in dem Verlauf der μ-Linie eine Unstetigkeit vorhanden (Bild 5), so ist die μ-Fläche an der Unstetigkeitsstelle zu zerlegen; die Einzelteile sind getrennt zu berechnen:

$$(10)\quad \begin{cases} F = F_1 + F_2. \\ S_a = a_1 F_1 + a_2 F_2 + S_1 + S_2. \end{cases}$$

Dabei ist $\mu_{n_1} = \mu_{0_2}$ einzuführen.

Das Verfahren soll zunächst an zwei Beispielen von Trägern mit absatzweise veränderlichem Trägheitsmoment gezeigt werden.

a) Parallelgurtiger Blechträger mit abgesetzten Gurtplatten. Bestimmung der Durchbiegung in der Trägermitte.

Für gleichmäßig verteilte Vollbelastung mit p t/m ist die Momentenlinie eine Parabel mit der Gleichung

$$M = \frac{1}{2} \cdot p\, x\,(l - x).$$

Die reduzierte Momentenfläche (Bild 6a) kann in drei Teilflächen zerlegt werden: die Momentenfläche und die Flächen der Bilder 6b u. 6c, die Teile von Parabelflächen sind mit den Ordinaten

$$\eta_1 = \left(\frac{J_c}{J} - 1\right) M = \alpha_1 M. \qquad \eta_2 = \left(\frac{J_c}{J_2} - \frac{J_c}{J_1}\right) M = \alpha_2 M.$$

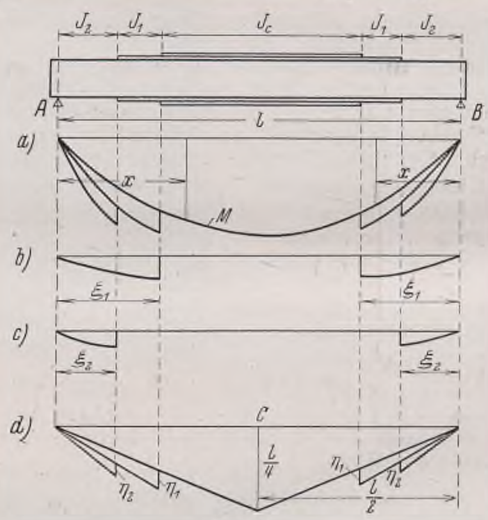


Bild 6.

Den drei Teilflächen entsprechen Durchbiegungen in Trägermitte δ_0, δ_1 und δ_2:

$$EJ_c\,\delta_0 = \frac{5}{384} \cdot p\, l^4$$

$$EJ_c\,\delta_1 = \alpha_1 \cdot 2 \cdot \frac{p}{4} \int_0^{\xi_1} x^2 (l - x)\, dx = \alpha_1 \cdot \frac{p}{24} \cdot \xi_1^3 (4\,l - 3\,\xi_1)$$

$$EJ_c\,\delta_2 = \alpha_2 \cdot 2 \cdot \frac{p}{4} \int_0^{\xi_2} x^2 (l - x)\, dx = \alpha_2 \cdot \frac{p}{24} \cdot \xi_2^3 (4\,l - 3\,\xi_2).$$

Die Gesamtdurchbiegung ist

$$EJ_c\,\delta = \frac{p}{24}\left[\frac{5}{16} \cdot l^4 + \alpha_1\,\xi_1^3 (4\,l - 3\,\xi_1) + \alpha_2\,\xi_2^3 (4\,l - 3\,\xi_2)\right].$$

Ähnlich läßt sich die Durchbiegung in einem beliebigen Punkte bestimmen.

Rührt das Moment von Einzellasten her, ist also die M-Linie gebrochen, dann ist es vorteilhaft, die Durchbiegung in einem Punkte C aus ihrer Einflußlinie zu ermitteln. Diese ist bekanntlich die Momentenlinie des Trägers, der mit einer reduzierten Momentenfläche belastet ist, die zur Last 1 im Punkte C gehört. Den Teilen dieser Belastungsfläche entsprechen Einflußlinien-Teilwerte δ_0, δ_1 und δ_2, die mit den Bezeichnungen von Bild 6d für C in Trägermitte durch folgende Ausdrücke dargestellt werden können:

$$EJ_c\,\delta_0 = \frac{x}{48}\,(3\,l^2 - 4\,x^2)\,\ldots\ldots\ldots x = 0 \text{ bis } {}^1/_2\, l$$

$$EJ_c\,\delta_1 \begin{cases} = \dfrac{x\,\eta_1}{6\,\xi_1}\,[3\,\xi_1{}^2 - x^2] \ldots\ldots x = 0 \text{ bis } \xi_1 \\[2mm] = \dfrac{\xi_1{}^2\,\eta_1}{3} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots x = \xi_1 \text{ bis } {}^1/_2\, l \end{cases}$$

$$EJ_c\,\delta_2 \begin{cases} = \dfrac{x\,\eta_2}{6\,\xi_2}\,[3\,\xi_2{}^2 - x^2] \ldots\ldots x = 0 \text{ bis } \xi_2 \\[2mm] = \dfrac{\xi_2{}^2\,\eta_2}{3} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots x = \xi_2 \text{ bis } {}^1/_2\, l. \end{cases}$$

Die Gesamtdurchbiegung ist $EJ_c\,\delta = EJ_c\,(\delta_0 + \delta_1 + \delta_2)$. Dabei ist einzusetzen

$$\eta_1 = \left(\frac{J_c}{J} - 1\right) {}^1/_2\, \xi_1$$

$$\eta_2 = \left(\frac{J_c}{J_2} - \frac{J_c}{J_1}\right) {}^1/_2\, \xi_2.$$

b) Kragträger (Freiträger) mit absatzweise veränderlichem Trägheitsmoment (abgesetzter Rohrmast). Bestimmung der Durchbiegung am Trägerende (Mastspitze).

Bei einer Belastung durch $P = 1$ am Trägerende ist die Durchbiegung an der gleichen Stelle (Bild 7 bis 7b)

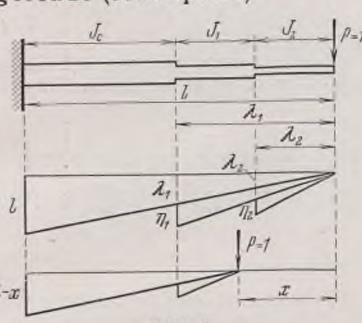


Bild 7.

$$EJ_c\,\delta = \frac{1}{3}\,[l^3 + \eta_1\,\lambda_1{}^2 + \eta_2\,\lambda_2{}^2]$$

oder mit

$$\eta_1 = \left(\frac{J_c}{J_1} - 1\right) \lambda_1 = \alpha_1\,\lambda_1$$

$$\eta_2 = \left(\frac{J_c}{J_2} - \frac{J_c}{J_1}\right) \lambda_2 = \alpha_2\,\lambda_2$$

$$EJ_c\,\delta = \frac{1}{3}\,[l^3 + \alpha_1\,\lambda_1{}^3 + \alpha_2\,\lambda_2{}^3].$$

Für $P = 1$ im Abstande x vom Trägerende ist die Durchbiegung an der Trägerspitze (Bild 7c)

$$EJ_c\,\delta = \frac{1}{6}\,(l - x)^2\,(2\,l + x) + \frac{1}{6}\,(\lambda_1 - x)\,\eta_1\,(2\,\lambda_1 + x).$$

Die folgenden Beispiele zeigen die Verwendung der Summen F und S.

c) Vollwandträger auf zwei Stützen mit sattelförmigem Obergurt, Gurtflächen gleichbleibend (Bild 8). Bestimmung der Durchbiegung in Trägermitte bei Vollbelastung.

Als Vergleichsträgheitsmoment J_c wird vorteilhaft das in dem Trägerteil C—D vorhandene größte Trägheitsmoment eingeführt. Damit ist die Durchbiegung in Trägermitte

$$EJ_c\,\delta = 2 \int_0^{\frac{l}{2}} M'\,x\,dx,$$

wenn mit $M' = M \cdot \frac{J_c}{J}$ das reduzierte Trägheitsmoment bezeichnet wird. Infolge der Unstetigkeit der M'-Linie bei C und D müßte das Integral nach (7) bzw. (10) durch zwei Summen ersetzt werden. Es empfiehlt sich aber, statt dessen die M'-Fläche in die M- und die in Bild 8b gesondert dargestellte μ-Fläche zu zerlegen mit $\mu = \left(\frac{J_c}{J} - 1\right) M$. Dem ersten Teil entspricht der bekannte Ausdruck für die Durchbiegung des Trägers mit gleichbleibendem Querschnitt $EJ_c\,\delta_0 = \frac{5}{384} \cdot p\,l^4$; der zweite Teil ist $EJ_c\,\delta_1 = 2 \int_0^{\lambda} \mu\,x\,dx = 2\,S$. Somit ist die Gesamtdurchbiegung

$$EJ_c\,\delta = \frac{5}{384} \cdot p\,l^4 + 2\,S.$$

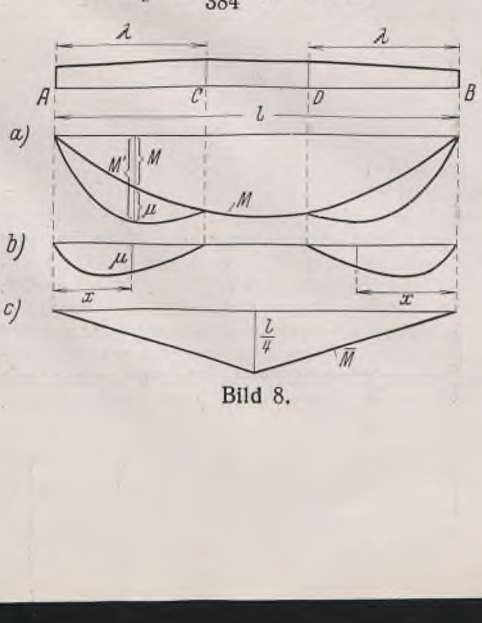


Bild 8.

d) Durchlaufender Träger über drei Felder mit sattelförmigem Obergurt (Bild 9). Bestimmung der Formänderungsgrößen in den Gleichungen der Unbekannten.

Das Vergleichsträgheitsmoment J_c sei im Mittelfeld gleichbleibend. Für die unbekannten Stützenmomente $M_{\rm I}$ und $M_{\rm II}$ sind die Selbstspannungszustände $M_{\rm I} = 1$ und $M_{\rm II} = 1$ bzw. die entsprechenden reduzierten Momentenflächen in Bild 9a dargestellt. Im Mittelfeld ist $\mu = 0$, in den Seitenfeldern $\mu = \left(\frac{J_c}{J} - 1\right) M$. Damit ergeben sich die Formänderungsgrößen

$$EJ_c\,\delta_{11} = \frac{1}{3}\,(l_1 + l_2) + S = EJ_c\,\delta_{22}$$

$$EJ_c\,\delta_{12} = \frac{1}{6} \cdot l_2 = EJ_c\,\delta_{21}.$$

e) Eingespannter Kragträger mit stetig veränderlichem Querschnitt. Bestimmung der Durchbiegung am Trägerende unter der Last P (Bild 10).

Mit $M = P\,x$ und $\mu = \left(\frac{J_c}{J} - 1\right) M$ ist die Durchbiegung

$$EJ_c\,\delta = \int_0^l M'\,x\,dx = \int_0^l M\,x\,dx + \int_0^l \mu\,x\,dx = \frac{1}{3} \cdot P\,l^3 + S.$$

Eine Unterteilung der Länge l in vier Teile Δx ergibt meist bereits genügende Genauigkeit des nach (7) berechneten Summenausdrucks S.

f) Eingespannter symmetrischer Bogen (Bild 11). Berechnung der Einflußlinien der Unbekannten.

Den im Schwerpunkt der elastischen Gewichte $\frac{1}{J}$ angreifenden Unbekannten M, V, H von der Größe 1 entsprechen im Bogen für Teile gleicher Abszissenlänge dx folgende stetig verteilte Gewichte:

$$M \;\ldots\ldots\; \mu'' = \frac{dx}{J \cdot \cos\varphi}$$

$$V \;\ldots\ldots\; \mu' = \frac{x\,dx}{J \cdot \cos\varphi}$$

$$H \;\ldots\ldots\; \mu = \frac{y\,dx}{J \cdot \cos\varphi}.$$

Wird der Bogen in n Teile gleicher Abszissenlänge Δx zerlegt, so entsprechen den Teilungspunkten i bestimmte Werte μ_i'', μ_i' und μ_i, aus denen nach (4) Einzelgewichte w_i'', w_i' und w_i berechnet werden können. Mit diesen erhalten bei Vernachlässigung kleiner Glieder die Ausdrücke für die Unbekannten die bekannte Form:

$$M = -\frac{\Sigma\,\mathfrak{M}\,w''}{\Sigma\,w''}$$

$$V = -\frac{\Sigma\,\mathfrak{M}\,w'}{\Sigma\,w'\,x}$$

$$H = -\frac{\Sigma\,\mathfrak{M}\,w}{\Sigma\,w\,y + \sum \dfrac{\cos\varphi}{F} \cdot \Delta x}.$$

Die Nenner können nach (5) als Inhalt der μ''-, $x\,\mu'$- und $y\,\mu$-Flächen ermittelt werden, wozu in dem Ausdruck für H noch die $\frac{\cos\varphi}{F}$-Fläche kommt. Die Zähler sind anzusehen als Momente des mit μ'' (μ', μ) belasteten frei aufliegenden Trägers. Bezeichnen wir allgemein die diesen Belastungen entsprechenden Einzelgewichte mit w, so kann mit den

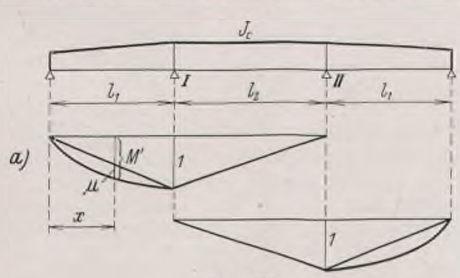


Bild 9.

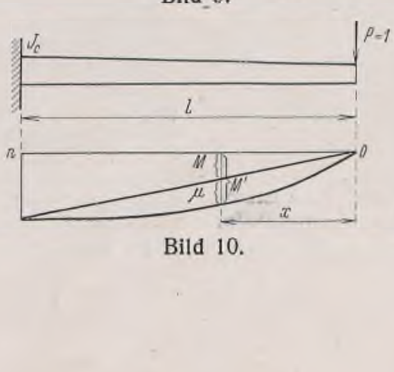


Bild 10.

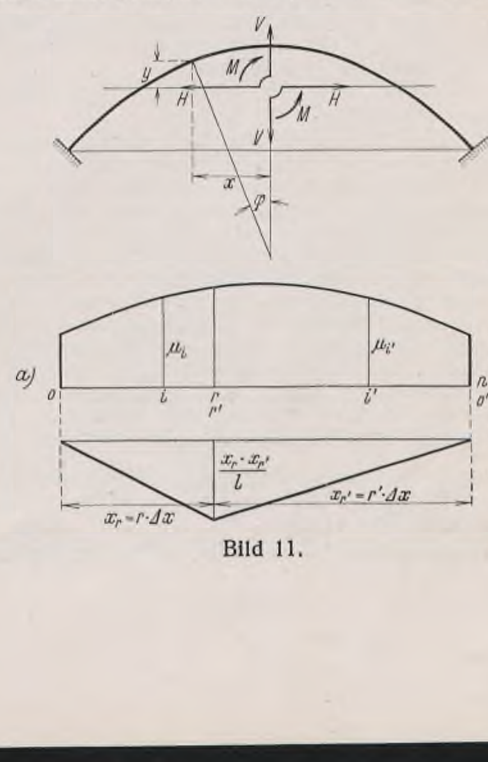


Bild 11.

Bezeichnungen von Bild 11a das Moment des mit w belasteten Balkens — der Zähler in den Ausdrücken für die Unbekannten — wie folgt dargestellt werden:

$$M_w = \frac{r'}{n} \sum_{1}^{r} w_i\, x_i + \frac{r}{n} \sum_{1'}^{r'-1} w_i'\, x_i'$$

$$= \frac{\varDelta x}{n}\left[r' \sum_{1}^{r} i\, w_i + r \sum_{1'}^{r'-1} i'\, w_i' \right]$$

$$= \frac{\varDelta x}{n}\left[r' \sum_{1}^{r-1} i\, w_i + r \sum_{1}^{r'} i'\, w_i' \right].$$

Setzt man statt der nach einer Kurve zweiten Grades verglichenen Einzelgewichte w nach (4) die μ-Werte in den Teilungspunkten ein, so erhält man für die Summe

$$\sum_{1}^{r} i\, w_i = \varDelta x \left[\frac{1}{12} \cdot u_0 + \sum_{1}^{r} \sum_{k}^{r} \mu_i - \frac{(r+1)\,\mu_r - r\,\mu_{r+1}}{12} \right].$$

Bei symmetrischem Bogen braucht man, um die Einflußwerte in den Teilungspunkten zu erhalten, die Summen nur für $r = 1$ bis $n - 1$ zu bestimmen, da die r'-Summen den spiegelbildlich gleich bezeichneten r-Summen gleich sind. In diesem Falle wird dann

$$M_w = \frac{\varDelta x}{n}\left[(n - r) \sum_{1}^{r} i\, w_i + r \sum_{1}^{n-r-1} i\, w_i \right].$$

Da $\sum_{1}^{r} \sum_{k}^{r} \mu_i = \sum_{1}^{r-1} \sum_{k}^{r-1} \mu_i + r\,\mu_r$ ist, ergibt sich, wenn die Doppelsumme $\sum_{1}^{r} \sum_{k}^{r} \mu_i = \sum_{r}$ bezeichnet wird, folgende Rechenvorschrift:

r	μ_r	$r\,\mu_r$	$\sum_{r}$
1	μ_1	$1\,\mu_1$	$\mu_1 = \sum_1$
2	μ_2	$2\,\mu_2$	$\sum_1 + 2\,\mu_2 = \sum_2$
r	μ_r	$r\,\mu_r$	$\sum_{r-1} + r\,\mu_r = \sum_r$

Dazu kommen im Ausdruck für $\sum_{1}^{r} i\, w_i$ in der Klammer noch jeweils die Glieder vor und nach der Doppelsumme.

Soll die Doppelsumme $\sum_{1}^{r} \sum_{k}^{r} \mu_i$ nur für einen bestimmten Wert r als Kontrolle verwendet werden, so empfiehlt sich ihre Berechnung nach der Vorschrift (8), wenn dort n durch r ersetzt wird.

Beitrag zur Beurteilung der Wärmespannungen und ihr Einfluß auf die Dauerfestigkeit von Schweißverbindungen.

Auszug eines Berichts zum „Norges Tekniske Höiskoles Fond".

Von R. Flack-Tönnessen, Norwegen.

Bei Stahl erniedrigen Kerbwirkungen, scharfe Querschnittübergänge, Korrosion usw. die Widerstandsfähigkeit gegenüber wiederholten Belastungen. Diese verschiedenen Wirkungen sind zur Zeit gut erforscht und allgemein bekannt.

Auch die Eigenspannungen eines Materials beeinflussen die Dauerfestigkeit, und zwar bei St 37 nach Versuchen von Thum und Erker [1] sowohl in günstigem als auch in ungünstigem Sinne, je nachdem die Eigenspannungen den Betriebsspannungen entgegenwirken bzw. sich zu diesen addieren. Bei Stählen höherer Festigkeit (etwa 65 kg/mm²) haben Schulz und Buchholtz dagegen gefunden [2], daß die inneren Spannungen der Schwingungsfestigkeit nicht schaden, und daß weiter die inneren Spannungen durch die Wechselbiegebeanspruchung vollständig beseitigt werden können.

Die größte Schwierigkeit bei der Untersuchung der alleinigen Wirkung der Wärmespannungen bietet die Ausscheidung der meist gleichzeitig auftretenden Einflüsse, wie Kerbwirkung, Änderung der Materialeigenschaften durch Wärmewirkungen, Wirkung von Kaltbearbeitung usw., Nebenwirkungen, die ohne Zweifel teils zu Fehlschlüssen geführt haben. Ein anderer Mangel ist der, daß die Untersuchungen über den Einfluß der Wärmespannungen meist nicht von einer exakten Spannungsmessung begleitet sind, sei es entweder, daß man darauf verzichtet hat oder daß die Spannungsmessung bei der Versuchsanordnung nicht möglich war.

Die Wärmespannungen beim Schweißen können erstaunlich hohe Werte erreichen [3]. Daher kommt der Untersuchung der Wirkung der Wärmespannungen beim Schweißen ein besonderes Interesse zu. Die unten wiedergegebenen Versuche verfolgen den Zweck, die Einflüsse der Wärmespannungen auf die Dauerfestigkeit des Schweißgutes zu erforschen, indem auch die Größe der auftretenden Eigenspannungen auf zwei verschiedene Weisen gemessen wurde.

Untersucht wurden Schweißen, die mit drei verschiedenen Elektrodenarten hergestellt waren:

1. dick umhüllte Elektroden mit einer Zugfestigkeit von 43 bis 47 kg/mm²;
2. dick umhüllte Elektroden mit einer Zugfestigkeit von 39 bis 43 kg/mm², diese Elektroden waren von der Herstellungsfirma als besonders „dehnfähig" bezeichnet;
3. leicht getauchte Drähte mit einer Zugfestigkeit zwischen 43 und 45 kg/mm².

Gemessen wurde die Größe der Eigenspannungen in den Schweißen vor und nach der Dauerbelastung, und zwar wurden die Messungen vor der Dauerbelastung sowohl mit Hilfe von Röntgenstrahlen als auch durch mechanisches Abtrennverfahren ausgeführt. Weiter wurde der Einfluß einer Vorwärmung des Grundmaterials und einer längeren Ruhepause zwischen dem Schweißen und den Dauerversuchen untersucht. Als Hauptproblem galt aber die Erforschung der Erniedrigung bzw. Erhöhung der Schwingungsfestigkeit des Schweißgutes durch die inneren Spannungen. Wegen der Gestalt des Versuchskörpers (siehe unten) trat bei den Versuchen keine Kerbwirkung auf. Gefügeuntersuchungen der Werkstoffe zeigten, daß die Vorwärmung keine störende Wirkung auf die normale Schweißstruktur hatte. (Die Einbrandtiefe der Schweiße war selbstverständlich eine größere.) Die Struktur der Schweiße entsprach immer der bei der betreffenden Elektrode normalen Struktur.

Anordnung und Durchführung der Versuche.

Im ganzen wurden sechs Serien Stäbe untersucht. Je zwei Serien wurden mit derselben Elektrodenart geschweißt, das eine Mal auf vorgewärmtem Grundmaterial, das andere Mal dagegen wurde das Arbeitsstück während der Schweißung durch teilweise Einsenkung ins Wasser gekühlt. Die Abkühlung geschah, um höhere innere Spannungen zu erzielen. Die Schweißverhältnisse der Serien A bis F sind in der Tabelle 1 wiedergegeben.

Als Grundmaterial fanden 15 mm dicke Streifen von Flachstahl aus St 37 Verwendung. Die Walzhaut wurde zuerst entfernt und eine Rille für die Schweißraupe eingefräst (Bild 1). Nach dem Schweißen, das mit 3,25 mm dicken Elektroden und bei 120 A geschah, wurden die Raupen abgehobelt und bearbeitet (entsprechend den Stumpfstößen Güte I DIN 4101), und die Flachstähle der verschiedenen Serien wurden danach quer zur Schweißraupe in Stäbe für Dauerversuche, Spannungsmessungen und mikroskopische Untersuchungen aufgeteilt. Für die Spannungsmessung durch Röntgenstrahlen wurden aus jeder Serie zwei für die Dauerversuche fertig bearbeitete Stäbe entnommen.

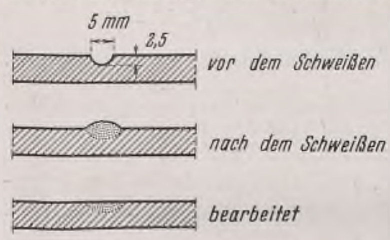


Bild 1.

Spannungsmessung durch Röntgenstrahlen.

Das Prinzip des hier verwendeten Meßverfahrens ist von Regler [4] angegeben. Als Maß für die Spannungswerte wird für diese Untersuchungen die radiale Breite der Interferenzlinien, also das Maß für die Größe der durch die Verformung hervorgerufenen Gitterstörung (Schwankung des Gitterparameters) herangezogen. Bezüglich der Ausmessung der Linienbreite wurde eine Methode verwendet, die von der von Regler angegebenen abwich, indem die Linienbreite im vorliegenden Falle mittels Photometrierens der Röntgenfilme gefunden wurde.

An experimentellen Daten bei Röntgenaufnahmen wäre zu erwähnen:

Röntgenröhre: Jonenröhre der Haddingtype,
Stromquelle und Stromstärke: Halbwellenapparatur und 16 MA,
Aufnahmetemperatur: 18° C,
Belichtungszeit: etwa 10 min,
Antikathode: Chrom,
Abstand Prüfkörper—Film: 63,5 mm.

Bei den Aufnahmen wurde der Prüfkörper um den Röntgenstrahl als Achse gedreht.

Die Röntgenaufnahmen wurden nachher photometriert (Mikrophotometer Moll von Kipp & Zonnen). Beim Photometrieren wird der Röntgenfilm an einem scharf begrenzten Lichtstrahl langsam vorübergeführt, und mittels einer Photozelle wird eine Kurve aufgezeichnet, deren Ordinaten durch die Schwärzungsintensität der jeweiligen Punkte des Röntgenfilms bestimmt werden. Dem Schwärzungsdiagramm wurde hierbei im Verhältnis zum Röntgenfilm eine Vergrößerung längs der Abszisse von etwa 30mal gegeben. Danach wurde die Linienbreite in $1/n$ Höhe zwischen Grundschwärzung und maximaler Schwärzung gemessen. Für n hat sich ein Wert von 3 als günstig erwiesen, die Wahl ist sonst innerhalb gewisser Grenzen willkürlich, da es sich nur um Vergleichswerte handelt.

Als Eichwerte für die Spannungsmessung dienten Röntgenuntersuchungen an flachen Probestäben, die vorher spannungsfrei geglüht waren und die in einer dazu geeigneten Einspannvorrichtung schrittweise durchgebogen wurden. Das System dieser Einspannvorrichtung geht aus Bild 2 hervor, und das verwendete Instrument ist weiter in Bild 3 gezeigt.

Tabelle 1.

Elektrode	Vorgewärmt	Gekühlt
1	Serie B	Serie A
2	„ D	„ C
3	„ F	„ E

Tabelle 2.

Serie	Linienbreite (Mittel aus vier Photogrammen) mm	Spannung kg/cm²
A	65,1	— 2200
B	61,7	— 1080
C	65,3	— 2250
D	58,2	— 100
E	67,4	— 2000
F	64,4	— 1050

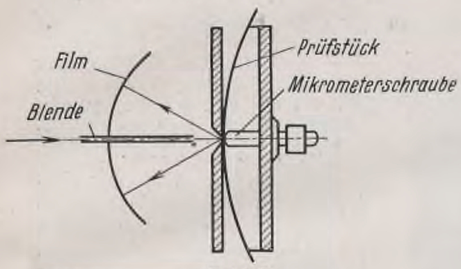


Bild 2.

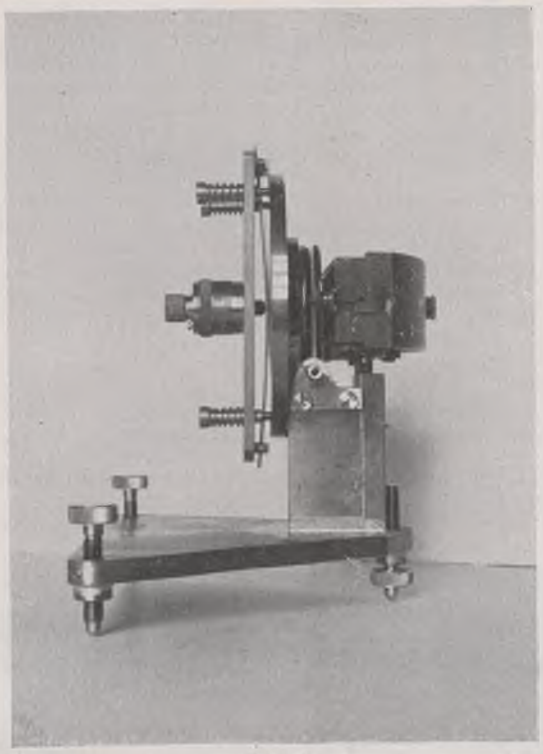


Bild 3.

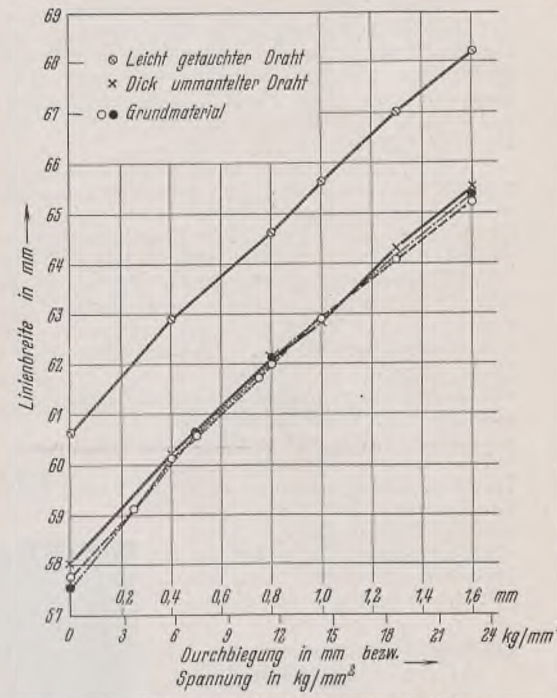


Bild 4. Abhängigkeit der Interferenzlinienbreite von der Oberflächenspannung.

Die Eichwerte mußten sowohl das Grundmaterial (St 37) als auch das Schweißgut, das mit dick ummantelten bzw. leicht getauchten Elektroden niedergeschmolzene Material umfassen. Es mußte nämlich als möglich vorausgesetzt werden, daß die stofflichen Verschiedenheiten dieser Materialien sich in der Linienbreite bemerkbar machen werden. Auf Grund der gefundenen Eichwerte sind die Kurven in Bild 4 aufgezeichnet. Die Werte bei den dick ummantelten Elektroden weichen wenig, bei den leicht getauchten Elektroden aber stark von den Werten beim Grundmaterial ab.

Wie erwähnt, wurden für jede der sechs Serien A bis F zwei Stäbe für die Spannungsmessung durch Röntgenstrahlen entnommen. In Tabelle 2 sind die Versuchswerte wiedergegeben, wobei die angegebenen Spannungen immer der betreffenden Eichkurve entnommen sind.

Aus den Spannungswerten geht u. a. hervor, daß eine Vorwärmung des Grundmaterials die inneren Spannungen vermindert, bei der Elektrodentype 2 sogar bis auf ganz kleine Restwerte.

Mechanische Spannungsmessung.

Die Prüfstäbe wurden festgespannt, wie aus Bild 5 ersichtlich, und im Querschnitt der Schweiße durchgesägt. Während der Abtrennung werden sich die inneren Spannungen allmählich auslösen, was sich als eine Hebung bzw. Senkung der Spitze geltend machen wird. Die Bewegungen der Spitze konnten an einer Meßuhr abgelesen werden, und die Werte wurden weiter, wie in Bild 6 gezeigt, aufgezeichnet. Als Beispiel sind dort die Kurven der Mittelwerte der Serien A und B benutzt.

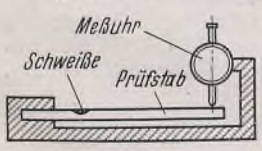


Bild 5.

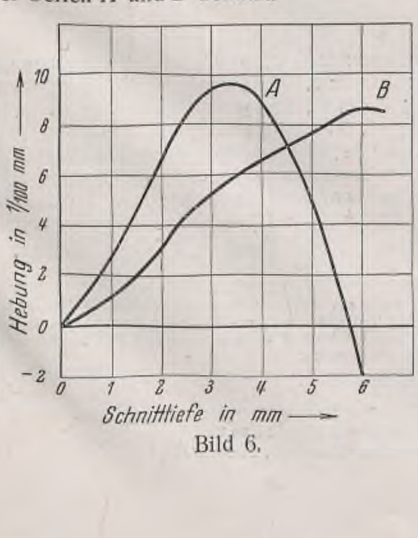


Bild 6.

Auf Grund derartiger Kurven und mittels gemessener Werte der Durchbiegung der Stäbe durch eine Einheitslast wurden die inneren Spannungen berechnet. (Diese Durchbiegungen wurden auf verschiedenen Stufen des Durchschneidens gemessen.) In Tabelle 3 sind die in der Oberfläche der Schweißen gefundenen Spannungen wiedergegeben (Mittel aus mehreren Stäben). Die Spannungswerte entsprechen den durch Röntgenstrahlen (Tabelle 2) gefundenen Werten. Die Spannungen im Innern der Bleche gehen aus Bild 7 bis 12 hervor.

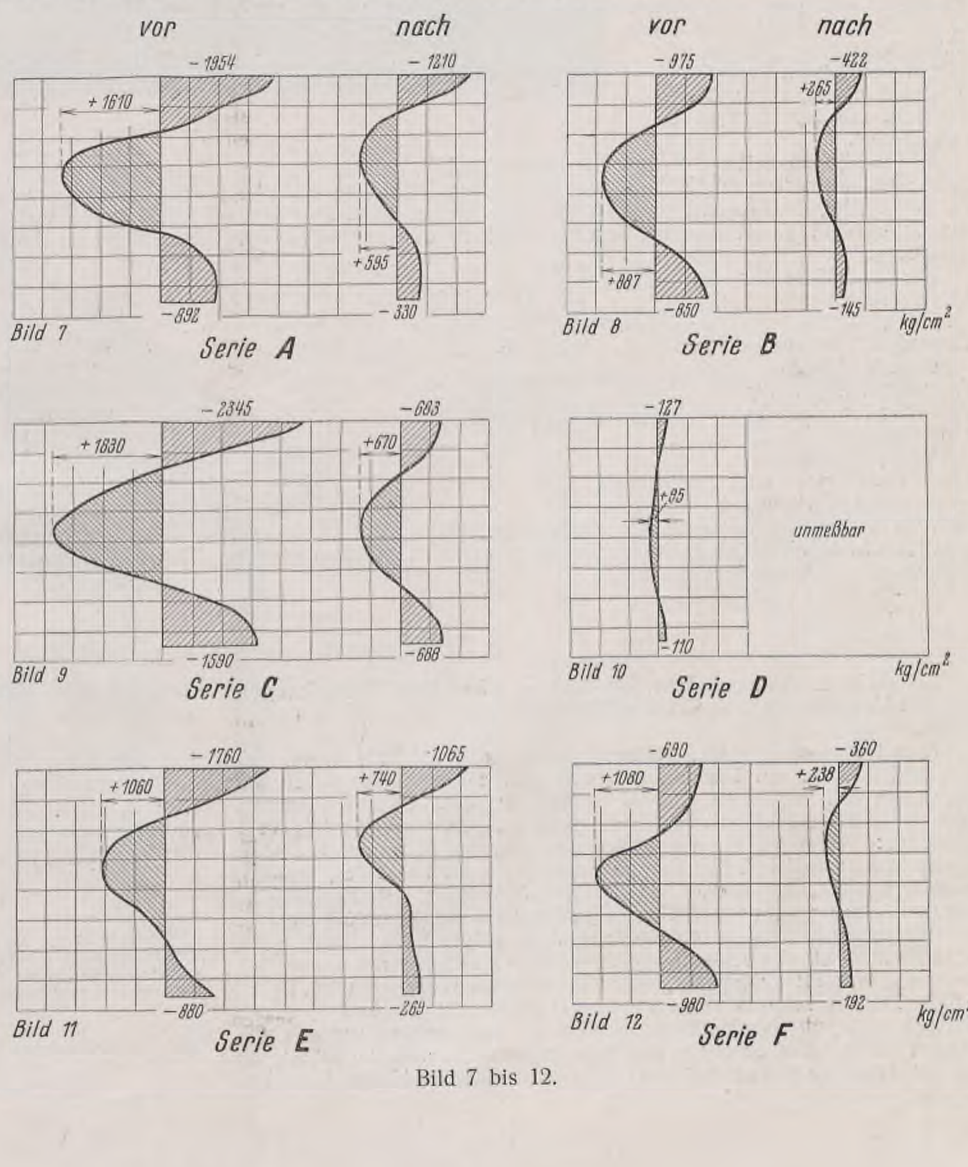


Bild 7 bis 12.

Änderung der inneren Spannungen durch die Dauerbelastung.

Für jede der sechs Serien wurden Stäbe, die $2 \cdot 10^6$mal dicht unter $\sigma_w\ b$ des betreffenden Schweißgutes belastet waren, einer erneuten Spannungsmessung unterworfen. Hierdurch hat es sich erwiesen, daß die Wärmespannungen während der Dauerbelastung erheblich abgebaut werden, aber auf keinen Fall bis Null. Die Spannungen im Schweißquerschnitt vor und nach der Dauerbeanspruchung bei den verschiedenen Serien sind aus Bild 7 bis 12 zu ersehen.

Der Spannungsabbau fängt gleich bei den ersten Lastwechseln an, und die inneren Spannungen haben schon nach 20 Lastwechseln eine meßbare Minderung erfahren. Wie vorher erwähnt, wurden bei den Ermüdungsversuchen die Stäbe Biegeschwingungsbeanspruchungen unterworfen. Bei Dauerbelastung zwischen Null und einem Höchstwerte (Grundschwellbeanspruchung) oder wo die untere Lastgrenze dasselbe Vorzeichen wie die obere hat (Schwellbeanspruchung), kann bei den Ermüdungsversuchen die Fließgrenze des betreffenden Werkstoffs erreicht oder gar überschritten werden [1]. In diesem Falle ist es wahrscheinlich, daß der Spannungsabbau vollständiger ist als bei der Grundwechselbeanspruchung, und weiter, daß schon bei den ersten Lastwechseln ein bedeutender Anteil des Spannungsabsinkens eintritt.

Untersucht wurde auch die Wirkung eines halbstündigen Glühens bei 680°. Die Spannungsmessungen bestätigten die früher bekannte Tatsache, daß ein Glühen dicht unter dem unteren Umwandlungspunkt die inneren Spannungen vollständig beseitigt. Dagegen hatte eine halbjährige Lagerung der Prüfstäbe keinen meßbaren Abbau der Spannungen zur Folge.

Einfluß der Wärmespannungen auf die Dauerfestigkeit.

Durch die Röntgenmessung konnten nur die Größen der Randspannungen nachgewiesen werden. Weiter war es bei dieser Art der Spannungsmessung notwendig, eine ebene Fläche zu untersuchen. Voraussetzung der Dauerversuche war es auch, daß der Bruch im Schweißquerschnitt eintraf, und weiter, daß der Dauerbruch vom Schweißgut ausging. Diese Bedingungen und die Art der zur Verfügung stehenden Ermüdungsmaschine (rotierende Biegeproben) waren maßgebend für das Ausformen der Dauerprüfstäbe, die aus Bild 13 zu ersehen sind.

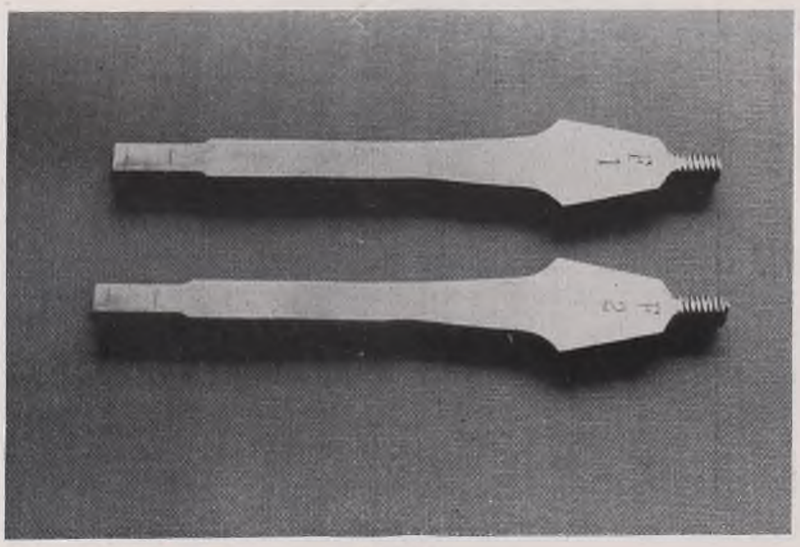


Bild 13.

Die Dauerfestigkeit bei $2 \cdot 10^6$ Mill. Lastwechseln wurde für die verschiedenen Serien festgestellt. Die Ergebnisse gehen aus Tabelle 4 hervor. Ein paar Stäbe, bei denen der Bruch im Schweißquerschnitt aber nicht vom Schweißgut selbst ausging, wurden aus den Versuchsreihen ausgeschieden.

Tabelle 3.

Serie	Spannung kg/cm²
A	— 1954
B	— 975
C	— 2345
D	— 127
E	— 1760
F	— 690

Tabelle 4.

Serie	Dauerfestigkeit kg/cm²
A	1880
B	1910
C	1790
D	1870
E	1490
F	1780

Die Ergebnisse der Dauerversuche zeigen, mit den Spannungsmessungen zusammengehalten, daß die Wärmespannungen die Ermüdungsfestigkeit des Schweißgutes beeinträchtigen, und zwar bei einer Probeform, wo der Übergang zwischen Grundmaterial und Schweiße den Verhältnissen beim Stumpfstoße, DIN 4101, Güte 1, gut entspricht (Abarbeitung der Überhöhe der Schweißen zwecks Fortfalls der Kerbwirkung).

Der Einfluß der inneren Spannungen ist aber bei den verschiedenen Elektrodenarten ungleich. Bei Elektrode 1 sinkt die Dauerfestigkeit von 19,1 bis 18,8 kg/mm² (Minderung der Schwingungsweite 0,6 kg/mm²), wenn die Wärmespannungen in der Schweiße von etwa 10 bis etwa 21 kg/mm² steigen. Weiter sinkt bei Elektrode 2 die Dauerfestigkeit von 18,7 bis 17,9 kg/mm² ab (Minderung der Schwingungsweite 1,6 kg/mm²), wenn die Wärmespannungen von 1 bis 23 kg/mm² steigen. Bei Elektrode 3 dagegen sinkt die Dauerfestigkeit von 17,8 bis 14,9 kg/mm² (Minderung der Schwingungsweite 5,8 kg/mm²) bei einer Steigerung der Wärmespannungen von nur 9 bis etwa 19 kg/mm². Diese bei leicht getauchten Elektroden (gilt selbstverständlich in noch höherem Maße beim Blankdraht) gefundenen Werte der Minderung der Dauerfestigkeit wegen innerer Spannungen sind so bedeutend, daß sie in der Praxis nicht ohne weiteres außer acht bleiben können.

Das niedergeschmolzene Material bei Elektrode 3 war wie gewöhnlich bei dieser Elektrodenart sehr spröde. Es mag wohl denkbar sein, daß diese Eigenart des betreffenden Schweißgutes die Ursache zu dem großen Einfluß der inneren Spannungen ist. Eine zweite Erklärung ist auch denkbar: Bekanntlich ist es mit blankem oder leicht getauchtem Draht kaum möglich, eine ganz porenfreie Schweißraupe zu legen, während dies sich bei dick ummanteltem Draht ohne weiteres erreichen läßt. Es ist naheliegend, daß die Poren sich als Kerbstellen auswirken, und weiter wohl möglich, daß das gleichzeitige Auftreten von diesen Kerbstellen hier eine größere Wirkung der inneren Spannungen zur Folge hat als bei einem Falle, wo die inneren Spannungen als einzige „Schädigung“ auftreten.

Abgesehen von der Ursache der Dauerfestigkeitsminderung bei sprödem Schweißgut ist das gefundene Absinken so bedeutend, daß es in der Praxis nicht außer acht gelassen werden kann. Man muß sich ja auch weiter erinnern, daß die inneren Spannungen bei ungünstigen Einspannverhältnissen usw. noch höhere Werte erreichen können, als bei den oben wiedergegebenen Spannungsmessungen gefunden wurde.

Bei dehnfähigem Schweißgut, mit dick ummantelten Drähten abgesetzt, ist aber der Abfall der Schwingungsweite wegen der Wärmespannungen so klein, daß man wohl ohne weiteres von den Wirkungen der inneren Spannungen absehen kann. Wie die Versuche zeigen, hat man auch die Möglichkeit, an der Hand geeigneter Vorwärmung des Arbeitsstücks und Wahl geeigneter Elektroden die inneren Spannungen bedeutend zu mindern.

Schrifttum.

[1] A. Thum u. A. Erker, Einfluß von Wärmeeigenspannungen auf die Dauerfestigkeit. Z. d. VdI, Bd. 81, Nr. 9.

[2] E. H. Schultz u. H. Buchholtz, Über die Dauerfestigkeit von genieteten und geschweißten Verbindungen aus Baustahl St 52. Abhandlungen der Internationalen Vereinigung für Brücken- und Hochbau. Zweiter Band, 1933—1934.

[3] F. Bollenrath, Eigenspannungen in Schweißnähten. St. u. E. 1934, Nr. 34.

[4] F. Regler, Quantitative Messungen elastischer Spannungen an technischen Werkstücken und Stahlbauten mit Hilfe von Röntgenstrahlen. Ergebnisse der technischen Röntgenkunde, Band 3.

Zuschrift an die Schriftleitung.

Zu meinem Aufsatz „Das Prinzip der virtuellen Verrückungen und die Variationsprinzipien der Elastizitätstheorie“, Stahlbau 1938, S. 185.

Herr Professor Domke, Aachen, macht mich brieflich darauf aufmerksam, daß es ein Irrtum ist, den Begriff der virtuellen Arbeit auf Lagrange zurückzuführen. Indem ich Herrn Professor Domke für diesen Hinweis danke, möchte ich für die Leser meines Aufsatzes hier folgendes feststellen: Lagrange, der als erster die gesamte Mechanik auf dem Prinzip der virtuellen Verrückungen aufbaute, bezeichnete das, was wir heute virtuelle Arbeit nennen, als „virtuelle Momente“. Die Bezeichnung „virtuelle Arbeit“ wurde von Coriolis, Mémoire sur la manière d'établir les différents principes de la mécanique, J. éc. polyt., Bd. 15, 1834, S. 95, eingeführt. (Vgl. den Artikel von Voss, Die Prinzipien der rationellen Mechanik, in der Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften, IV. 1., S. 67.) In den seitdem vergangenen 100 Jahren ist dieser Begriff ein klassischer Begriff der Mechanik geworden. Die meisten Autoren verwenden ihn seitdem eindeutig und klar im Sinne derjenigen Arbeit, die die im Gleichgewichtszustand wirklich vorhandenen Kräfte bei einer virtuellen Verrückung ihrer Angriffspunkte leisten würden. Einige neuere Autoren seien hier noch zitiert: Planck, Einführung in die allgemeine Mechanik, Leipzig 1916, S. 137 ff.; Hamel, Elementare Mechanik, Leipzig und Berlin 1912, S. 469 ff.; Föppl, Drang und Zwang, München und Berlin 1920, S. 62 ff.; Müller-Prange, Allgemeine Mechanik, Hannover 1923, S. 454 u. 455. Es sei jedoch ausdrücklich bemerkt, daß auch alle anderen wissenschaftlichen Autoren von Rang in den letzten 100 Jahren den Begriff der virtuellen Arbeit eindeutig im gleichen Sinne gebrauchen.

Dr.-Ing. A. Schleusner.

Verantwortlich für den Inhalt: Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt.
Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin W 9.
Druck der Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.

DER STAHLBAU

Schriftleitung:
Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt, Technische Hochschule
Fernsprecher: Darmstadt 7711, Apparat 599
Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61
Veröffentlichungsbeiträge an voranstehende Anschriften erbeten

Beilage zur Zeitschrift **DIE BAUTECHNIK** Fachschrift für das gesamte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

12. Jahrgang | BERLIN, 1. Dezember 1939 | Heft 25/26

Geschweißte Stahlrahmenkonstruktion für ein Kesselhaus.

Von Obering. **Rudolf Ulbricht**, Düsseldorf-Benrath.

Allgemeines.

Eingeengt von vorhandenen Bauwerken mußte auf sehr beschränktem Raum ein Gebäude für zwei neue Kesselanlagen errichtet werden. Die Unterbringung der zugehörigen Räume für Pumpenanlagen, Maschinen, Reparaturwerkstätten usw. erforderte sorgfältigste Planung und sparsamste Raumverwendung. Der Bauherr legte deshalb besonderen Wert auf raumsparende Querschnitte und Vermeidung von raumsperrenden Verbänden usw. Die letzteren sollten auch vermieden werden, um eine ungehinderte Anordnung und Durchführung von zahlreichen Rohrleitungen im Gebäude zu ermöglichen. Dabei sollte aber möglichst an Werkstoff gespart werden. Diese Voraussetzungen führten zu der Wahl der nachstehend beschriebenen Haupttragkonstruktion aus Rahmen in geschweißter Ausführung. Gegen diese lehnen sich alle anderen Bauteile. Die vielen Verschiedenheiten der Nebenkonstruktionen für die oben angeführten Räume erforderten wohl eine Menge an konstruktiver und werkmäßiger Arbeit, sind aber sonst ohne besondere Bedeutung. Demgegenüber bieten die Haupttragwerke des Gebäudes, die Bild 1 in perspektivischer Darstellung zeigt, die Rahmen der Reihen 2, 6 und 10 sowie die Längsrahmen der Reihen D, E und G, eine Reihe von Besonderheiten in statischer und konstruktiver Hinsicht. Die Werkstattausführung ergab mancherlei neue Erkenntnisse, und die verschiedenen Glieder der geschweißten Konstruktion brachten praktisch verwertbare Vergleichsmöglichkeiten für andere Fälle. Die ungewöhnlichen Verhältnisse der Rahmen — kleine Breite, große Höhe — ergaben Formänderungen, deren Größe und Beziehung zu ähnlichen Fällen nicht ohne Interesse sind.

Abmessungen und Gewichte.

Nach Bild 2 — Übersicht der Anlage — ergibt sich bei einer Breite von 35,172 m und einer Länge von 32,625 m eine bebaute Grundfläche von rund 1150 m². Der gesamte umbaute Raum umfaßt rd. 29 500 m³. Davon entfallen auf

Abschnitt A (Nebenbauten)	rd. 12 500 m³,
Abschnitt B (Bau D, E, G)	rd. 17 000 m³.

Bei einem Gesamtgewicht von 700 t Stahlkonstruktion (St 37) (ohne Bunker) ergibt sich je m² Grundfläche die an sich nicht besonders brauchbare Zahl von 608 kg/m². Zweckmäßiger für Vergleiche sind die Zahlen, bezogen auf 1 m³ umbauten Raum.



Bild 1. Haupttragwerk.

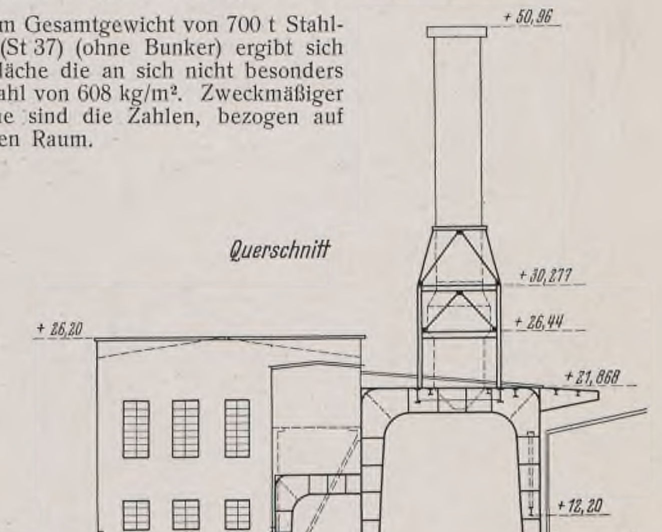


Bild 2. Übersicht.

Diese betragen für:

Bauabschnitt A mit . . .	248 t	Gewicht = 19,8 kg/m³	
Bauabschnitt B mit . . .	422 t	Gewicht = 24,8 „	
	670 t,	i. M. 22,7 „	
für ein Schornsteingerüst .	30 t		
	700 t,	i. M. 23,7 „	

Von diesen waren genietet 69%, geschweißt 31% des Abschnitts A, genietet 24%, geschweißt 76% des Abschnitts B.

Angaben über die Verteilung der Gewichte im einzelnen, der erforderlich gewesenen Niete, Schrauben und Schweißnähte folgen später.

Belastungsangaben.

Wind nach ministeriellen Vorschriften.
Dacheindeckung (Eigengewicht und Nutzlast)

$$125\ (E) + 175\ (N)\ \text{kg/m}^2 = 300\ \text{kg/m}^2.$$

Für die einzelnen Bühnen im Nebenbau wurden einschließlich Eigengewicht und Nutzlast Werte von 800 bis 1500 kg/m² eingesetzt. Schornsteineigengewicht mit Staubsammler rd. 52 t.

Für die auf dem Kragarm der Rahmen angeordneten Apparate und Maschinen wurde ein Erschütterungszuschlag von 200% des Eigengewichts berücksichtigt.

Bunker aus Beton 13 · 7,03 m Grundfläche einschließlich Inhalt = 628 t.

Statische Grundlagen.

Lotrechte Lasten werden durch Zwischenkonstruktionen auf das Rahmensystem übertragen, die waagerecht angreifenden Windlasten ebenfalls durch besondere Windträger. In der Richtung D—E—G besteht das System aus einem Zweigelenkrahmen E—G von 25,74 m Höhe und 13,93 m Breite mit anschließendem Halbrahmen D—E von 18,94 m Höhe und 7,07 m Breite (Bild 3). Das System ist zweifach statisch unbestimmt. In der Richtung 2—6—10 bilden die in den Reihen D—E und G angeordneten Längsaussteifungen dreistielige, unten eingespannte Doppelrahmen von 25,2 m Systemhöhe und 2 mal 13 m Stielentfernung (Bild 6 u. 7). Für das erste Tragwerk wurden als für die statische Untersuchung Unbekannte die Horizontalschübe X_D und X_E angenommen. Die Gleichungen für X_D und X_E lauten

$$(1)\qquad X_D\,\delta_{DD} + X_E\,\delta_{DE} + \delta_{Dn} = 0,$$
$$X_D\,\delta_{ED} + X_E\,\delta_{EE} + \delta_{En} = 0;$$

hieraus ergeben sich

$$(2)\qquad X_D = -\frac{\delta_{Dn}\,\delta_{EE} + \delta_{En}\,\delta_{DE}}{N},$$

$$(3)\qquad X_E = -\frac{\delta_{En}\,\delta_{DD} + \delta_{Dn}\,\delta_{ED}}{N},$$

$$(4)\qquad N = \delta_{DD}\,\delta_{EE} - \delta_{ED}^2.$$

Für den mittleren Rahmen D_6—E_6—G_6 ergibt sich z. B. eine am Kopfe angreifende Kraft infolge Wind auf die Längswand und Schornstein von $W = 45{,}7$ t. Daraus folgen nach Gl. (2) u. (3) die Seitenschübe X_D und X_E zu

$$X_D = 17{,}5\ \text{t}$$
$$X_E = 12{,}6\ \text{t}$$
$$H_G = 15{,}6\ \text{t}$$
$$S = 45{,}7\ \text{t}.$$

Die größten Eckmomente aus Windangriff ergeben sich
für den Halbrahmen $M_2 = 332$ tm,
für den Hauptrahmen $M_5 = 403{,}4$ tm,
für $M_6 = 362{,}5$ tm.

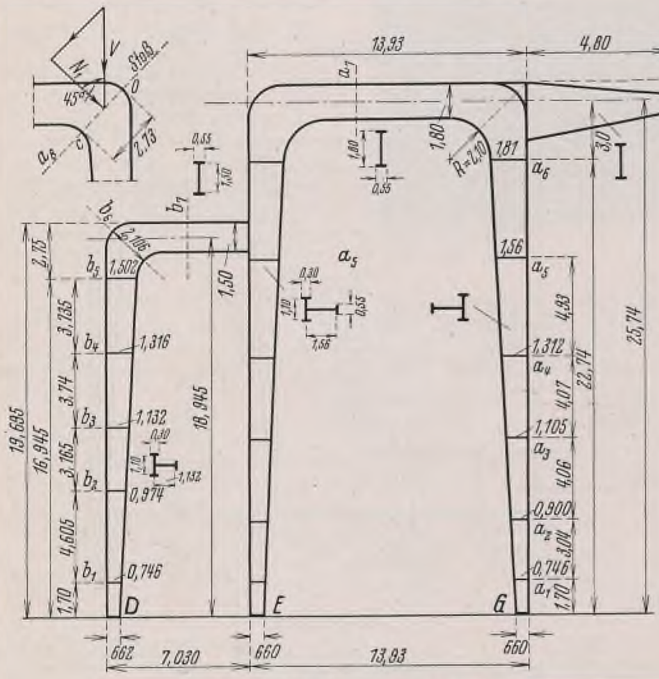


Bild 3. Rahmen D—E—G.

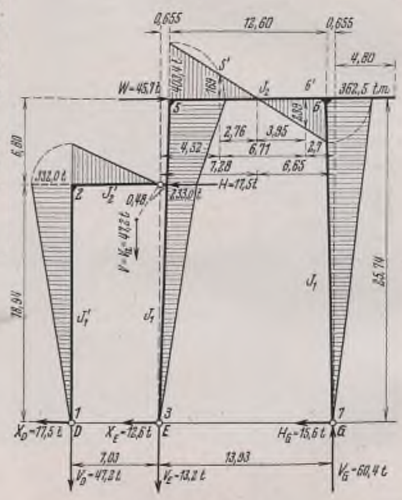


Bild 4. M-Flächen des Rahmens D—E—G.

Die Momentenflächen zeigt Bild 4. Aus Eigengewicht, Nutzlast, Wind und Temperatur ergibt sich im Eckpunkt 5 (Bild 4)
ein Moment $M_5 = 531{,}5$ tm,
eine Normalkraft $N = 25{,}0$ t.

Bei einem vorhandenen Querschnitt (A_5, Bild 5) mit $Wx = 36\,100$ cm³, $F = 655$ cm² und $\omega = 1{,}2$ ergibt sich die Beanspruchung zu

$$\sigma = \frac{53\,150}{36\,100} + \frac{1{,}2 \cdot 25}{655} = 1{,}470 + 0{,}046 = 1{,}516\ \text{t/cm}^2$$
(zul. 1,60 t/cm²).

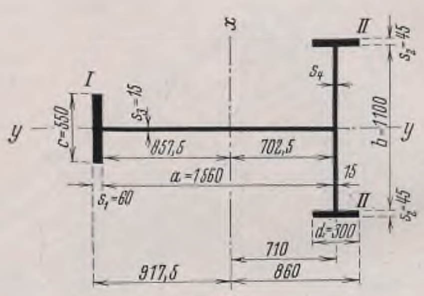


Bild 5. Rahmenquerschnitte.

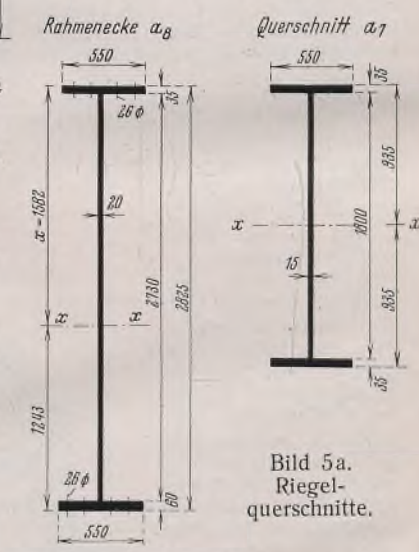


Bild 5a. Riegelquerschnitte.

Tafel I. Querschnitte für den Rahmen 6.

Querschnitt	a	b	c	d	S_1	S_2	S_3	S_4	J_x cm⁴	J_y cm⁴	F cm²	W_I u. W_{II} cm³	W_y cm³
a_2	900	1100	550	300	60	55	15	15	1 863 540	1 266 925	960,0	W_I 32 000 W_{II} 34 700	20 900
a_3	1105	1100	550	300	60	45	15	15	2 644 520	1 049 815	930,7	W_I 39 600 W_{II} 40 400	17 650
a_4	1312	1100	550	300	60	45	15	15	3 726 490	1 049 815	961,8	W_I 47 600 W_{II} 49 800	17 650
a_5	1560	1100	550	300	60	45	15	15	5 299 790	1 049 815	999,0	W_I 57 700 W_{II} 61 500	17 650
a_6	1810	1100	550	300	60	45 + 2 — 260 · 20	15	15	7 846 090	1 432 375	1140,5	W_I 70 000 W_{II} 87 000	23 300

Weitere Abmessungen der Stiele und Riegel zeigt Bild 5. Die zugehörigen statischen Werte sind in Tafel I zusammengestellt. Vergleichsweise zeigt Bild 6 die durch Windangriff auf die Giebelseiten in den Längsrahmen der Reihe G auftretenten Kräfte und Momente. Im Bild 7 sind die aus Eigengewicht, Nutzlast, Wind und Temperatur auftretenden größten Momente sowie ergänzend die hierfür gewählten Querschnitte der Riegel und ihre Form dargestellt.

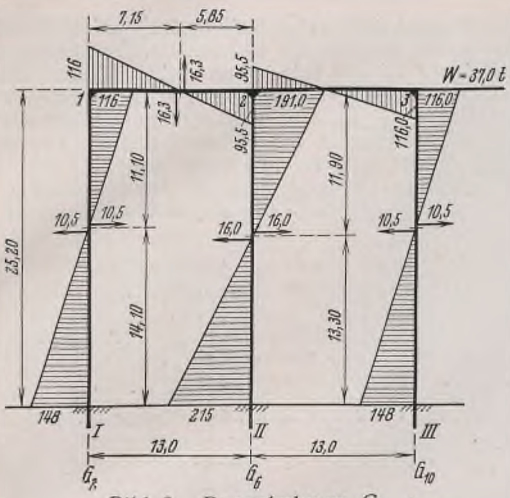


Bild 6. Doppelrahmen G.

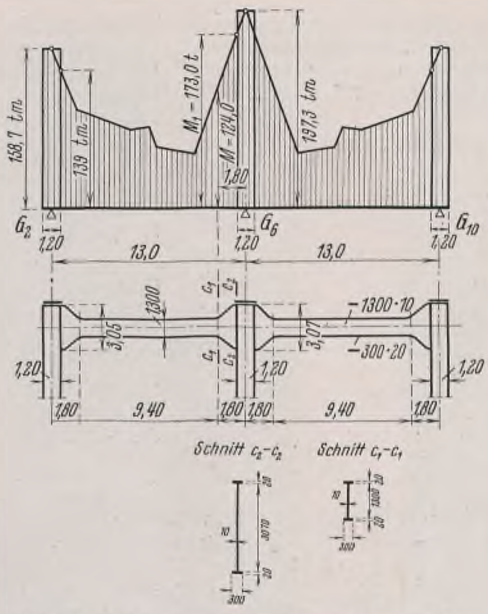


Bild 7. M-Flächen des Doppelrahmen G; Querschnitte und Form der Riegel.

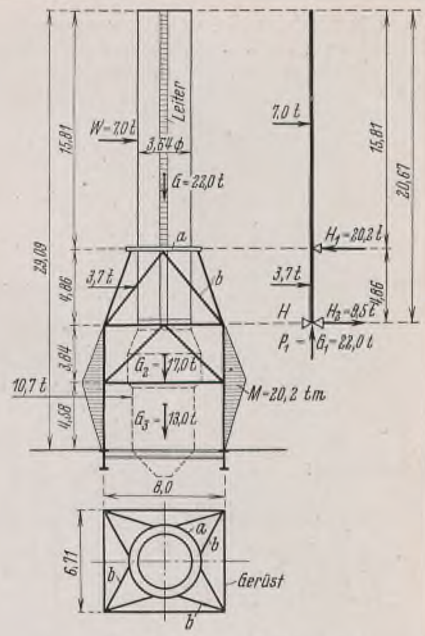


Bild 8. Schornsteinlagerung.

Beachtung verdient auch die Auflagerung der bis zu 50,96 m über den Erdboden reichenden Schornsteine und die Aufnahme der auf diese wirkenden Windkräfte. Schematisch zeigt Bild 8 diese Anordnung und die auftretenden Belastungen in lotrechter und waagerechter Richtung. Die lotrechten Lasten greifen an vier Punkten des Ringes a gleichmäßig an und werden durch die Streben b und die Rahmenkonstruktion ohne weiteres nach unten gebracht. Zur Aufnahme der äußeren, waagerecht wirkenden Windkräfte von $W = 7{,}0 + 3{,}7 = 10{,}7$ t ist der geschweißte Ring a vorhanden. Die waagerechte Auflagerkraft $H_1 = 20{,}2$ t wird durch ihn auf die Streben b übertragen. Das größte im Ring auftretende Moment beträgt durch die als Einzellast wirkende Kraft

$$H_1 = M_{\max} = \frac{H_1 R}{4} = \frac{20{,}2 \cdot 2{,}1}{4} = 10{,}6 \text{ tm (Bild 9).}$$

Für den Ring wurde aus praktischen und konstruktiven Gründen der in Bild 10 dargestellte Querschnitt gewählt, dessen statische Werte folgende sind:

$F = 123{,}2$ cm², $J_x = 47\,200$ cm⁴; $W_{1n} = 1430$ cm³, $W_{2n} = 1530$ cm³.

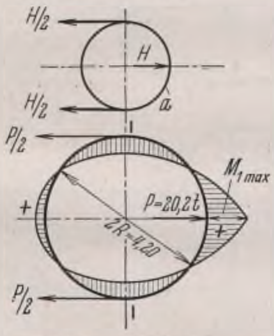


Bild 9. M-Flächen des Auflagerringes.

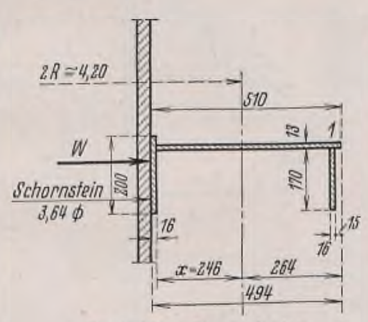


Bild 10. Querschnitt des Auflagerringes.

Mit Rücksicht auf die Verbiegung des Ringes wurde die Beanspruchung niedrig gehalten ($\sigma = 0{,}74$ t/cm²). Die senkrecht stehenden Gurte erhielten besondere Aussteifungen.

Formänderungen.

Das durch seine Maßverhältnisse, Breite zur Höhe, ungewöhnlich schlanke Stahlgerippe mit den aufgesetzten hohen Schornsteinen (Bild 1) erforderte von vornherein eine sorgfältige Beachtung der möglichen Formänderungen bzw. der auftretenden Verschiebung seiner höchsten Eckpunkte in waagerechter Richtung.

Als Beispiel ist sie für den Rahmen 6 nachstehend durchgeführt:

Nach Gl. (2) u. (3) ergeben sich die in Bild 11 dargestellten Kräfte und Momente aus $W = 1$ t.

Momente aus $W = 1{,}0$ t

$X_D = 1 \cdot 0{,}384$ . . . . $= 0{,}384$ t

$X_E = 1 \cdot 0{,}276$ . . . . $= 0{,}276$ t

$H_G = 1 \cdot 0{,}340$ . . . . $= 0{,}340$ t

$\Sigma\ 1{,}000$ t

$V_D = 0{,}384 \cdot \frac{18{,}94}{7{,}03}$ . . . . $= 1{,}035$ t

$V_G = \frac{1}{13{,}93}(1 \cdot 25{,}74 - 0{,}384 \cdot 18{,}94) = \frac{18{,}48}{13{,}93}$ . . $= 1{,}325$ t

$V_E = V_G - V_D = 1{,}325 - 1{,}035$ . . . . $= 0{,}29$ t

$M_2 = 0{,}384 \cdot 18{,}94$ . . . . $= 7{,}26$ tm

$M_4 = 0{,}276 \cdot 18{,}94 - 0{,}29 \cdot 0{,}48 = 5{,}23 - 0{,}139$ . . $= 5{,}091$ tm

$M_5 = 0{,}276 \cdot 25{,}74 + 0{,}384 \cdot 6{,}8 - 1{,}325 \cdot 0{,}655$
$= 7{,}10 + 2{,}61 - 0{,}87$ . . . . $= 8{,}84$ tm

$M_6 = 0{,}34 \cdot 25{,}74 - 1{,}325 \cdot 0{,}655 = 8{,}75 - 0{,}87$ . . $= 7{,}88$ tm

$J_1' =$ rd. 3 000 000 cm⁴ $\quad J_1'' =$ rd. 7 000 000 cm⁴

$J_2' =$ „ 4 500 000 „ $\quad J_G =$ „ 4 000 000 „

$J_1 =$ „ 3 400 000 „ $\quad J_2 =$ „ 4 000 000 „

$J_c =$ rd. $J_1'' = 7\,000\,000$ cm⁴.

$$1–2:\ \frac{J_c}{J'} = \frac{7{,}0}{3{,}0} = 2{,}33 \qquad 4–5:\ \frac{J_c}{J_1''} = \frac{7{,}0}{7{,}0} = 1{,}0$$

$$2–4:\ \frac{J_c}{J_2'} = \frac{7{,}0}{4{,}5} = 1{,}56 \qquad 7–6:\ \frac{J_c}{J_G} = \frac{7{,}0}{4{,}0} = 1{,}75$$

$$3–4:\ \frac{J_c}{J_1} = \frac{7{,}0}{3{,}4} = 2{,}06 \qquad 5–5'–6:\ \frac{J_c}{J_2} = \frac{7{,}0}{4{,}0} = 1{,}75.$$

Stab	$E f' = \frac{J_c}{J} \int M_a^2\, dx.$	
1—2	$2{,}33 \cdot \frac{18{,}94 \cdot 7{,}26^2}{3}$	= 776
2—4	$1{,}56 \cdot \frac{-7{,}03 \cdot 7{,}26^2}{3}$	= 193
3—4	$2{,}06 \cdot \frac{18{,}94 \cdot 5{,}09^2}{3}$	= 337
4—5	$1{,}0 \cdot \frac{6{,}8\,(5{,}09^2 + 5{,}09 \cdot 8{,}84 + 8{,}84^2)}{3}$	= 338
5—5'	$1{,}75 \cdot \frac{6{,}65 \cdot 8{,}84^2}{3}$	= 304
5'—6	$1{,}75 \cdot \frac{5{,}95 \cdot 7{,}88^2}{3}$	= 215
6—7	$1{,}75 \cdot \frac{25{,}74 \cdot 7{,}88^2}{3}$	= 932
		Σ 3095.

$$f' = \frac{3095 \cdot 100^3}{2100 \cdot 7\,000\,000} = 0{,}21 \text{ cm bei } W = 1 \text{ t.}$$

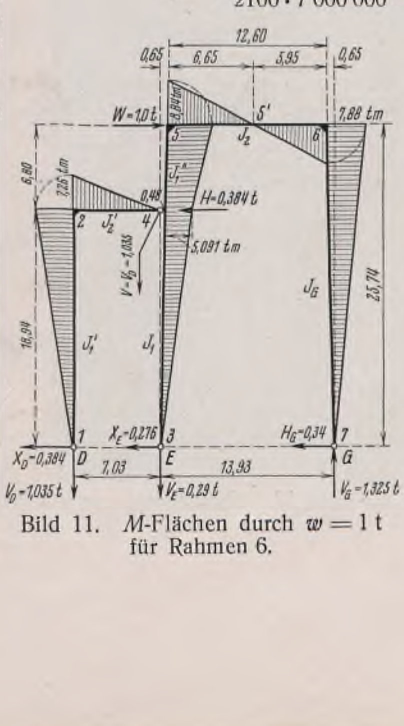


Bild 11. M-Flächen durch $w = 1$ t für Rahmen 6.

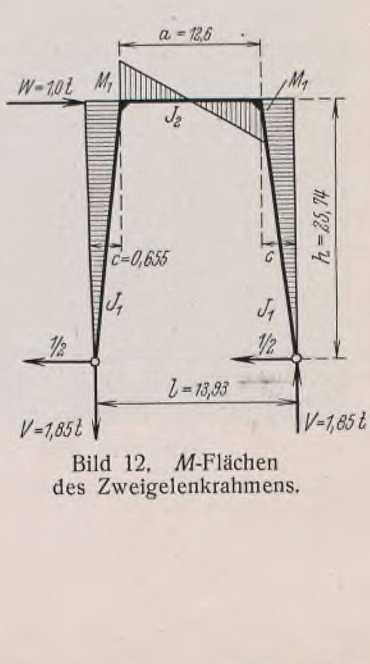


Bild 12. M-Flächen des Zweigelenkrahmens.

Die vorstehend ermittelte waagerechte Verschiebung erscheint gering. Sie ist es auch nur deshalb, weil sich eine verhältnismäßig große Versteifung durch den Halbrahmen ergibt. Betrachtet man vergleichsweise den Einfluß der Kraft $W = 1$ t nur für den Zweigelenkrahmen nach Bild 12, so zeigt sich folgendes:

Die seitliche Verschiebung des Kopfes ergibt sich aus

$$(5) \qquad f = \frac{a\,M_1^2}{3\,J_2\,E}\,(1 + 2\,k)$$

$$K = \frac{h\,J_2}{a\,J_1}$$

$$J_1 = \text{rd. } 4\,000\,000 \text{ cm}^4$$

$$J_2 = \text{rd. } 4\,000\,000 \text{ cm}^4$$

$$K = \frac{25{,}74 \cdot 4000}{12{,}6 \cdot 4000} = 2{,}04$$

$$V = 1 \cdot \frac{25{,}74}{13{,}93} = \text{rd. } 1{,}85 \text{ t.}$$

Eckmoment:

$$M_1 = \frac{1}{2} \cdot 25{,}74 - 1{,}85 \cdot 0{,}655 = 12{,}87 - 1{,}21 = 11{,}66 \text{ tm}$$

$$f' = \frac{12{,}6 \cdot 11{,}66^2}{3 \cdot 4\,000\,000 \cdot 2100}\,(1 + 2 \cdot 2{,}04) \cdot 100^3 = \frac{1720}{12 \cdot 2100} \cdot 5{,}08$$

$$= \frac{8750}{25\,200} = \underline{\underline{0{,}347 \text{ cm.}}}$$

Ohne den seitlichen Halbrahmen würde sich der Hauptrahmen um $\frac{0{,}137 \cdot 100}{0{,}21} = 65\,\%$ mehr durchbiegen.

Bei der vorstehenden Ermittlung ist für das System die Mittellinie der Querschnitte als Systemlinie wie üblich eingeführt, wodurch sich die Schräge der Pfosten im Bilde 12 ergibt. Es ist nicht ohne Reiz, noch festzustellen, welche Fehlergröße auftritt, wenn man, wie es für Überschläge schon getan wird, diese Neigung vernachlässigt. Setzt man in Gl. (5) den Wert $a = 1$ ein, so ergibt sich eine waagerechte Verschiebung f, die um 24 % größer ist, ein Wert, der nicht unbeachtet bleiben sollte.

Konstruktive Gestaltung, Gewichtsverteilung, Schweißvolumen.

Mit Rücksicht auf das Schweißen der Rahmen wurde besondere Sorgfalt auf die Wahl der Profile gelegt und beachtet, daß die Überleitung der großen Kräfte stets allmählich erfolgte. Die z. B. an den Füßen vorgesehenen Aussteifungen dienen zur Aufnahme der Abtriebskräfte und zur Verhinderung der Querverbiegung der breiten Gurte. Die Anordnung der Baustellenstöße ergab die Versand- und Transportmöglichkeit, die der Werkstattstöße ergab sich aus bearbeitungstechnischen Gründen. Die ersteren wurden am Bau genietet, die anderen im Werk geschweißt. Die konstruktive Gestaltung ist aus Bild 13 ersichtlich. Links ist der Halbrahmen D_6—E_6 und rechts der Hauptrahmen E_6—G_6 dargestellt mit dem oberen Längsriegel E_{10}—E_6—E_2. Die in Klammern () eingetragenen Profile gelten für die Außenrahmen in den Reihen 2 und 10. Die durch Nietlöcher entstandene Querschnittsverminderung wurde durch aufgeschweißte Verstärkungslaschen ausgeglichen. In den Eckpunkten der Rahmen sind Universalstöße vorgesehen, um ein leichtes Einsetzen der Hauptriegel zu erreichen.

Nach früherem Brauch wurden an den geschweißten Stößen zur Erhöhung des Widerstandsmoments zusätzlich Laschen angeordnet. Die Lamellenkanten sind durch reichlich angeordnete, geschweißte Aussteifungen gegen Knicken gehalten (s. Bild 17). Um die Fertigmaße genau einzuhalten, waren Diagonalmaße — auf meßbare Punkte bezogen — ermittelt und der Werkstatt in den Zeichnungen angegeben.

Die Rahmen wurden im Werk auf Maß zusammengelegt und dann die Stöße durchgebohrt.

Um eine Kontrolle der Schweißnähte zu ermöglichen, wurden diese nicht mit Farbe gestrichen, sondern nur mit einem leichten Leinölüberzug versehen.

Weitere Einzelheiten sind aus Bild 13 ersichtlich.

Die Endanschlüsse der Träger (Tafel III) waren, wie üblich, mit aufgeschweißten Flachstählen versehen. Um einem Verziehen beim Schweißen vorzubeugen, mußten sie für das Schweißen in entgegengesetzter Richtung vorgebogen werden. Für diese Anschlüsse eignen sich besser halbe

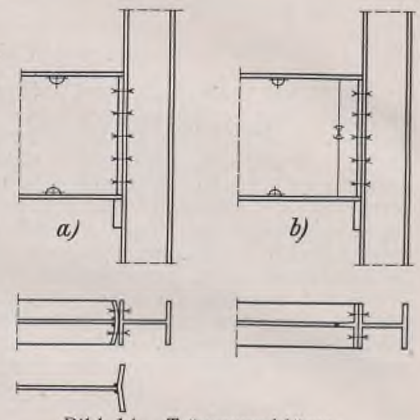


Bild 14. Trägeranschlüsse.

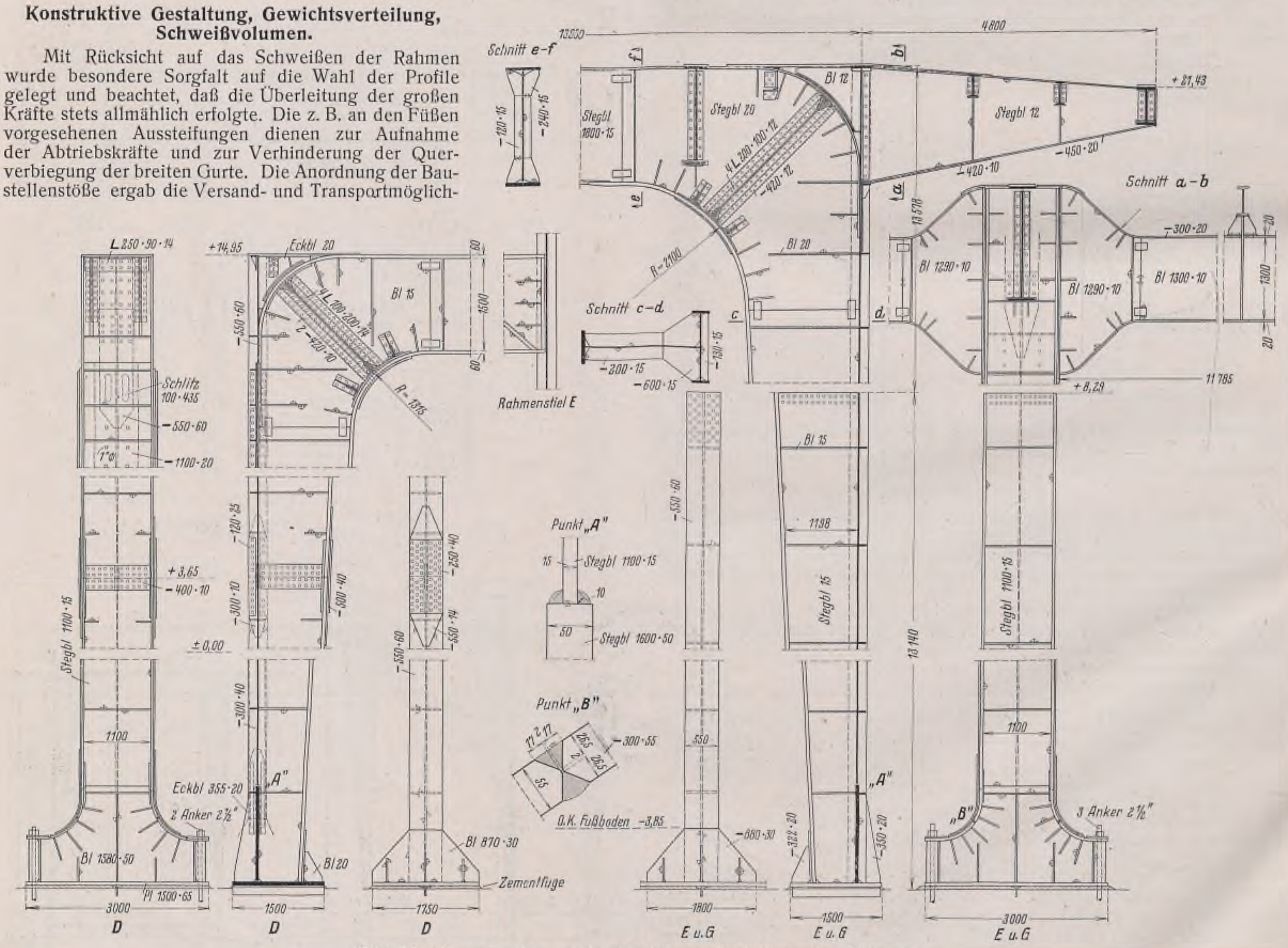


Bild 13. Einzelheiten zur konstruktiven Gestaltung der Rahmen.

I-Profile[1]). Sie sind nicht nur zweckmäßiger, sondern auch billiger und nach Vorschlag des Verfassers schon wiederholt ausgeführt (Bild 14).

Im einzelnen verteilen sich die Gewichte der verschiedenen Konstruktionen, wie in Tafel II angegeben. In dieser sind auch die für die Einzelteile, wie Dächer, Wände, Stützen usw., erforderlichen Stückzahlen der Werkstattniete, Baustellenniete und Schrauben für eine Tonne Konstruktion angegeben, da diese bis zu einem gewissen Grade einen Vergleich der Kosten für Werkstatt- und Baustellenarbeiten ermöglichen.

Durch Anwendung der Schweißung ließen sich etwa 12% des Gewichts dieser Konstruktionen sparen.

[1]) Bautechn. 1931, Heft 18, S. 263/264; Heft 33, S. 497 bis 498; Elektroschweißung 1932, Heft 1, S. 12/13.

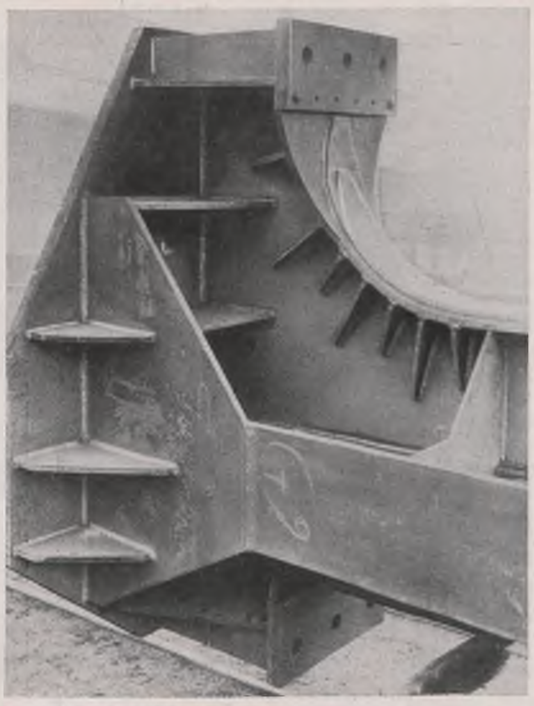


Bild 15. Fuß des Rahmenstieles G_2.

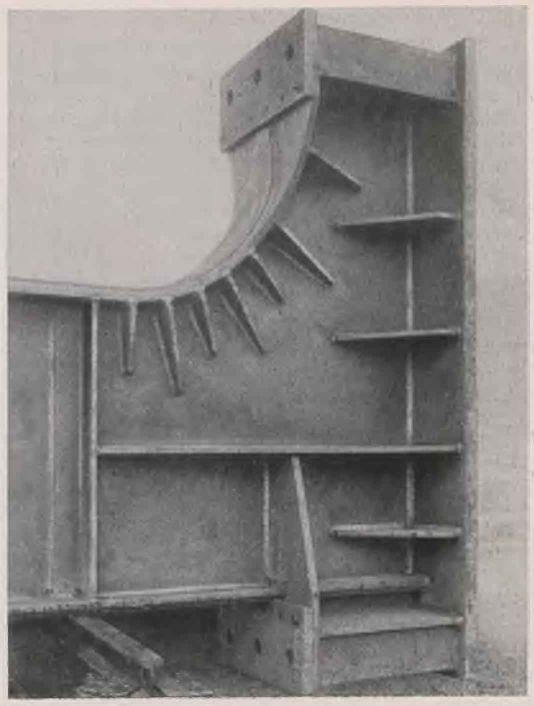


Bild 16. Rahmenfuß.

Tafel II.

Es waren erforderlich:	Gewicht t	Werkstatt-Niete je t	Baustellen-Niete je t	Schrauben je t
Abschnitt A: Nebenbauten.				
Dächer mit Pfetten und Verbänden	24	43	—	145
Wände	18	91	—	80
Bühnen, Kranbahn, Rahmen	149	21,5	—	38
Stützen mit Ankern	51	81,7	10,7	16,7
Treppen und Geländer	6	58,3	—	75
	248	i. M. 42,4	2,0	48,2
		Insgesamt 92,6 Stück/t.		
Abschnitt B: Hauptbau.				
Dach mit Pfetten und Verbänden	75	23.4	15,3	40,0
Wände	4	—	—	38,0
Hauptrahmen 2 und 10	102	0,5	22,0	2,2
Hauptrahmen 6	73	1,8	10,9	7,0
Anbaurahmen 2 und 10	44	6,6	27,3	10,2
Anbaurahmen 6	33	3,6	12,1	11,5
Längsrahmen *D*	17	6,5	14,7	—
Längsrahmen *E* und *G*	28	5,0	13,5	16,0
Verankerung	6	—	—	45,0
Bühnen und Laufstege	40	11,2	—	68,0
	422			
Schornsteinaufbau	30	16,6	54,0	3,0
	452	i. M. 7,9	17,7	18,3
		Insgesamt 43,9 Stück/t.		

Insgesamt ergaben sich im Durchschnitt für das ganze Gebäude für eine Tonne Konstruktion:

a) Werkstattniete 20,0 Stück, b) Baustellenniete 12,1 Stück, c) Schrauben 27,9 Stück, zusammen 60,0 Stück = 42 000 Stück.



Bild 17. Rahmenstiel G_2.

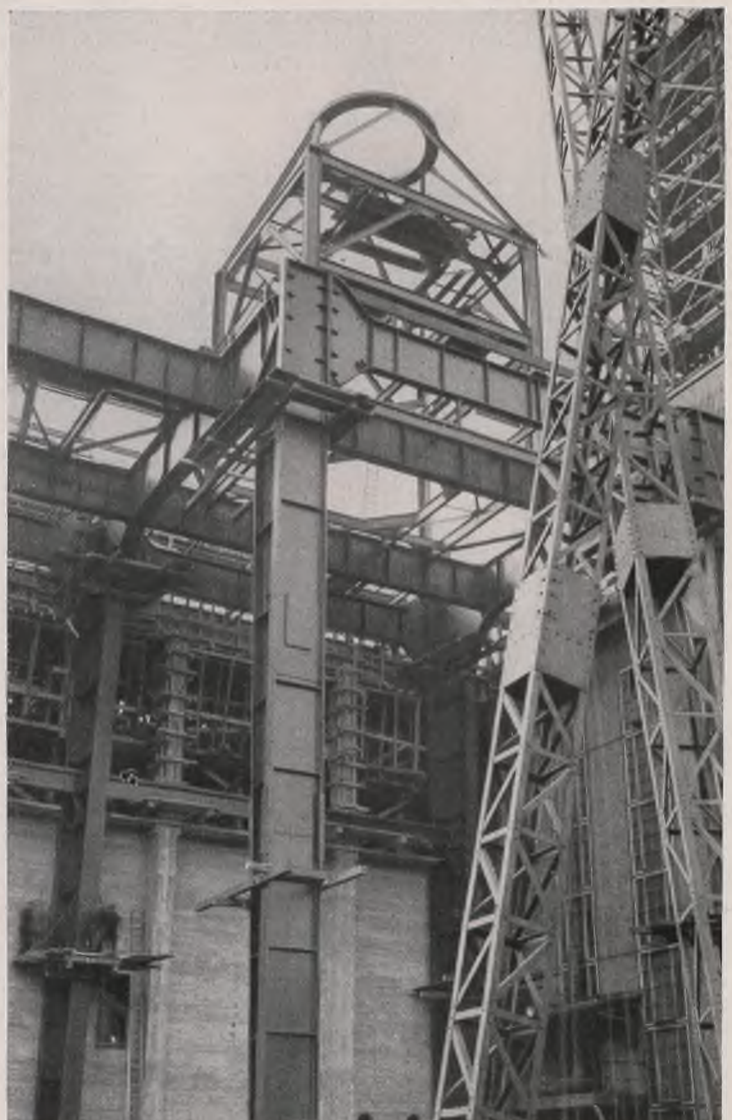


Bild 19. Aufstellung der Stahlkonstruktion.

Schweißnähte.

In Tafel III sind die erforderlichen Mengen an Schweißgut für eine Reihe von verschiedenen Konstruktionsteilen aufgeführt:

Nach vorstehendem ergibt sich, im Durchschnitt gerechnet, ein theoretischer Schweißgutverbrauch von 10,6 kg/t = 1,06%. Hierzu ist zur Ermittlung des tatsächlichen Verbrauchs an Elektroden noch hinzuzuschlagen für Abbrand, Abfall usw. etwa 3 bis 4 kg/t = 0,30 bis 0,40%, so daß im allgemeinen mit einem Verbrauch von 1,5% Schweißgut je Tonne Konstruktionsgewicht gerechnet werden kann. Insgesamt wurden geschweißt etwa 8500 lfdm Naht oder für eine Tonne geschweißte Konstruktion 24,65 m Naht. In der Spalte 3 sind die größten Dicken der Schweißnähte genannt.

Die Bilder 15, 16 u. 17 zeigen Einzelheiten der Konstruktionen.

Die Schweißung der einzelnen Konstruktionsteile erfolgte soweit wie möglich in Drehgestellen. Dabei wurden für waagerechte Nähte Manteldrähte und für schwerer zugängliche blanke Seelendrähte verwendet.

Für die schwereren Rahmenteile (Nr. 1 bis 4, Tafel III) wurde eine Schrumpfung von 0,6 mm auf 1 m berücksichtigt, während sich für die leichteren (Nr. 5 bis 15, Tafel III) 0,4 mm für 1 m als ausreichend ergab. Die Teile wurden, entsprechend der zu erwartenden Schrumpfung länger ausgeführt und nach dem Schweißen auf genaues Maß bearbeitet.

Baustelleneinrichtung und Aufstellung.

Die an drei Seiten von Gebäuden umgebene Baustelle (Bild 18), ein beschränkter Lagerplatz, die große Höhe der Konstruktion, eine vorhandene tiefe Baugrube usw. erforderten sorgfältige Planung des Montagevorganges sowie Auswahl der Geräte und Mannschaften; zu beachten war auch, daß das Gleis 1 für die Durchfahrt frei bleiben mußte.

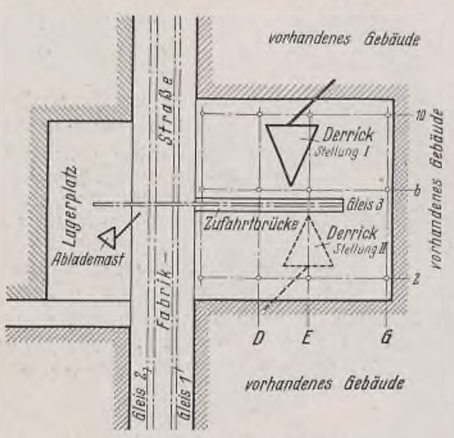


Bild 18. Lageplan.

Vom Gleis 2 wurden die ankommenden Stücke mit einem Schwenkmast entladen, später nach Bedarf auf Zufahrtgleis 3 und auf der Brücke vor den Mast gebracht. Aufgestellt wurde mit einem Derrick von 26 m Bockhöhe mit einem Ausleger von 32 m Länge (Bild 19). Die Basis des Gerätes war 12 m Länge und 8 m Breite, gehoben wurden Stücke bis zu 20 t Gewicht. Der Derrick selbst hatte ein Eigengewicht von rd. 40 t. Er arbeitete erst in Stellung I bis zur Mitte der Baustelle, wurde dann gedreht und in Stellung II gebracht. Auf der Baustelle wurde nichts Wesentliches geschweißt.

Unter Berücksichtigung der obenerwähnten erschwerenden Umstände und der ungünstigen Jahreszeit (November 1935 bis März 1936) kann die Montagezeit von 18 Wochen nicht als ungünstig bezeichnet werden. Bild 19 zeigt das Bauwerk im Ausschnitt während der Aufstellung.

Tafel III.

Schweißnahtlängen, Volumen u. Gewichte

	1	2	3		4	5	6	7	8	9	10	11
Nr.	Gegenstand	Gewicht t	◣	I	lfdm Schweißnaht	theoret. Volumen cm³	mit 26–30% Zuschlag cm³	Gewicht kg	cm³/t	lfdm/t	Gewicht/t kg	v. Hundert
1	1 Rahmen $E_6 - G_6$	72,900	15	55	1350	68 600	89 000	698,0	1221	18,6	9,6	0,96
2	2 " $E_2 - G_2$ / $E_{10} - G_{10}$	101,700	15	30	2703	108 040	140 400	1102,0	1381	26,7	11,0	1,10
3	1 Halbrahmen $D_6 - F_6$	32,650	15	40	628	37 940	49 300	387,0	1510	19,2	11,85	1,19
4	2 " $D_2 - E_2$ / $D_{10} - E_{10}$	43,830	18	25	1304	63 170	82 000	644,0	1870	29,7	14,7	1,47
5	4 Längsriegel	17,000	10	10	516	22 290	28 500	224,0	1676	30,4	13,2	1,32
6	4 Schornsteinträger	17,100	8	15	437	11 720	15 240	120,0	891	25,5	7,0	0,70
7	1 Längsträger	8,300	12		210	9346	12 150	95,4	1469	25,4	11,5	1,15
8	1 Längsträger	4,700	12		135	5910	7680	60,3	1634	28,8	12,8	1,28
9	1 Unterzug	4,000	6		109	2771	3500	27,5	875	27,3	6,9	0,69
10	1 Unterzug	6,200	10		160	5272	6700	52,5	1080	25,9	8,5	0,85
11	1 Unterzug	6,900	7		183	5190	6540	51,4	950	26,6	7,5	0,75
12	1 Unterzug	5,700	7		146	4190	5280	41,5	930	25,7	7,3	0,73
13	1 Unterzug	3,500	10		117	3710	4700	36,9	1340	33,5	10,55	1,05
14	1 Pumpenhausrahmen	4,400	8	10	84	2436	3100	24,4	705	19,1	5,5	0,55
15	3 Pumpenhausrahmen	6,000	10		196	3465	4360	34,7	726	32,7	5,8	0,58
16	45 m Kranbahn	3,950	4		90	1440	1810	14,2	458	22,7	3,6	0,36
17	Schornsteinring mit Streben	5,200	6		128	2710	3400	26,7	654	24,6	5,13	0,51
	Gesamt	344,030			8496	358 200	463660	3640,5				
	im Durchschnitt								1348	24,65	10,6	1,06

Besonderes.

Die Sonderheit der gestellten Aufgabe zeigt sich vor allem auch in den besonderen Aufwendungen. Außer einer statischen Untersuchung von rd. 300 Seiten waren rd. 70 Blatt Werkzeichnungen i. M. 1:10 und 1:15 anzufertigen. Die Verwendung von ungewöhnlich breiten und dicken Lamellen brachte zusätzliche Kosten für das Richten und erforderte besondere Einrichtungen zum einwandfreien Biegen derselben.

Zusammenfassung.

Durch verständnisvolle Zusammenarbeit aller Beteiligten ist ein Bauwerk geschaffen worden, das als geschweißter Rahmenbau durch seine Form und konstruktive Gestaltung über das gewöhnliche Maß hinausweist.

Die Zweckmäßigkeit der Ausführung ist durch eine bereits dreijährige Ingebrauchnahme der Anlage bewiesen. Die Verwendung von dickeren Lamellen aus St 37 hat hier keine Nachteile gebracht; es ist keine Schweißnaht gerissen.

Entwurf, Ausführung und Aufstellung erfolgte durch die Firma Hein, Lehmann & Co. Aktiengesellschaft, Düsseldorf-Oberbilk.

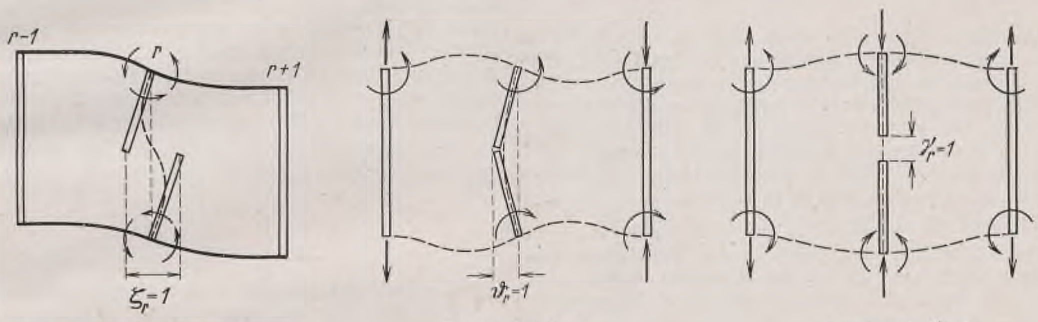
Zuschrift an die Schriftleitung

(Ohne Verantwortung der Schriftleitung)

zum Aufsatz **„Ein Annäherungsverfahren zur Berechnung des Vierendeelträgers, gültig für beliebige Querschnittsverhältnisse und Belastung der Gurte auch außerhalb der Knotenpunkte"** von Dr.-Ing. O. Braun, Augsburg. Stahlbau 1939, Heft 9, S. 69; Heft 11, S. 86.

In der obengenannten Abhandlung gibt Herr Dr.-Ing. Braun ein Annäherungsverfahren zur Berechnung des Vierendeelträgers an. Die von ihm gemachte Annahme eines Hauptsystems mit starren Pfosten ist zweifellos recht zweckmäßig, weil dann die Verformung der einzelnen Felder voneinander unabhängig wird und das Hauptsystem nur wenig vom wirklichen System abweicht.

Auf den Übergang zum wirklichen System unter Berücksichtigung der Elastizität der Pfosten kommt man aber einfacher, wenn man im Hauptsystem nicht einfach starre Pfosten annimmt, sondern sich die elastischen Pfosten durch mit ihnen nur an der Einspannungsstelle verbundenen starren Pfosten überdeckt denkt. Es ergeben sich dann für die weitere Anwendung des Formänderungsgrößenverfahrens (diese Bezeichnung wurde von Hertwig an Stelle von Deformationsmethode eingeführt) für jeden Pfosten einfach die hier skizzierten drei Zustände, wobei die Verbiegung bzw. Verlängerung des elastischen Pfostens (punktiert gezeichnet) Beiträge zur Belastung der Knoten liefert. Die weitere Lösung erfolgt nach den Regeln des Formänderungsgrößenverfahrens, wobei im allgemeinen nur die Zustände $\zeta = 1$ berücksichtigt zu werden brauchen. Es ist dabei nicht erforderlich, zu Annäherungsverfahren zu greifen; als Arbeitsgleichungen ergeben sich leicht lösbare Gleichungen der Clapeyronschen Form.



Zustand $\zeta_r=1$ Zustand $\vartheta_r=1$ Zustand $\gamma'_r=1$

Dieses Verfahren habe ich in der Schrift „Der Einfluß der Gurtsteifigkeit in ebenen Tragwerken" 1933, Verlag von Robert Noske in Leipzig, durchgeführt und dabei auch beliebige Querschnittsverhältnisse und Belastungen der Gurte außerhalb der Knotenpunkte berücksichtigt. Dabei wurden zunächst die Einflußlinien des Hauptsystems als Biegelinien entwickelt und später nach den Ergebnissen der Arbeitsgleichungen für ζ, ϑ, γ berichtigt. Das Formänderungsgrößenverfahren kommt dabei klarer zum Ausdruck.

Dr.-Ing. Krabbe.

Erwiderung.

Der von Herrn Oberreichsbahnrat Dr.-Ing. Krabbe angegebene Rechnungsgang benutzt den exakten Weg nach dem Formänderungsgrößenverfahren (Deformationsmethode), wobei zur Ableitung der Gleichungen sehr geschickt zwei nebeneinanderliegende Pfosten, ein zugefügter starrer und daneben der vorhandene elastische benutzt wurden. In dem allgemeinen Fall, für den der von mir veröffentlichte Aufsatz geschrieben wurde, also bei beliebigen Querschnittsverhältnissen der Stäbe, führt dieses genaue Verfahren zu sehr umständlichen vielgliedrigen Elastizitätsgleichungen. Die in der Zuschrift erwähnten dreigliedrigen Gleichungen, die ich übrigens, wie weiter unten bemerkt, auch erhalten würde, treten nur unter ganz bestimmten, bei verschieden steifen Gurten im allgemeinen nicht erfüllten Voraussetzungen auf. Diese Voraussetzungen sind: Gleiches Steifigkeitsverhältnis des Obergurts zum Untergurt in allen Feldern des Trägers und Abnahme des Trägheitsmoments jedes Pfostens nach dem schwächeren Gurt hin. Diese Abnahme muß nach der in der Zuschrift erwähnten Schrift so erfolgen, daß die im Verhältnis $\frac{J_o}{J_u}$ geteilten Pfosten im oberen und unteren Teil verschiedene Trägheitsmomente besitzen, die sich verhalten wie $\frac{J_o^2}{J_u^2}$. Mit anderen Worten: Ist der Untergurt doppelt so stark wie der Obergurt, so muß das Trägheitsmoment der Pfosten im oberen Drittel $^1/_4$ von dem in den unteren zwei Dritteln sein. (Bei nicht parallelen Gurten ändert sich die Bedingung wegen der verschiedenen Gurtstablängen ein wenig.) Während die erste Bedingung des gleichbleibenden Steifigkeitsverhältnisses der Gurte einigermaßen leicht zu erfüllen sein wird, ist die für die Pfosten geltende Bedingung bei stark verschieden steifen Gurten schwer zu erfüllen, besonders, wenn es sich um einen Parabelträger mit seinen nach den Enden sehr kurz werdenden Vertikalen handelt. Auf jeden Fall gelten die Gleichungen nicht allgemein. Für den Fall aber, daß die Bedingungen nicht erfüllt sind, schreibt Herr Oberreichsbahnrat Dr.-Ing. Krabbe in seiner Schrift (S. 41) wörtlich: „Haben die Pfosten gleichbleibendes Trägheitsmoment, so wird man sich mit der wohl genügend genauen Näherungsrechnung unter Annahme des wechselnden Pfostenträgheitsmoments begnügen müssen" und spricht dann weiter von der etwaigen Möglichkeit einer Berichtigung durch „Abbau", was aber nochmalige Aufstellung und Auflösung neuer Gleichungen erfordert.

Es läßt sich leicht beweisen, daß die mit diesem Satz ausgesprochene Vermutung nicht zu Recht besteht. Bei stark verschiedenen Gurten liefert diese Näherungsrechnung keine ausreichend genauen Werte mehr. Nimmt man nämlich an, die Bedingungen bezüglich des veränderlichen Trägheitsmoments der Pfosten seien erfüllt, so ergibt sich von selbst, daß die Verschiebungen ϑ zu Null werden (allerdings nur unter der Voraussetzung, daß die Lasten ausschließlich an den Knotenpunkten angreifen). Es sind dann nur die Zustände $\zeta = 1$ zu berücksichtigen, wie es auch in der Zuschrift erwähnt ist. Infolge $\zeta = 1$ treten beim Parallelträger in den Gurten keine Querkräfte auf. Die Querkräfte werden also bei Berücksichtigung der Verschiebungen ζ nicht berichtigt; d. h. der Rechnungsgang liefert dieselbe Verteilung der Querkräfte auf Ober- und Untergurt, wie sie der Träger mit starren Vertikalen aufweist, während sich in Wirklichkeit bei Pfosten mit gleichbleibendem Trägheitsmoment der stärkere Gurt auf Kosten des schwächeren beträchtlich entlastet, wie ich auch am Schluß meines Aufsatzes betont habe. So betrug bei dem von mir in Heft 11 angegebenen Zahlenbeispiel im Feld 4, wo der Träger nahezu als Parallelträger wirkt, für Last an Punkt 2, wie aus Tabelle 1, S. 88, zu entnehmen, $Y = +0{,}368$, aber $Y + Y' = +0{,}602$ (Tabelle 6, S. 91). Die Änderung der Querkraft des Obergurts beträgt also hier rd. 63 % oder bezogen auf den richtigen Wert würde die Querkraft um 39 % zu klein ermittelt. Ähnlich ist die Abweichung bei den Momenten.

In diesem Zusammenhang möchte ich noch auf etwas anderes hinweisen. Angenommen, es läge ausnahmsweise ein Träger zur Berechnung vor, bei dem sich dreigliedrige Gleichungen für ζ ergeben würden, der also die oben angegebenen Voraussetzungen alle erfüllen würde. Dann wären bei Lastangriff in den Knotenpunkten sämtliche $\vartheta = 0$ oder was dasselbe ist, nach der von mir gewählten Bezeichnungsweise sämtliche $\delta_m = 0$. Verfolgt man nun in meinem Aufsatz in Heft 9, S. 72, die Ableitung der Gleichungen (12) und sieht man vom Einfluß der Normalkräfte ab, so zeigt sich, daß nicht nur die Verbesserungen Y', sondern auch noch die Z' verschwinden und die erste der Gleichungen (12) lautet:

$$\delta_{xx} X' = [(Q + Q')\,\delta'_{qq}]_l + [-(Q + Q')\,\delta'_{qq}]_r.$$

Da Q' nur von den X' abhängt, so sind das dreigliedrige Gleichungen für X'. Man könnte also unmittelbar die Verbesserungen X' aus dreigliedrigen Gleichungen berechnen, ohne wie bei dem Verfahren von Herrn Oberreichsbahnrat Dr.-Ing. Krabbe die Verschiebungen ζ als neue Unbekannte in die Berechnung einführen zu müssen. Auf die Möglichkeit der Entstehung dreigliedriger Gleichungen bei bestimmten Verhältnissen habe ich auf S. 73 zwar hingewiesen, aber davon weiter keinen Gebrauch gemacht, weil ich Wert darauf legte, ein Verfahren anzugeben, das es bei allen Verhältnissen gestattet, sich dem endgültigen Spannungszustand beliebig zu nähern. Sind die Verhältnisse günstig, so wird der betreffende Statiker schon beim ersten Lastfall merken, daß das Verfahren rasch konvergiert bzw. für Y' und Z' keine Verbesserungen liefert und wird für die weiteren Untersuchungen die entsprechenden Konsequenzen ziehen. Allerdings ist es bei Verzicht auf diese dreigliedrigen Gleichungen nicht mehr möglich, die Einflußlinien als Biegelinien zusammenzusetzen. Das ist aber bei einem so hochgradig statisch unbestimmten System ohne Belang.

Dieser Gedankenaustausch hat nochmals bestätigt, daß bei Vierendeelträgern mit Gurten von stark verschiedener Steifigkeit die Ausbildung der Pfosten von sehr fühlbarem Einfluß auf die Querkraft- und Momentenverteilung ist, eine Tatsache, die ich ursprünglich auch nicht erwartet hatte und die erst die Zahlenrechnung ergab. Will man den schwächeren Gurt entlasten, so hat man nur zwei Möglichkeiten, und zwar entweder die Vertikalen sehr steif zu machen, was aber wegen des unschönen Aussehens oft nicht möglich ist, oder sie nach dem schwächeren Gurt zu weniger steif auszubilden, was aber auch nur bis zu einem gewissen Grad und vor allem bei den längeren Pfosten möglich sein wird.

Dr.-Ing. Braun.

Entgegnung.

Meine Zuschrift sollte dreierlei zeigen:

1. daß es zweckmäßig ist, den vorhandenen elastischen Pfosten durch einen starren Pfosten zu überdecken. Das ist in allen Fällen zu empfehlen, unabhängig von der Art des Übergangs vom Hauptsystem zum wirklichen System;
2. daß die Einflußlinien, anstatt durch Belastung der einzelnen Knoten, anschaulicher, dem Formänderungsgrößenverfahren angepaßt als Biegelinien dargestellt werden können;
3. daß hierbei auf Annäherungsverfahren im allgemeinen verzichtet werden kann.

Auch das unter 2. und 3. Gesagte trifft zweifellos dann zu, wenn die Steifigkeit der beiden Gurte nicht wesentlich verschieden ist. Eine dementsprechende Bauweise des Trägers ist immer durchführbar, wenn nicht ausnahmsweise der Lastgurt auch zwischen den Knoten belastet ist, denn sonst besteht ja kein Anlaß, die Trägheitsmomente beider Gurte verschieden oder gar wesentlich verschieden zu machen. Ich habe also bei dem von Herrn Dr. Braun wiedergegebenen Satz meiner Abhandlung nicht an Verhältnisse wie 1 : 2 gedacht, bei denen die entsprechende Ausbildung des Pfostens allerdings Schwierigkeiten bereiten würde, sondern an Verhältnisse etwa 4 : 5 bis höchstens 3 : 4, wobei meine Forderung hinsichtlich der Abstufung der Trägheitsmomente im Pfosten mit 16 : 25 bis 9 : 16 jedenfalls ohne Schwierigkeit erfüllt werden kann. Meine Entwicklungen zeigen aber, daß die Zustände ϑ recht unliebsame Gegenkrümmungen herbeiführen müssen, welche dem ohnehin wegen des verwickelten Kraftlinienverlaufs in den Knoten statisch reichlich unklaren Vierendeelträger keinesfalls nützlich sein können. Man sollte sie also durch entsprechende Ausbildung des Trägers unter allen Umständen vermeiden.

Damit sind zweifellos 90% aller Fälle glatt erledigt. Es bleiben die Ausnahmefälle stark verschiedener Steifigkeit der beiden Gurte, sei es, daß der Lastgurt auch zwischen den Knoten Lasten aufnehmen muß, oder daß man unzweckmäßig ausgebildete Vierendeelträger nachrechnen muß. Dann treten allerdings, wie Herr Dr. Braun richtig bemerkt, durch Hinzukommen der Zustände ϑ unbequeme viergliedrige Gleichungen auf. Hier kann man sich aber in ähnlicher Weise, wie von Herrn Dr. Braun gezeigt wurde, durch Annäherung helfen, indem man zunächst $\vartheta_r = \mu_r \zeta_r$ annimmt und μ_r so wählt, daß die Zustände $\zeta_r = 1$ und $\vartheta_r = 1 \mu_r$ zusammen die beiden Anschlußknoten des Pfostens im Verhältnis der Steifigkeit der zugehörigen Gurte mit Momenten belasten, womit die Unbekannten ϑ_r vorläufig aus den Gleichungen verschwinden. Vermutlich ist diese erste Annäherung schon ausreichend, da die Belastungen ϑ_{rr}, die der Bemessung von μ_r zugrunde gelegt wurden, gegenüber $\vartheta_{(r-1)r}$ und $\vartheta_{(r+1)r}$ sehr stark überwiegen; sie betragen mindestens das sechsfache.

Dieser Gedankenaustausch hat wohl nicht nur bestätigt, daß bei Vierendeelträgern mit Gurten stark verschiedener Steifigkeit die Ausbildung der Pfosten von sehr fühlbarem Einfluß auf die Querkraft- und Momentenverteilung ist, sondern er hat darüber hinaus die wertvolle Erkenntnis gebracht, daß derartige Träger in recht ungünstiger Weise beansprucht werden und darum überhaupt nichts mehr taugen, insbesondere auch, daß der Vierendeelträger zur Aufnahme von Lasten zwischen den Knoten durchaus ungeeignet ist. Ich habe diese Möglichkeit der Vollständigkeit halber nachträglich nebenbei behandelt; ich halte es aber nicht für angebracht, diesem Ausnahmefall zuliebe, in welchem ich die Zweckmäßigkeit des Annäherungsverfahrens zugebe, solche Annäherungsverfahren in den 90% der übrigen Fälle anzuwenden; ich halte ein Verfahren, welches von vornherein im wesentlichen diesen Fällen angepaßt ist, für empfehlenswerter, zumal sich ja auch hierbei die Möglichkeit der Annäherungsrechnung für Ausnahmefälle ohne weiteres ergibt, und zwar auch ohne auf die Darstellung der Einflußlinien als Biegelinien verzichten zu müssen.

Dr.-Ing. Krabbe.

Erwiderung.

In der Zuschrift von Herrn Oberreichsbahnrat Dr.-Ing. Krabbe stellt dieser im wesentlichen die Behauptung auf, daß Vierendeelträger mit Gurten von stark verschiedener Steifigkeit und Lastangriff zwischen den Knotenpunkten unbrauchbar seien.

Meine Ansicht ist gerade entgegengesetzt. Zu ihrer Begründung diene folgende Überlegung: Zum Bau einer Brücke mit untenliegender Fahrbahn möge zunächst ein Vierendeelträger mit gleich steifen Gurten und Lastangriff nur in den Knotenpunkten gewählt werden. Um den Träger nicht zu schwerfällig erscheinen zu lassen, ist man meist gezwungen, den Obergurt und bei gleichen Gurten damit auch den Untergurt in der Höhe zu drücken. Querkräfte und Momente verteilen sich je zur Hälfte auf beide Gurte. Beide Gurte haben gleiche Biegelinie. Nun stehe aber unter der Fahrbahn genügend Raum für einen hohen Untergurt zur Verfügung. Nutzt man diesen Raum aus und macht den Untergurt höher und steifer, so werden die Momente im Obergurt kleiner, wenn auch nicht entsprechend dem neuen Steifigkeitsverhältnis. Mit den kleineren Momenten nehmen auch die Krümmungen der Biegelinie des Obergurts ab. Beim steiferen Untergurt nehmen die Krümmungen der neuen Biegelinie noch stärker ab als beim Obergurt. Der Träger ist in seiner Gesamtheit steifer und damit besser geworden. Beim Vergleich ist eben zu berücksichtigen, daß die über der Fahrbahn liegenden Teile, also insbesondere der Obergurt mit Rücksicht auf das Aussehen gedrückt werden müssen, während beim Untergurt dieser Zwang nicht besteht. Aus diesem Grunde behaupte ich, daß Träger mit Gurten von stark verschiedener Steifigkeit zweckmäßig sind. Was aber die Zwischenauflagerung von Querträgern anbetrifft, so hat sich bei dem Zahlenbeispiel in Heft 11 gezeigt, daß hierdurch keine großen zusätzlichen Eckmomente entstehen. Man erhält in erster Linie ein großes Feldmoment in Gurtmitte, also an einer Stelle, wo dieser gewöhnlich nicht ausgenutzt ist. Ich habe daraus geschlossen, daß auch die Zwischenauflagerung der Querträger zweckmäßig ist, soweit sich das Ergebnis des Zahlenbeispiels verallgemeinern läßt. Wegen der zusätzlichen kleinen Eckmomente, die sich rechnerisch einwandfrei erfassen lassen, sind Bedenken nicht berechtigt.

Nach Angabe von Herrn Oberreichsbahnrat Dr.-Ing. Krabbe sind die meisten Vierendeelträgerbrücken so ausgebildet, daß Ober- und Untergurt gleiche Biegelinie aufweisen. Derartige Träger würde man wohl nicht nach dem Formänderungsgrößenverfahren berechnen, sondern nach der Kraftmethode. Diese liefert bei solchen Trägern dreigliedrige Gleichungen ohne den Umweg über ein System mit starren Pfosten. Wollte man aber bei beliebigen Querschnittsverhältnissen das in der Zuschrift erwähnte Annäherungsverfahren nach der Deformationsmethode durchführen, so würde man schon bei Aufstellung der Elastizitätsgleichungen, d. h. bei Ermittlung ihrer Beiwerte, auf die größten Schwierigkeiten stoßen.

Im Gegensatz hierzu habe ich ein Iterationsverfahren angegeben, das bei beliebiger Querschnittsverteilung immer zum Ziele führt.

Dr.-Ing. Braun.

Entgegnung.

Zu den vorstehenden Ausführungen bemerke ich:

1. Es kann keinem Zweifel unterliegen, daß das Auftreten der Zustände $\vartheta = 1$ recht unerwünschte Gegenkrümmungen und Beanspruchungen im Vierendeelträger erzeugt, und dieses ohnehin statisch schon reichlich unklare Gebilde noch unklarer macht.
2. Die Ermittlung der Beiwerte ist für die Zustände $\zeta = 1$ und $\vartheta = 1$ in ganz einfacher Weise möglich, wobei ich nur auf meine Abhandlung zu verweisen brauche.
3. Wenn Herr Dr. Braun die Einfügung der starren Pfosten für einen Umweg hält, so übersieht er, daß er bei dem Kraftgrößenverfahren den Umweg über Gelenke oder Durchschneiden der Gurte gehen muß, der hier umständlicher ist.

Dr.-Ing. Krabbe.

Erwiderung.

Zu Punkt 2 bemerke ich, daß bei verschieden steifen Gurten die Momentenflächen der Zustände $\zeta = 1$ sowie $\vartheta = 1$ und damit die Beiwerte der Elastizitätsgleichungen nur dann leicht zu ermitteln sind, wenn, wie schon früher erwähnt, das Trägheitsmoment eines jeden Pfostens im Verhältnis $\frac{J_o^2}{J_u^2}$ veränderlich gemacht wird. Ist das nicht der Fall, so ist die Ermittlung dieser Beiwerte für die Gleichungen des Formänderungsgrößenverfahrens sehr umständlich.

Zu den übrigen Punkten erübrigt sich eine nochmalige Stellungnahme, da ich hierauf in der zweiten Erwiderung ausführlich eingegangen bin.

Dr.-Ing. Braun.

Wir schließen hiermit die Aussprache, nachdem in Anbetracht der Wichtigkeit der angeschnittenen Fragen für die praktische Statik ausnahmsweise das Wort jeweils dreimal erteilt wurde.

Die Schriftleitung.

Verantwortlich für den Inhalt: Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt. — Verlag von Wilh. Ernst & Sohn, Berlin W 9. — Druck: Buchdruckerei Gebrüder Ernst, Berlin SW 68.

Ende des Jahrgangs 1939.

DER STAHLBAU

Schriftleitung:
Professor Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt, Technische Hochschule
Fernsprecher: Darmstadt 7711, Apparat 599
Professor W. Rein, Breslau, Technische Hochschule. — Fernsprecher: Breslau 421 61
Veröffentlichungsbeiträge an voranstehende Anschriften erbeten

Beilage zur Zeitschrift **DIE BAUTECHNIK** Fachschrift für das gesamte Bauingenieurwesen

Preis des Jahrganges 10 RM und Postgeld

13. Jahrgang | BERLIN, 19. Januar 1940 | Heft 1/2

Zur Feuerwiderstandsfähigkeit rechteckiger Stützen.[1]

(Durchwärmungsvorgang.)

Von Dr.-Ing. **Wilhelm Moheit**, Bitterfeld.

Unter den zahlreichen Arbeiten auf wärmetechnischem Gebiete, die der Klarstellung der Wärmeübertragung und des Wärmedurchganges an festen Körpern dienen, befaßten sich bis heute nur wenige mit der Klärung der theoretischen Verhältnisse an technisch wichtigen Baugliedern. Seit einigen Jahren finden im Baufach beim Entwurf neben statischen und festigkeitstechnischen auch brand- und schalltechnische Gesichtspunkte in stärkerem Maße Beachtung. Erst größere Brandschäden lenkten die Aufmerksamkeit insbesondere auf Fragen der Feuersicherheit, nachdem man festgestellt hatte, daß sich Baustoffe und Bauelemente bei hohen Temperaturen oft anders verhielten, als man es bisher anzunehmen gewohnt war. Zahlreiche Brandversuche an Baugliedern und vollständigen Bauten schlossen sich in der Folgezeit an. Die Versuchsergebnisse liegen größtenteils im Schrifttum zerstreut und sind bisher noch nicht genügend zusammengefaßt worden. Empirisch aufgestellte Faustformeln wurden vielfach wieder als unzulänglich nachgewiesen. Nur bei der sehr lang ausgedehnten Wand verfügt man heute über ausreichende theoretische Unterlagen und ebensolches Versuchsmaterial[2]). Dagegen mangelt es bei den schon zahlreich vorliegenden Versuchen über Stützen an einer geeigneten Auswertung[3])[4]). Würde man von der theoretischen Seite her die Dinge schon beherrschen, so wäre man bald in die Lage versetzt, die für die gebräuchlichsten Stützen maßgebenden Wärmeleit- und Wärmeübergangszahlen zu bestimmen, um dann an Hand begründeter Näherungsformeln die Tragfähigkeit von Stützen im Brandfalle abschätzen zu können.

Nachstehende Ausführungen befassen sich mit der Durchwärmung einer Stütze bei beliebiger Außenraumtemperatur. Bisher behalf man sich dergestalt, daß man derartige Überlegungen auf vorhandene Lösungen bei der Wand zurückführte. Eine genaue Berechnung der Durchwärmung eines Prismas scheiterte meistens daran, daß man hier bei der Auflösung der partiellen Differentialgleichung im Gegensatz zum eindimensionalen Fall der Wand auf Besselsche Funktionen stößt, deren Handhabung für den Ingenieur im allgemeinen etwas ungewohnt ist. In solchen Fällen hilft man sich oftmals zweckmäßig, indem man mit Differenzen rechnet. Das Rechnen mit Differenzen liefert keine absolut richtigen Werte. Doch ist die Genauigkeit oftmals ausreichend, wenn man bedenkt, daß jede Genauigkeitssteigerung in mathematischer Hinsicht wenig Zweck hat, solange die physikalischen Annahmen mehr oder minder von der Wirklichkeit abweichen. So scheint das Rechnen mit Differenzen bei nachstehender Untersuchung schon dadurch gerechtfertigt, daß die Konstanten, wie Wärmeübergangszahl, -leitzahl und spezifische Wärme unserer Baustoffe, nur angenähert bekannt und ferner innerhalb größerer Temperaturgrenzen starken Schwankungen unterworfen sind.

E. Schmidt[5]) berechnete auf diese Weise schon eine sich abkühlende Wand und fand gute Übereinstimmung mit Lösungen, die nach der Methode der Fourierschen Reihen gefunden wurden. Diese Arbeit bildet den Ausgangspunkt zu der folgenden Berechnung eines rechteckigen Prismas. Handelt es sich um nicht stationäre Wärmevorgänge und fließt die Wärme nur in einer Richtung, so ist der Temperaturverlauf nicht geradlinig. An der Stelle x tritt — wie in Bild 1 gezeigt — ein Wärmestrom $-\lambda F \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x}$ aus, der im allgemeinen von dem an der Stelle $x + dx$ in die Scheibe eintretenden Wärmestrom $-\lambda F \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial x} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} \cdot dx \right)$ verschieden ist. λ bedeutet hierbei eine Stoffkonstante und wird Wärmeleitzahl genannt. Der Unterschied der oben angegebenen Ausdrücke: $\lambda F \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} \cdot dx$ liefert eine Erhöhung der Temperatur der Scheibe. Bei einem spezifischen Gewicht γ und der spezifischen Wärme c der Scheibe erhöht sich im Verlauf eines Zeitraumes t die Temperatur ϑ nach der Beziehung:

$$c \gamma F dx \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \lambda F dx \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2}.$$

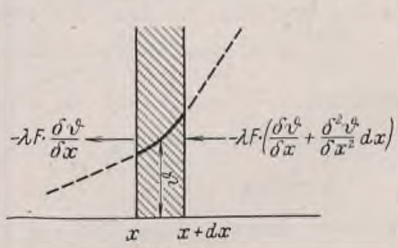


Bild 1.

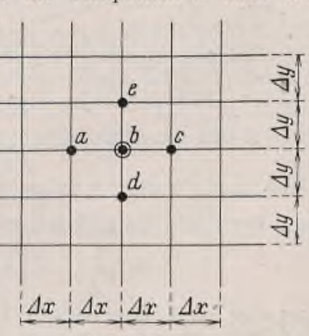


Bild 2.

Hieraus erhält man die Differentialgleichung nicht stationärer Wärmevorgänge bei einer Scheibe zu $\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = a \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2}$, worin der Kürze halber $\frac{\lambda}{c \gamma} = a$ gesetzt wird. Diese Stoffkonstante a wird als Temperaturleitzahl bezeichnet.

Strömt nun die Wärme nicht nur in einer Richtung, so sind die Wärmeeinströmungen aller drei Koordinatenrichtungen zu addieren und man gewinnt dabei die Differentialgleichung

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2} \right).$$

Sie ist eine partielle Differentialgleichung mit der Zeit und den drei Koordinaten des Raumes als unabhängige und mit der Temperatur als abhängige Veränderliche. Ferner ist sie linear, d. h. vom 1. Grad, und von der 2. Ordnung.

Bei sehr langen prismatischen Körpern ist einleuchtend, daß ein Wärmestrom in Richtung der Längsachse nicht auftritt. Derartige Körper sind daher mit Hilfe der Differentialgleichung

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} \right)$$

als ein zweidimensionales Problem zu behandeln.

Um nicht diese Differentialgleichung exakt lösen zu brauchen, deren Auflösung die Kenntnis von Besselschen Funktionen, wie schon bemerkt, voraussetzt, werden die Differentialausdrücke durch die entsprechenden Differenzenausdrücke ersetzt. Zu diesem Zweck wird über den Querschnitt des Prismas ein Netz gelegt (vgl. Bild 2), wobei Δx und Δy der Netzabstand ist. Wie Δx und Δy, so ist Δt eine kleine, aber endliche Größe. Die Netzpunkte versieht man entweder mit Buchstaben oder Ziffern. In Anlehnung an die von E. Schmidt benutzte Schreibweise wird hier z. B. mit $\vartheta_{n,k}$ die Temperatur an der Stelle n zur Zeit $k \Delta t$ bezeichnet. Betrachten wir ein Temperaturfeld zur Zeit $k \Delta t$, so erhält

[1]) Die Anregung zu dieser Ausarbeitung verdanke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. K. Klöppel, Darmstadt.

[2]) Busch, Feuereinwirkung auf nicht brennbare Baustoffe und Baukonstruktionen. Berlin-Charlottenburg 1938, Zementverlag.

[3]) Klöppel, Brandversuche mit verschiedenartig ummantelten Stahlstützen, Vortrag auf der XXIV. wissenschaftlichen Tagung des Reichsvereins Deutscher Feuerwehringenieure 1936. Als Sonderdruck erschienen.

[4]) Fire Tests of Building Columns, Underwriters' Laboratories, Chicago 1917 bis 1919.

[5]) E. Schmidt, Über die Anwendung der Differenzenrechnung auf technische Anheiz- und Abkühlungsprobleme. Beiträge zur technischen Mechanik und technischen Physik (Föppl-Festschrift). Berlin 1924, Springer; ebenso: Einführung in die technische Thermodynamik. Berlin 1936, Springer.